

КФТИ

ХФТИ 89-31

Харьковский

**ордена Ленина и ордена Октябрьской Революции
физико-технический институт АН УССР**

В.Ф.Алексин, В.И.Тюпа

**УГЛЫ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
В ТОРСАТРОНЕ У-2М С УЧЕТОМ
КОНЕЧНОГО ДАВЛЕНИЯ ПЛАЗМЫ**

Препринт

Москва-ЦНИИатоминформ-1989

ЛДК 533.951.8

АЛЕКСИН В.Ф., ТИЦА В.И. Углы вращательного преобразования в торса-
троне J -2M с учетом конечного давления плазмы: Препринт ХФТИ 89-31.
- Харьков: ХФТИ АН УССР, 1989. - 7 с.

С помощью формул усреднения по магнитным поверхностям получены
универсальные зависимости для углов вращательного преобразования стел-
ларатора (торсатрона) с учетом конечного давления плазмы.

Рис. 2, список лит. - 14 назв.

Количественной интегральной характеристикой магнитных поверхностей, характеризующей устойчивость тороидальной конфигурации относительно резонансных возмущений поля и гидродинамическую устойчивость плазмы, является угол вращательного преобразования силовых линий. Вопросу аналитического определения вакуумного угла поворота силовых линий как точного, так и приближенного, посвящен ряд работ [1,2,3]. В [4] было найдено точное решение (вплоть до сепаратрисы) для трехзаходного стелларатора при наличии токнесущей плазмы с параболическим распределением плотности тока по радиусу. Приведено сравнение точных и приближенных выражений, полученных методом усреднения. В работах [4,5,6] в рамках метода усреднения в окрестности магнитной оси были получены аналитические выражения для определения углов вращательного преобразования с учетом конечного давления плазмы, которые согласуются с численными расчетами, выполненными в работе [7]. В [8,9] получены формулы для определения угла поворота силовых линий, выраженные через смещение центра магнитных поверхностей относительно геометрической оси, обусловленное давлением плазмы. Однако уравнение для нахождения смещения является нелинейным и требует для его решения численных методов.

В настоящей работе в рамках идеальной гидродинамики в первом приближении по β (отношение газокINETического давления плазмы к магнитному) исследуется влияние конечного давления плазмы на угол вращательного преобразования силовых линий стелларатора.

Для вакуумного угла поворота выбрана квадратичная зависимость по радиусу, описывающая широкий класс стеллараторных систем с плоской осью. С помощью точных формул усреднения по магнитным поверхностям [10] находятся универсальные зависимости для угла поворота силовых линий с учетом давления плазмы.

Используя результаты работ [10,11] в линейном приближении по β , получаем уравнение усредненных магнитных поверхностей в цилиндрической системе координат (φ, ν)

$$\Psi = t(z_0) \int [\alpha + (1-\alpha) \frac{z^2}{z_0^2}] z dz - \frac{\beta \mu z_0}{(1-\alpha)t(z_0)} \left(1 - \frac{z^2}{z_0^2}\right) z \cos \nu, \quad (1)$$

где $\alpha = \frac{R}{z_0}$ - аспектное отношение; $\alpha = \frac{t(0)}{t(z_0)}$ - отношение угла вращательного преобразования на оси системы к его значению на крайней магнитной поверхности радиуса z_0 . Это соотношение справедливо при определенных ограничениях

$$\beta - \delta \ll 1.$$

При этом давление плазмы распределено по магнитным поверхностям в виде

$$P = P_0 \left[1 - \frac{\Psi(z)}{\Psi(z_0)}\right], \quad (2)$$

где $\Psi(z)$ - усредненная вакуумная магнитная поверхность. Распределение вакуумного угла вращательного преобразования задавалось выражением

$$t(z) = t(z_0) \left[\alpha + (1-\alpha) \frac{z^2}{z_0^2}\right]. \quad (3)$$

Зависимость (3) описывает поведение угла поворота с $\alpha = 0$ для трехзаходного стелларатора, с $\alpha \approx 1$ для двухзаходного стелларатора с малым широм и с $0 < \alpha < 1$ для двухзаходного стелларатора с конечным широм (или трехзаходного стелларатора с продольным током).

