ФЭИ-1853

ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

М. Я. ХМЕЛЕВСКИЙ, Е. И. МАЛАХОВА,
П. С. ДОЛМАТОВ

Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в стержневых цилиндрических твэлах. Программа КОНДОР

Обнинск — 1987

УДК 621.039.54

М. Я. Хмелевский, Е. И. Малахова, П. С. Долматов.

Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в стержневых цилиндрических твэлах. Программа КОНДОР.

ФЭИ-1853. Обнинск: ФЭИ, 1987. — 12 с.

Разработана математическая модель для численного расчета напряженно-деформированного состояния стержневого цилиндрического твэла. Построение модели базируется на предварительной дискретизации расчетной схемы и линеаризации радиально направленных параметров как функций радиуса. Общность постановки дает возможность рассчитывать кинетику параметров прочности в любом круговом цилиндрическом твэле (например: кольцевой твэл; сплошной или полый сердечник; керамическое, металлическое или дисперсионное топливо) для произвольного, нестационарного режима работы и с учетом всех возможных нагружающих факторов.

Методика реализована в виде программы КОНДОР на ЕС-1061 (ФОРТРАН). Приведен иллюстрационный пример расчета кинетики напряжений в твэле быстрого реактора в процессе нестационарной эксплуатации.

I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Твэлы являются наиболее нагруженными элементами активной зоны ядерного реактора. Их несущая способность зачастую лимитирует ресурс всего реактора. Основными нагружающими факторами, обуславливающими напряженно-деформированное состояние (НДС) твэла являются неоднородные и нестационарные температурные поля, давление распухающего топлива, теплоносителя и газовых продуктов деления. При этом важен учет наличия периодов нестационарной работы реактора, а также изменения физико-механических свойств материалов твэла в условиях облучения большими флюенсами быстрых нейтронов и корозионного действия продуктов деления и теплоносителя.

В быстрых энергетических реакторах используются стержневые цилиндрические твэлы со стальной оболочкой и керамическим (UO_2, $(U-Pu)O_2$) топливом, расчитанные на высокие тепловые нагрузки ($q_v \simeq 50$ вт/мм). В процессе подъема мощности реактора основной вклад в НДС твэла вносит термо-механическое взаимодействие сердечника с оболочкой. Нагружение оболочки обусловлено разницей в температурных расширениях топлива и оболочки; при этом следует учитывать растрескивание и фрагментирование сердечника, приводящее к более раннему локальному исчезновению зазора. Математическая модель, описывающая нагружение оболочки растреснутым топливом, подробно изложена в [1].

При последующей эксплуатации на высоком уровне мощности происходит испарение и массоперенос двуокиси, сопровождающееся формированием в сердечнике трехзонной структуры, залечиванием термотрещин и полным перекрытием исходного зазора на большей части длины твэла. Исчезновению зазора также способствует радиационное распухание сердечника. После полного выбора зазора в рассматриваемых твэлах реализуется модель жесткого контакта оболочки и топлива [2], которая в общем случае должна учитывать вклады в НДС всех составляющих: упруго-вязко-пластическое деформирование и изотропное изменение объема материалов твэла благодаря температурному расширению и радиационному распуханию.

Сечения оболочки твэла, достаточно удаленные от торцов, находятся в условиях плоской деформации из-за малости осевых градиентов температуры и нейтронного потока. Расчетная схема, рис. 1, предполагает представление твэла в виде тонких коаксиальных цилиндрических слоев. В пределах каждого слоя в силу его тонкости считаются равномерными температура, распухание, ползучесть и другие физико-механические свойства материала. Кроме того, в пределах каждого слоя полагаются линейными функциями радиуса скорости изменения радиального напряжений и перемещения:

$$\dot{\sigma}_{zk}(z) = a_k z + b_k \quad ; \qquad (1)$$

$$\dot{u}_{zk}(z) = c_k z + d_k \quad ; \qquad (2)$$

где $k = 1, \ldots, n$, $z_k \leq z \leq z_{k+1}$, a_k, b_k, c_k, d_k – константы.

Такая предварительная дискретизация расчетной схемы позволяет значительно упростить формальные вычисления при получении результирующей системы уравнений, описывающих кинетику НДС в твэле. Механические свойства каждого слоя индивидуальны, т.е. не возникает принципиальных трудностей при рассмотрении совместного деформирования сердечника и оболочки, при учете трехзонной структуры окисного топлива.

