

TRN: AR.9300120

METODO MULTIDIMENSIONAL DE APROXIMACION  
ESPACIALMENTE ACOPLADA DE LA FUGA  
TRANSVERSAL EN CODIGO NODALES

FOR

F.E. JATUFF

DIFRA - Centro Atómico Bariloche  
Comisión Nacional de Energía Atómica  
República Argentina

Trabajo a ser presentado a la XVIII Reunión Anual de  
la Asociación Argentina de Tecnología Nuclear, 22-26  
octubre de 1990 en Buenos Aires, Argentina.





# METODO MULTIDIMENSIONAL DE APROXIMACION ESPACIALMENTE ACOPLADA DE LA FUGA TRANSVERSAL EN CODIGOS NODALES

F. E. Jatuff

DiFRA, Centro Atómico, (8400) Bariloche, Argentina

Las soluciones de las ecuaciones multigrupo de difusión (Ec 1) de neutrones en 2D y 3D constituye información de máxima importancia para el diseño y operación de los reactores nucleares: autovalores, índices espectrales, densidades de potencia, gestión de combustible, coeficientes de reactividad, son algunas de las magnitudes que esta solución determina.

$$-D_g \nabla^2 \phi^g(\vec{r}) + \sigma_a^g \phi^g(\vec{r}) = \sum_{h=1}^g \sigma_a^{hg} \phi^h(\vec{r}) + \frac{\lambda^g}{k_{eff}} \sum_{h=1}^g \nu \sigma_f^h \phi^h(\vec{r}) \quad (1)$$

$$\text{donde } \sigma_a^g = \sigma_a^g + \sigma_a^g = \sigma_a^g + \sum_{h=1}^g \sigma_a^{hg}$$

Diversos métodos han evolucionado para resolver este conjunto de ecuaciones: Diferencias Finitas, Diferencias Finitas de Alto Orden, Acople Nodal, Síntesis, Matrices de Respuesta, Expansiones Nodales, Elementos Finitos, etc.

Un marcado progreso han seguido los Métodos Nodales, que, de obtener solo promedios (potencias medias, autovalores) con modelos a ajustarse para cada tipo de reactor y necesitados de usuarios entrenados, han afirmado su base teórica y posibilitado la reconstrucción precisa de la solución dentro del nodo, con tratamientos especiales y explícitos de las interfaces de materiales con fuerte cambio de propiedades. (Finnemann, 1977), (Shober, 1977), (Lawrence, 1980), (Müller, 1989)

Una gran cantidad de códigos nodales se basan en un Procedimiento de Integración Transversal (TIP); éste consiste en integrar sucesivamente sobre cada dirección espacial las ecuaciones cuyo dominio es tridimensional. La ventaja es contar con un conjunto de ecuaciones unidimensionales por resolver (Ec 2), tarea más sencilla que la de resolver directamente el problema tridimensional. Además, las aproximaciones numéricas permiten una programación que se independiza de la cantidad de dimensiones del problema (algoritmos multidimensionales). El precio por pagar es tener que determinar, a priori, la forma funcional de la "fuga transversal"  $L_{tr}$ . Existe libertad para proveer una aproximación cualquiera para  $L_{tr}$ : puede provenir muy vinculada al resto del modelo, como externa e independiente al mismo.

$$-\frac{4D}{hu^2} \frac{d^2 \phi(u)}{du^2} + \sigma_r \phi(u) + D Lu(u) - Q(u) = 0 \quad (2)$$

donde  $\phi(u) = \langle \phi(\vec{r}) \rangle_{vv}$ ;  $Q(u) = \langle Q(\vec{r}) \rangle_{vv}$ ;  $u=x, y, z$

$$Lu(u) = - \left\langle \frac{4}{hv^2} \frac{\partial^2 \phi(\vec{r})}{\partial v^2} + \frac{4}{hv^2} \frac{\partial^2 \phi(\vec{r})}{\partial v^2} \right\rangle_{vv}$$

y los corchetes indican integración de la forma

$$f(u) = \langle f(\vec{r}) \rangle_{vv} = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(u, v, v) dv dv;$$