С помощью замены

$$z^2 = z_c^2 + 2z_c z, \cos \nu, + z_1^2; \quad \operatorname{tg} \nu = \frac{z \sin \nu}{z_c + z \cos \nu}, \quad (4)$$

легко получить Ψ_1 - функцию магнитных поверхностей относительно смещенной магнитной оси, производную которой по z , можно записать в виде

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial z} = z, a(1 + b \cos \nu_1 + c \cos 2\nu_1), \quad (5)$$

где

$$a = \alpha + (1-\alpha) \frac{z_0^2}{z_c^2} + 2 \frac{z_0^2}{z_c^2} \frac{1 - \frac{1-\alpha}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}}{1 - \frac{3}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}};$$

$$b = \frac{3z_c z_0}{\alpha z_0} \frac{\alpha + 2(1-\alpha) \left(1 - \frac{z_c^2}{z_0^2}\right)}{1 - \frac{3}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}}; \quad (6)$$

$$C = \frac{z_c^2}{a z_0^2} \frac{1 - \frac{1-d}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}}{1 - \frac{3}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}}.$$

В выражениях (5) и (6) использована связь между β и z_c в виде

$$\frac{\beta A}{t^2(z_0)(1+d)} = \frac{z_c}{z_0} \frac{d + (1-d) \frac{z_c^2}{z_0^2}}{1 - \frac{3}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}}, \quad (7)$$

где $A = \frac{R}{z_0}$. Зависимость угла вращательного преобразования от радиуса определяется согласно [10] как

$$\langle t(z) \rangle = \frac{2\beta t}{\int_{z_0}^{2\beta t} \frac{z \cdot d\psi}{\partial \psi / \partial z}}. \quad (8)$$

Угловые скобки означают усреднение по магнитным поверхностям. Подставляя выражение для $\partial \psi / \partial z$, в формулу (8), получаем

$$\langle t(z) \rangle = \frac{a}{\frac{1}{2\beta t} \int_0^{2\beta t} \frac{d\psi}{1 + b \cos \psi + c \cos 2\psi}} = \frac{a \sqrt{2} \sqrt{b_1 + \sqrt{a_1 c}}}{\frac{1}{\sqrt{c_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_1}}}, \quad (9)$$

где использовано условие $b_1 > -\sqrt{a_1 c_1}$, $c_1 > 0$ [12], где

$$a_1 = 1 - b + c; \quad b_1 = 1 - 3c; \quad c_1 = 1 + b + c. \quad (10)$$

Окончательное выражение для угла вращательного преобразования с учетом конечного β принимает вид:

$$\frac{\langle t(z) \rangle}{t(z_0)} = a \sqrt{(1+c)^2 - b^2} \sqrt{1 - \frac{4c(1+c)}{b^2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{b^2}{(1+c)^2}}\right)}. \quad (11)$$

На магнитной оси угол поворота записывается в виде

$$\frac{\langle t(0) \rangle}{t(z_0)} = a \sqrt{1 - c^2} = \sqrt{\alpha^2 + 4d \frac{z_c^2}{z_0^2} \left(1 - \frac{1-d}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}\right) + 3 \left(\frac{z_c^2}{z_0^2} \frac{1-d}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}\right)^2}. \quad (12)$$

Для $d = 0$ (трехзаходный стелларатор) выражение (12) записывается в следующей форме:

$$\frac{\langle t(0) \rangle}{t(z_0)} = \sqrt{3} \frac{z_c^2}{z_0^2} \frac{1 - \frac{1}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}}{1 - \frac{3}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}}. \quad (13)$$

Для $\mathcal{L} = I$ (двухзаходный стелларатор с малым широм)

$$\frac{\langle t(0) \rangle}{t(z_0)} = \sqrt{\frac{1 + \frac{z_c^2}{z_0^2} - \frac{3}{4} \frac{z_c^4}{z_0^4}}{1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{z_c^2}{z_0^2}}}. \quad (I4)$$

В случае малых смещений магнитной оси $\frac{z_c}{z_0} \ll 1$ выражение (I2) принимает вид:

$$\frac{\langle t(0) \rangle}{t(z_0)} = \sqrt{\mathcal{L}^2 + 4,6 \frac{z_c^2}{z_0^2} + 3 \frac{z_c^4}{z_0^4}}. \quad (I5)$$

В окрестности магнитной оси $z_1/z_0 \ll 1$ выражение (II) сводится к соотношению

$$\frac{\langle t(z_1) \rangle}{t(z_0)} = 1 - \frac{1}{2}(\beta^2 + c^2 + \beta^2 c^2) + \frac{3}{4} \beta^2 c. \quad (I6)$$