II. ВЫВОД ОСНОВНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ КИНЕТИКУ НДС В ТВЭЛЕ.

Запишем уравнения состояния К-го слоя твэла в главных осях цилиндрической системы координат (индекс К опущен):

$$\dot{\varepsilon}_z = C_{zz}\dot{\sigma}_z + C_{z\theta}\dot{\sigma}_\theta + C_{zx}\dot{\sigma}_x + \dot{\varepsilon}_z^{cz} + \dot{\varepsilon}_v/3 \quad , (x, z, \theta) ; \qquad (3)$$

где $C_{zz}, \ldots$ – упруго-пластические коэффициенты в рамках теории пластического течения [2] с линейным упрочнением:

$$C_{zz} = 1/E + (2\sigma_z - \sigma_\theta - \sigma_x)/(6\sigma_i/F_\sigma) \quad , (z, x, \theta) , \qquad (4)$$

$$C_{z\theta} = -\mu/E + (2\sigma_z - \sigma_\theta - \sigma_x)(2\sigma_\theta - \sigma_x - \sigma_z)/(6\sigma_i/F_\sigma) \; ;$$

σ_i – интенсивность напряжений :

$$\sigma_i = \left[(\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_x)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 \right]^{1/2} / \sqrt{2} \quad ; \qquad (5)$$

$$F_\sigma = \begin{cases} 0 \text{ , если пластическое течение отсутствует} \\ 1.5/\sigma_i E_p \text{ , при пластическом течении} \end{cases} .$$

μ, E, E_p – коэффициент Пуассона, модули упругости и упрочнения.

Компоненты деформации ползучести в рамках теории течения имеют вид, [2] :

$$\dot{\varepsilon}_z^{cz} = \frac{2\sigma_z - \sigma_\theta - \sigma_x}{2\sigma_i} \dot{\xi}_i^{cz} \quad ; \qquad (6)$$

где $\dot{\xi}_i^{cz}$ – интенсивность скорости ползучести, определяется экспериментально и записывается в виде

$$\xi_i^{cz} = B(T)\sigma_i^{\nu} \quad . \qquad (7)$$

$\dot{\varepsilon}_V = 3\alpha\dot{T} + \dot{S}$ – изотропная деформация; здесь $\dot{S}$ – скорость радиационного распухания материала слоя, определяется экспериментально или на основе полуэмпирических моделей (модель сферических газовых пор [2]).

Геометрические деформационные соотношения в нашем случае (осесимметричное нагружение, цилиндрические координальность и плоская деформация имеют вид (для К-го слоя, индекс К опущен)

$$\frac{d\dot{U}_z}{dz} = \dot{\mathcal{E}}_z \ ; \quad \frac{\dot{U}_z}{z} = \dot{\mathcal{E}}_\theta \ ; \quad \frac{\partial \dot{\mathcal{E}}_x}{\partial z} = 0 \ . \qquad (8)$$

Запишем уравнения равновесия элемента объема К-го слоя и твэла в целом (см. рис. I):

$$z\,\frac{d\dot{\sigma}_{zk}}{dz} + \dot{\sigma}_{zk} - \dot{\sigma}_{\theta k} = 0 \ ; \ k = 1,\dots,n \ ; \qquad (9)$$

$$\sum_{k=1}^{n} \int_{z_k}^{z_{k+1}} \dot{\sigma}_{xk}(z)\,z\,dz + g_o = 0 \ ; \qquad (10)$$

$$g_o = \dot{p}_H z_{n+1}^2/2 - \dot{p}_B z_1^2/2 \ .$$

Необходимо также записать условия неразрывности слоев в твэле:

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{z1}(z_1) = -\dot{p}_B \\ \cdots\cdots\cdots \\ \dot{\sigma}_{zk}(z_{k+1}) = \dot{\sigma}_{z\,k+1}(z_{k+1}) \\ \cdots\cdots\cdots \\ \dot{\sigma}_{zn}(z_{n+1}) = -\dot{p}_H \end{cases} \quad (11) \qquad\qquad \begin{cases} U_{z1}(z_2) = U_{z2}(z_2) \\ \cdots\cdots\cdots \\ U_{zk}(z_{k+1}) = U_{z\,k+1}(z_{k+1}) \\ \cdots\cdots\cdots \\ U_{z\,n-1}(z_n) = U_{zn}(z_n) \end{cases} \quad (12)$$

