

FEI-2129.

ФЭИ-2129



ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А. В. ГУЛЕВИЧ, О. Ф. КУХАРЧУК, В. Б. ПОЛЕВОЙ,
С. В. ПУПКО

**Применение интегральной модели
нейтронной кинетики к расчету
многозонных размножающих систем**

Обнинск — 1990

ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А.В. Гулевич, О.Ф. Кухарчук, В.Б. Полевой, С.В. Пупко

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ НЕЙТРОННОЙ КИНЕТИКИ
К РАСЧЕТУ МНОГОЗОННЫХ РАЗМНОЖАЮЩИХ СИСТЕМ

УДК 621.039.5.

А.В. Гулевич, О.Ф. Кухарчук, В.Б. Полевой, С.В. Пупко

Применение интегральной модели нейтронной кинетики
к расчету многозонных размножающих систем.

ФЭИ - 2129 , Обнинск, 1990, 27с.

Сформулирована модель пространственной кинетики реактора с быстрой активной зоной и замедляющим мультиплицирующим отражателем нейтронов. Рассмотрены различные частные случаи модели, позволяющие рассчитывать пространственно-временные характеристики нейтронного потока. Параметры модели кинетики рассчитывались методом Монте-Карло по программам комплекса ММКФК.

Проведено моделирование быстропротекающих процессов импульсной генерации нейтронов в реакторной установке с размножающим отражателем в двухзонном и многозонном приближениях. Выполнено сравнение расчетных параметров нейтронных импульсов с аналогичными характеристиками, полученными с использованием модели кинетики связанных реакторов.

The reactor space-time kinetic model of fast reactor with moderating and multiplicative reflector is formulated. The several particular cases of this model which permitted to calculate the space-time characteristics of the neutron flux is considered. The parameters of the reactor kinetics were calculated using Monte-Carlo method by means of ММКФК computer program.

The mathematical simulation of fast transient processes with impulse neutron generation in the reactor system with multiplicative reflector is made on two and multizone approximation. The neutron impulse parameters is compared with analogous characteristics which were calculated using the model of coupled reactors.

В В Е Д Е Н И Е

В работе (I) предложена модель пространственной кинетики реактора, базирующаяся на интегральной форме уравнения Больцмана с исключенными энергетическими и угловыми переменными. Там же, в методическом плане, были рассмотрены различные частные случаи модели, связанные с ее многозонным представлением, а также показана связь с другими известными моделями кинетики.

Настоящая работа посвящена вопросам практического использования интегральной модели кинетики (в форме, не учитывающей влияние запаздывающих нейтронов) при исследовании нестационарного переноса нейтронов в реакторной установке, состоящей из быстрой активной зоны и размножающего отражателя-замедлителя, которая работает в режиме импульсной генерации нейтронов.

Нейтроны, рожденные в активной зоне реактора, попадают в мультиплицирующий отражатель, замедляются в нем, вызывают деления ядер урана и, тем самым, порождают новые нейтроны. Таким образом, отражатель играет роль дополнительной размножающей зоны реактора (драйвера). Отметим, что подобные установки рассматривались ранее в ряде работ [2-5]. В настоящее время интерес к ним возрос в связи с изучением возможности создания реактора-лазера с прямой ядерной накачкой, который мог бы использоваться для целей осуществления лазерного термоядерного синтеза [6-8, 19].

Перенос нейтронов в реакторной установке с быстрой активной зоной и мультиплицирующим замедляющим отражателем имеет свои характерные особенности, связанные с большим различием спектров нейтронов в активной и драйверной зонах реактора: в активной зоне спектр нейтронов быстрый, а в драйвере - тепловой или промежуточный. Вследствие этого пространственно-временное распределение нейтронов в такой установке имеет неасимптотический характер и не

может быть описано в рамках традиционной одноточечной модели.

I. Математическая модель многозонной установки.

Уравнения интегральной модели кинетики нейтронов в реакторной установке, состоящей из m зон, имеют в наших обозначениях следующий вид [1]:

$$N_i(t) = \sum_{j=1}^m \left\{ \int_0^t \alpha_{ij}(\tau-t) N_j(t) dt + \int_0^t \alpha_{ij}^S(\tau-t) S_j(t) dt \right\}, \quad i=\overline{1, m}. \quad (I)$$

Здесь: $N_i(\tau)$ - интенсивность делений в зоне i в момент времени τ ; $\alpha_{ij}(\tau-t)$ - число вторичных нейтронов в момент времени τ в зоне i от нейтрона деления, рожденного в момент времени t в зоне j (ядро перехода нейтронов деления от зоны j к i); $\alpha_{ij}^S(\tau-t)$ - аналогичная по смыслу функция для вторичных нейтронов деления, порождаемых нейтронами источника с интенсивностью S_j . Нулевой и первый моменты функции $\alpha_{ij}(\tau)$ имеют ясный физический смысл:

$$\int_0^{\infty} \alpha_{ij}(\tau) d\tau = K_{ij} \quad \text{и} \quad \frac{\int_0^{\infty} \tau \alpha_{ij}(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} \alpha_{ij}(\tau) d\tau} = l_{ij},$$

где K_{ij} - коэффициент размножения в i -ой зоне нейтронов деления из j -ой зоны (аналог коэффициента связи); l_{ij} - среднее время до появления вторичных нейтронов деления в i -ой зоне от нейтрона деления из зоны j (аналог времени жизни). Влиянием запаздывающих нейтронов в модели (I) пренебрегалось.

Способ решения уравнений системы (I) существенно зависит от вида ядер перехода $\alpha_{ij}(\tau)$. Так в случае, когда $\alpha_{ij}(\tau)$ может быть

представлено в виде конечного ряда (с числом членов m_{ij}) экспоненциальных функций:

$$a_{ij}(\tau) = \sum_{p=1}^{m_{ij}} \frac{k_{ij}}{l_{ij}^p} \exp \left\{ -\frac{\tau}{l_{ij}^p} \right\}; \quad i=\overline{1, m}, \quad j=\overline{1, m} \quad (2)$$

исходная система уравнений сводится к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} N_i(\tau) = \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^{m_{ij}} n_{ij}^p(\tau) + \sum_{p=1}^{m_s} \sum_{j=1}^m \frac{k_{sij}^p}{l_{sij}^p} \int_0^{\tau} S_j(t) \exp \left\{ \frac{t-\tau}{l_{sij}^p} \right\} dt \\ l_{ij}^p \frac{dn_{ij}^p}{d\tau} = k_{ij}^p N_j - n_{ij}^p; \quad i, j = \overline{1, m}, \quad p = \overline{1, m_{ij}} \end{cases} \quad (3)$$

где функция n_{ij}^p аналогична по смыслу концентрации предшествующих запаздывающих нейтронов группы p ; k_{ij}^p и l_{ij}^p - коэффициент размножения и время жизни нейтронов группы p ; k_{sij}^p и l_{sij}^p - аналогичные параметры для нейтронов источника. При этом для зонных коэффициентов связи и времен жизни нейтронов справедливы следующие соотношения:

$$k_{ij} = \sum_{p=1}^{m_{ij}} k_{ij}^p \quad \text{и} \quad l_{ij} = \frac{\sum_{p=1}^{m_{ij}} k_{ij}^p l_{ij}^p}{\sum_{p=1}^{m_{ij}} k_{ij}^p}$$

Начальные условия для интенсивностей $N_i(0)$ в многозонной реакторной установке задаются. В частном случае, когда в зоне имеется постоянный источник S_i , их можно определить из решения системы уравнений критичности:

$$(k_{11}(0)-1)N_1(0) + \sum_{j=1}^m k_{1j}N_j(0) + S_1 = 0 ; 1, j = \overline{1, m} .$$

Решение системы уравнений (3) может быть выполнено традиционными численными методами [9]. В настоящей работе для этого использовался явный метод Эйлера.

2. Расчет и аппроксимация ядер перехода модели.

Для расчета ядер a_{1j} и a_{1j}^s применялся метод Монте-Карло (МКК), эффективность которого слабо зависит от спектра нейтронов и геометрии системы и определяется, главным образом, средним числом столкновений от рождения до поглощения нейтрона или вылета его из системы. Использовались модификации программы QFERT комплекса МККФК на ЭВМ БЭСМ-6 [10].