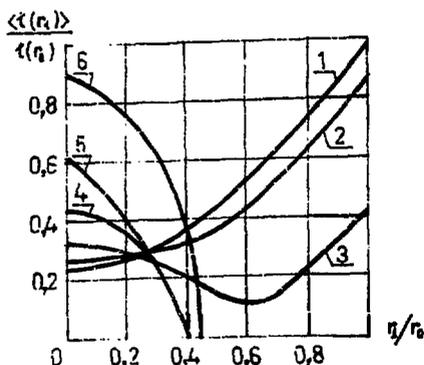


Рис. I. Зависимость угла вращательного преобразования $\langle t(z_1) \rangle / t(z_0)$ от среднего радиуса z_1/z_0 . $\mathcal{L} = 0,24$; 1 - $z_c/z_0 = 0$; 2 - $z_c/z_0 = 0,1$; 3 - $z_c/z_0 = 0,19$; 4 - $z_c/z_0 = 0,3$; 5 - $z_c/z_0 = 0,4$; 6 - $z_c/z_0 = 0,5$.

На рис. I и 2 представлены зависимости углов вращательного преобразования $\frac{\langle t(z_1) \rangle}{t(z_0)}$ от среднего радиуса z_1/z_0 , где параметром является смещение магнитной оси z_c/z_0 . Величина $\mathcal{L} = 0,78$ (см. рис. 2) взята близкой к параметрам двухзаходного тороатрона Y-2M. Анализ выражений (II)-(I6) и рисунков I и 2 показывает, что наличие плазмы с конечным β при различных распределениях вакуумного угла вращательного преобразования по радиусу приводит к увеличению угла поворота на магнитной оси и уменьшению его на границе плазмы и при этом резком уменьшении шира в центральной области конфигурации. Магнитная конфигурация, обладающая большими вакуумными углами, как на оси, так и на границе плазмы, менее чувствительна к росту давления плазмы. Интересно заметить, что при смещениях $z_c/z_0 = 0,3 \dots 0,5$ угол поворота си-

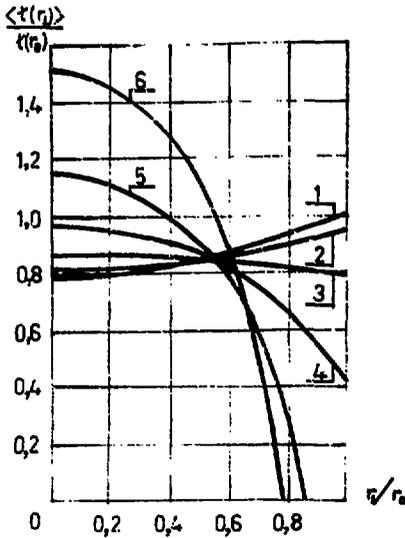


Рис. 2. Зависимость угла вращательного преобразования $\langle t(r) \rangle / t(z_0)$ от среднего радиуса z_1/z_0 .
 $\omega = 0,78$; 1 - $z_c/z_0 = 0$;
 2 - $z_c/z_0 = 0,1$; 3 - $z_c/z_0 = 0,2$;
 4 - $z_c/z_0 = 0,3$;
 5 - $z_c/z_0 = 0,4$; 6 - $z_c/z_0 = 0,5$

ловных линий обращается в нуль на определенном радиусе плазмы. Как видно из формулы (II), это условие наступает при

$$1 + C = \delta. \quad (I7)$$

Подставив (6) в (I7), легко получить уравнение для определения z_1/z_0 , при котором угол поворота обращается в нуль:

$$(1-\delta) \frac{z_1^2}{z_0^2} - \frac{3z_1 z_c}{z_0^2} \omega + 2(1-\delta) \left(1 - \frac{z_c^2}{z_0^2}\right) + \omega + 3 \frac{z_c^2}{z_0^2} \frac{1 - \frac{1-\omega}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}}{1 - \frac{3}{2} \frac{z_c^2}{z_0^2}} = 0. \quad (I8)$$

Анализ выражения (I8) и рис. I показывают, что обращение в нуль угла поворота наступает раньше в системах с малым ω .

Известно, что уменьшение шара при наличии резонансных возмущений приводит к нарушению устойчивости магнитной конфигурации [I3, I4]. Магнитные поверхности могут расщепляться на крупные розетки, приводящие к ухудшению удерживающих свойств магнитной ловушки и в свою очередь к ограничению предельного равновесного давления плазмы.