Los modelos nodales de la década del '70 suponían una forma plana para  $Lu(u)$ ; hasta mediados de la década del '80 se utilizó una fuga transversal parabólica, ajustada sobre valores medios de fugas en tres nodos consecutivos en la dirección dada. (Finnemann, 1977), (Fischer, 1981)

Actualmente, se trabaja en modelos que estiman  $Lu(u)$  de manera acoplada espacialmente, es decir, considerando lo que sucede en todas las direcciones simultáneamente, en lugar de considerar la información de la presente dirección de manera exclusiva. (Chang, 1989)

El código RHENO (Jatuff, 1988), (Jatuff, 1989) suponía, para cada nodo y grupo de energía, una expansión del flujo en polinomios de Legendre  $P_l(u)$ ,  $u=x, y, z$ , de orden  $L$  variable, del tipo:

$$\phi(x, y, z) = \phi_{000} + \sum_{l=0}^L [\phi_{l00} P_l(x) + \phi_{0l0} P_l(y) + \phi_{00l} P_l(z)]$$

El modelo actual fue extendido de manera de considerar:

$$\phi(x, y, z) = \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^{L-l} \sum_{n=0}^{L-l-m} \phi_{lmn} P_l(x) P_m(y) P_n(z) + \sum_{l=0}^L [\phi_{l00} P_l(x) + \phi_{0l0} P_l(y) + \phi_{00l} P_l(z)]$$

Los coeficientes de esta expansión constituyen las incógnitas de cada nodo y grupo de energía del problema, y pueden verse como:

$\phi_{000}$	$\phi_{100}$	$\phi_{200}$	$\phi_{300}$	$\phi_{400}$	$\phi_{500}$	$\phi_{600}$	...
	$\phi_{010}$	$\phi_{020}$	$\phi_{030}$	$\phi_{040}$	$\phi_{050}$	$\phi_{060}$	...
	$\phi_{001}$	$\phi_{002}$	$\phi_{003}$	$\phi_{004}$	$\phi_{005}$	$\phi_{006}$	...
<hr/>							
		$\phi_{011}$	$\phi_{012}$	$\phi_{013}$	...		
		$\phi_{101}$	$\phi_{102}$	$\phi_{103}$	...		
		$\phi_{110}$	$\phi_{120}$	$\phi_{130}$	...		
			$\phi_{021}$	$\phi_{031}$	...	} Términos cruzados	
			$\phi_{201}$	$\phi_{301}$	...		
			$\phi_{210}$	$\phi_{310}$	...		
				$\phi_{022}$			
				$\phi_{202}$			
				$\phi_{220}$			

La innovación es la incorporación de nuevos términos, representados por los coeficientes debajo de la línea llena del esquema anterior, también denominados "términos cruzados".

La determinación de los nuevos coeficientes de la expansión obtiene de manera explícita y exacta la forma de las fugas transversales, compatibles con dicha expansión; siendo  $h_x$ ,  $h_y$  y  $h_z$  las dimensiones del nodo en las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , tenemos:

$$L(u) = \sum_{l=0}^2 L_{ul} P_l(u), \quad u = x, y, z$$

En 2D:

$$\begin{aligned} L_{x0} &= -[12\phi_{02} + 40\phi_{04}] / h_y^2 & L_{y0} &= -[12\phi_{20} + 40\phi_{40}] / h_x^2 \\ L_{x1} &= -[12\phi_{12}] / h_y^2 & L_{y1} &= -[12\phi_{21}] / h_x^2 \\ L_{x2} &= -[12\phi_{22}] / h_y^2 & L_{y2} &= -[12\phi_{22}] / h_x^2 \end{aligned}$$