Определение ядер в п.1 как функций только разности $(\tau-t)$ предполагает, что спектр и распределение источников в зоне j не зависят от t :

$$S(t, E, r) = S_j(t) \cdot S_j(E, r) , \quad \int S_j(E, r) dE dr = 1 ,$$

$$N_j(t, r) = N_j(t) \cdot N_j(r) , \quad \int N_j(r) dr = 1 .$$

Поэтому расчет $a_{1j}(\tau-t)$ и $a_{1j}^s(\tau-t)$ производится МКК следующим образом:

- моделируется испускание нейтронов источником $S_j(E, r)$ (для a_{1j}^s) или $N_j(r) \chi(E)/4\pi$ (для a_{1j} , $\chi(E)$ - спектр деления) в момент $t=0$;
- прослеживаются их траектории до поглощения или вылета из системы;
- во время построения траекторий нейтронов накапливаются вклады в оценки по столкновениям:

$$\zeta(n, 1) = \nu \Sigma_f(r_1, E) / \Sigma_t(r_1, E) ,$$

$$n = \text{entier} (\tau/\Delta\tau) + 1 ,$$

где τ , γ_i , E - параметры точки столкновения нейтрона в зоне i ,
 $\Delta\tau$ - шаг по τ результирующей гистограммы $\alpha_{ij}(\tau_n)$, τ_n меньше
заданного τ_f .

Полученные после осреднения вкладов τ значения функций
 $\alpha_{ij}(\tau_n)$ или $\alpha_{ij}^{\#}(\tau_n)$, обрабатываются по методу [III] для получения
параметров представления $\alpha_{ij}(\tau)$ в виде суммы экспонент (2).

Процедура повторяется для всех зон j отдельно для получения
 α_{ij} и $\alpha_{ij}^{\#}$.

Следует отметить, что качество полученной аппроксиманты (2)
зависит от выбора параметров $\Delta\tau$ и τ_f . Возможен также и другой
подход к расчету параметров разложения (2), основанный на
расчете ММТ образа Лапласа функции $\alpha(\tau)$ с последующим его
Паде-анализом [12].

В качестве $N_j(r)$ для методических и оценочных расчетов можно
брать равномерное распределение в зоне j . Более реалистические
результаты получаются, если для быстрой активной зоны брать в
качестве $N_j(r)$ собственную функцию реактора $N_p^0(r)$ из
стационарного расчета на $K_{\infty\phi}$ всей системы при $\nu=0$ в
отражателе-замедлителе, а для зон отражателя брать распределения
из стационарного расчета системы с источником $N_p^0(r)$ и $\nu=0$ в
реакторе.

Параллельно расчету гистограммы $\alpha_{ij}(\tau_n)$ производится расчет
непосредственно параметров одноэкспоненциального представления
ядра α_{ij} :

$$\alpha_{ij}(\tau) \approx a_{ij} \exp(-b_{ij}\tau).$$

Для этого в специальные накопители при столкновениях заносятся
вклады:

$$\zeta_0'(1)_n = \nu\Sigma_f/\Sigma_t \quad \text{и} \quad \zeta_1(1) = \tau\nu\Sigma_f/\Sigma_t.$$

После осреднения получаются значения соответственно нулевого и
первого моментов:

$$Q_0 = \int_0^{\infty} \alpha_{1j}(\tau) d\tau, \quad Q_1 = \int_0^{\infty} \tau \alpha_{1j}(\tau) d\tau.$$

их статистические погрешности и ковариации. Принимая эти значения для соответствующих моментов одноэкспоненциального представления α_{1j} , получим:

$$a_{1j} = Q_0^2 / Q_1 - k_{1j} / l_{1j},$$
$$b_{1j} = Q_1 / Q_0 - l_{1j}$$

с известными статистическими погрешностями. Параметры одноэкспоненциального представления ядра α_{1j}^2 рассчитываются аналогично.

Если для расчета гистограмм $\alpha(\tau_n)$ с точностью, необходимой для приемлемого описания $\alpha(\tau)$ четырьмя экспонентами, требуется ≈ 2 часа счета на ЭВМ БЭСМ-6 (≈ 30 столкновений на истории нейтрона), то параметры одноэкспоненциального представления $\alpha(\tau)$ удовлетворительно рассчитываются за ≈ 10 минут.

Другим возможным способом аппроксимации $\alpha_{1j}(x)$, наряду с (2), является разложение ядер перехода в ряд с использованием полиномов Лагерра [13].

Классические полиномы Лагерра, определяемые по формуле

$$L_n(t) = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{n!}{(k!)^2 (n-k)!} t^k,$$

$$L_0(t) = 1; L_1(t) = 1 - t; L_2(t) = (2 - 4t + t^2)/2 \quad \text{и т.д.}$$

образуют на полуоси $0 < t < \infty$ с весом $\rho(t) = e^{-t}$ полную ортонормированную систему:

$$\int_0^{\infty} dt L_n(t) L_k(t) e^{-t} = \delta_{nk} = \begin{cases} 0, & n \neq k \\ 1, & n = k \end{cases} \quad (4)$$

Для нахождения коэффициентов разложения ядра перехода $\alpha(t)$, представляемого в виде (ω - произвольный параметр):

$$d(t) = e^{-\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} c_n L_n(\omega t) \quad (5)$$

необходимо, с учетом (4), вычислить временные моменты зависимости $d(t)$:

$$P_n = \int_0^{\infty} t^n d(t) dt \quad (6)$$

что эффективно может быть сделано методом Монте-Карло.

Оптимальный выбор параметра ω в (5) можно произвести различными способами; например, из условия $c_1 = 0$, тогда:

$$\omega = \frac{P_0}{P_1} \quad (7)$$

Отметим математическую строгость и физичность предлагаемого разложения (5):

- во-первых, добавление новых членов разложения улучшает аппроксимацию зависимости $d(t)$, но не изменяет полный интеграл, $\int_0^{\infty} d(t) dt$, при фиксированном параметре ω .
- во-вторых, оставление первых двух членов разложения и выбор параметра ω из условия (7) приводит к модели кинетики связанных реакторов в формулировке Эйвери [18].

Математически, интегральное уравнение с ядрами вида (5) могут быть сведены к дифференциальным уравнениям n -ого порядка (см., например [14]); возможно также применение преобразования Лапласа.

3. Перенос нейтронов в бесконечной размножающей среде.

Для проверки программной реализации интегральной модели (I) рассмотрим перенос нейтронов от импульсного источника в бесконечной размножающей среде состоящей из урана и бериллия. Нейтроны источника со спектром деления замедляются в бериллии, захватыва-

ются и вызывают деления ядер урана.

Уравнения кинетики (I) (в наших обозначениях) в этом случае сводятся к единственному уравнению эффективной одноточечной модели [15]:

$$N(t) = \int_0^t \alpha(\tau-t)N(t)dt + \int_0^t \alpha_S(\tau-t)S(t)dt, \quad i=\overline{1, m}. \quad (8)$$

Поскольку спектр источника совпадает со спектром вторичных нейтронов деления, то $\alpha^S(\tau) = \alpha(\tau)$. График функции $\alpha(\tau)$, построенный на основе данных расчета методом Монте-Карло (сплошная кривая), и ее аппроксимация рядом из трех экспонент вида (2) (пунктирная кривая) показаны на рис. I. Параметры аппроксимации k^P и l^P приведены в таб. ице I.

Таблица I.

Параметр	p=1	p=2	p=3
k^P	0.702	-0.398	0.490
l^P , мс	0.394	0.149	0.065

При аппроксимации было выполнено условие:

$$\int_0^{\tau_f} \alpha(\tau) d\tau = \sum_{P=1}^3 k^P \left[1 - \exp \left\{ -\frac{\tau_f}{l^P} \right\} \right],$$

где интеграл в левой части находился численно по программе [10], а $\tau_f = 3$ мс - граница определения расчетного $\alpha(\tau)$.

Расчеты были выполнены для двух типов источников $S(\tau)$.

а) $S(\tau) = \delta(\tau)$, где $\delta(\tau)$ - дельта функция Дирака.

В этом случае интегральное уравнение (8) с аппроксимацией

(2) преобразуется к следующей системе дифференциальных уравнений (см. (3)):

$$\begin{cases} N(\tau) = \sum_{p=1}^3 n^p(\tau) + \sum_{p=1}^3 \frac{k^p}{l^p} \exp\left\{-\frac{\tau}{l^p}\right\} \\ l^p \frac{dn^p}{d\tau} = k^p N(\tau) - n^p; \quad p=1, 2, 3 \end{cases} \quad (9)$$

На рис. 2 приведены в сравнении кривые изменения функции $N(\tau)$, рассчитанные по уравнениям модели (9) (пунктирная линия), с помощью программы (10) (сплошная линия) и по уравнениям одноточечной модели кинетики (17) (звездочки).