Уравнения (I) – (I2) представляют собой замкнутую систему относительно скоростей изменения параметров НДС. Преобразуем уравнения к явному виду. Подставляя (I) в (9):

$$\dot{\sigma}_{\theta k} = 2a_k z + b_k \quad ; \qquad (13)$$

Из (2) и (8) находим:

$$\dot{\mathcal{E}}_{zk} = c_k \quad ; \qquad (14)$$

$$\dot{\mathcal{E}}_{\theta k} = c_k + d_k/z \ . \qquad (15)$$

Записывая уравнения (3) для X – компоненты и подставляя в него (8), имеем:

$$\dot{\sigma}_{xk} = \left[\dot{\mathcal{E}}_x - c_{xzk}\dot{\sigma}_{zk} - c_{x\theta k}\dot{\sigma}_{\theta k} - \psi_{xk}\right]/c_{xxk} \ ; \qquad (16)$$

$$\psi_{xk} = \dot{\mathcal{E}}_x^{cz} + \dot{\mathcal{E}}_V/3 \ . \qquad (17)$$

Подставим (I6) в уравнение (I0). После интегрирования и преобразований находим:

$$\dot{\mathcal{E}}_x = \frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{z_{k+1}^2 - z_k^2}{2c_{xxk}}}\left[\sum_{k=1}^{n}\left(M_{1k}a_k + M_{2k}b_k + M_{3k}\right) - g_o\right] \ ; \qquad (18)$$

где
$$M_{1k} = \frac{C_{xzk} + 2C_{x\theta k}}{C_{xxk}} \cdot \frac{z_{k+1}^3 - z_k^3}{3} \quad ;$$
$$M_{2k} = \frac{C_{xzk} + C_{x\theta k}}{C_{xxk}} \cdot \frac{z_{k+1}^2 - z_k^2}{2} \quad ; \tag{19}$$
$$M_{3k} = \psi_{xk}(z_{k+1}^2 - z_k^2)/2C_{xxk} \quad .$$

Уравнения (3) для "z" и "θ" компонентов с учетом (15), (14) и (18) после преобразований принимают вид:

$$\begin{aligned} C_k = \alpha_{zk}\Big[\sum_{j=1}^{n}(M_{1j}a_j + M_{2j}b_j + M_{3j})\Big] + \beta_{zk}z_{k+1}a_k + \\ + \gamma_{zk}b_k + \psi_{zk} - \psi_{xk}C_{zxk}/C_{xxk} - g_0\alpha_{zk}\ ;\ k=1,\ ,n\ , \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} C_k + \frac{d_k}{z_{k+1}} = \alpha_{\theta k}\Big[\sum_{j=1}^{n}(M_{1j}a_j + M_{2j}b_j + M_{3j})\Big] + \beta_{\theta k}z_{k+1}a_k + \\ + \gamma_{\theta k}b_k + \psi_{\theta k} - \psi_{xk}C_{\theta xk}/C_{xxk} - g_0\alpha_{\theta k}\ ; \end{aligned} \tag{21}$$

где
$$\alpha_{zk} = \frac{C_{zxk}/C_{xxk}}{\sum_{j=1}^{n}(z_{j+1}^3 - z_j^3)/3C_{xxj}} \quad ; \tag{22}$$

$$\begin{aligned} \beta_{zk} &= C_{zzk} + 2C_{z\theta k} - C_{zxk}(C_{zxk} + 2C_{\theta xk})/C_{xxk} \quad ; \\ \beta_{\theta k} &= C_{\theta zk} + 2C_{\theta\theta k} - C_{\theta xk}(C_{zxk} + 2C_{\theta xk})/C_{xxk} \quad ; \\ \gamma_{zk} &= C_{zzk} + C_{z\theta k} - C_{zxk}(C_{zxk} + C_{\theta xk})/C_{xxk} \quad ; \\ \gamma_{\theta k} &= C_{\theta zk} + C_{\theta\theta k} - C_{\theta xk}(C_{zxk} + C_{\theta xk})/C_{xxk} \quad . \end{aligned} \tag{23}$$

Уравнения (1), (2), (13), (16), (14), (15), (18) полностью определяют при заданных начальных условиях кинетику параметров НДС в твэле. Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши нелинейна, - интегрирование ее в общем случае может быть осуществлено только численно.

Для определения неизвестных констант a_k, b_k, c_k, d_k в каждый момент времени имеем $4n$ линейных алгебраических уравнений (11), (12), (20), (21):

$$\mathbf{A}\vec{x} = \vec{p} \quad ; \tag{24}$$

где
$$\vec{x}^{\,T} = [a_1,\ldots,a_n, b_1,\ldots,b_n, c_1,\ldots,c_n, d_1,\ldots,d_n] \quad ; \tag{25}$$
$$\vec{p}^{\,T} = [-\dot{p}_B, 0,\ldots 0, \dot{p}_H, 0,\ldots,0, P_{z1},\ldots,P_{zn}, P_{\theta 1},\ldots,P_{\theta n}] \ ; \tag{26}$$
$$P_{zk} = -\Big(\sum_{j=1}^{n}M_{3j}\Big)\alpha_{zk} - m_{zk}\ ;\ k=1,\ldots,n\ ,\ (z,\theta)\ ; \tag{27}$$
$$m_{zk} = \psi_{zk} - \psi_{xk}C_{zxk}/C_{xxk} - g_0\alpha_{zk} \quad .$$