En 3D:

$$\begin{aligned} L_{x0} &= -[12\phi_{20} + 40\phi_{40}] / h_y^2 - [12\phi_{002} + 40\phi_{004}] / h_z^2 \\ L_{x1} &= -12[\phi_{120} / h_y^2 + \phi_{102} / h_z^2] \\ L_{x2} &= -12[\phi_{220} / h_y^2 + \phi_{202} / h_z^2] \\ L_{y0} &= -[12\phi_{20} + 40\phi_{40}] / h_x^2 - [12\phi_{002} + 40\phi_{004}] / h_z^2 \\ L_{y1} &= -12[\phi_{210} / h_x^2 + \phi_{012} / h_z^2] \\ L_{y2} &= -12[\phi_{220} / h_x^2 + \phi_{022} / h_z^2] \\ L_{z0} &= -[12\phi_{200} + 40\phi_{400}] / h_x^2 - [12\phi_{202} + 40\phi_{402}] / h_y^2 \\ L_{z1} &= -12[\phi_{201} / h_x^2 + \phi_{021} / h_y^2] \\ L_{z2} &= -12[\phi_{202} / h_x^2 + \phi_{022} / h_y^2] \end{aligned}$$

Finalmente, para determinar los coeficientes de los "términos cruzados" de la nueva expansión, se hace uso de la siguiente condición de continuidad: En 2D: los flujos en los 4 vértices del nodo rectangular deben ser continuos con los de los vértices de los nodos vecinos; en 3D: los flujos promedios sobre las 12 aristas del paralelepípedo rectangular deben ser continuos con los de las aristas de los nodos vecinos.

La solución de algunos problemas con fugas transversales aproximadas por métodos tradicionales, y por

la fuga proveniente del nuevo modelo (MST) se muestra en los siguientes gráficos.

La figura N°1 muestra el flujo correspondiente a un cuarto de reactor cuadrado homogéneo, a un grupo de energía y con condición de contorno Dirichlet homogénea, discretizado en 4 nodos.

Las figuras N°2 y N°3 muestran el flujo rápido y térmico, respectivamente, de un reactor cuadrado, reflejado con agua uniformemente, y con una región de agua en el centro, con condición de contorno corriente entrante nula, discretizado en 25 nodos.

Puede observarse la continuidad de las soluciones que el nuevo modelo provee, quedando en el código RHENO, como principal limitación, el acople entre nodos con corrientes parciales promedio, en lugar de corrientes parciales moduladas de manera compatible al resto del algoritmo.

#### REFERENCIAS:

- Chang M.H. (1989), et al., Nucl. Sci. Eng, 103, 343  
Finnemann H. (1977), et al., Atomkernenergie, 30, 123  
Fischer H.D. (1981), et al., Atomkernenergie, 39, 229  
Jatuff F.E. (1988), AATN, Mendoza, Argentina  
Jatuff F.E. (1989), AATN, Buenos Aires, Argentina  
Lawrence R.D. (1980), Nucl. Sci. Eng, 76, 218  
Müller E.Z. (1989), Nucl. Sci. Eng, 103, 352  
Shober R.A. (1977), Nucl. Sci. Eng, 84, 582