б) $S(\tau) = \Theta(\tau) - \Theta(\tau - \tau_s) / \tau_s$, где $\Theta(\tau)$ - функция Хевисайда, $S(\tau)$ имеет форму прямоугольного импульса с шириной τ_s . Расчеты проводились по модели (9), где источник в первом уравнении имел следующий вид:

$$\int_0^{\tau} S(t) \sum_{p=1}^3 \frac{k^p}{l^p} \exp\left\{-\frac{\tau-t}{l^p}\right\} dt = \begin{cases} \frac{1}{\tau_s} \sum_{p=1}^3 k^p \left[1 - \exp\left\{-\frac{\tau}{l^p}\right\}\right]; & \tau < \tau_s \\ \frac{1}{\tau_s} \sum_{p=1}^3 k^p \left[\exp\left\{-\frac{\tau}{l^p}\right\} - \exp\left\{-\frac{\tau-\tau_s}{l^p}\right\}\right]; & \tau > \tau_s \end{cases}$$

На рис. 3 также приведены в сравнении кривые для $N(\tau)$ рассчитанные по модели (9) при $\tau_s = 0.1$ мс, полученные прямым численным моделированием с помощью программы (10) и рассчитанные по уравнениям одноточечной модели кинетики (17).

4. Кинетика нейтронов в реакторе с мультиплицирующим отражателем.

Рассматривались импульсная реакторная установка состоящая из реактора на быстрых нейтронах и замедляющего мультиплицирующего отражателя нейтронов.

Для описания нестационарных процессов переноса нейтронов рассматривались две модификации модели (3):

- двухточечная модель кинетики реактора, учитывающая высшие временные гармоники нейтронного поля;
- многозонная модель кинетики без учета высших временных гармоник.

I. При описании кинетики нейтронов с учетом высших временных гармоник использовалась модель (1) с аппроксимацией ядер перехода в виде (2), состоящая из следующих уравнений:

$$N_1(\tau) = \sum_{p=1}^{m_{11}} \frac{k_{11}^p}{l_{11}^p} \int_0^{\tau} N_1(t) \exp\left\{-\frac{\tau-t}{l_{11}^p}\right\} dt + \sum_{p=1}^{m_{12}} \frac{k_{12}^p}{l_{12}^p} \int_0^{\tau} N_2(t) \exp\left\{-\frac{\tau-t}{l_{12}^p}\right\} dt, \quad (10)$$

$$N_2(\tau) = \sum_{p=1}^{m_{21}} \frac{k_{21}^p}{l_{21}^p} \int_0^{\tau} N_1(t) \exp\left\{-\frac{\tau-t}{l_{21}^p}\right\} dt + \sum_{p=1}^{m_{22}} \frac{k_{22}^p}{l_{22}^p} \int_0^{\tau} N_2(t) \exp\left\{-\frac{\tau-t}{l_{22}^p}\right\} dt,$$

где: $N_1(\tau)$ - интенсивность делений в активной зоне реактора (1-1) и мультиплицирующем отражателе (1-2). Временные распределения $d_{22}(\tau)$ и $d_{21}(\tau)$, рассчитанные по программе (10), и их экспоненциальные аппроксимации, полученные методом (11), приведены на рис. 4,5.

Для упрощения расчетов по уравнениям модели (10) полагалось, что ядра переходов $d_{11}(\tau)$ и $d_{12}(\tau)$ имеют вид:

$$d_{11}(\tau) = \frac{k_{11}}{l_{11}} \exp\left\{-\frac{\tau}{l_{11}}\right\},$$

$$d_{12}(\tau) = \frac{k_{12}}{l_{11}} \exp\left\{-\frac{\tau}{l_{11}}\right\}.$$

и при этом выполняются интегральные соотношения:

$$\frac{\int_0^{\infty} a_{12}(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} a_{11}(\tau) d\tau} = \frac{k_{12}}{k_{11}} = \frac{\sum_{P=1}^{m_{12}} k_{12}^P}{\sum_{P=1}^{m_{11}} k_{11}^P}$$

Такое допущение вполне правомерно, если учесть малость параметра l_{12}^P . Затем, продифференцировав первое уравнение (IO) и используя представление (3), получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} l_{11} \frac{dN_1}{d\tau} = (k_{11} - 1)N_1 + k_{12}N_2 \\ N_2(\tau) = \sum_{P=1}^{m_{21}} n_{21}^P + \sum_{P=1}^{m_{22}} n_{22}^P \\ l_{21}^P \frac{dn_{21}^P}{d\tau} = k_{21}^P N_1 - n_{21}^P ; p=1, m_{21} \\ l_{22}^P \frac{dn_{22}^P}{d\tau} = k_{22}^P N_2 - n_{22}^P ; p=1, m_{22} \end{array} \right. \quad (II)$$

Здесь k_{11} и l_{11} - эффективный коэффициент размножения и среднее время жизни нейтронов в активной зоне реактора в отсутствие мультиплицирующего отражателя. Уравнения (II) интегрировались при значениях параметров k_{1j}^P и l_{1j}^P , приведенных в таблице 2 ($l_{11} = 20$ нс; $k_{12} = 0.0194$) и начальных условиях: $N_1(0) = 10.48$ Вт; $N_2(0) = 2.49$ Вт; $n_{21}^P(0) = k_{21}^P N_1(0)$; $n_{22}^P(0) = k_{22}^P N_2(0)$.

Таблица 2.

Параметры аппроксимации ядер перехода λ_{22} и λ_{21} .

P	k_{21}^P	k_{22}^P	$\lambda_{21}^P, \text{мкс}$	$\lambda_{22}^P, \text{мкс}$
1	$7.966 \cdot 10^{-2}$	1.59032	261.78	218.82
2	$-7.037 \cdot 10^{-3}$	-0.9789	28.25	191.94
3	$1.1899 \cdot 10^{-2}$	$-5.1052 \cdot 10^{-2}$	5.319	22.676
4	—	$8.41895 \cdot 10^{-2}$	—	5.9171
$k_{ij} = \sum_P k_{ij}^P$	$8.452 \cdot 10^{-2}$	0.64454	—	—
$\lambda_{ij} = \frac{\sum_P k_{ij}^P \lambda_{ij}^P}{\sum_P k_{ij}^P}$	—	—	245.11	247.37

Исследовался процесс разгона реактора при мгновенном скачке реактивности в начальный момент времени. При этом предполагалось, что коэффициент размножения нейтронов в реакторе линейно зависит от энергии выделенной в активной зоне и имеет вид (см. [16]):

$$k_{11}(\tau) = \overline{k_{11}} - \gamma \int_0^{\tau} N_1(t) dt. \quad (12)$$

В расчетах полагалось, что $\overline{k_{11}} = 1.001$, а $\gamma = 10^{-9} \text{Дж}^{-1}$. На рис. 6 в сравнении приведены кривые изменения мощности $N_1(\tau)$ в активной зоне реактора (кривые 1,3) и мультиплицирующем отражателе нейтронов (кривые 2,4), рассчитанные по модели (II) (сплошная кривая) и по модели кинетики связанных реакторов [16] (пунктирная кривая).

уравнения которой формулировались следующим образом (в предположении, что $l_{12} - l_{21} = 0$):

$$\left\{ \begin{array}{l} l_{11} \frac{dN_1}{d\tau} = (k_{11} - 1)N_1 + k_{12}N_2 \\ l_{22} \frac{dN_2}{d\tau} = k_{21}N_1 + (k_{22} - 1)N_2 \end{array} \right. \quad (13)$$

В расчетах по модели (13) значения k_{ij} и l_{ij} полагались равными соответствующим значениям из таблицы 2. Отметим также, что данная модель не учитывает высшие временные гармоники нейтронного потока.

Из рисунка видно, что учет этих гармоник позволяет точнее описать поведение мощности реактора. При этом отличие значений максимальных мощностей активной зоны, рассчитанных по моделям (11) и (13), составляет в данном случае ~5%, тогда как значения максимальных мощностей в драйверной зоне практически не отличаются.

2. Для более точного учета пространственно-временных эффектов нейтронного поля в мультиплицирующем отражателе в расчетах он разбивался на четыре зоны равного объема. Кинетика нейтронов в драйвере описывалась уравнениями многозонной модели, не учитывавшей влияние высших временных гармоник, при этом кинетика нейтронов в активной зоне описывалась аналогично тому как это было сделано в модели (12). Уравнения многозонной модели кинетики имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} l_{11} \frac{dN_1}{d\tau} = (k_{11} - 1)N_1 + \sum_{i=2}^5 k_{1i}N_i \\ N_1(\tau) = \sum_{j=1}^5 n_{1j} \\ l_{ij} \frac{dn_{ij}}{d\tau} = k_{ij}N_j - n_{ij} ; i=2,5, j=1,5 \end{array} \right. \quad (14)$$

где $N_1(\tau)$ - интенсивность делений (мощность) в активной зоне реактора, $N_i(\tau)$ - интенсивность делений в i -ой зоне драйвера ($i=2,5$), k_{ij} и l_{ij} - коэффициенты связи и среднее время запаздывания между зонами j и i . Матрицы значений коэффициентов k_{ij} и l_{ij} , рассчитанных по программе [10], приведены в таблицах 3,4 соответственно. Начальные условия принимались следующие:

$$N_1(0) = 10.39 \text{ Вт}; N_i(0) = n_{ij}(0) = 0; i, j = 2, 5.$$

Таблица 3.