A - матрица размером $4n \times 4n$, состоящая из 16 блоков $\mathbf{H}^{jk}$ размером $n \times n$:

$$A = \begin{bmatrix} H^{11}H^{12}\ldots H^{14} \\ \vdots \\ H^{41}H^{42}\ldots H^{44} \end{bmatrix}, \text{ где} \tag{28}$$

$$H^{13} = H^{14} = H^{34} = \mathbf{0}\ ;\ H^{33} = H^{43} = -E \equiv diag(-1)\ ;$$

$$H^{44} = \begin{bmatrix} -1/z_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1/z_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1/z_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1/z_{n+1} \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} z_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -z_2 & z_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -z_3 & z_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -z_4 & z_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -z_n & z_n \end{bmatrix} = H^{11} ;$$

$$H^{24} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots -1 & 1 \end{bmatrix} ; H^{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots -1 & 1 \end{bmatrix} ;$$

$$H^{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -z_2 & z_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -z_3 & z_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & & -z_n & z_n \end{bmatrix} ; H^{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -z_{n+1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} ; H^{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} ;$$

$$H^{31}_{jk} = M1_{jk} + \delta_{jk}\beta_{z_j} z_{j+1}\ ;\ M1_{jk} = M_{1j}\alpha_{zk}\ ;$$
$$H^{32}_{jk} = M2_{jk} + \delta_{jk}\gamma_{zj}\ ;\ M2_{jk} = M_{2j}\alpha_{\theta k}\ ;$$
$$H^{41}_{jk} = N1_{jk} + \delta_{jk}\beta_{\theta_j} z_{j+1}\ ;\ N1_{jk} = M_{1j}\alpha_{\theta k}\ ;$$
$$H^{42}_{jk} = N2_{jk} + \delta_{jk}\gamma_{\theta j}\ ;\ N2_{jk} = M_{2j}\alpha_{zk}\ ;$$

$$j,k = 1,\dots,n\ ;\quad \delta_{jk} = \begin{cases} 0, & j \neq k \\ 1, & j = k \end{cases}$$

Решение системы $4n$ линейных уравнений (24) для каждого момента времени может быть осуществлено с помощью стандартных процедур (например по методу Эйлера).

III. ВОЗМОЖНОСТИ УМЕНЬШЕНИЯ ПОТРЕБНЫХ РЕСУРСОВ ЭВМ; РАСПРОСТРАНЕНИЕ НА СЛУЧАЙ ТВЭЛА СО СПЛОШНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ.

Из (28) видно, что матрица А является сильно разреженной. Это приводит к неэффективному использованию ресурсов ЭВМ в процессе вычислений. Однако, рекурентные формулы (II), (I2) (с учетом (I), (2)):

$$a_1 z_1 + b_1 = -\dot{p}_b\ ; \tag{29}$$

$$a_k z_{k+1} + b_k = a_{k+1} z_{k+1} + b_{k+1}\ ; \tag{30}$$

$$a_n z_{n+1} + b_n = -\dot{p}_н \quad ; \tag{31}$$

$$c_k z_{k+1} + d_k = c_{k+1} z_{k+1} + d_{k+1} \tag{32}$$

позволяют найти выражения констант b_k, c_k, d_k через a_k. Из (29) и (30):

$$b_k = \sum_{j=1}^{k} a_j \Delta_j - a_k z_{k+1} - \dot{p}_в \; ; \; k = 1, \dots, n \; ; \quad \Delta_j = z_{j+1} - z_j \, . \tag{33}$$

Подставляя (33) для $k=n$ в (31), -

$$\sum_{j=1}^{n} a_j \Delta_j = \dot{p}_в - \dot{p}_н \, . \tag{34}$$

Из (32) находим

$$d_k = d_1 + \sum_{j=1}^{k-1} c_j \Delta_j - c_k z_k + c_1 z_1 \quad ; \; k = 1, \dots, n \tag{35}$$

Полученные выражения (33), (35), подставленные в (20) и (21) позволяют после преобразований получить n-уравнений относительно a_k и d_1:

$$d_1 + \lambda a_1 + \pi_k a_k + \rho_k \sum_{j=1}^{n} s_j a_j + \sum_{j=1}^{k} \omega_{kj} a_j = \tau_k \quad ; \tag{36}$$