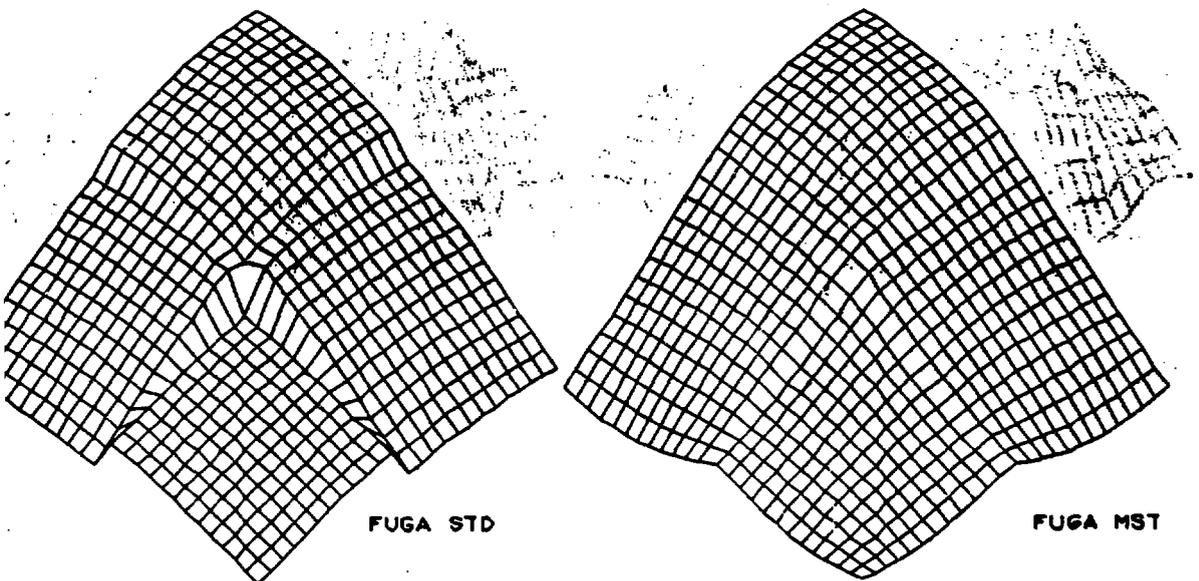
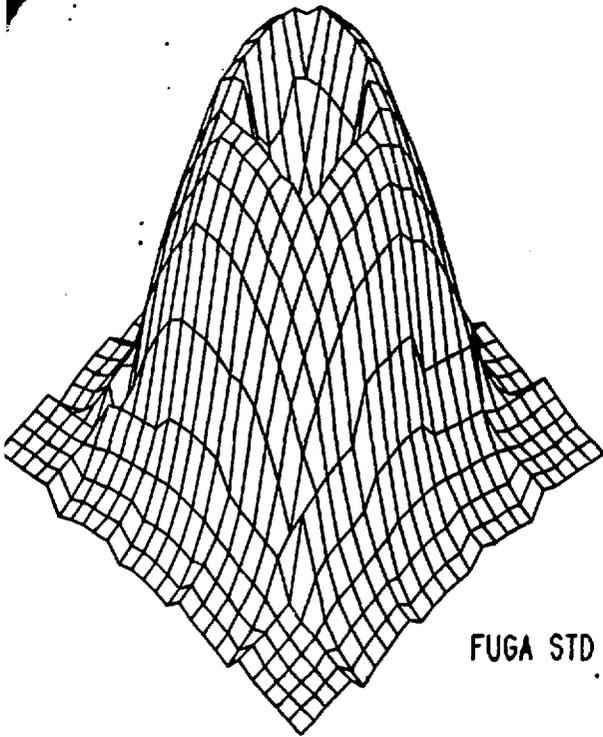
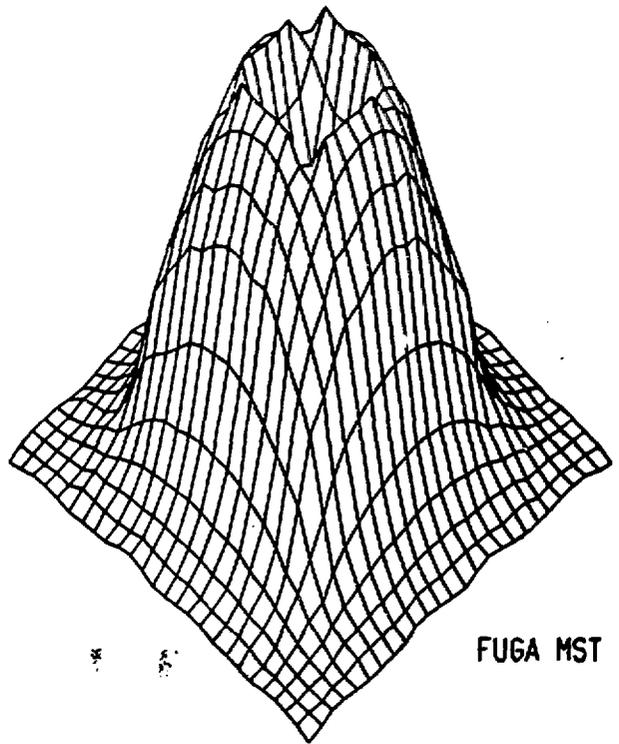


