

11.10.89

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР



ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

КИУ-89-31

Препринт КИЯИ-89-31

В.А.Пашин

ДИСПЕРСИЯ И МОНОХРОМАТИЗАЦИЯ В
СИСТЕМЕ ТРАНСПОРТИРОВКИ ПУЧКА
ЦИКЛОТРОНА У-240

В.А.Пашин

**ДИСПЕРСИЯ И МОНОХРОМАТИЗАЦИЯ В СИСТЕМЕ ТРАНСПОРТИРОВКИ
ПУЧКА ЦИКЛОТРОНА У-240**

Использован матричный метод расчета фокусировки и дисперсии пучка. Показано, что с помощью отклоняющих магнитов и диафрагмирования можно в 8 + 12 раз улучшить монохроматичность в экспериментальных залах циклотрона У-240. Ахроматичный поворот в первом 45-градусном магните уменьшает горизонтальную огибающую в местах последующих кроссоверов в 6 + 8 раз. Даны практические рекомендации и приведены таблицы с результатами расчетов конкретных вариантов.

The matrix calculation method of beam focusing and dispersion is used. It is shown, that monochromatization in experimental halls of U-240 cyclotron may be increased 8+ 12 times by bending magnets and diaphragming. The achromatic declination by the first 45° magnet decreases 6 + 8 times the horizontal envelope where the following cross-over take places. The practical recommendations are given and the tables with calculation results of specific variants are presented.

**Dispersion and Monochromatization in the System
of U-240 Cyclotron Beam Transportation**

V.A.Pashin

С

Печатается по постановлению Ученого совета
Института ядерных исследований АН УССР

АКАДЕМИИ НАУК УССР

В.А.Павин

**ДИСПЕРСИИ И МОНОХРОМАТИЗАЦИИ В СИСТЕМЕ
ТРАНСПОРТИРОВКИ ПУЧКА ЦИКЛОТРОНА У-240**

Киев, Институт ядерных исследований, 1999

Если частицы в пучке имеют разброс по импульсам $\pm \Delta p/p$, то при прохождении пучка в магнитном поле увеличивается его поперечный размер, т.е. возникает дисперсия. Каждая частица с отличным от нуля $\Delta p/p$ имеет свой радиус кривизны в магнитном поле, отличный от радиуса монохроматической частицы на величину $\Delta R = R \Delta p/p$. В результате этого в плоскости поворота появляются дополнительные отклонения $\Delta \rho$ дисперсионной частицы и угол ее траектории $\Delta' \theta$ по отношению к траектории монохроматической частицы. Вектор-столбец $\begin{pmatrix} \Delta \rho \\ \Delta' \theta \end{pmatrix}$ называется вектором дисперсии, $\Delta \rho$ - линейная дисперсия, $\Delta' \theta$ - угловая дисперсия.

Любая система транспортировки пучка обычно содержит определенное количество отклоняющих магнитов, магнитных квадрупольных линз и свободных промежутков между ними. Для вычисления дисперсии (вектора дисперсии) в произвольной точке используется проведение трехмерных матриц перехода всех участков системы транспортировки до выбранной точки.

При отклонении пучка однородным секторным магнитом в горизонтальной плоскости на угол φ с радиусом поворота R преобразование начальных координат любой частицы $(x_0, x'_0, \Delta p/p)$ у входа в магнит в конечные $(x, x', \Delta p/p)$, характеризующие отклонение частицы и угол ее траектории относительно системы отсчета, определяется трехмерной матрицей перехода через магнит M :

$$- \begin{pmatrix} X \\ X' \\ \Delta p/p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ X'_0 \\ \Delta p/p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & R \sin \varphi & R(1 - \cos \varphi) \\ -\frac{1}{R} \sin \varphi & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ X'_0 \\ \Delta p/p \end{pmatrix}, \quad (1)$$

и, таким образом, для однородного секторного магнита вектор дисперсии равен:

$$\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(1 - \cos \varphi) \\ \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Трехмерная матрица перехода для свободного от полей промежутка пути длиной ℓ равна:

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \ell & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для $\Delta p/p \leq 0,005$, что обычно имеет место при работе с циклотронными пучками, трехмерные матрицы перехода для фокусирующей и дефокусирующей магнитных квадрупольных линз можно считать соответственно равными:

$$\begin{pmatrix} \cos eV\kappa & \frac{1}{\sqrt{e}} \sin eV\kappa & 0 \\ -\sqrt{e} \sin eV\kappa & \cos eV\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \cosh eV\kappa & \frac{1}{\sqrt{e}} \sinh eV\kappa & 0 \\ \sqrt{e} \sinh eV\kappa & \cosh eV\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где ℓ - длина линзы, $\kappa = \frac{G}{H_p}$, G - градиент магнитного поля в линзе, H_p - импульс монохроматической частицы.

ДИСПЕРСИЯ

Рассмотрим пример системы транспортировки пучка, состоящей из трех последовательно расположенных участков, определенных трехмерными матрицами перехода (f), (m) и (λ), где (m) - соответствует отклоняемому магниту, создающему дисперсию (m_{23}), а участки с (f) и (λ) состоят из линз и свободных промежутков, т.е. в этих матрицах: $\lambda_{13} = \lambda_{23} = f_{13} = f_{23} = 0$.

И пусть перед первым участком с матрицей (f) пучок уже имеет начальный вектор дисперсии $(\begin{smallmatrix} \mathcal{D}_0 \\ \mathcal{D}'_0 \end{smallmatrix})$. Результат перемножения трехмерных матриц $(\lambda)(m)(f) = (a)$ можно представить в виде (если не писать третью строку $\Delta\rho/\rho = \Delta\rho'/\rho$):

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ x'_0 \\ \rho/\rho_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{pmatrix} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho}$$

Можно также показать, что:

$$\begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{D}_0 \\ \mathcal{D}'_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{13} \\ m_{23} \end{pmatrix}$$