где
$$\lambda = (\beta_{z1} z_1 - \gamma_{z1} z_1) z_1 \; ; \quad \pi_k = z_{k+1}^2 (\gamma_{\theta k} - \beta_{\theta k}) \; ;$$

$$\rho_k = z_1 \alpha_{z1} - z_{k+1} \alpha_{\theta k} + \sum_{j=1}^{k} \Delta_j \alpha_{z_j} \; ;$$

$$s_k = M_{1k} - M_{2k} z_{k+1} + \Delta_k \sum_{j=1}^{n} M_{2j} \; ; \quad k = 1, \dots, n \; ;$$

$$\omega_{kj} = \Delta_j \Big[z_{j+1} (\beta_{z_j} - \gamma_{z_j}) + \sum_{i=j}^{k} \gamma_{zi} \Delta_i - z_{k+1} \gamma_{\theta k} \Big] \; ; \; j = 1, \dots, k \, . \tag{37}$$

$$\tau_k = \alpha_{\theta k} z_{k+1} \sum_{j=1}^{n} (M_{3j} - M_{2j} \dot{p}_в) - z_{k+1} \gamma_{\theta k} \dot{p}_в + z_{k+1} m_{\theta k} -$$

$$- z_1 \alpha_{z1} \sum_{j=1}^{n} (M_{3j} - M_{2j} \dot{p}_в) + \gamma_{z1} z_1 \dot{p}_в - m_{z1} z_1 -$$

$$- \sum_{j=1}^{k} \Delta_j \Big[\alpha_{z_j} \sum_{i=1}^{n} (M_{3i} - M_{2i} \dot{p}_в) - \gamma_{z_j} \dot{p}_в + m_{z_j} \Big] \, .$$

Уравнения (34), (36) представляют собой замкнутую систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных

$$\mathbf{A}_0 \vec{y} = \vec{P}_0 \quad ; \tag{38}$$

где
$$\vec{y}^{\,T} = [\, a_1, a_{\,}, \dots, a_n, d_1 \,] \quad ;$$

$$\vec{P}_0^{\,T} = [\, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, \dot{p}_в - \dot{p}_н \,] \quad ;$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} \rho_1 \delta_1 + \lambda + \pi_1 + \omega_{11} & \rho_1\delta_2 & \rho_1\delta_3 & \rho_1\delta_4 & \dots & \rho_1\delta_n & 1 \\ \rho_2\delta_1 + \lambda + \omega_{12} & \rho_2\delta_2 + \pi_2 + \omega_{22} & \rho_2\delta_3 & \rho_2\delta_4 & \dots & \rho_2\delta_n & 1 \\ \rho_3\delta_1 + \lambda + \omega_{13} & \rho_3\delta_2 + \omega_{23} & \rho_3\delta_3 + \pi_3 + \omega_{33} & \rho_3\delta_4 & \dots & \rho_3\delta_n & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_n\delta_1 + \lambda + \omega_{1n} & \rho_n\delta_2 + \omega_{2n} & \rho_n\delta_3 + \omega_{3n} & \rho_n\delta_4 + \omega_{4n} & \dots & \rho_n\delta_n + \pi_n + \omega_{nn} & 1 \\ \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 & \Delta_4 & & \Delta_n & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

После определения $a_k, k=1,\dots,n$ и d_1 константы b_k, c_k и d_k находятся из формул (33), (20) и (35).

Важной особенностью системы (38) является то, что большая часть A_0 зависит только от геометрических и упруго-пластических параметров задачи, а все нагружающие факторы (распухание, давление ГПД и теплоносителя, температурный градиент) входят в вектор $\vec{P}_0$. Следовательно в распространенном случае в условиях упруго-вязкого деформирования часть матрицы A_0 не изменяется во времени. Это позволяет значительно сократить время численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Рассмотренную расчетную модель легко распространить на твэл со сплошным сердечником. В этом случае вместо I-го уравнения (II) в (I2) добавляется граничное условие

$$\dot{U}_{z1}(z_1) = 0 \;;\; z_1 \equiv 0 \;;\; \dot{P}_B \equiv 0 \;, \qquad (40)$$

вследствие которого $d_1 = 0$.

Векторы $\vec{y}, \vec{P}_0$ системы (38) в этом случае имеют вид

$$\vec{y}^{\,T} = [a_1, a_2, \dots, b_1] \;;\; \vec{P}_0 = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, -\dot{P}_H] \,,$$

а матрица A_0 отличается от (39) только n +I-м столбцом: вместо $[1,1,\dots,1,0]^T$ имеем $[0,0,0,\dots,0,1]$.

