

117107467



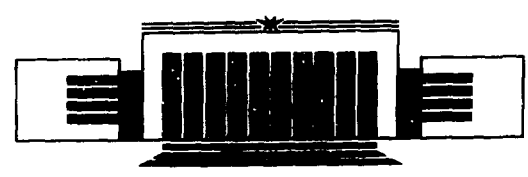
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

С.А. Беломестных, Г.Я. Куркин, В.М. Петров

**КВАДРУПОЛЬНЫЕ СИНХРОТРОННЫЕ  
КОЛЕБАНИЯ И НЕЛИНЕЙНОСТЬ  
СИНХРОТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ  
ЧАСТИЦ В УСКОРИТЕЛЕ**

ИЯФ --

ПРЕПРИНТ 88-162



НОВОСИБИРСК

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

С.А. Беломестных, Г.Я. Куркин, В.М. Петров

КВАДРУПОЛЬНЫЕ СИНХРОТРОННЫЕ  
КОЛЕБАНИЯ И НЕЛИНЕЙНОСТЬ  
СИНХРОТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ  
ЧАСТИЦ В УСКОРИТЕЛЕ

ПРЕПРИНТ 88-162

НОВОСИБИРСК  
1988

Квадрупольные синхротронные колебания  
и нелинейность синхротронных колебаний  
частиц в ускорителе  
*С.А. Беломестных, Г.Я. Куркин, В.М. Петров*

Институт ядерной физики  
630090, Новосибирск 90, СССР

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрен механизм возникновения квадрупольных фазовых колебаний при взаимодействии частиц с ВЧ резонаторами. Показано, что нелинейность фазовых колебаний из-за квадратичной составляющей жесткости может существенно влиять на затухание квадрупольных колебаний. Если резонаторы настроены так, чтобы обеспечивать декремент для дипольных колебаний, то для квадрупольных может вноситься инкремент, пропорциональный квадрату амплитуды колебаний. Это приводит к образованию для квадрупольных колебаний сепаратрисы, размер которой может быть существенно меньше размера сепаратрисы для дипольных колебаний. Последнее может служить ограничением на предельные токи в ускорителе. Намечены пути преодоления этого эффекта.

---

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из существенных факторов, ограничивающих интенсивность пучка в накопителе заряженных частиц, является когерентное электромагнитное взаимодействие частиц с ВЧ-резонаторами. Напряжение, наведенное сгустком на ускоряющей системе, может привести к фазовой неустойчивости сгустка заряженных частиц, причем возможно возбуждение мультипольных колебаний различного порядка. В работах [1, 2] были получены условия устойчивости фазового движения сгустка для дипольной моды колебаний. В работе [3] была получена формула для вносимого ускоряющей системой инкремента в случае мультипольных колебаний более высокого порядка с помощью метода макрочастиц. Однако, при выводе формулы не учитывалась нелинейность ВЧ-напряжения на ускоряющем резонаторе.

В данной работе показано, что нелинейность ВЧ-напряжения может существенно влиять на затухание квадрупольных колебаний, вследствие чего область устойчивости квадрупольных колебаний может стать меньше области устойчивости для дипольной моды. Рассмотрение проводится с помощью метода макрочастиц. В работе приведены численные примеры для конкретных установок и намечены пути преодоления рассматриваемого эффекта.

## ВЫВОД УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

Уравнение фазовых колебаний для малых амплитуд с учетом квадратичной нелинейности будет

$$\ddot{\varphi} + \frac{2}{\tau} \dot{\varphi} + \Omega_0^2(\varphi + k\varphi^2) = 0,$$

где  $\tau$  — постоянная времени затухания фазовых колебаний,  $\Omega_0$  — частота фазовых колебаний,  $k\varphi \ll 1$ ,  $k$  — коэффициент нелинейности. С учетом наведенного сгустком напряжения он равен

$$k = \frac{-\frac{1}{2}U_0q_0^2 + \frac{1}{2}\sum_q a_q I_0 R_q q^2}{V_0 q_0 - \sum_q a_q I_0 q X_q}, \quad (2)$$

