TRN CN8701111

CNIC—00037
SIP—0016

中国核科技报告
CHINA NUCLEAR SCIENCE & TECHNOLOGY REPORT

有限Beta极小势能反场箍缩位形

中国核情报中心
China Nuclear Information Centre

CNIC—00037
SIP—0016

有限Beta极小势能反场箍缩位形

张　鹏

（西南物理研究所，四川）

中国核情报中心

北京·1987

摘　要

本文给出有限β值极小势能反场箍缩（RFP）位形。Suydam条件和充分稳定判据也都检验了这个位形。数值结果指出，当β增加时，反场出现临界值增加，并且弛豫状态的螺旋态临界值也随着增加。Suydam和Robinson判据的稳定阈都随着β增加而扩大。$\beta \neq 0$的RFP位形理论与当代反场实验结果一致。

关键词　有限β　极小势能　反场箍缩位形

MINIMUM ENERGY REVERSED FIELD PINCH CONFIGURATION FOR FINITE BETA

Zhang Peng

(Southwestern Institute of Physics, Sichuan)

ABSTRACT

The reversed field pinch configuration has been studied in case of finite beta. Suydam's condition and the sufficient stability criterion have been used to examine this configuration. The results of numerical calculations shows that the critical value of the appearance of the reverse toroidal field increases as the β-value increases. The critical helical state of relaxation increases with β as well.

Suydam's and Robinson's stability regions shifts towards the region in which Θ increases with the β values.

The theoretical results with finite β coincides with recent RFP'S experimental results.

一、引　言

熟知的无力贝塞尔函数模型（BFM）是由Taylor[1]为解释反场箍缩（RFP）位形提出来的。Taylor考虑了等离子体达到磁能为最小的状态，该状态受磁螺旋量的体积分保持常数所制约。然而，由Taylor得到的无力平衡有个缺点，即假设了等离子体压强为零。

最近，Kondoh和Mohri分别给出了更接近于实际的弛豫模型[2]和特殊压强分布的RFP位形[3]。至今，已有若干反场箍缩的实际[4~7]所得的结果与有限β理论相符合。理想MHD稳定性计算表明，靠近Taylor无力态存在一个有限β值稳定态[8]。

二、有限β等离子体平衡的变分原理

如果考虑压强一定（$\beta\neq0$），电阻率很小的非理想MHD等离子体，则等离子体的势能

$$W=\int\left(\frac{B^2}{2\mu_0}+\frac{P}{\gamma-1}\right)dV \tag{1}$$

dV为体积元，P是等离子体压强，γ为比热比。根据Taylor理论，在磁螺旋量

$$K=\int \mathbf{A}\cdot\mathbf{B}dV \tag{2}$$

为常量的条件下，将使W极小化。引入β值，并使

$$\beta=\frac{\int p dV}{\int\frac{B^2}{2\mu_0}dV} \tag{3}$$

则有

$$W=\left(1+\frac{\beta}{\gamma-1}\right)\int\frac{B^2}{2\mu_0}dV \tag{4}$$

使用拉格朗日乘子方法，能量W极小化的必要条件可写成

$$\delta\overline{W}=\delta W-\frac{\mu}{2\mu_0}\delta K=0 \tag{5}$$

这里μ是常数。在K等常数制约条件下，若势能W为极小，则有

$$\nabla\times\mathbf{B}=\mu\left(1+\frac{\beta}{\gamma-1}\right)^{-1}\mathbf{B} \tag{6}$$

方程（6）描述了有限β的极小势能态的等离子体平衡。对方程（6），在小截面上作积分

$$\int\int\nabla\times\mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}=\int\int\mu\left(1+\frac{\beta}{\gamma-1}\right)^{-1}\mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} \tag{7}$$

可得到

$$\begin{aligned}\Theta&=\overline{B}_{\theta w}/\langle B_z\rangle\\&=\mu\cdot f(\beta)\cdot\frac{b}{2}\end{aligned} \tag{8}$$