Таким образом, результирующий вектор дисперсии $(\begin{smallmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{smallmatrix})$ равен матричной сумме произведений начального вектора дисперсии $(\begin{smallmatrix} \mathcal{D}_0 \\ \mathcal{D}'_0 \end{smallmatrix})$ на все двумерные матрицы перехода для координат (x, x') и произведения образуемого в магните вектора дисперсии $(\begin{smallmatrix} m_{13} \\ m_{23} \end{smallmatrix})$ на последующую двумерную матрицу перехода. Причем, в этой сумме должны учитываться знаки компонентов векторов дисперсии. Обобщая эти результаты на более сложные системы, содержащие несколько магнитов, можно записать результирующий вектор дисперсии в виде матричной суммы произведений векторов дисперсии на последующие матрицы перехода. Например, для чередующихся трех магнитов m_1, m_2, m_3 и четырех участков $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$, содержащих свободные промежутки и линзы, суммарный вектор дисперсии в конце последнего участка λ_4 равен:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{D}_0 \\ \mathcal{D}'_0 \end{pmatrix} = (\lambda)_4 (m)_3 (\lambda)_3 (m)_2 (\lambda)_2 (m)_1 (\lambda)_1 \begin{pmatrix} \mathcal{D}_0 \\ \mathcal{D}'_0 \end{pmatrix} + (\lambda)_4 (m)_3 (\lambda)_3 (m)_2 (\lambda)_2 \begin{pmatrix} m_{13} \\ m_{23} \end{pmatrix} + \\ + (\lambda)_4 (m)_3 (\lambda)_3 \begin{pmatrix} m_{13} \\ m_{23} \end{pmatrix} + (\lambda)_4 \begin{pmatrix} m_{13} \\ m_{23} \end{pmatrix},$$

где $(\lambda)_{1+4}, (m)_{1+3}$ - двумерные матрицы перехода для горизонтальных координат (y, y') , $(\begin{smallmatrix} m_{13} \\ m_{23} \end{smallmatrix})_{1+3}$ - векторы дисперсии, образуемые в отклоняющих магнитах.

Такое определение дисперсии всегда оказывается удобнее, чем произведение трехмерных матриц, и, кроме того, дает более наглядную картину (физического представления). В самом деле, суммарная дисперсия оказывается суммой всех образуемых векторов дисперсии, прошедших через последующие участки, т.е. умноженных на соответствующие матрицы перехода для горизонтальных координат (y, y') .

Рассмотрим пример, когда на расстоянии ρ после отклоняющего магнита имеется кроссовер пучка, который для некоординатно-

го пучка на фазовой плоскости (x, x') изображается прямым эллипсом с полуосями a и b и площадью $S_0 = \pi ab$ (рис. I, а). Умножая матрицу перехода для магнита (I) и свободного промежутка (3), находим, что на этом расстоянии l от магнита вектор дисперсии равен:

$$\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(1 - \cos \varphi) + l \sin \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}$$

Это означает, что к координате x каждой частицы с импульсом $p + \Delta p$ необходимо добавить $[R(1 - \cos \varphi) + l \sin \varphi] \cdot \Delta p/p$, а к x' добавить $\sin \varphi \cdot \Delta p/p$. Разброс частиц по импульсам в пучке может быть от $-\Delta p/p$ до $+\Delta p/p$. Для крайних значений $\pm \Delta p/p$ на фазовой плоскости соответствуют два эллипса (рис. I, б, в), а все частицы пучка занимают площадь S' , образованную площадью этих эллипсов и площадью между ними. Эффективный эмиттанс пучка увеличивается в S'/S_0 раз. Площадь S' состоит из площади параллелограмма S_{EBCD} и площади эллипса S_0 и равна:

$$S' = 4 \sqrt{(2b)^2 + (2a')^2} + \pi ab$$

Из рис. I видно также, что, если в этом месте, где имеется дисперсия и горизонтальный кроссовер пучка, установить вертикальную щель с горизонтальным размером $2a$, то через нее пройдет пучок с меньшим разбросом по импульсам, чем в недиафрагмированном пучке. Улучшение монохроматичности пропорционально отношению всей ширины пучка к ширине диафрагмы, т.е. в $2/a$ раз. Делать щель меньше, чем $2a$ не имеет смысла, так как это не улучшает монохроматичность, а приводит к лишним потерям интенсивности пучка.

Рассмотрим несколько примеров расчета дисперсии в системе транспортировки пучка циклотрона У-240, (рис. 2). Выведенный из циклотрона пучок попадает сначала в корректирующий магнит M_0 , который с помощью дипольной обмотки подправляет пучок на ось монопротода, а с помощью квадрупольной обмотки фокусирует пучок по горизонтали с целью предотвращения потерь интенсивности на боковых стенках камеры M_0 . В зависимости от режима работы циклотрона обе обмотки магнита имеют свои оптимальные значения тока в них.

Главным образом от тока в квадрупольной обмотке (а также и от других параметров циклотрона) зависят места нахождения вертикального и горизонтального кроссоверов выведенного пучка на входе в систему транспортировки. Измерения эмиттанса пучка протонов с

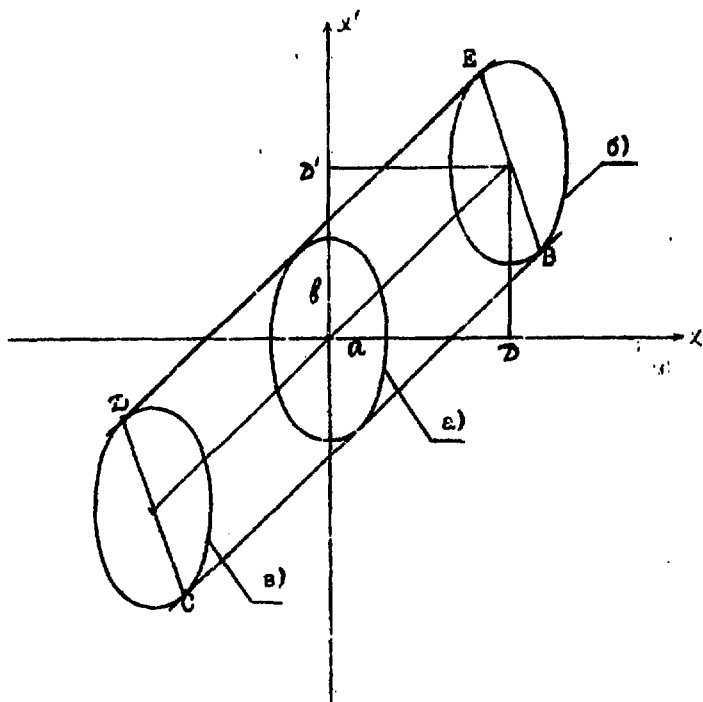


Рис. 1. Увеличение эффективного эмиттанса в результате дисперсии пучка в магнитном поле:

- а) - эллипс монохроматического пучка с $\frac{\Delta p}{p} = 0$;
 б) - эллипс пучка с $+\frac{\Delta p}{p}$;
 в) - эллипс пучка с $-\frac{\Delta p}{p}$; a, b - полуоси эллипса, D - линейная дисперсия.
 D' - угловая дисперсия.