где  $a_q$  — коэффициент разложения тока сгустка в ряд Фурье для  $q$ -й гармоники,  $I_0$  — ток сгустка,  $R_q$  и  $X_q$  — активное и реактивное сопротивление ускоряющих резонаторов на гармонике  $q$  для пучка,  $q_0$  — кратность частоты ВЧ-напряжения,  $\omega_0$  — частота обращения,  $V_0$  и  $U_0$  — составляющие ВЧ-напряжения:

$$u_{ВЧ}(t) = U_0 \cos(q_0 \omega_0 t) - V_0 \sin(q_0 \omega_0 t).$$

С помощью метода Линстедта [4], если пренебречь затуханием, получаем приближенное решение этого уравнения с точностью до величин второго порядка малости:

$$\varphi = A \cos(\Omega t) + B \cos(2\Omega t), \quad (3)$$

где

$$\Omega = \Omega_0 \quad \text{и} \quad B = kA^2/6. \quad (4)$$

Пусть сгусток представляет собой две одинаковые макрочастицы, совершающие противофазные (квадрупольные) колебания малой амплитуды. В этом случае ток, наводимый сгустком, с учетом (3) равен

$$i(t) = -\sum_q a_q I_0 \cos(q\omega_0 t) + \\ + \sum_q \frac{1}{8} q^2 a_q I_0 A^2 \cos(q\omega_0 t + 2\Omega t) + \sum_q \frac{1}{8} q^2 a_q I_0 A^2 \cos(q\omega_0 t - 2\Omega t) +$$

$$+ \sum_q \frac{1}{2} q^2 a_q I_0 B \sin(q\omega_0 t + 2\Omega t) + \sum_q \frac{1}{2} q^2 a_q I_0 B \sin(q\omega_0 t - 2\Omega t). \quad (5)$$

Наведенное пучком напряжение для рассматриваемого случая запишется:

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_q U_q \cos \theta_{qu} - \sum_q V_q \sin \theta_{qu} = \\ &= \sum_q a_q I_0 X_q \sin(q\omega_0 t) - \sum_q a_q I_0 R_q \cos(q\omega_0 t) + \\ &+ \sum_q \left( \frac{1}{8} q^2 a_q I_0 A^2 R_{q+} + \frac{1}{2} q a_q I_0 B X_{q+} \right) \cos(q\omega_0 t + 2\Omega t) + \\ &+ \sum_q \left( \frac{1}{8} q^2 a_q I_0 A^2 R_{q-} + \frac{1}{2} q a_q I_0 B X_{q-} \right) \cos(q\omega_0 t - 2\Omega t) + \\ &+ \sum_q \left( -\frac{1}{8} q^2 a_q I_0 A^2 X_{q+} + \frac{1}{2} q a_q I_0 B R_{q+} \right) \sin(q\omega_0 t + 2\Omega t) + \\ &+ \sum_q \left( -\frac{1}{8} q^2 a_q I_0 A^2 X_{q-} + \frac{1}{2} q a_q I_0 B R_{q-} \right) \sin(q\omega_0 t - 2\Omega t), \quad (6) \end{aligned}$$

где  $R_{q\pm}$  и  $X_{q\pm}$  — активное и реактивное сопротивление резонаторов на верхней боковой частоте  $q\omega_0 + 2\Omega$  и нижней боковой частоте  $q\omega_0 - 2\Omega$ .

Тогда частота фазовых колебаний будет промодулирована по закону

$$\begin{aligned} \Omega(t) &= \Omega_0 [1 + C \cos(2\Omega t) + D \sin(2\Omega t)] = \\ &= \frac{\Omega_0}{V_0 q_0 - \sum_q a_q I_0 X_{q0}} \left[ V_0 q_0 - \sum_q a_q I_0 X_{q0} - \right. \\ &- \sum_q \left( -\frac{1}{8} q^2 a_q I_0 A^2 (X_{q+} + X_{q-}) + \frac{1}{2} q a_q I_0 B (R_{q+} + R_{q-}) \right) \cos(2\Omega t) + \\ &\left. + \sum_q \left( -\frac{1}{8} q^2 a_q I_0 A^2 (R_{q+} - R_{q-}) + \frac{1}{2} q a_q I_0 B (X_{q+} - X_{q-}) \right) \sin(2\Omega t) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