По известным $a_k, k=1,\dots,n$ и b_1 определяются b_k, d_k по формулам, аналогичным (33), (35):

$$b_k = \sum_{j=1}^{k} a_j \Delta_j - a_k z_{k+1} + b_1 \;;\; k=2,\dots,n \;; \qquad (41)$$

$$d_k = \sum_{j=1}^{k} c_j \Delta_j - c_k z_{k+1} \;; \qquad (42)$$

а $c_k, k=1,\dots,n$ — из (20).

IУ. ПРИМЕР РАСЧЕТА НДС ТВЭЛА БЫСТРОГО РЕАКТОРА В УСЛОВИЯХ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ.

Описанный в разделах I - III алгоритм реализован в виде программы КОНДОР на ЕС-I06I. Программа написана на язык ФОРТРАН. Возможности программы проиллюстрируем на примере расчета НДС твэла быстрого реактора. Рассматривается радиальное сечение твэла с параметрами, характерными для центра активной зоны; максимальное удельное энерговыделение в твэле $q_l = 2$ вт/мм^3; оболочка - из стали ЭИ 847, топливо - таблетки UO_2. Тестовый режим работы реактора показан на рис. 2. Длительное и кратковременные механические характеристики материалов твэла в реакторных условиях приведены в [2].

Результаты расчета даны на рис. 3: приведена кинетика окружных напряжений в наружном и внутреннем слоях оболочки в процессе работы твэла по рассматриваемому режиму, рис. 2. Видно, что в процессе первого подъема мощности напряжения в оболочке быстро растут, достигая значительной величины ($\simeq$ I80 МПа) за счет нагружения оболочки расширяющимся при подъеме температуры топливным сердечником. Расхождение значений σ_θ на внутренней и наружной поверхностях относительно невелико, рис. 3б.

При последующей длительной выдержке на 75 % мощности термонапряжения в оболочке быстро релаксируют, и через 15÷20 часов стационарной работы уровень и распределение σ_θ по толщине оболочки обусловлены главным образом неоднородным тепловым потоком (перепад температуры по толщине оболочки), рис. 3б. Вклад давлений ГПД и теплоносителя незначителен. Амплитуда термонапряжений по толщине оболочки исходно составляет $\simeq$ 40 МПа, причем на внутренней поверхности напряжения отрицательные ($\sigma_{\theta_{вн}} = -20$ МПа).

В процессе выдержки эти напряжения также релаксируют, и в этот период основным фактором, обуславливающим НДС оболочки, является неоднородное по толщине распухание ее материала (зависимость распухания стали от температуры, см. в [2]). Благодаря этому процессу распределение напряжений по толщине оболочки "переворачивается", рис. 3а; внутренние слои оказываются растянутыми. Такое длительное нагружение внутренней поверхности оболочки растягивающими напряжениями (рис. 3а) способствует образованию и развитию здесь трещиноподобных дефектов и, как следствие, прямо сказывается на ресурсе оболочки.

Рост "распухательных" напряжений, рис. 3а, постепенно прекращается, уравновешиваясь радиационной ползучестью материала оболочки. Однако амплитуда (по толщине) установившихся напряжений достигает значительной величины ($\simeq$ 60 МПа). Этим объясняется более высокий уровень растягивающих напряжений на внутренней поверхности оболочки (по сравнению с наружной поверхностью) при вторичном подъеме мощности: $\sigma_{\theta_{вн.}}$=90 МПа, $\sigma_{\theta_{нар.}}$=40 МПа, см. рис. 3а, что интенсифицирует рост трещин на внутренней поверхности.

Кинетика напряжений на последующей выдержке принципиально не отличается от вышеописанной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Опыт эксплуатации программы КОНДОР показал, что с ее помощью удается получить адекватную математическую интерпретацию напряжений и деформаций в твэле, возникающих при самых разных нагружающих факторах. Таким образом, разработанная модель и программа КОНДОР (ЕС-1061,ФОРТРАН) позволяют численно расчитывать кинетику НДС в любом круговом цилиндрическом твэле (например: кольцевой твэл, сплошной или полый сердечник, различные виды топлива) для произвольного, нестационарного режима работы реактора и с учетом всех возможных нагружающих факторов в твэле.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Лихачев Ю.И., Попов В.В., Николаев В.А. и др. Оценка удлинения оболочки твэла РБМК при циклических изменениях мощности.- Атомная энергия, 1981, т.51, вып.6, с.362.
2. Лихачев Ю.И., Пупко В.Я., Попов В.В. Методы расчета на прочность тепловыделяющих элементов ядерных реакторов. М.: Энергоатомиздат, 1982.