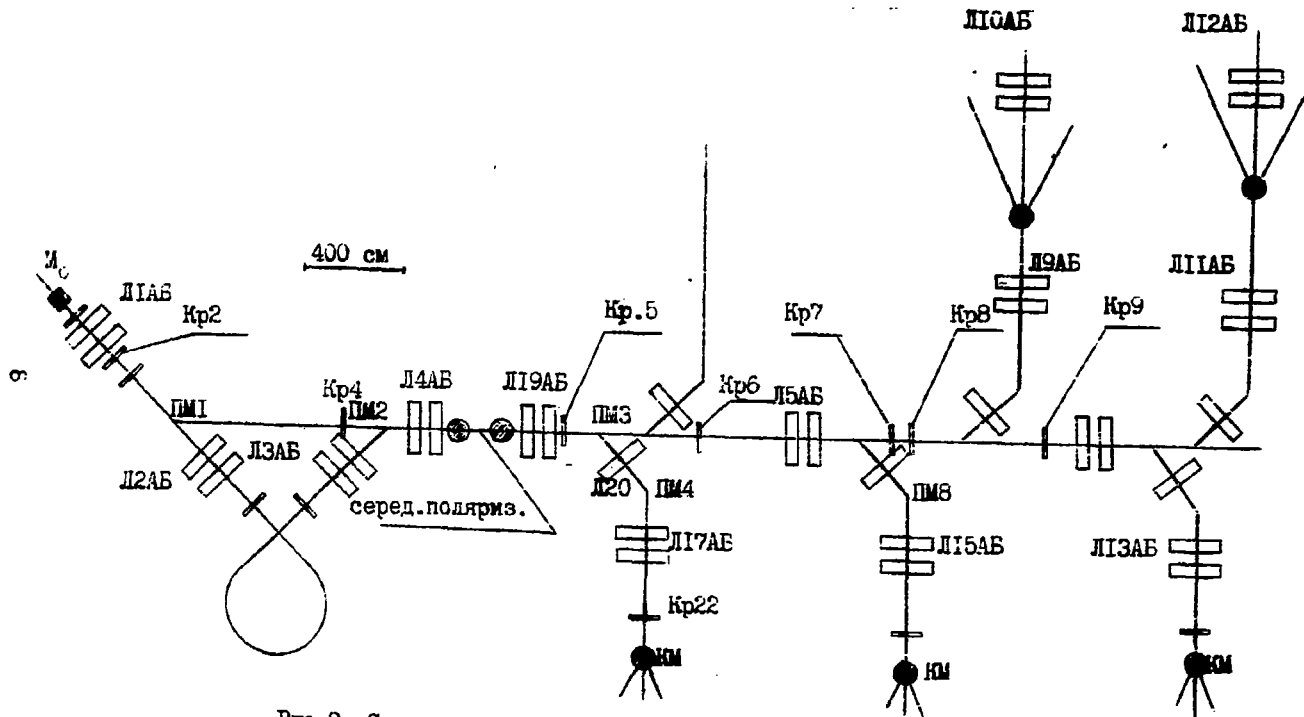


Рис.2. Система транспортировки пучка циклотрона У-240

энергией 50 МаВ перед первым поворотным магнитом ПМ1 показали, что наиболее часто параметры выведенного пучка находятся между двумя крайними случаями. Случай а): $\rho = -350$ см, $Q = 192$ см, $\chi_0 = 0,48$ см, $\chi'_0 = 0,0075$ рад, $z_0 = 0,11$, $z'_0 = 0,015$ рад и случай б): $\rho = -1300$ см, $Q = 205$ см, $\chi_0 = 0,8$ см, $\chi'_0 = 0,0045$ рад, $z_0 = 0,18$, $z'_0 = 0,014$ рад, где

- ρ - расстояние горизонтального кроссовера от входа в первую линзу ЛА (знак "-" означает, что кроссовер находится не перед входом в линзу, а после него);
- Q - расстояние вертикального кроссовера от входа в линзу ЛА;
- χ_0, χ'_0 - полуоси прямого эллипса для горизонтального кроссовера;
- z_0, z'_0 - полуоси эллипса вертикального кроссовера.

Случай а) соответствует большему току (~ 180 А) в квадрупольной обмотке M_0 , т.е. при этом пучок сильнее фокусируется в горизонтальной плоскости и выходит из циклотрона сходящимся, его кроссовер находится на расстоянии 440 см от выхода магнита M_0 . В случае б) ток в квадрупольной обмотке меньше (~ 150 А), пучок выходит также сходящимся, но его кроссовер находится дальше от магнита M_0 , на расстоянии 1390 см. В обоих случаях горизонтальный эмиттанс равен $\epsilon_0 = 35\pi$ мм·мрад.

Так как можно считать, что реальные параметры кроссоверов пучка и их положения находятся между указанными двумя крайними случаями а) и б), то все расчеты в дальнейшем проводились для этих случаев и показали принципиальную возможность реализации всех вариантов, рассмотренных ниже. Конечно, для практического расчета любого конкретного варианта фокусировки и транспортировки пучка необходимо измерение исходных параметров пучка, т.е. его горизонтального и вертикального эмиттансов.

Знание полуосей эллипса χ_0, χ'_0 и матрицы перехода $(M) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ в произвольную точку системы транспортировки позволяет определить отгибание пучка в этой точке, т.е. максимальные отклонения по координате χ и углу χ' , согласно выражениям $|I|$:

$$\chi'' = \sqrt{(a_{11}\chi_0)^2 + (a_{12}\chi'_0)^2}, \quad \chi'' = \sqrt{(a_{21}\chi_0)^2 + (a_{22}\chi'_0)^2}.$$

В местах расположения кроссоверов поперечный размер пучка или его отгибания χ'' минимальны. В этих местах эллипсы пучка расположены вертикально (прямо), а отгибание пучка совпадает с полуосями эллипсов.

Для случая а) расчет с помощью ЭВМ режима фокусировки пучка

по горизонтали и вертикали в крестовину №4 дал значение градиентов в линзах Л1А и Л1Б соответственно 0,799 Т/м и 1,1503 Т/м, огибающие монохроматического пучка по горизонтали $\tilde{\chi} = 0,578$ см, $\tilde{\chi}' = 0,006225$ рад, дисперсию $\mathcal{D} = 0,951$ см, угол дисперсии $\mathcal{D}' = 0,001414$ рад (для $\sigma_{\text{эп}}/\sigma_0 = 0,002$). Результирующая огибающая равна $\chi = \tilde{\chi} + |\mathcal{D}| = 1,529$ см (полная горизонтальная ширина пучка $2\chi = 3,058$ см. Увеличение эффективного эмиттанта $\sigma_{\text{эп}}/\sigma_0 = 3,114$. Для случая б) эти же расчетные параметры равны: градиенты в линзах 1,3258 Т/м и 1,3173 Т/м, $\tilde{\chi} = 0,233$ см, $\tilde{\chi}' = 0,01542$ рад, $\chi = \tilde{\chi} + |\mathcal{D}| = 1,184$ см, $\sigma_{\text{эп}}/\sigma_0 = 6,19$.