这里 $$f(\beta)=1\Big/\left(1+\frac{\beta}{\gamma-1}\right)$$

b是真空室半径。

在环形坐标中，我们获得方程(6)的一级近似解[9]

$$\Psi=cJ_0\left(2\Theta\frac{\rho}{b}f(\beta)\right)\left\{1+\frac{b}{2R}\left[\frac{\rho}{b}-\frac{J_0(2\Theta f(\beta))}{J_1(2\Theta f(\beta))}\frac{J_1\left(2\Theta\frac{\rho}{b}f(\beta)\right)}{J_0\left(2\Theta\frac{\rho}{b}f(\beta)\right)}\right]\cos\theta\right\} \tag{9}$$

这里，反场率F定义为

$$\begin{aligned}F&=\overline{B}_{zw}/\langle B_z\rangle\\&=\Theta\cdot f(\beta)\cdot J_0(2\Theta f(\beta))/J_1(2\Theta f(\beta))\end{aligned} \tag{10}$$

三、稳定性检验

我们在讨论有限β值RFP的平衡位形的稳定性时，局部区域的压力驱动稳定性可由Suydam[9]判据来确定。环形的判据为

$$\frac{dP}{dr}(1-q^2)+\frac{rB_z^2}{32\pi}\left[\frac{1}{q}\frac{dq}{dr}\right]\geqslant 0 \tag{11}$$

在等离子体外部真空区域，$\frac{dP}{dr}=0$；根据Newcomb[10]理论分析，在靠近磁轴区域，$\frac{dP}{dr}$也为零。

所得的数值表明，当$\beta=0$时，稳定区为$1.2<\Theta<1.91$；当$\beta=0.1$时，稳定区扩展为$1.2<\Theta<2.1$。如图(5)所示。

让我们考察一下RFP位形对于$m=1$的螺旋模不稳定性。对于$0<r<b$，使用充分稳定条件[11]

$$\mu_0 j_\varphi<\frac{B_z}{2r}\left[1-\frac{P(r)}{P(a)}\right] \tag{12}$$

从计算的结果可看出，对于充分稳定区域，当$\beta=0$时，Θ值为1.2～1.6；当$\beta=0.1$时，Θ值从1.2扩展到1.75，这说明在充分稳定区域，随着β的增加，其Θ值也有所增加。

四、结　果

结果给出了$\beta=0.1$，$\Theta=1.5$的RFP位形分布（如图1所示）。图2给出了β分别为0.03、0.1、0.2、0.3、0.5时极小势能的F-Θ曲线。随着β值的增高，出现反场临界的箍缩参数Θ_c也增加。例如，当$\beta=0$时，$\Theta_c=1.2$；当$\beta=0.1$，$\Theta_c=1.32$，当$\beta=0.5$，Θ_c就增加到1.8。

图3给出了产生临界反向场的Θ与β、γ的关系曲线。图4比较了β≠0时F-Θ普适关系曲线与当代慢反场位形实验曲线。为了便于比较，同时也给出了Taylor曲线。

由图5可看到随着β值增加，稳定区有所扩大，充分稳定区也有所增大。从图6可看到，从1.6（β=0时）增到1.75（β=0.1时）。

图7指出，有限β值RFP模型与近代实验是符合的。当β=0.1时，TPE-1R(M)的RFP位形的寂静期（QP），落在Suydam稳定区，即1.2<Θ<2.1。当β=0时，QP就会有部分落在稳定阈1.2<Θ<1.91值之外。后者是不能满意地解释实验结果的。