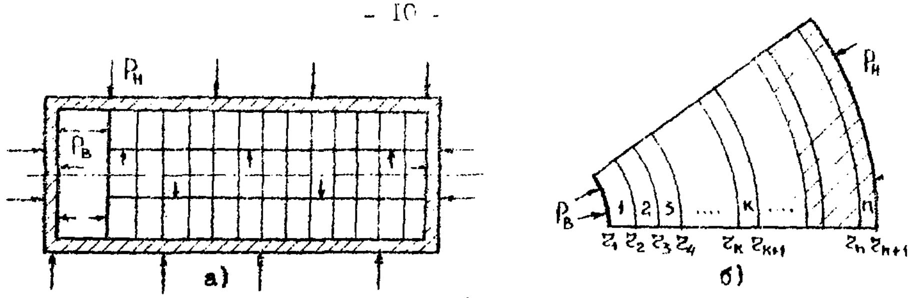


Рис.I. Расчётная схема твэла; а) осевое сечение; б) часть радиального сечения с разбивкой на слои.

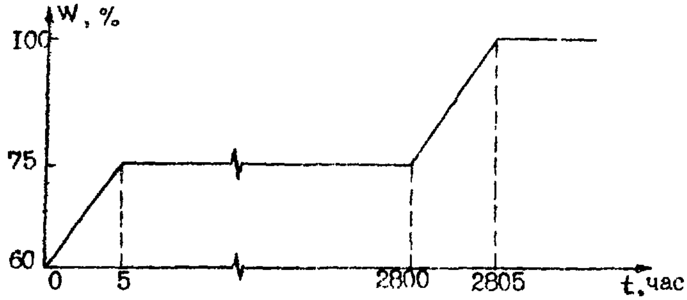


Рис.2.Рассчитываемый режим работы реактора.