Дальнейшая фокусировка пучка линзами дает перемешивание дисперсных траекторий, иногда уменьшается \mathcal{D} (и возрастает \mathcal{D}'), но всегда сохраняется увеличенный эффективный эмиттанс, увеличение которого произошло при прохождении первого отклоняющего магнита ПМ1. В табл. I представлены результаты расчетов фокусировки пучка из циклотрона в крестовину №4, из крестовины №4 в крестовину №6 линзами Л19А, Б, из крестовины №6 линзами Л5А, Б в крестовину №7.

Таблица I.
Огибающие пучки, дисперсия и эффективный эмиттанс в крестовинах №4, №6, №7

Место выхода	Место крестовина	Исходный пучок	$\tilde{\chi}$ мм	$\tilde{\chi}'$ мрад	\mathcal{D} мм	\mathcal{D}' мрад	$\sigma_{\text{эп}}/\sigma_0$
Циклотрон	Крест. № 4	а)	5,78	6,225	9,51	1,414	3,114
		б)	2,33	15,42	9,51	1,414	6,19
Крест. № 4	Крест. № 6	а)	8,58	4,21	12,66	3,74	3,19
		б)	3,42	10,53	13,87	6,34	6,22
Крест. № 6	Крест. № 7	а)	3,0	12,1	2,8	18,3	3,26
		б)	7,12	5,06	23,81	11,78	6,20

Из приведенной таблицы видно, что наличие дисперсии после первого магнита ПМ1 не дает возможности получить в крестовине №4 пучок менее, чем $2\chi = 2(\tilde{\chi} + |\mathcal{D}|) = 23,7$ мм по горизонтали. Практические результаты фокусировки пучка в крестовине №4 совпали с расчетами, в том числе и градиенты в линзах. Неоднократные попытки

сфокусировать пучок в крестовине №4 в разных режимах ускорения протонов и других частиц показали, что в лучшем случае горизонтальный размер пучка находился в пределах 25 ± 30 мм. Это подтверждает предполагаемую оценку (используемую в расчетах) максимального разброса по импульсам $\Delta p/p = \pm 0,002$, что совпадает также с разбросом по энергии, определяемом из соображений трехоборотного вывода протонов с энергией 51 МэВ и при амплитудном значении ускоряющего напряжения на дуанте 70 кВ.

Из таблицы также видно, что при фокусировке пучка в других крестовинах для определения минимальных его размеров по горизонтали необходим учет дисперсии.

МОНОХРОМАТИЗАЦИЯ

Для улучшения монохроматичности с помощью дисперсии и диафрагмирования в системе транспортировки пучка циклотрона У-240 (рис.2) установлен магнит-монохроматор с углом отклонения 270° и радиусом поворота 200 см. Максимальная магнитная индукция на оси магнитной дорожки 0,85 Т. Магнитное поле неоднородно с показателем $n = -\frac{R}{H} \frac{dH}{dR}$, который в зависимости от тока в квадрупольной обмотке принимает различные значения в пределах $0 < n < 1$. Матрицы перехода через магнит с неоднородным полем для горизонтального и вертикального движений имеют вид /2/:

$$(M)_1 = \begin{pmatrix} \cos \psi \sqrt{1-n} & \frac{R}{\sqrt{1-n}} \sin \psi \sqrt{1-n} & \frac{R}{1-n} (1 - \cos \psi \sqrt{1-n}) \\ -\frac{\sqrt{1-n}}{R} \sin \psi \sqrt{1-n} & \cos \psi \sqrt{1-n} & \frac{1}{\sqrt{1-n}} \sin \psi \sqrt{1-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, (M)_2 = \begin{pmatrix} \cos \psi \sqrt{n} & \frac{R}{\sqrt{n}} \sin \psi \sqrt{n} \\ -\frac{\sqrt{n}}{R} \sin \psi \sqrt{n} & \cos \psi \sqrt{n} \end{pmatrix}.$$

Оптимальный вариант использования разрешающей способности и светосилы 270° -градусного магнита /3/ осуществляется при расположении входной щели шириной 1 мм на расстоянии 336 см перед входом в магнит и анализирующей щели (также шириной 1 мм) на расстоянии 336 см после выхода из магнита. Показатель неоднородности магнитного поля выбирается равным $n = 0,831$, при котором происходит вертикальная и горизонтальная фокусировка, т.е. оптическое изображение входной щели попадает на выходную щель. При этом в середине магнита находится промежуточный фокус вертикального движения, а по горизонтали пучок имеет максимальный размер. Матрицы перехода от входной щели к анализирующей для горизонтального и вертикального движения равны:

$$(M)_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 23+0 \\ -2,0012 & -1 & 2,27 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (M)_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,00217 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дисперсия в месте расположения анализирующей щели равна $\Delta \cdot \frac{\Delta p}{p} = 2370 \cdot 0,002 = 4,74$ см и монохроматизация в пучке, прошедшем анализирующую щель шириной 1 мм, улучшается в $4,74/0,05 \approx 95$ раз и составляет + 2,1 кэВ при энергии протонов 50 МэВ. Интенсивность пучка уменьшается также в ≈ 95 раз. Изменяя показатель неоднородности магнитного поля h , используя фокусирующие линзы ДЗА,Б и отклоняющий магнит ПМ2, можно получить в линзовом коридоре пучок с нулевым вектором дисперсии, т.е. осуществить полностью ахроматичную транспортировку пучка с сохранением его интенсивности и величины исходного эмиттанса.

Интерес представляет анализ возможности улучшения монохроматичности пучка без магнита-монохроматора, а с использованием дисперсии пучка в первом отклоняющем магните ПМ1.