Косинусная составляющая в выражении (7) даст вклад в когерентный сдвиг частоты, а синусная определит вносимый инкремент [5]:

$$\delta = \frac{D\Omega}{4} = \frac{\Omega_0}{V_0 q_0 - \sum_q a_q I_0 X_{q+} q} \times \times \sum_q a_q I_0 q^2 A^2 \left[ \frac{1}{32} q (R_{q+} - R_{q-}) + \frac{1}{48} k (X_{q+} - X_{q-}) \right]. \quad (8)$$

Размер области устойчивости для квадрупольных колебаний определяем из следующего соотношения:

$$\delta - 1/\tau = 0. \quad (9)$$

Для того, чтобы обеспечить декремент для дипольных синхротронных колебаний, резонатор настраивается ниже гармоники частоты обращения [1, 2]. Из (8) мы видим, что для такой настройки резонатора первый член в квадратных скобках вносит в квадрупольные синхротронные колебания декремент, второй же может вносить как декремент, так и инкремент. Если коэффициент нелинейности  $k < 0$ , то второй член вносит инкремент, когда собственная частота резонатора  $\omega_p$  лежит в диапазоне от  $q\omega_0 - 2\Omega$  до  $q\omega_0$ . Следует отметить, что при наличии когерентных потерь на гармониках более высоких, чем гармоника ВЧ-напряжения, знак у коэффициента  $k$  (2) может стать положительным.

В случае достаточно большой нелинейности силы жесткости существуют режимы, когда в квадрупольные колебания вносятся инкремент, и сепаратриса для квадрупольных колебаний может стать существенно меньше сепаратрисы для дипольных колебаний. Поскольку вносимый инкремент зависит от квадрата амплитуды колебаний, то при достаточно сильном начальном толчке возможно жесткое самовозбуждение квадрупольных колебаний [5]. Это может стать ограничением на предельный ток в ускорителе.

### ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ

Сделаем численные оценки для накопительных колец ВЭПП-2М, ВЭПП-4, «Сибирь-2». Будем учитывать только ускоряющее напряжение и взаимодействие пучка с рабочей модой ускоряющих резонаторов. Основные параметры этих накопителей на энергии инжекции приведены в таблице. На рисунках 1, 2 и 3 приведены графики зависимости параметра

$$M = \left[ \frac{1}{16} q_0 (R_{q+} - R_{q-}) + \frac{1}{24} k (X_{q+} - X_{q-}) \right], \quad (10)$$

определяющего знак вносимого инкремента (8), от обобщенной расстройки резонаторов

$$\xi = Q \left( \frac{q_0 \omega_0}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{q_0 \omega_0} \right).$$

Из этих рисунков видно, что при положительных обобщенных расстройках резонатора, когда собственная частота  $\omega_p$  лежит в диапазоне от  $q_0 \omega_0 - 2\Omega$  до  $q\Omega$ , есть область, в которой возможна квадрупольная неустойчивость (там, где  $M > 0$ , а, следовательно, и  $\delta > 0$ ). Для частот, лежащих в этом диапазоне, построены графики зависимости границы области устойчивости квадрупольных колебаний от расстройки резонаторов (рис. 4, 5, 6) на энергии инжекции при постоянном ускоряющем напряжении (см. таблицу). Из этих рисунков видно, что при малых расстройках резонаторов в накопителях ВЭПП-2М, ВЭПП-4 и «Сибирь-2» могут возбуждаться квадрупольные колебания. Формулы, полученные выше, выведены в предположении малых амплитуд синхротронных колебаний. Поэтому графики на рис. 4, 5, 6 при больших амплитудах дают приближенные оценки границы области устойчивости.