Матрица значений коэффициентов k_{ij} .

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	1.244	$4.686 \cdot 10^{-1}$	$2.002 \cdot 10^{-2}$	$6.330 \cdot 10^{-3}$	$4.728 \cdot 10^{-3}$
2	$2.259 \cdot 10^{-2}$	$1.137 \cdot 10^{-1}$	$1.174 \cdot 10^{-1}$	$9.632 \cdot 10^{-2}$	$8.755 \cdot 10^{-2}$
3	$2.434 \cdot 10^{-2}$	$1.478 \cdot 10^{-1}$	$1.715 \cdot 10^{-1}$	$1.558 \cdot 10^{-1}$	$1.286 \cdot 10^{-1}$
4	$1.964 \cdot 10^{-2}$	$1.428 \cdot 10^{-1}$	$1.822 \cdot 10^{-1}$	$1.836 \cdot 10^{-1}$	$1.549 \cdot 10^{-1}$
5	$1.784 \cdot 10^{-2}$	$1.614 \cdot 10^{-1}$	$2.051 \cdot 10^{-1}$	$2.217 \cdot 10^{-1}$	$2.231 \cdot 10^{-1}$

Таблица 4.

Матрица значений коэффициентов l_{ij} , сек.

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	$2.121 \cdot 10^{-8}$	$1.014 \cdot 10^{-7}$	$1.465 \cdot 10^{-7}$	$2.121 \cdot 10^{-7}$	$1.420 \cdot 10^{-7}$
2	$2.104 \cdot 10^{-4}$	$1.954 \cdot 10^{-4}$	$2.007 \cdot 10^{-4}$	$2.229 \cdot 10^{-4}$	$2.700 \cdot 10^{-4}$
3	$2.412 \cdot 10^{-4}$	$2.179 \cdot 10^{-4}$	$2.327 \cdot 10^{-4}$	$2.500 \cdot 10^{-4}$	$2.633 \cdot 10^{-4}$
4	$2.693 \cdot 10^{-4}$	$2.517 \cdot 10^{-4}$	$2.717 \cdot 10^{-4}$	$2.628 \cdot 10^{-4}$	$2.636 \cdot 10^{-4}$
5	$2.797 \cdot 10^{-4}$	$2.728 \cdot 10^{-4}$	$2.683 \cdot 10^{-4}$	$2.598 \cdot 10^{-4}$	$2.694 \cdot 10^{-4}$

На рис.7 приведены кривые изменения мощностей в четырех зонах мультиплицирующего отражателя (показаны в том порядке, в котором зоны располагаются от активной зоны реактора). На рисунке сплошной линией показаны зависимости мощности от времени, рассчитанные по модели кинетики (14) с параметрами приведенными в таблицах 4,5 в предположении, что $\overline{k_{11}} = 1.001$, $l_{11} = 1_{11}$, $\lambda = 2.5$. Пунктирной линией изображены аналогичные зависимости, полученные на основе решения уравнений модели кинетики связанных реакторов в отсутствии запаздывающих нейтронов, которая имеет вид (16):

$$l_{11} \frac{dN_1}{dt} = (k_{11} - 1)N_1 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 1}}^5 k_{1j} N_j \quad (15)$$

Расчеты были выполнены по программам комплекса POKER [17]. На

рисунке видно хорошее совпадение результатов расчетов, выполненных с использованием моделей (I4) и (I5). На рис.8 показаны двумерная функция, описывающая изменение формы (по радиусу) нейтронного потока во времени, построенная на основе зависимостей $N_1(\tau)$.

Необходимо отметить, что значения полных энергий $E_1 = \int_0^{\infty} N_1(\tau) d\tau$ в зонах, рассчитанные по моделям (I4) и (I5) (при $\Delta k_{11} = \text{const}$), полностью совпадают. Это легко показать, если проинтегрировать уравнения (I4) и (I5) по времени от 0 до ∞ с учетом зависимости (I2) и пренебречь начальными и конечными значениями величин $l_{11} N_1$. В этом случае система уравнений для E_1 будет иметь вид:

$$\begin{cases} (\Delta k_{11} - \gamma \frac{E_1}{2}) E_1 + \sum_{i=2}^5 k_{1i} E_i = 0 \\ \Delta k_{1i} E_1 + \sum_{j=1}^5 k_{ij} E_j = 0 \end{cases}$$

Решение этой системы алгебраических уравнений может быть записано в векторной форме:

$$E_1 = \frac{2}{\gamma} \left[\Delta k_{11} - \vec{A}^T \hat{M}^{-1} \vec{B} \right]^{-1} \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{2}{\gamma} \left[\Delta k_{11} - \vec{A}^T \hat{M}^{-1} \vec{B} \right] \hat{M}^{-1} \vec{B}$$

где вектора \vec{A} , \vec{B} , \vec{E} и матрицы \hat{M} имеют вид:

$$\hat{M} = \begin{vmatrix} \Delta k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} \\ k_{32} & \Delta k_{33} & k_{34} & k_{35} \\ k_{42} & k_{43} & \Delta k_{44} & k_{45} \\ k_{52} & k_{53} & k_{54} & \Delta k_{55} \end{vmatrix} \quad \vec{A} = \begin{vmatrix} k_{12} \\ k_{13} \\ k_{14} \\ k_{15} \end{vmatrix} \quad \vec{B} = \begin{vmatrix} k_{21} \\ k_{31} \\ k_{41} \\ k_{51} \end{vmatrix} \quad \vec{E} = \begin{vmatrix} E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{vmatrix}$$

Отметим, что в частном случае, когда мультиплицирующий отражатель рассматривается в одноточечном приближении (т.е. $i=2$), выражения для искомым энергий имеют вид:

$$E_1 = \frac{2}{\gamma} \left[\Delta k_{11} - \frac{k_{12}k_{21}}{\Delta k_{22}} \right],$$

$$E_2 = \frac{2}{\gamma} \left[\Delta k_{11} - \frac{k_{12}k_{21}}{\Delta k_{22}} \right] \frac{k_{21}}{\Delta k_{22}},$$

что полностью совпадает с аналогичными выражениями из работы [16].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе апробирована интегральная модель кинетики многозонных размножающих систем. Рассмотрены частные случаи модели, связанные с конкретным видом аппроксиманты интегральных ядер, описывающих процессы переноса нейтронов между зонами. Разработана методика расчета параметров модели с помощью метода Монте-Карло.

Показана применимость предложенной модели кинетики для описания нестационарных процессов переноса нейтронов в быстром реакторе с замедляющим мультиплицирующим отражателем. Выполнены расчеты пространственно-временного распределения нейтронного потока в установке, работающей в режиме импульсной генерации нейтронов. Показано, что для более точного описания поведения нейтронного потока в быстротекающих процессах требуется учет высших временных гармоник и переход к модели с большим числом зон.

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами расчетов по другим моделям кинетики.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Пулко С.В. Модель пространственной кинетики реактора. Часть I. Теория: Препринт ФЭИ № 2054. Обнинск, 1989.
2. Дубовский Б.Г. Секционированные реакторные системы // Атомная энергия. 1959. Т.7, №5, С.456.
3. Ватутин В.В., Юферев В.И. // Атомная энергия. 1970. Т.29, №2. С.117.
4. Кувшинов М.И. и др. Экспериментальное исследование связанных систем, содержащих импульсный реактор БИР и подкритическую сборку // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Импульсные реакторы и простые критические сборки. 1988. Вып.2. С.3.
5. Хоружий В.Х. К расчету пространственно-временной кинетики ИЯР и бустера // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов. 1989. Вып.1. С.3.
6. Emmett, J.L., Nuckolls J., and Wood L. Fusion Power by Laser Implosion // Sci. Am. 230, 6, pp.24-27, June 1974.
7. Маккартур Д.А., Шмидт Т.Р., Филбин Дж.С., Толлефсруд Ф.Б. Конструктивные схемы больших реакторов-лазеров с ядерной накачкой // SAND 76-0584, 1977.
8. Miley G.H. Direct nuclear pumped laser - status and potential applications. // Laser Inter. and Relativ Plasma Phenomena / N.Y., 1977., v.4A., p.181.
9. Холл Дж., Уатт Дж. Современные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений / Пер. с англ. В.В. Поспелова и Б.В. Герасимова / Под ред. А.Д. Горбунова. М.: Мир, 1979.
10. Азакова Л.Б., Камаева О.Б., Коробейникова Л.В., Коробейников В.В., Леонтьев В.В., Овчинников А.В., Полевой В.Б. Развитие возможностей комплекса МКРК для моделирования переноса нейтронов и гамма-квантов. // Методы Монте-Карло в вычислительной