Как уже указывалось, в крестовине №4 на расстоянии 598 см от выхода из этого магнита, отклоняющего пучок на 45° с радиусом кривизны 150 см, дисперсия с учетом полей рассеяния равна $\Delta \cdot \frac{\Delta p}{p} = 0,951$ см ($\Delta = 475,6$ см, $\frac{\Delta p}{p} = 0,002$). Для различных походящих эмиттансов выведенного из циклотрона пучка (случаи б) и а), возможно получение горизонтального кроссовера в крестовине №4 с шириной полуоси эллипса в пределах от 0,23 см до 0,6 см. Поэтому использование в этой крестовине вертикальной щели шириной $0,46 + 1,2$ см (что легко осуществимо, т.к. в этой крестовине стационарно установлен горизонтальный коллиматор с дистанционным управлением) дает возможность улучшить монохроматичность пучка в 1,6 + 4,1 раза, т.е., например, для протонов с энергией 50 В вместо $\Delta E_E = \pm 200$ кэВ получить $\Delta E_E = 50 + 125$ кэВ. Использование вертикальной щели в крестовине №5 на расстоянии 1506 см от магнита ПМ1 не дает улучшенной монохроматичности, так как в этом месте хотя дисперсия и больше ($\Delta \cdot \frac{\Delta p}{p} = 2,22$ см), однако возрастают и полуоси эллипсов до $0,64 + 1,25$ см (для случаев б) и а)). Совершенно очевидно, что в режиме монохроматизации пучка с использованием горизонтальной диафрагмы в крестовине №4 необходимо фиксировать также горизонтальное положение пучка перед входом в отклоняющий магнит ПМ1. Для этого используется горизонтальный коллиматор в крестовине №2 (на расстоянии 279 см перед входом в ПМ1), вблизи которой находится промежуточный горизонтальный кроссовер пучка при фокусировке его

в крестовине №4.

Монохроматизация в экспериментальных залах может быть улучшена с помощью дисперсии пучка в двойных поворотных магнитах, например, в ПМ3 и ПМ4 при повороте пучка в зал №6. Включение одиночной линзы между магнитами в режиме дефокусировки по горизонтали увеличивает дисперсию. Один из вариантов улучшения монохроматичности может быть осуществлен следующим образом. Во-первых, в крестовине №4 создается горизонтальный кроссовер (для исходящего пучка, описываемого олучаем δ), устанавливается диафрагма (вертикальная щель шириной 4,6 мм) и разброс по импульсам уменьшается в $0,95/0,23 = 4,1$ раза. Во-вторых, проводящий через диафрагму пучок фокусируется отклоняющими магнитами ПМ3 и ПМ4 с включенной одиночной линзой приблизительно на таком же расстоянии после ПМ4, какое между крестовиной №4 и входит в ПМ3 (~ 95 см). Дисперсия в этом месте равна $\delta \frac{4,6}{0,95} = 1400 \cdot \frac{0,23}{0,95} \cdot 0,002 = 0,7$ см. Через установленную здесь вертикальную щель шириной 4,6 мм пройдет $0,23/0,95 \cdot 0,23/0,7 = 1/12$ интенсивности начального (до крестовины №4) пучка с разбросом по импульсам $0,002/12 = 0,00017$ или с разбросом по энергиям ± 17 кэВ для протонов с энергией 50 МэВ. Если же щель в крестовине №4 и анализирующую щель сделать шириной 2 мм, то улучшение монохроматичности произойдет в $0,95/0,23 \cdot 0,7/0,1 = 28$ раз, однако с дополнительной потерей интенсивности, т.е. с уменьшением интенсивности в $0,95/0,1 \cdot 0,7/0,1 = 70$ раз.

Возможны другие варианты улучшения монохроматичности, причем с установкой анализирующей щели на любом расстоянии от второго отклоняющего магнита. Одиночная линза между магнитами в этих вариантах также включается в режиме дефокусировки по горизонтали, а для вертикальной и горизонтальной фокусировки пучка в место установки анализирующей щели используются линзы Л19А,Б. Улучшение монохроматизации без дополнительных потерь интенсивности происходит всего в $1,5 + 2$ раза, потому что несмотря на возможность получения большой дисперсии увеличивается также и горизонтальный размер сфокусированного монохроматичного пучка.

Система транспортировки пучка циклотрона У-240 позволяет отклонять пучок в любой экспериментальный зал с осуществлением указанных выше вариантов улучшения монохроматичности.

КОМПЕНСАЦИЯ ДИСПЕРСИИ

Во многих случаях требуется сохранение минимальных размеров пучка, т.е. требуется компенсация дисперсии. Широко известны симметричные отклоняющие системы, например, на 90° , состоящие из двух магнитов (по 45°) и квадрупольной линзы между ними, фокусирующей пучок в плоскости поворота. Такая система используется в тракте транспортировки пучка циклотрона У-240 при повороте пучка из линзового коридора в экспериментальные залы. Градиент в одиночной линзе, выходящейся точно между магнитами, определяется из выражения /1/:

$$\frac{1}{\sqrt{E}} \left(t_g \frac{eV_k}{\lambda} - k t_g \frac{y}{\lambda} - \lambda \right) = 0, \quad (5)$$

где: λ - расстояние от линзы до магнитов,

φ, R - угол и радиус поворота в одном из магнитов,

l - длина линзы,

$k = \frac{G}{H_g}$, G - градиент в линзе, H_g - импульс частицы.

Вывод этого выражения (5) делается из требований равенства нулю вектора дисперсии на выходе из второго магнита, т.е. равенства нулю элементов a_{13} , a_{23} матрицы (а), которая равна произведению следующих матриц:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & R \sin \varphi & R(1 - \cos \varphi) \\ -\frac{1}{R} \sin \varphi & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \sqrt{k} l & \frac{1}{\sqrt{k}} \sin \sqrt{k} l & 0 \\ \sqrt{k} \sin \sqrt{k} l & \cos \sqrt{k} l & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & R \sin \varphi & R(1 - \cos \varphi) \\ -\frac{1}{R} \sin \varphi & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Оба уравнения: $D = a_{13} = 0$, $D' = a_{23} = 0$ дают одно и то же условие на градиент в линзе, приведенное выше (5). Это означает, что при выбранном градиенте дисперсия на выходе из второго магнита полностью скомпенсирована независимо от каких-либо условий прохождения пучка через всю систему, т.е. в целом пучок может быть расходящимся, сходящимся или иметь кроссовер в любом магните, линзе, промежутке между ними и т.д. Физическая природа компенсации дисперсии состоит в том, что дисперсная траектория после первого магнита направляется линзой во второй магнит так, чтобы дисперсия во втором магните компенсировала уже приобретенную дисперсию. Если проследить обратный ход дисперсной траектории от выхода из второго магнита до выхода из компенсирующей линзы, то становится очевид-

чим, что для компенсации дисперсии необходимо, чтобы линейная дисперсия у входа в линзу была равна дисперсии на выходе из линзы, а угловые дисперсии на входе и выходе из линзы отличались только знаком.