Т а б л и ц а

Основные параметры накопителей на энергии инжекции

Параметр		ВЭПП-2М	ВЭПП-4	«Сибирь-2»
$E$ — энергия инжекции	ГэВ	0,67	1,8	0,45
$\Delta E$ — потери энергии на оборот	кэВ	14,5	20	0,715
$\alpha$ — коэффициент уплотнения орбит		0.17	0.017	0.0076
$I_0$ — ток пучка	А	0,1	0,1	0,3
$f$ — частота обращения	МГц	16,76	0,818	2,42
$q_0$ — кратность ВЧ		12	221	75
$V_0$ — напряжение ВЧ	кВ	50	200	50
$R_{ш}$ — шунтовое сопротивление резонатора	МОм	2,4	7	7
$Q$ — добротность резонатора		16000	40000	40000
$N$ — количество резонаторов		1	6	2
$F_c$ — частота синхротронных колебаний	кГц	82.5	6.7	7.7



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из приведенного выше анализа следует, что при малых расстройках резонаторов, когда собственная частота резонатора лежит между  $q\omega_0 - 2\Omega$  и  $q\omega_0$ , для квадрупольных колебаний (при большом отрицательном коэффициенте нелинейности фазовых колебаний) вносится инкремент и возможно жесткое самовозбуждение квадрупольных колебаний. Возможны следующие пути преодоления этого эффекта:

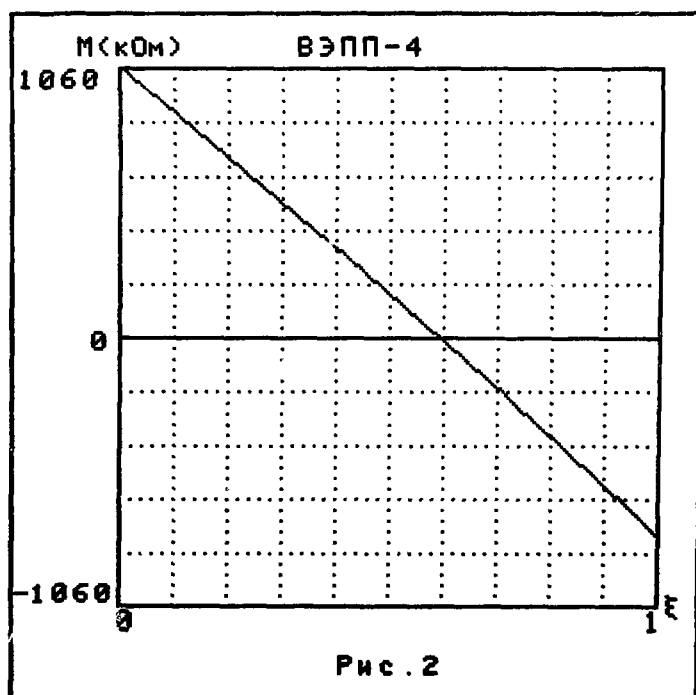
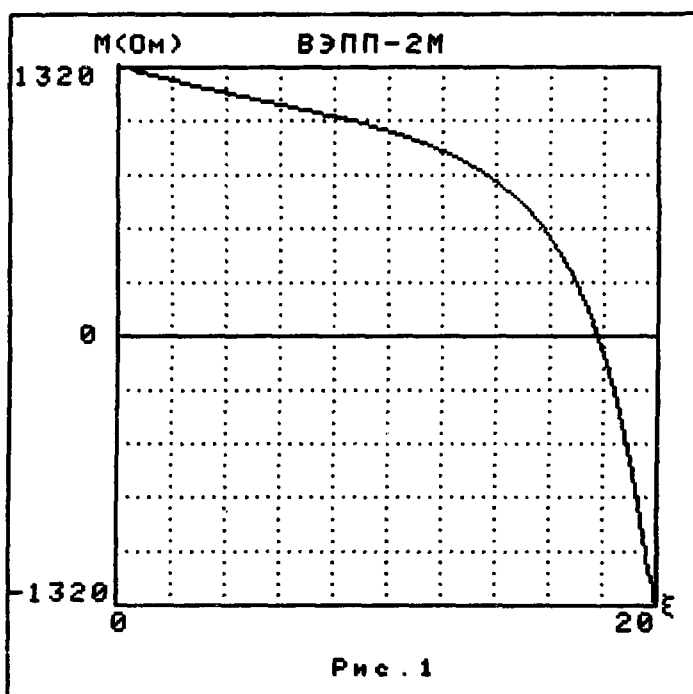
1) работать при таких расстройках резонаторов, когда в квадрупольные колебания вносится инкремент;