- математике и математической физике: Тезисы докладов VII Всесоюзного совещания. Новосибирск, 9-11.10.1985 г./ ВЦ СО АН СССР, 1985.
11. Дубовская В.А. Об одном методе аппроксимации экспериментальных данных: Препринт ФЭИ-2028. Обнинск, 1989.
12. Полевой В.Б. Решение методом Монте-Карло некоторых нестационарных задач теории переноса мгновенных нейтронов. Часть I. Алгоритмы: Препринт ФЭИ-831. Обнинск, 1978.
13. Диткин В.А., Прудников А.П. Операционное исчисление. М.: Высшая школа, 1975.
14. Плаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. М.: Наука, 1970.
15. Набалин Е.П. Импульсные реакторы на быстрых нейтронах. М.: Атомиздат, 1976.
16. Колесов В.Ф., Петров Ю.В., Старев С.К. Кинетика системы связанных импульсных реакторов // Атомная энергия. 1975. Т.39, №6. С.392.
17. Кухарчук О.Ф., Гулевич А.В., Зродников А.В. Комплекс программ POKER для моделирования нестационарных процессов в системах связанных реакторов: Препринт ФЭИ № 2065. Обнинск, 1990.
18. Эйвери Р. В сб.: Тр. 2-ой Женевской конф. Изб. докл. иностр. ученых. М.: Атомиздат, 1958, т.3, стр.321.
19. Дьяченко П.П. и др. Комбинированная термоядерная установка с реакторно-лазерным драйвером для промышленного получения электроэнергии: Препринт ФЭИ №2097. Обнинск, 1990.

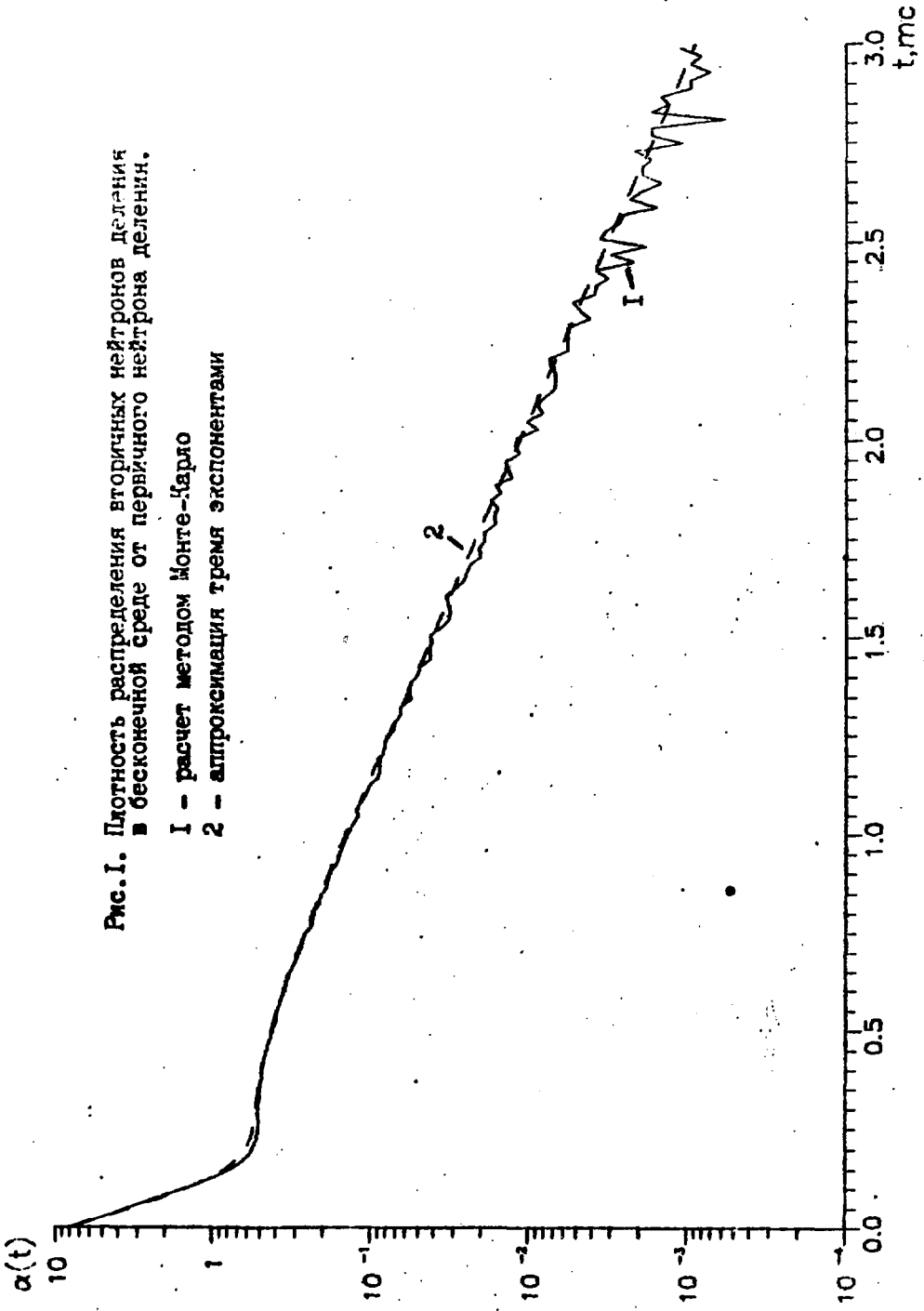


Рис.1. Плотность распределения вторичных нейтронов деления в бесконечной среде от первичного нейтрона деления.

- 1 - расчет методом Монте-Карло
- 2 - аппроксимация тремя экспонентами

Рис.2. Распределение полного числа нейтронов в бесконечной среде от δ - источника.

- 1 - расчет методом Монте-Карло
- 2 - расчет по интегральной модели
- 3 - расчет по одногруппной модели