Используя такой метод "сшивания" дисперсных траекторий, можно рассчитать компенсацию дисперсии и в случае, когда магниты отклоняют пучок на разные углы. В этом случае линза должна находиться не посередине между магнитами, а ближе к тому, у которого дисперсия больше. Если, к примеру, система поворота состоит последовательно из первого магнита, описываемого матрицей перехода (m), свободного промежутка p , фокусирующей линзы длиной l и с $k = \frac{e}{m\gamma}$, второго свободного промежутка q и второго отклоняющего магнита с матрицей (M), то искомое значение градиента в линзе и место расположения линзы (считая $l' = p+q$ известным) можно найти из следующего матричного равенства:

$$\begin{pmatrix} M_{13} \\ -M_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & q \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos p\sqrt{k} & \frac{1}{\sqrt{k}} \sin p\sqrt{k} \\ -\sqrt{k} \sin p\sqrt{k} & \cos p\sqrt{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{13} \\ m_{23} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

которое дает систему из двух уравнений с двумя неизвестными p и \sqrt{k} :

$$p = \frac{M_{23} - m_{23} \sqrt{k} \frac{1}{\sqrt{k}} \sin p\sqrt{k} + m_{23} \cos p\sqrt{k}}{m_{23} \sqrt{k} \sin p\sqrt{k}}; \quad (7)$$

$$-M_{13} = m_{13} (\cos p\sqrt{k} - p\sqrt{k} \frac{1}{\sqrt{k}} \sin p\sqrt{k}) - m_{13} \sqrt{k} \sin p\sqrt{k}$$

Во всех случаях, когда поворот осуществляется двумя магнитами с фокусирующей линзой между ними, настроенной на компенсацию дисперсии, вектор дисперсии после поворота равен нулю только при отсутствии дисперсии в пучке перед поворотом. В противном случае вектор дисперсии ($\mathcal{D}, \mathcal{D}'$) на выходе из второго магнита отличен от нуля и равен произведению входного вектора дисперсии ($\mathcal{D}_0, \mathcal{D}'_0$) на матрицу перехода через весь поворот для горизонтальных координат (x, x'), т.е.

$$\begin{pmatrix} \mathcal{D} \\ \mathcal{D}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & q \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos p\sqrt{k} & \frac{1}{\sqrt{k}} \sin p\sqrt{k} \\ -\sqrt{k} \sin p\sqrt{k} & \cos p\sqrt{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{D}_0 \\ \mathcal{D}'_0 \end{pmatrix}.$$

Сказывается, что это не условие (5) на градиент в компонентной линзе выполняется и не требования фокусировки монохроматического пучка с нулевым смещением из середины первого магнита в середине второго, т.е. требования $a_{12} = 0$ не произведения следующих матриц:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\lambda}{2} & R \sin \frac{\lambda}{2} \\ -R \sin \frac{\lambda}{2} & \cos \frac{\lambda}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos R\lambda & R \sin R\lambda \\ -R \sin R\lambda & \cos R\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \frac{\lambda}{2} & R \sin \frac{\lambda}{2} \\ -R \sin \frac{\lambda}{2} & \cos \frac{\lambda}{2} \end{pmatrix}.$$

В качестве иллюстрации физического смысла особых свойств центра магнита с точки зрения дисперсии рассмотрим случай, когда на расстоянии λ после магнита стоит фокусирующая линза. Предположим, что пучок сфокусирован на расстоянии L после линзы и используем приближение тонкой линзы, что не имеет принципиального значения в данном случае. Вектор дисперсии, образовавшейся в результате прохождения пучка через магнит, в точке L равен:

$$\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R(1 - \cos \lambda) \\ \sin \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{L}{f} & \lambda(1 - \frac{L}{f}) + L \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{\lambda}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R(1 - \cos \lambda) \\ \sin \lambda \end{pmatrix}.$$

Отсюда находим условие на фокусное расстояние f , при котором линейная дисперсия D в точке L равна нулю:

$$\left(1 - \frac{L}{f}\right) R(1 - \cos \lambda) + \left[\lambda\left(1 - \frac{L}{f}\right) + L\right] \sin \lambda = 0; \quad f = \frac{L(\lambda + R \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2})}{\lambda + L + R \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2}}.$$

Так как $R \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2}$ является расстоянием по прямой от края магнита до его центра $|2|$, то $\lambda + R \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2}$ равно расстоянию линзы до этого центра магнита, а полученное условие для фокусного расстояния f говорит о том, что линза фокусирует пучок из центра магнита в точку L . Другими словами, если в центре магнита сфокусирован весь пучок, то в точке L он также сфокусирован и при этом линейная дисперсия равна нулю, а угол дисперсии равен:

$$D' = \frac{R \sin \frac{\lambda}{2} (\lambda + R \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2}) + \lambda \sin \lambda}{-L(\lambda + R \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2})}.$$

Если потребуем равенства нулю угловой дисперсии $D' = -\frac{1}{f} R(1 - \cos \lambda) + \left(1 - \frac{\lambda}{f}\right) \sin \lambda = 0$, то получим условие на фокусное расстояние линзы $f = \lambda + R \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2}$, которое означает, что линза делает параллельным пучок, выходящий из центра магнита. Так как в принципе не имеет значения, одна или несколько линз стоит после магнита (хотя бы

потому, что любое количество линз можно заменить на одну эквивалентную), то можно сделать следующий вывод. Если пучок сфокусирован в середине магнита, то в дальнейшем после магнита точку, где будет фокус, там же будет и нулевая линейная дисперсия, а где пучок является параллельным, там нуль равен угол дисперсии.

Это же заключение можно сделать также из следующих соображений. Дисперсию после магнита можно представить как вектор-столбец $\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \sin \frac{\varphi}{2} \\ -\frac{1}{R} \sin \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix} / \lambda$, выходящий из центра магнита и проходящий как любая горизонтальная траектория через вторую половину магнита:

$$\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & R \sin \frac{\varphi}{2} \\ -\frac{1}{R} \sin \frac{\varphi}{2} & \cos \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \sin \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(1 - \cos \varphi) \\ \sin \varphi \end{pmatrix}.$$

И в тех местах, где эта траектория будет проходить через нулевое отклонение от оос, там и будет $D = 0$, а на тех участках, где эта траектория проходит параллельно оси, там нуль равна угловая дисперсия D' . Аналогично для системы из двух одинаковых магнитов, находящихся на расстоянии 2λ друг от друга, суммарную дисперсию на выходе из второго магнита можно представить как траекторию частицы, выходящей из центра между магнитами с нулевым отклонением и углом $2 \sin \varphi$:

$$\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 2R \sin \varphi \\ -\frac{1}{R} \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1\lambda \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \sin \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2R \sin^2 \varphi + 2(1 - \cos 2\varphi) \\ \sin 2\varphi - \frac{1}{R}(1 - \cos 2\varphi) \end{pmatrix}.$$

Этот вектор $\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix}$ действительно равен вектору дисперсии, образуемому после прохождения двух магнитов и определяемому матричной суммой векторов дисперсии:

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi & R \sin \varphi \\ -\frac{1}{R} \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1\lambda \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R(1 - \cos \varphi) \\ \sin \varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R(1 - \cos \varphi) \\ \sin \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2R \sin^2 \varphi + 2(1 - \cos 2\varphi) \\ \sin 2\varphi - \frac{1}{R}(1 - \cos 2\varphi) \end{pmatrix}.$$

Такой поворот, когда после него в местах фокусировки пучка равно нулю линейная дисперсия D , называет иногда (не совсем правильно) ахроматичным.