FIGURA N 1 1/4 NUCLEO HOMOGÉNEO

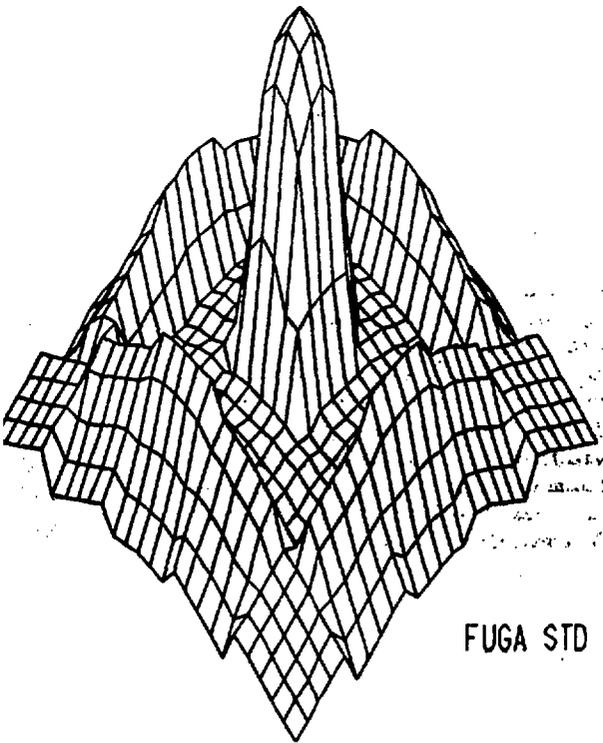


FUGA STD

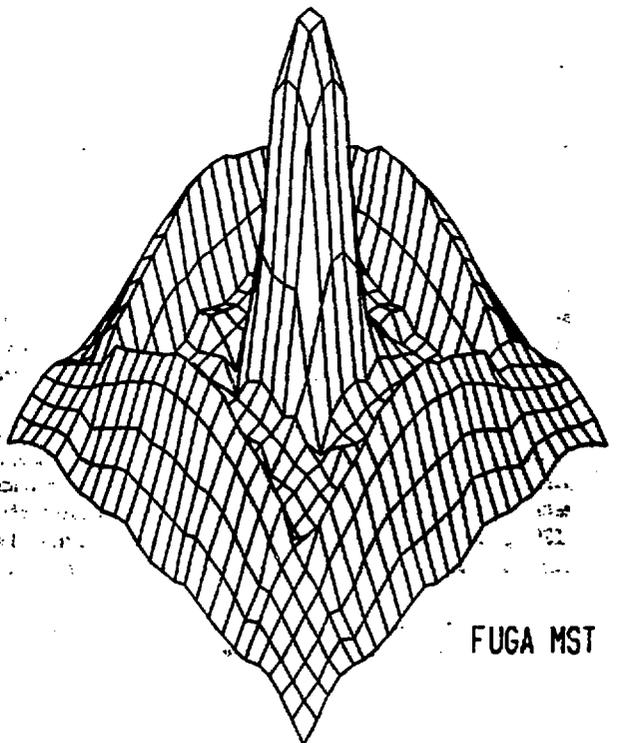


FUGA MST

FIGURA N2 FLUJO RAPIDO REACTOR A 2 ZONAS



FUGA STD



FUGA MST

FIGURA N3 FLUJO TERMICO REACTOR A 2 ZONAS