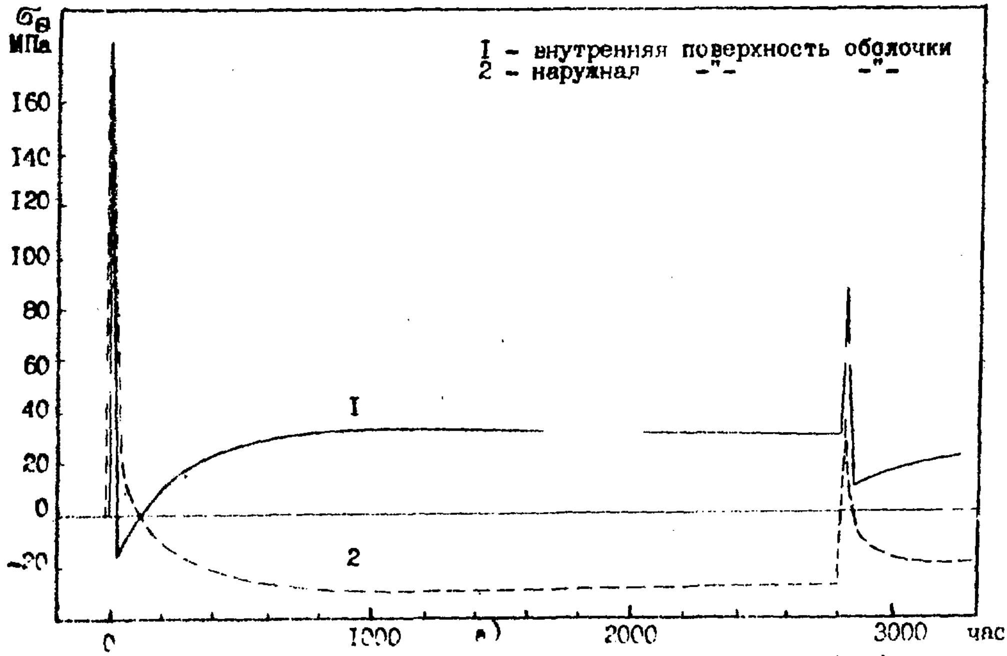
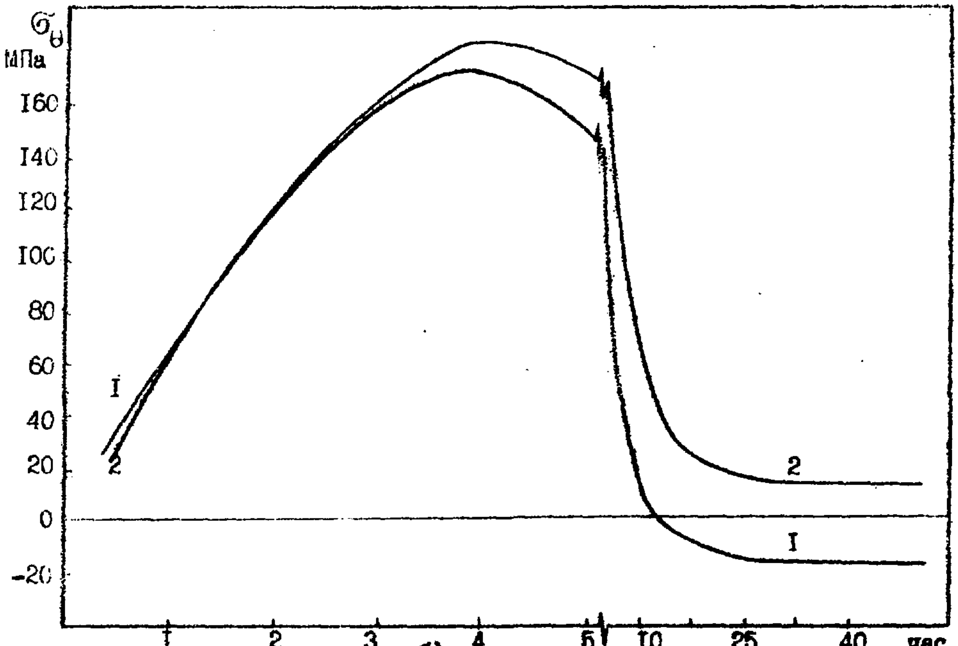
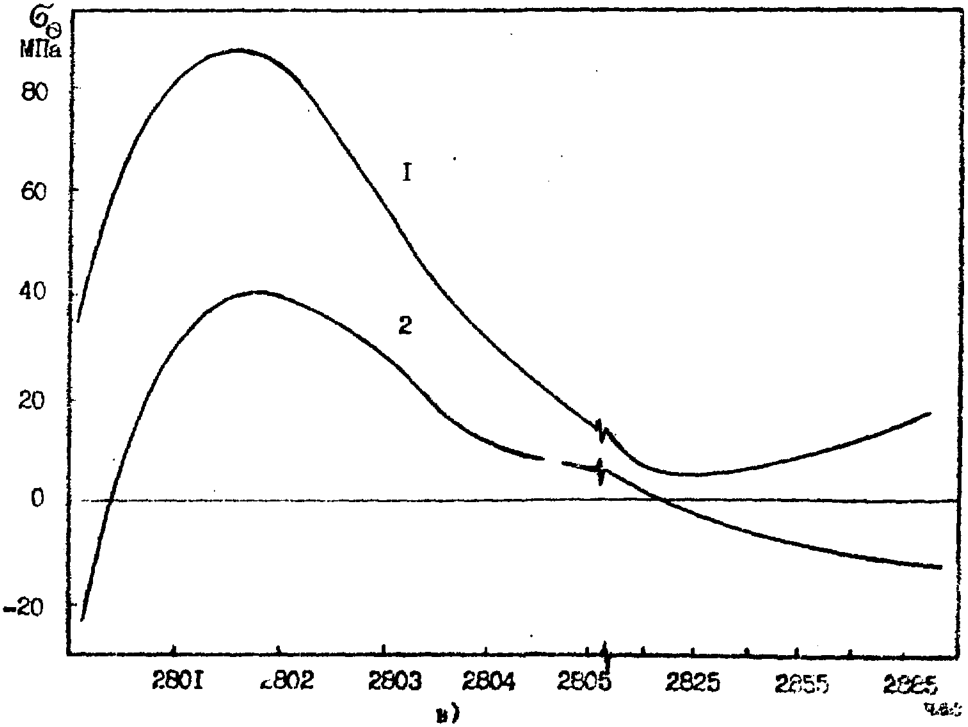


Рис.3. Кинетика окружных напряжений в оболочке твэла; а) общая картина; б,в) -в процессе первого и второго подъемов мощности.


σ_θ
МПа
160
140
120
100
80
60
40
20
0
-20
I
2
2
I
1
2
3
4
5
10
25
40
час

б)


σ_θ
МПа
80
60
40
20
0
-20
I
2
2801
2802
2803
2804
2805
2825
2855
2865
час

в)

Технический редактор Н.П.Герасимова

Подп. к печ. 0[illegible].05.1987 г. Т-13412 Бумага писчая № 1
Формат 60х90 1/16 Усл. п. л. 0,75 Уч.-изд. л. 0,5 Тираж 85 экз.
Цена 8 коп. Индекс [illegible]624 ФЭИ-1853

Отпечатано на ротапринте. Заказ 860
249020, г.Обнинск, Калужской обл., ФЭИ

8 коп. Индекс 3624

Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в стержневых цилиндрических твэлах. Программа КОНДОР.
ФЭИ-1853, 1987, 1—12.