Если поворот пучка осуществляется двумя разными магнитами с φ_1, R_1 и φ_2, R_2 , разделенными свободным промежутком $\lambda = p + q$, то также возможно доказать, что поворот может быть ахроматичным, потому что вектор дисперсии после прохождения обоих магнитов можно представить траекторией, имеющей нулевое отклонение где-то между магнитами. Пусть это место, откуда выходит вектор дисперсионной траектории $\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix}$ и где расположен промежуточный горизонтальный фокус пучка, находится на расстоянии q перед вхо-

дом во второй магнит. Тогда на выходе из системы поворота вектор дивергенции равен:

$$\begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & R_2 \sin \varphi_2 \\ -\frac{1}{R_2} \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ D_0' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & \varphi_2 \cos \varphi_2 + R_2 \sin \varphi_2 \\ \frac{1}{R_2} \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 - \frac{\varphi_2}{R_2} \sin \varphi_2 \end{pmatrix}.$$

С другой стороны, этот вектор должен равняться:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} D \\ D' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & R_2 \sin \varphi_2 \\ -\frac{1}{R_2} \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 (1 - \cos \varphi_1) \\ \sin \varphi_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_2 (1 - \cos \varphi_2) \\ \sin \varphi_2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} R_1 (1 - \cos \varphi_1) \cos \varphi_2 + \lambda \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + R_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + R_2 (1 - \cos \varphi_2) \\ -\frac{R_1}{R_2} (1 - \cos \varphi_1) \sin \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{\lambda}{R_2} \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \sin \varphi_2 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

откуда получается два уравнения с двумя неизвестными φ и D_0' :

$$D_0' (\varphi \cos \varphi_2 + R_2 \sin \varphi_2) = R_1 (1 - \cos \varphi_1) \cos \varphi_2 + \lambda \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + R_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + R_2 (1 - \cos \varphi_2);$$

$$D_0' (\cos \varphi_2 - \frac{\varphi}{R_2} \sin \varphi_2) = -\frac{R_1}{R_2} (1 - \cos \varphi_1) \sin \varphi_2 + \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \frac{\lambda}{R_2} \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \sin \varphi_2.$$

Решением является:

$$\varphi = \frac{R_1 (1 - \cos \varphi_1) + \lambda \sin \varphi_1 - R_2 (1 - \cos \varphi_2)}{\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2}$$

$$D_0' = \frac{(\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2) \sqrt{R_1 (1 - \cos \varphi_1) \cos \varphi_2 + \lambda \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + R_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2} + R_2 (1 - \cos \varphi_2)}{R_1 (1 - \cos \varphi_1) \cos \varphi_2 + \lambda \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + R_2 (1 - \cos \varphi_2) + \sin \varphi_2}$$

Например, для $A = 100$ см, $\varphi_1 = 60^\circ$, $R_1 = 180$ см, $L_2 = 45^\circ$, $R_2 = 180$ см получается $\varphi = 84,534$ см, $D_0' = 1,573 \Delta p/p$ рад.

Конечно, в реальных условиях, когда эмиттанса пучка не равен нулю, полной линейной ахроматичности отклонения получить невозможно, но в случае отклонения пучка циклотроном I-240 магнитом ИМ1 и при фокусировке его в середине магнита увеличение эффективного эмиттанса превосходит всего в 1,15 + 1,25 раза вместо 3 + 6 раз, как при обычном отклонении.

Для примера рассмотрим случай фокусировки пучка линзами 4А,Б в "поляризатор", т.е. в середине между двумя магнитами СИ-016 на расстоянии 164 см от выхода из линзы 4АБ. При обычном отклонении и промежуточной фокусировке пучка в крестовине М4 суммарная огнбаша (с учетом дисперсии) равна $X = \chi^2 + |D| = 22,38$ мм (см. табл. 2).

При этих же исходных параметрах пучка (случай б), но при ахроматическом отклонении в ИМ1 и последующей фокусировке в поляризатор, огнбаша равна 2,57 мм, т.е. горизонтальный размер пучка

Таблица 2.

Отклонение пучка в кроссоверах при обычном и
ахроматичном отклонениях

Место выхода	Место кроссовера	Наход- ный пучок	Суммарная	Эффектив- ная	Отклонение
			отклонения $X = F \cdot D$, мм	пучка $G_{\text{эф}}/G_0$	
Крест. №4	Средняя полупризма.	д)	22,08	6,17	обычн.
X-сер. ПМ1 X-кр. №4	Средняя полупризма.	д)	2,57	1,24	ахром.
Крест. №4	Крест. №6	а)	21,24	3,19	обычн.
X-сер. ПМ1 X-кр. №4	Крест. №6	а)	6,14	1,18	ахром.
Сер. полупризма. (X-через сер. ПМ1)	Крест. №6	а)	2,21	1,18	ахром.

Таблица 3.

Сравнение расстояний ρ, φ и градиентов
в линзах с вычисленными косвенным способом

ρ , см	φ , см	L , см	T , см	$\rho_{\text{выч.}}, \varphi_{\text{выч.}}$		Градиент		Выч. градиент	
				см	см	G_1 Т/м	G_2 Т/м	G_1 Т/м	G_2 Т/м
-1300	206	37,5	1062	-1344	206,1	-	-	-	-
-1300	206	121,6	1964	-	-	1,015	1,127	-	-
-1344	206,1	121,6	1964	-	-	-	-	1,025	1,132
-1300	206	336,6	1062	-	-	0,804	1,135	-	-
-1344	206,1	336,6	1062	-	-	-	-	0,876	1,138
724	724	581	581	757,6	735,8	-	-	-	-
724	724	617,3	302	-	-	1,339	1,593	-	-
757,6	735,8	617,3	302	-	-	-	-	1,331	1,593

уменьшается в $22,08/2,57 = 8,6$ раза.