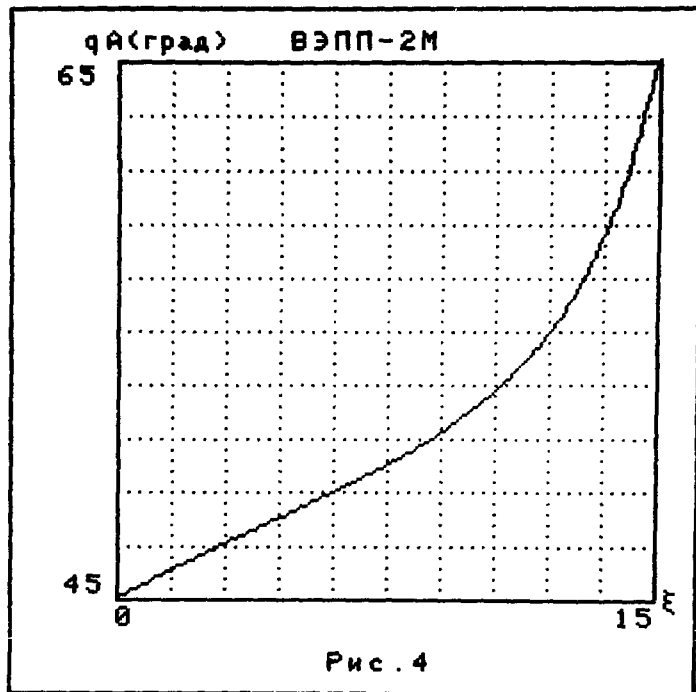
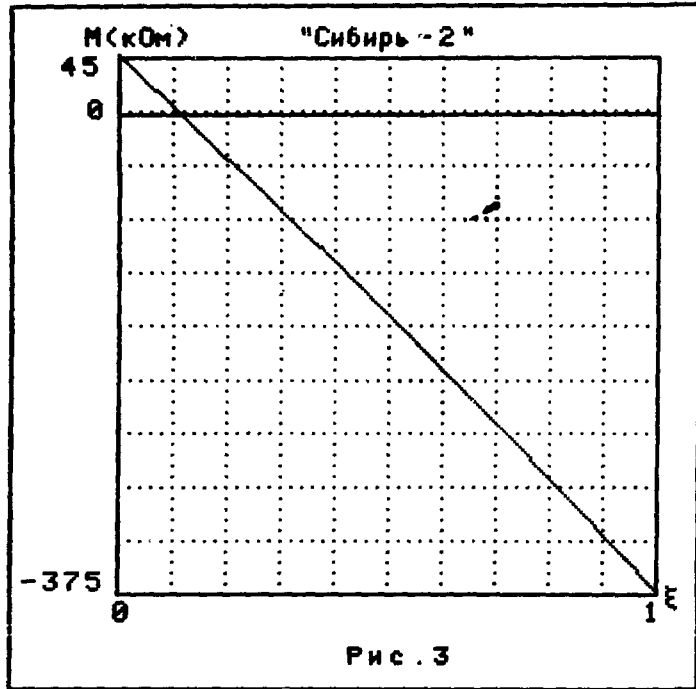
2) при работе с малыми расстройками поддерживать на резонаторах амплитуду ВЧ такой, чтобы граница области устойчивости квадрупольных колебаний находилась вне зоны возможных амплитуд синхротронных колебаний;