С другой стороны, дальнейшее увеличение давления плазмы приводит к смене знака шара и его увеличению, что казалось бы должно играть стабилизирующую роль. Однако увеличение давления плазмы приводит к увеличению возмущающего поля от токов равновесия, а следовательно, при $t(z_1) = 0$ возможно расщепление магнитной конфигурации на довольно большие розетки. Резонансными возмущающими полями в нулевом резонансе могут быть также поле, возникающее из-за тороидально-

сти винтовой обмотки, поле, связанное с несимметрией распределения продольного тока в плазме, и др.

ВЫВОДЫ

В работе получены универсальные зависимости для углов вращательного преобразования стелларатора (торострона) с учетом конечного давления плазмы, вычисленные с помощью формул усреднения по магнитным поверхностям.

Показано, что магнитная конфигурация с ростом β и учете резонансных возмущений претерпевает существенную перестройку, которая может привести к резкому ухудшению удержания плазмы и ограничению предельного давления плазмы.

Авторы выражают благодарность Е.Д.Волкову за обсуждение работы и полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морозов А.И., Соловьев Л.С. Геометрия магнитного поля//Вопросы теории плазмы. М.:Атомиздат. 1963. Вып. 2. С. 3-91.
2. Алексин В.Ф. О поведении силовых линий в винтовом магнитном поле//Физика плазмы и проблемы УТС. Киев: изд-во АН УССР. 1963. Вып. 2. С. 224-227.
3. Немов В.В. Вращательное преобразование в ловушках с двухзаходной и трехзаходной винтовыми обмотками: Препринт ФТИ АН УССР. ХФТИ 75-23. Харьков. 1975.
4. Алексин В.Ф., Пятов В.Н., Себо В.П., Топя В.И. Углы вращательного преобразования стелларатора с продольным током в плазме//УФН. 1976. Т. 21. № 9. С. 1534-1540.
5. Пятов В.Н., Себо В.П., Топя В.И. Влияние поперечного магнитного поля и плазмы на интегральные характеристики и устойчивость конфигурации стелларатора: Препринт ФТИ АН УССР. ХФТИ 76-25. Харьков. 1976.
6. Манзик Н.А., Пятов В.Н., Рожков А.М., Себо В.П. Влияние давления плазмы на параметры гибридного стелларатора//Физика плазмы. 1977. Т. 3. Вып. 1. С. 14-17.
7. Быков В.Е., Кузнецов Ю.К., Пашнев В.К., Пинос И.Б. О разрушении магнитных поверхностей в трехзаходном стеллараторе под действием плазменных токов: Препринт ФТИ АН УССР. ХФТИ 77-5. Харьков. 1977.

8. Коврижных Л.М., Щепетов С.В. Критерий МД-устойчивости в стеллараторе//Физика плазмы, 1981. Т. 7. Вып. 5. С. 965-967.
9. Пустовитов В.Д. Генерация тока при быстром нагреве плазмы в стеллараторах: Препринт. ИАЭ-3572/6. М., 1982.
10. Соловьев Л.С., Шафранов Н.Д. Замкнутые магнитные конфигурации для удержания плазмы//Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1967. Вып. 5. С. 3-208.
11. Данилкин И.С., Коврижных Л.М., Щепетов С.В. Эффекты конечного β в стеллараторе с большим магнитным широм: Препринт. ФМ АН № 75. М., 1981.
12. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Степенная и алгебраические функции//Интегралы и ряды. М.:Наука. 1981. С. 313.
13. Данилкин И.С. Влияние геометрических погрешностей магнитной системы на топологию поля стелларатора//Стеллараторы. М.: Наука. 1973. Т. 65. С. 26-49.
14. Алексин В.Ф., Пятов В.Н., Себко В.П., Топо В.И. О резонансных явлениях в стеллараторе при наличии продольного тока в плазме//Физика плазмы. 1976. Т. 2. Вып. 2. С. 219-227.

Виталий Федорович Алексин, Василий Ильич Тупа
УГЛЫ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ТОРСАТРОНЕ У-2М
С УЧЕТОМ КОНЕЧНОГО ДАВЛЕНИЯ ПЛАЗМЫ

Ответственный за выпуск Л.М.Ракивненко

Редактор, корректор А.И.Нагорная

Подписано в печать 26.05.89. Т - IIII29. Формат 60x84/16. Бум.щсч.№1.
Офсетн.печ. Усл.п.л. 0,7. Уч.-изд.л. 0,4. Тираж 210. Заказ № 634.
Цена 8 коп. Индекс 3624.

Отпечатано в Харьковском ордена Ленина
и ордена Октябрьской Революции физико-техническом институте АН УССР.
310108, Харьков, ул. Академическая, 1

8 коп.

Индекс 3624

Препринт, 1989, 1-7.