表1给出了β值与螺旋形变临界值Θ_*之间的关系，显然从表1中我们可以看到，当β增大时，发生螺旋形的变临界值也增大。

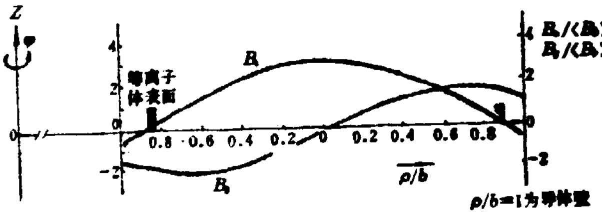

图1 RFP位形分布图β=0.1，γ=2，Θ=1.5

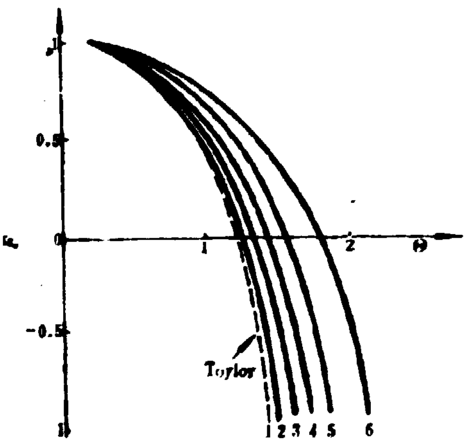

图2 当β≠0时，RFP位形演变普适曲线，虚线(β=0)是Taylor曲线
1——β=0.03; 2——β=0.1; 3——β=0.2;
4——β=0.3; 5——β=0.5.

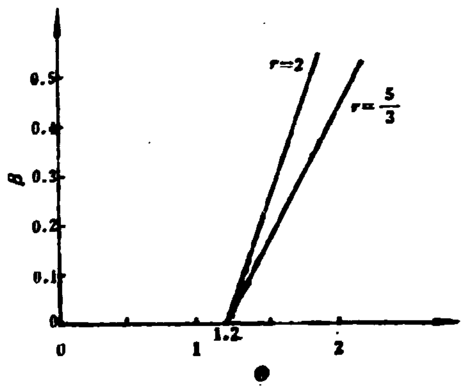

图3 产生临界反向场的Θ*与β，γ的关系

表1 β值与Θ值之间的关系

β	0	0.03	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
Θ_*	1.60	1.65	1.76	1.92	2.10	2.24	2.4

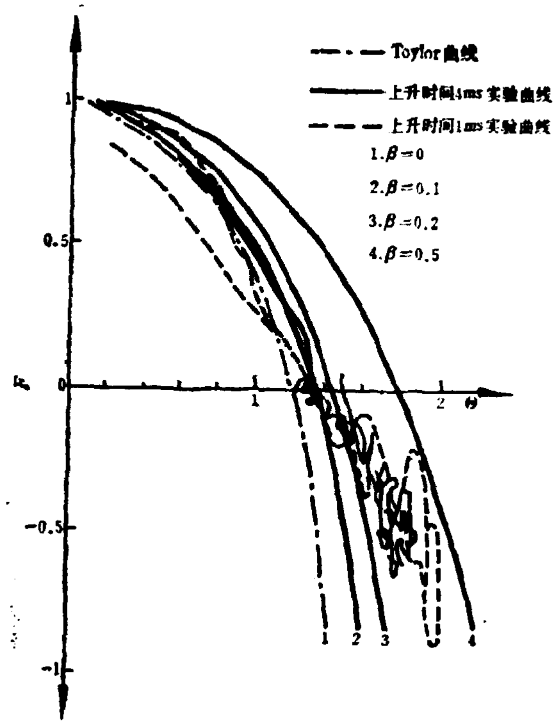

图4　高β反场箍缩普适曲线(F-Θ)与当代慢化场实验曲线比较(HBTX IA)