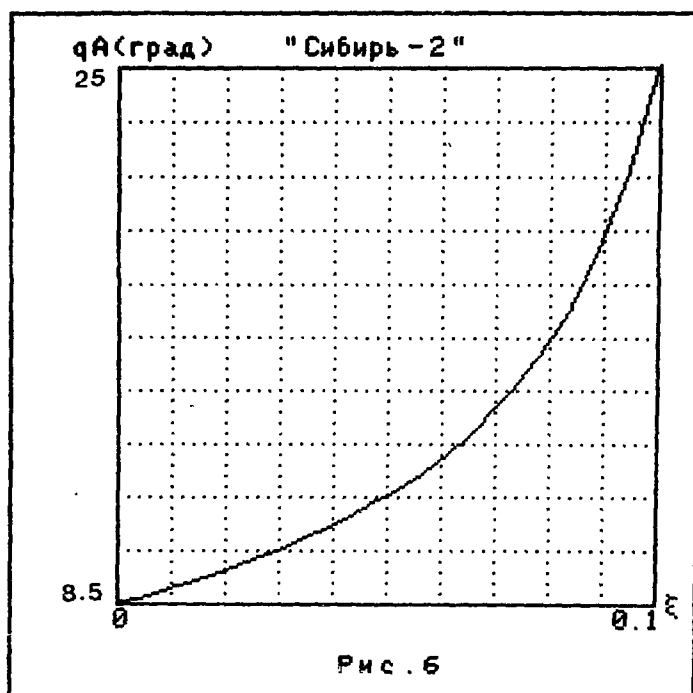
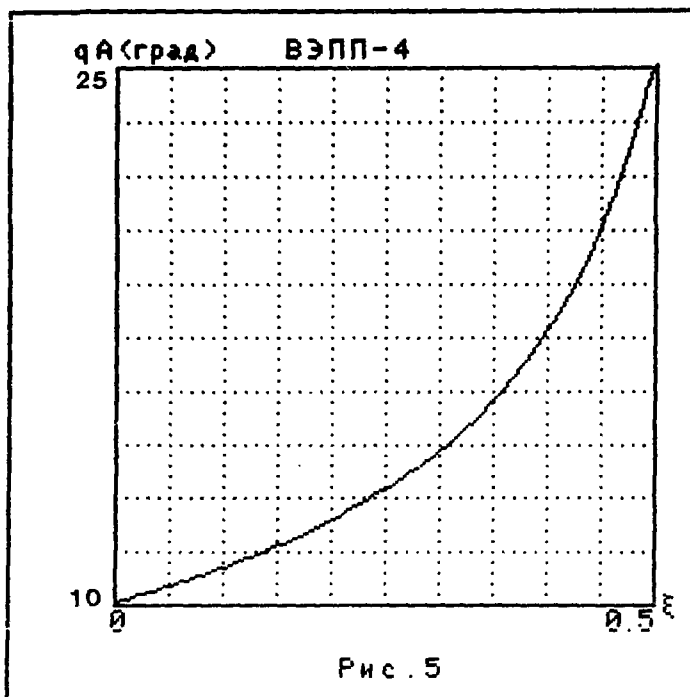
3) компенсировать или изменить знак нелинейности основного ВЧ-напряжения с помощью когерентных потерь в дополнительном резонаторе высокой гармонике, настроенном ниже гармонике частоты обращения, либо с помощью ВЧ напряжения, создаваемого на этом резонаторе генератором мощности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ауслендер В.А., Карлинер М.М., Наумов А.А., Попов С.Г., Скринский А.Н., Шехтман И.А. Фазовая неустойчивость интенсивного электронного пучка в накопителе. — АЭ, 1966, т.20, с.210.
2. Карлинер М.М., Скринский А.Н., Шехтман И.А. Условие устойчивости фазового движения сгустка в накопителе заряженных частиц. — ЖТФ, 1968, т.38, с.1945.
3. Карлинер М.М. Когерентные неустойчивости пучка в электронных накопителях вследствие электромагнитного взаимодействия с окружающей структурой. 2. Неустойчивость когерентных продольных (фазовых) колебаний. — Препринт ИЯФ СО АН СССР 74-106, Новосибирск, 1974.
4. Обморшев А.Н. Введение в теорию колебаний. — М.: Наука, 1965.
5. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Радио и связь, 1986.







*С.А. Беломестных, Г.Я. Куркин, В.М. Петров*

**Квадрупольные синхротронные колебания  
и нелинейность синхротронных колебаний  
частиц в ускорителе**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

---

Работа поступила 19 декабря 1988 г.  
Подписано в печать 23.XII 1988 г. МН 08682  
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,1 печ.л., 0,9 уч.-изд.л.  
Тираж 180 экз. Бесплатно. Заказ № 162

---

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-  
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и  
отпечатано на ротапринтере Института ядерной физики  
СО АН СССР,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*