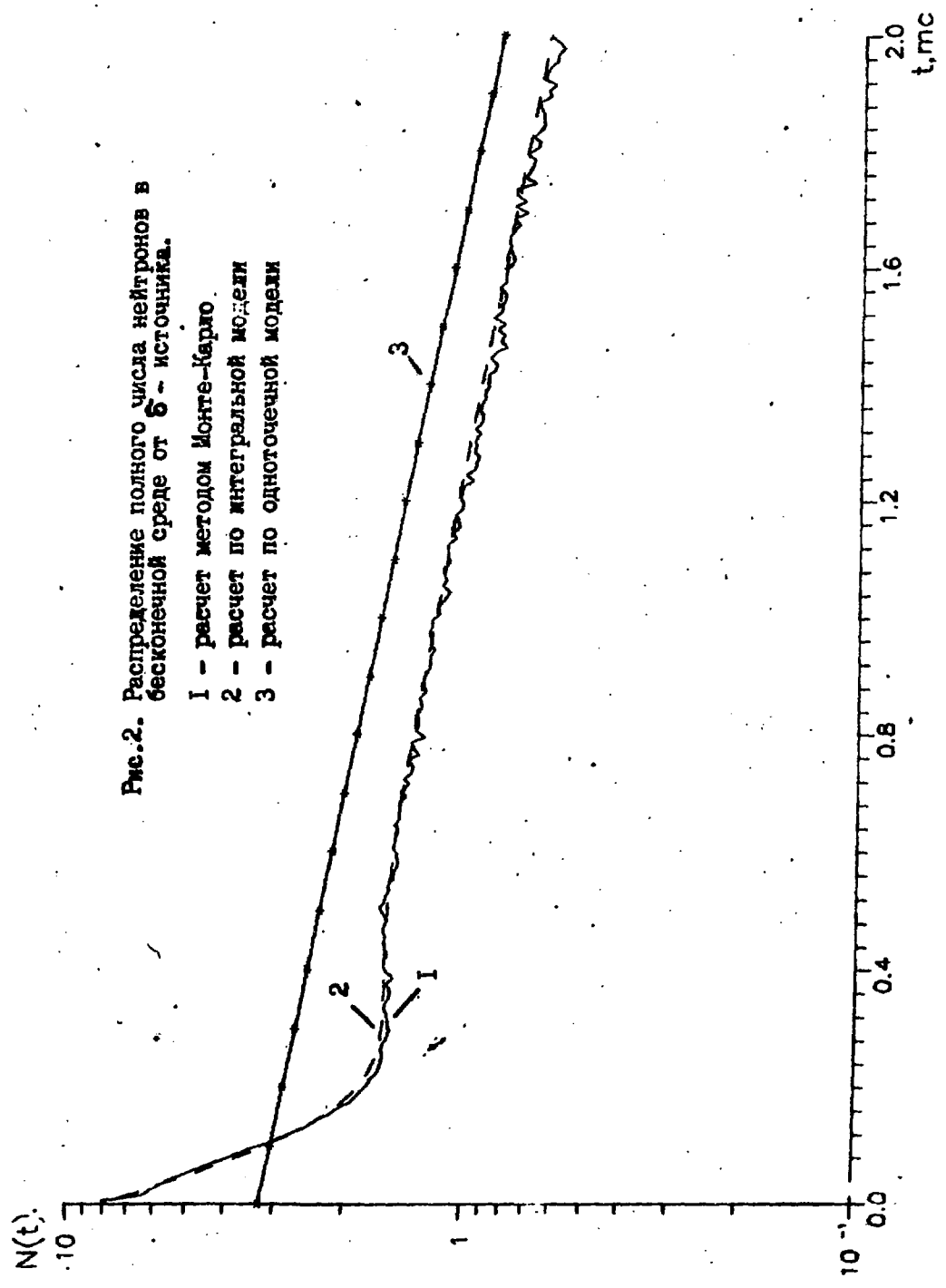
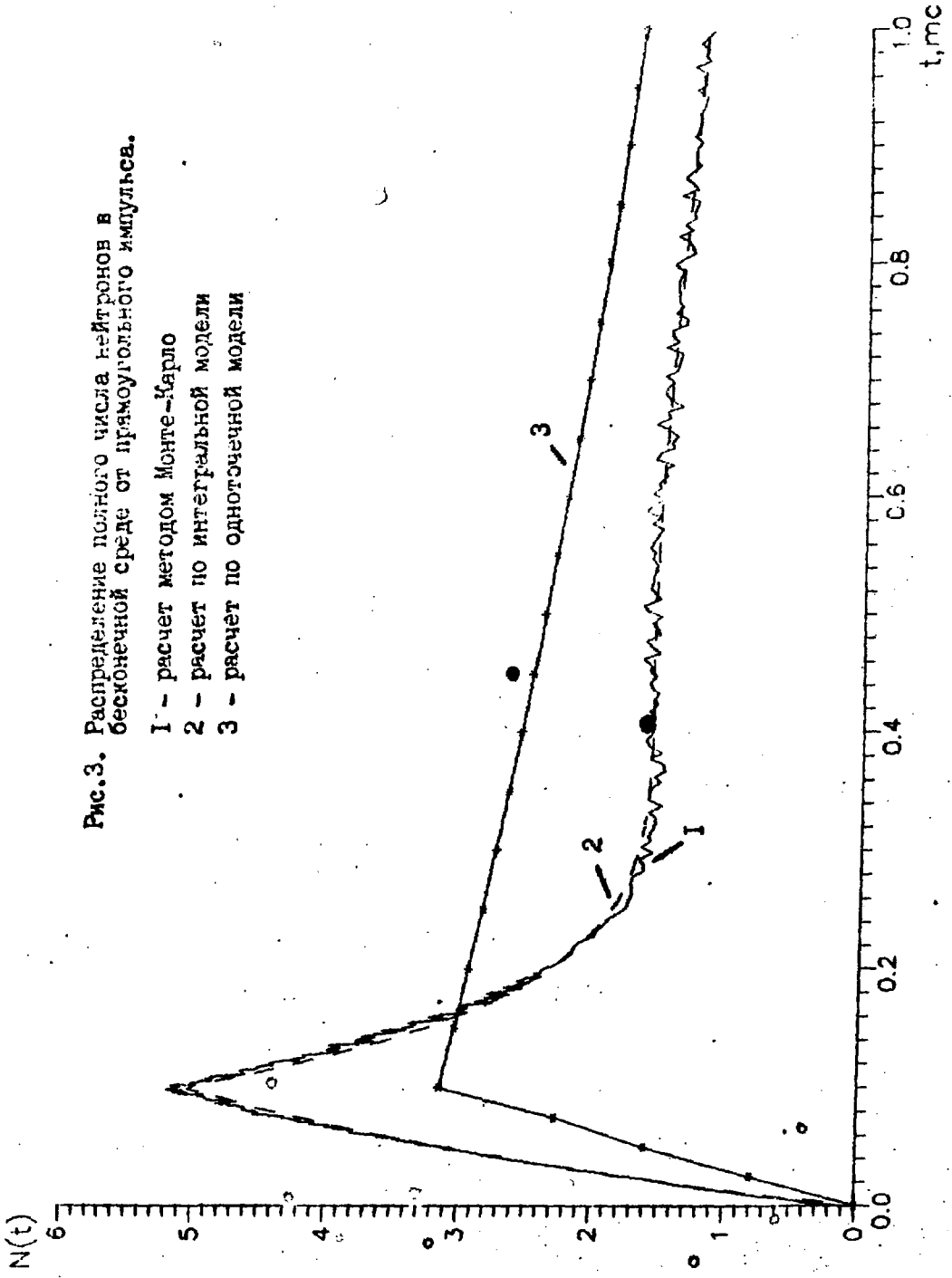


Рис.3. Распределение полного числа нейтронов в бесконечной среде от прямоугольного импульса.

- 1 - расчет методом Монте-Карло
- 2 - расчет по интегральной модели
- 3 - расчет по одногруппной модели



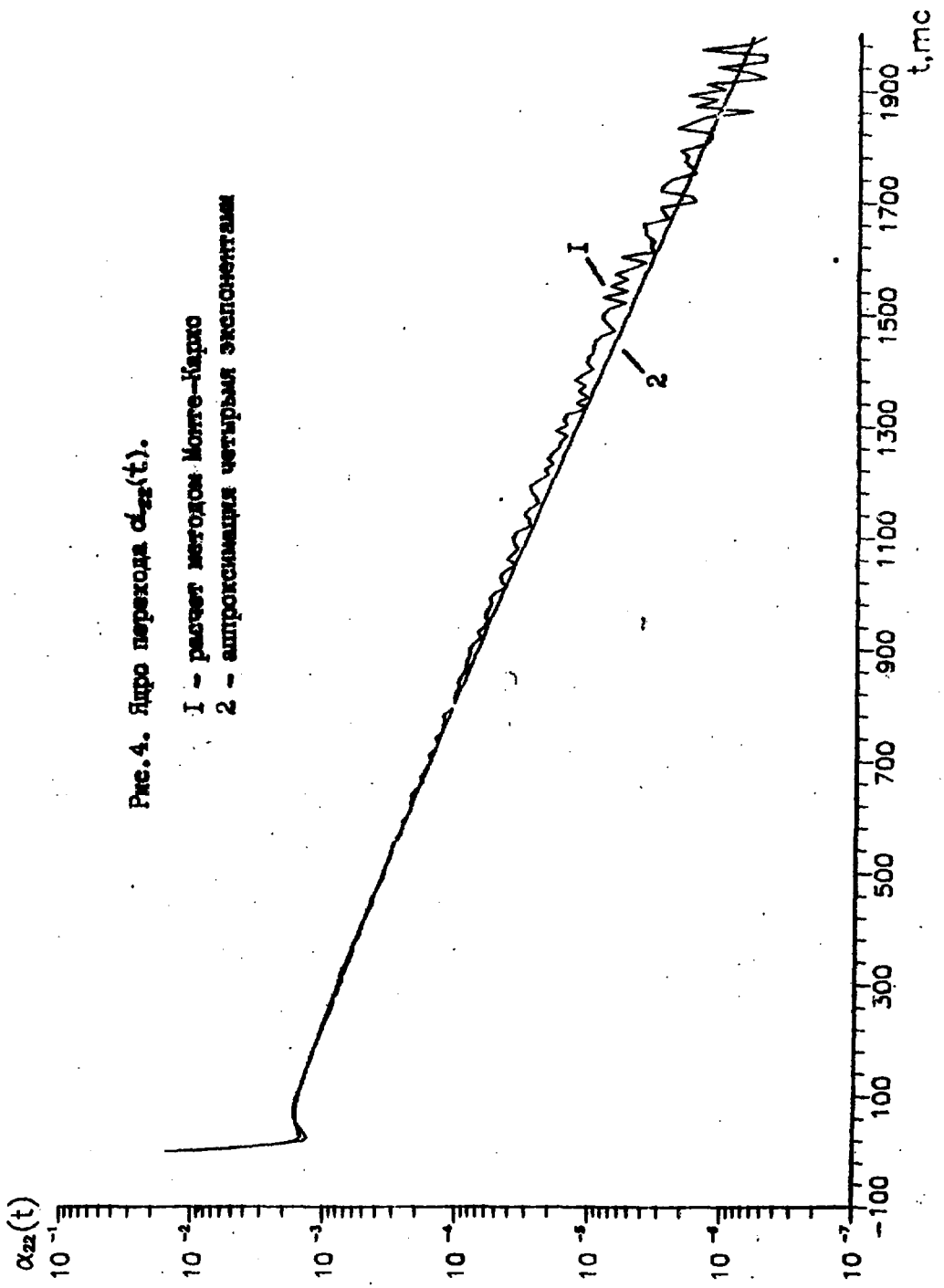


Рис.4. Ядро перехода $\alpha_{22}(t)$.