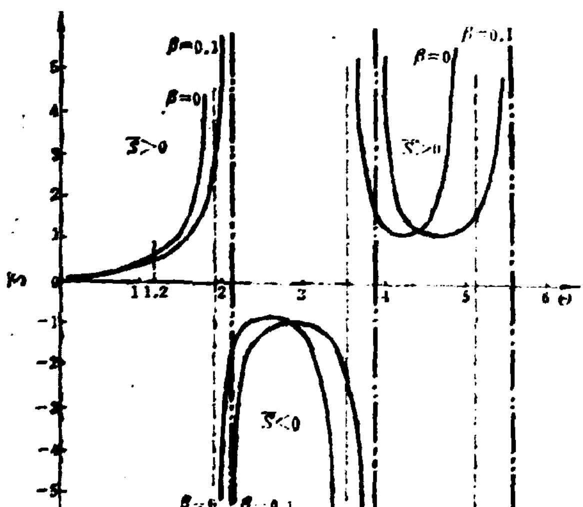

图5　Suydam判据在反场箍缩位形，对于各Θ值稳定与不稳定区

给出　β=0；β=0.1时的曲线与渐近线　- - -β=0，—··—β=0.1

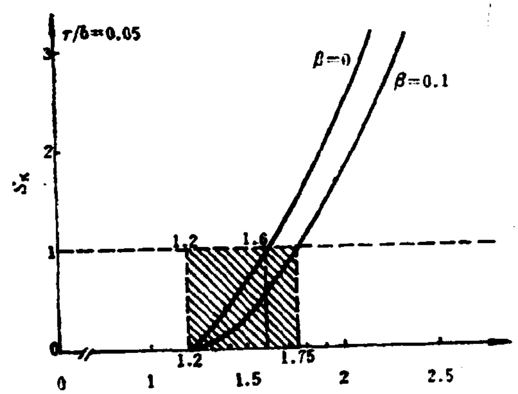

图6　充分稳定区随Θ的变化

当$\beta=0$时，稳定区域是$1.2<\Theta<1.6$；当$\beta=0.1$时，稳定区域是$1.2<\Theta<1.75$.

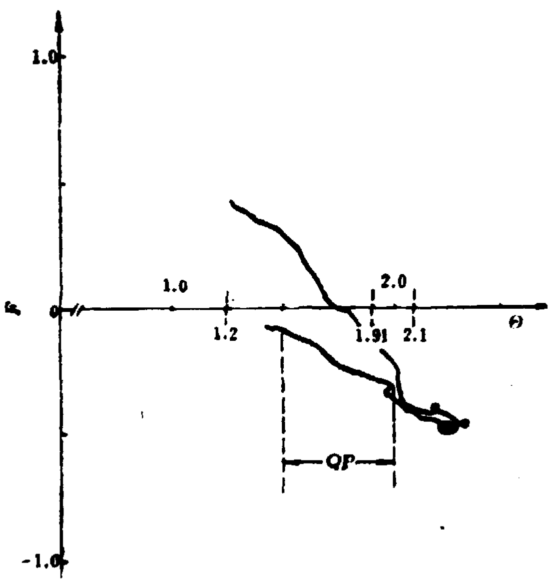

图7　TPE-1R(M)的RFP位形演变曲线

从400μs至650μs出现宁静期(QP)

当$\beta=0$, Suydam稳定区$1.2<\Theta<1.91$；当$\beta=0.1$, Suydam稳定区$1.2<\Theta<2.1$.

五、结　论

在$\beta\neq0$情况下，F-Θ的反场箍缩普适曲线与当代的RFP实验的结果符合。当β增大时，出现反场的临界箍缩比Θ值也随着增大，出现螺旋状态的临界值Θ也有所增大。Suydam稳定区和Robison稳定区也都随着β值的增大而有所扩大。

此工作曾得到丁厚昌教授的帮助，在此表示感谢。

参考文献

[1] J.B.Taylor. *Proc.5th IAEA.conf.on plasma physics and controlled Nucl.Fusion Res.* Tokyo. Vol.I. 161 (1974).

[2] Y.Kondoh. *Nucl.Fusion.* 21. 1607 (1982).

[3] A.Mohri, CLM-R164.

[4] A.Buffa et al., Proc.RFP Theory workshop. Los Alamos (1980) paper IB.2.

[5] 島田寿男ら. 核融合研究. Vol. 46. 4. 189 (1981).

[6] H.A.B.Bodin. Proc.10th European conf.on controlled Fusion and plasma physics. Moscow (1981). Vol. II 41—79.

[7] R.L.Hagenson et al., LA-9139-MS, 82, (1982).

[8] H.Dreicer.Phys.Scr.VT2/2 (1982).

[9] Zhang peng. Proc.first on plasma physics. Controlled Nucl.Fusion Theory workshop Beijing (1983). Vol. I.

[10] W.A.Newcomb. Ann.Phys., 11 232 (1960).

[11] D.C.Robinson. Plasma Phys., 13 439 (1971).

CHINA NUCLEAR SCIENCE & TECHNOLOGY REPORT

China Nuclear Information Centre