Сравнение таблиц 1 и 2 показывает, что в случае а) ахроматичный поворот позволяет сфокусировать пучок в крестовине №6 с отклонкой в $21,24/6,14 = 3,5$ раза меньшей. А если использовать фокусирование в поляризаторе, то уменьшение отклонки в крестовине №6 будет в $21,24/2,21 = 9,6$ раза.

Таким образом, для получения минимальных размеров пучка в линзовом коридоре необходимо иметь горизонтальный кроссовер в середине первого отклоняющего магнита ПМ1.

Для точного расчета режима горизонтальной фокусировки пучка в середине ПМ1 линзами Л1А, В необходимо знание горизонтального и вертикального эмиттансов, оперативное и быстрое измерение которых в настоящее время пока не налажено. Однако на практике часто подбирается режим фокусировки, например, в крестовину №4 с помощью телевидения и светящегося под пучком экрана. Используя найденные подбором токи (и градиенты) в линзах, можно решить обратную задачу, т.е. найти расстояния исходных кроссоверов до линз. С достаточной точностью можно использовать приближение геометрической оптики [4], т.е. считать эмиттансы равными нулю, а линзы Л1А и Л1Б - тонкими. Предположим, что первая линза фокусирует по горизонтали с фокусным расстоянием f_1 , а вторая - по вертикали с f_2 , S - расстояние между линзами, F_1 , F_2 - фокусные расстояния дефокусирующей первой и второй линз. Тогда для горизонтального и вертикального движений произведения матриц перехода будут равны

$$\text{для } X : \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix},$$

$$\text{для } Z : \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & S \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix},$$

где ρ - расстояние исходного горизонтального кроссовера до первой линзы, L - расстояние от второй линзы до места фокусировки, ρ , T - аналогичные параметры для вертикального движения.

Используя условия фокусировки $a_{12} = b_{12} = 0$ и учитывая, что для квадратных магнитных линз $F_2 = f_1/3$ [4], где f_1 - длина линзы, находим:

$$\rho = \frac{f_1(L(f_2 - \xi_3) + S(f_2 - \xi_3) + SL)}{L(f_1 - \xi_3) - (f_2 - \xi_3)(f_1 - S)}, \quad \varphi = \frac{(f_1 - \xi_3)[S(T - f_2) - Tf_2]}{Tf_2 + (f_2 - T)(f_1 - \xi_3 + S)}$$

где $f_1 = \frac{1}{\sqrt{k_1} \mu_0 \epsilon_0 \sqrt{E_1}}$; $f_2 = \frac{1}{\sqrt{k_2} \mu_0 \epsilon_0 \sqrt{E_2}}$; $k_1 = \frac{G_1}{H_0}$, $k_2 = \frac{G_2}{H_0}$,

G_1, G_2 - градиенты магнитного поля в первой и второй линзах,
 H_0 - импульс частиц.

Таким образом, найдя экспериментально режим фокусировки пучка дублетом линз на светящийся экран в каком-либо одном месте, можно определить ρ и φ и вычислить градиенты в линзах для фокусировки пучка в любом другом месте, в том числе и там, где невозможна установка светящегося экрана, например, в середине отклоняющего магнита.

Несмотря на принятые допущения (нулевой эмиттанс и приближение тонких линз), ошибка в определении требуемых градиентов невелика. В табл.3 представлено сравнение градиентов, вычисленных вышеуказанным косвенным способом и определенных с использованием измеренных эмиттансов. В первом примере сначала определялись градиенты в линзах ЛА и ЛБ для фокусировки пучка в крестовине №4, в крестовине №5 и в середине ПМ1, затем по результатам расчета фокусировки в крестовину №4 вычислялись ρ и φ , наконец, по этим ρ и φ находились градиенты для фокусировки в крестовину №5 и середину ПМ1.

Во втором примере сначала из расчета на ЭМ фокусировки пучка из крестовины №4 в крестовину №6 определяются ρ и φ , затем находятся градиенты в линзах для фокусировки из той же крестовины №4 в середину выключенной линзы Л20 между магнитами ПМ3-ПМ4 (при повороте в бокс №6) и сравниваются с градиентами, вычисленными на ЭМ. На практике ошибка будет, конечно, несколько больше, так как при фокусировке с помощью светящегося экрана и телевидения найденные градиенты в линзах будут отличаться от "идеальных", т.е. рассчитанных на ЭМ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе использован матричный метод расчета режимов фокусировки и дисперсии в результате прохождения пучка через отклоняющий магнит. Показано, что использование дисперсии и диафрагмирования пучка в местах расположения горизонтальных кроссоверов позволяет в экспериментальных залах системы транспортировки пучка циклотрона У-240 улучшить монохроматичность в $8+12$ раз. Рассмотрены различные варианты компенсации дисперсии. Получение промежуточного кроссовера в середине первого 45° -градусного отклоняющего магнита ПМ1 компенсирует линейную дисперсию в местах последующих кроссоверов и позволяет уменьшить горизонтальную обесцвеченность в этих местах в $6 + 8$ раз. В работе даны практические рекомендации по использованию найденного экспериментально (с помощью светящегося экрана и телевидения) режима фокусировки пучка дублетом квадрупольных линз для расчета градиентов в этом дублете при фокусировке пучка там, где невозможна установка светящегося экрана, например, в середине магнита или линзы. Приведены таблицы конкретных примеров.

Список использованной литературы

1. Штеффен К. Оптика пучков высокой энергии. М.: Мир, 1969.
2. Бенфорд А. Транспортировка пучков заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1969.
3. Басаргин Ю.Г. -ИТФ, 1969, 39, 6, 8.
4. Котов В.И. и др. Фокусировка и разделение по массам частиц высоких энергий. М.: Атомиздат, 1969.

Владлен Андреевич Пашин

ДИСПЕРСИЯ И МОНОХРОМАТИЗАЦИЯ В СИСТЕМЕ ТРАНСПОРТИРОВКИ
ПУЧКА ЦИКЛОТРОНА У-240
(Препринт КИЯИ-89-31)

Редакторы: Д.П.Малажкина
Н.А.Солдатенко

БФ 17850 Подписано к печати 28.II.89 г.
Изд.КИЯИ-89-31 Печать офсетная Усл.-печ.л. - 1,3
Тип.заказ 315 Бумага офсетная Уч.-изд.л. - 0,78
Цена 5 коп. Формат бумаги 60x90/16

СКГБ с ЭИ Института ядерных исследований АН УССР
252028, Киев-28, проспект Науки, 47