- 1 - расчет методом Монте-Карло
- 2 - аппроксимация четырьмя экспонентами

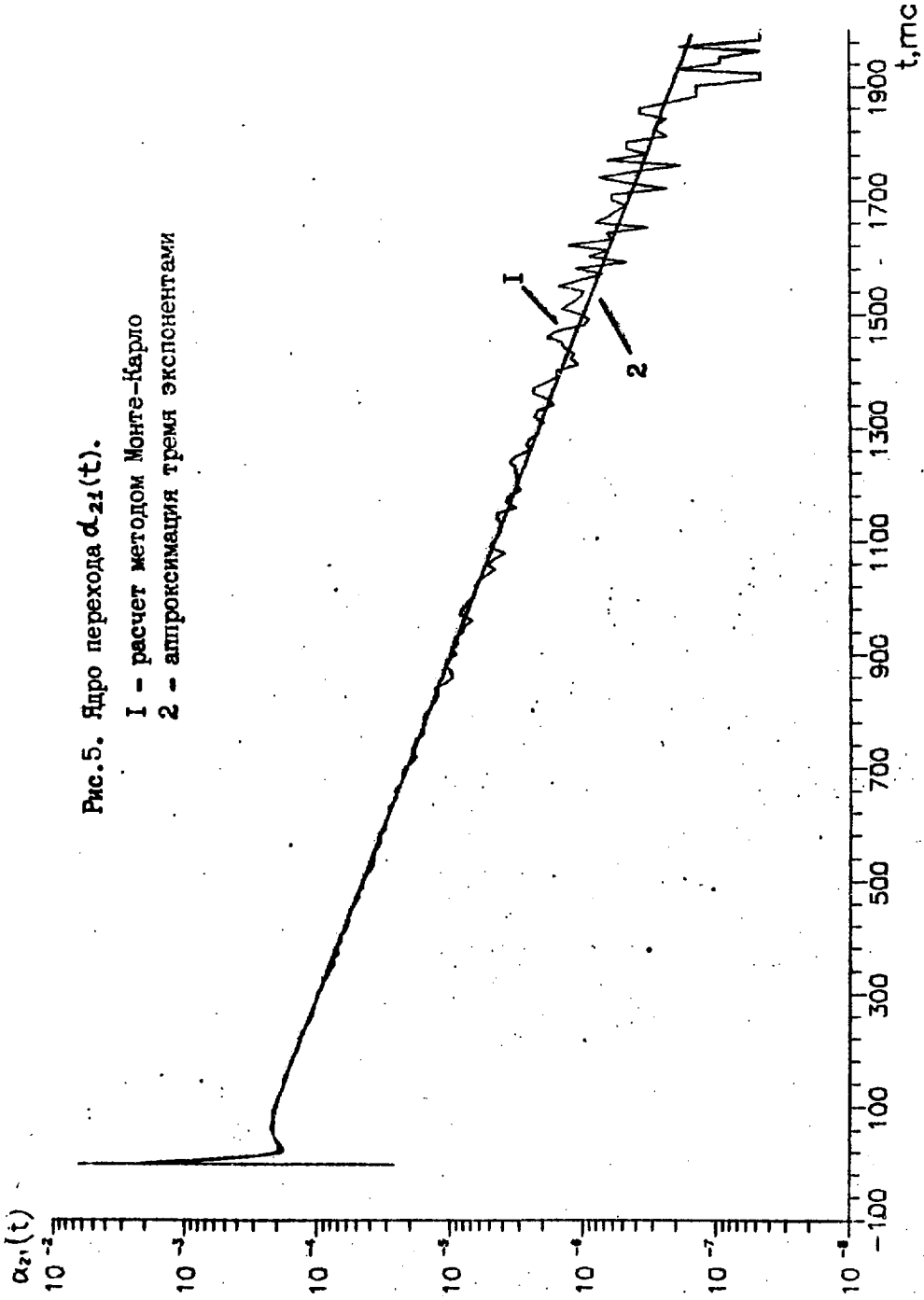


Рис.5. Ядро перехода $\alpha_{21}(t)$.

1 - расчет методом Монте-Карло

2 - аппроксимация тремя экспонентами

Рис. 6. Изменение нейтронной мощности в импульсном реакторе (1, и мультиплицирующем отражателе (2).

— — интегральная модель

- - - модель связанных реакторов

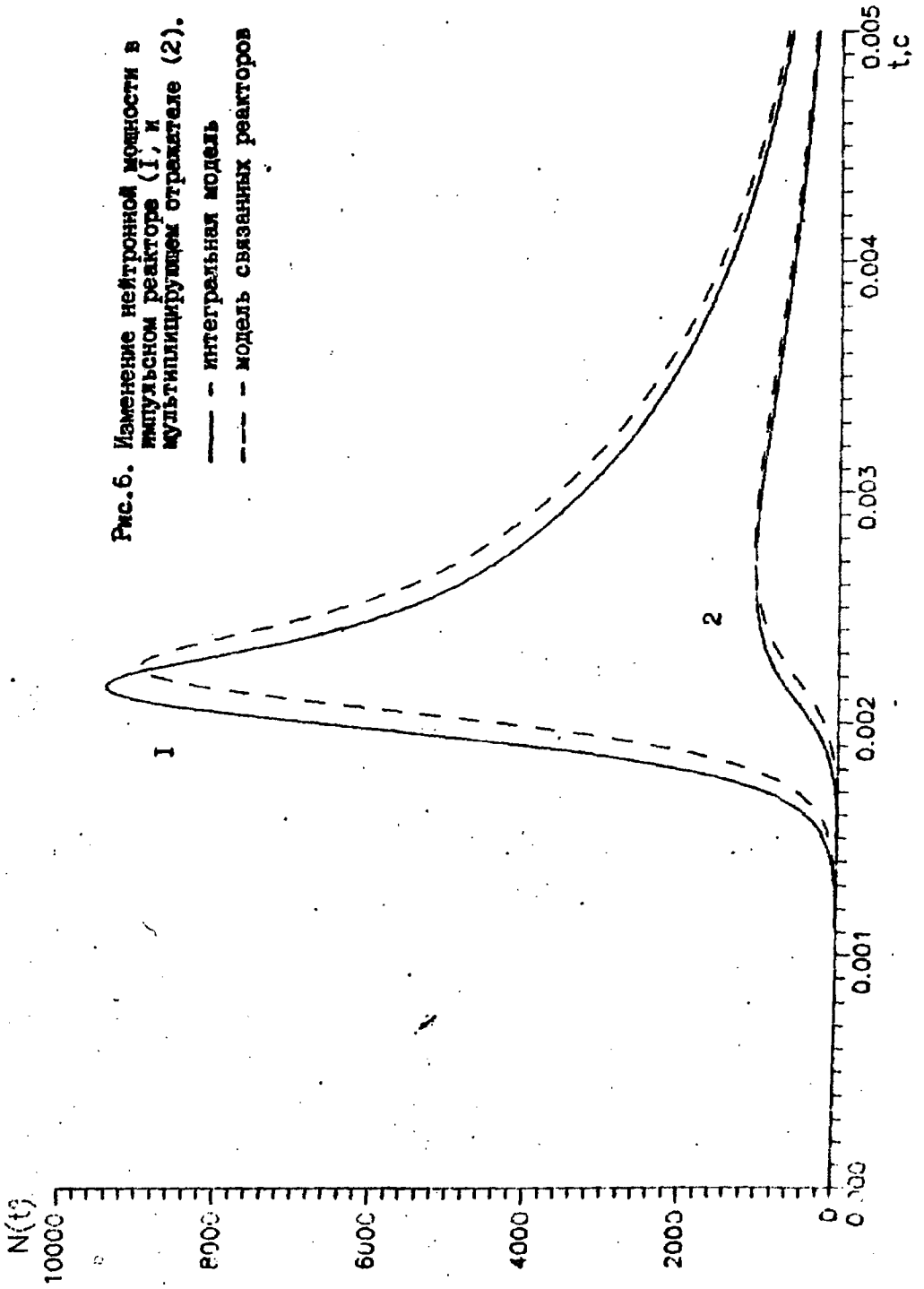


Рис. 7. Поведение во времени мощности в зонах I-4 мультиплицирующего отражателя.

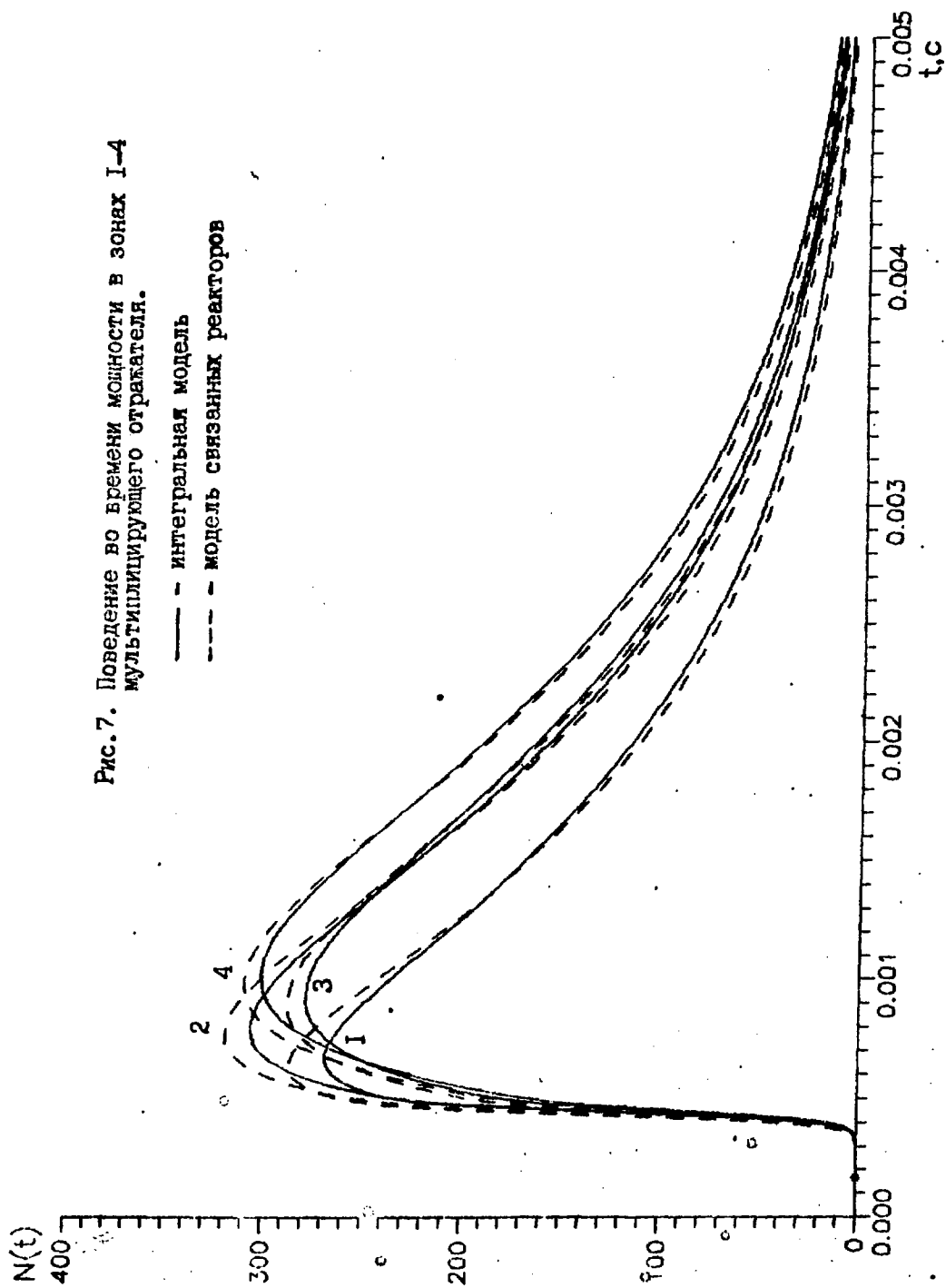
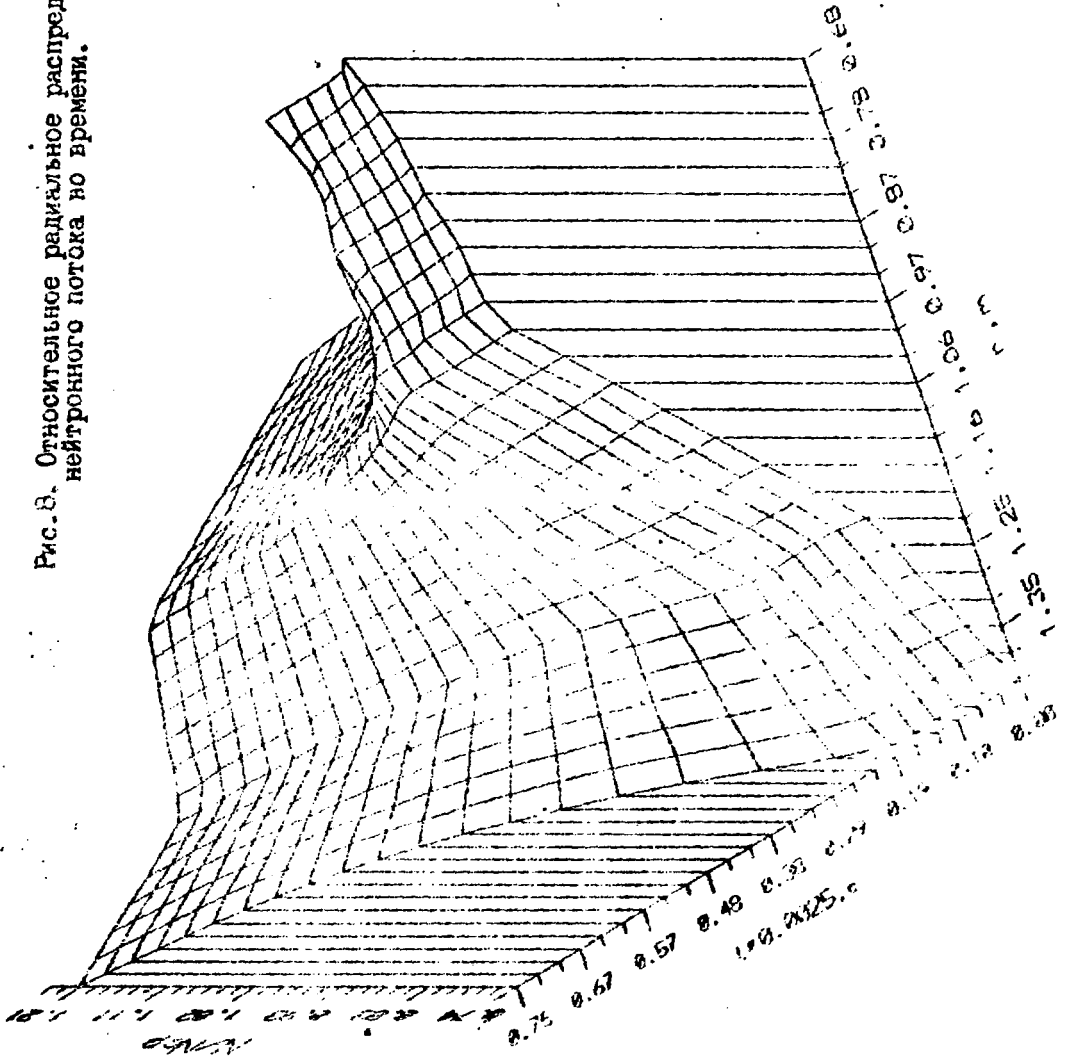


Рис. 8. Относительное радиальное распределение нейтронного потока во времени.



Технический редактор Н. П. Герасимова

Подписано к печати 26.09.1990 г. Бумага писчая № 1
Формат 60×90^{1/16} Усл. п. л. 1,7 Уч.-изд. л. 1,1 Тираж 90 экз.
Цена 22 коп. Индекс 3624 ФЭИ-2129

Отпечатано на ротапринте.
249020, г. Обнинск Калужской обл., ФЭИ

22 коп.

Индекс 3624

**Применение интегральной модели нейтронной кинетики к
расчету многозонных размножающих систем.
ФЭИ-2129. 1990. 1-27.**