NIIEFA-P-B--0863

НИИЭФА П-Б-0863

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ им. Д.В.ЕФРЕМОВА

А.В.Кузнецов, Д.А.Овсянников

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ УСЛОВИЯМИ СТАРТА РАЗРЯДА И ЕГО РАЗВИТИЕМ ПО ЗАДАННОМУ СЦЕНАРИЮ В ТОКАМАКЕ С ЖЕЛЕЗНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ

Препринт

МОСКВА
ЦНИИАТОМИНФОРМ
1990

УДК 533.9.621.039.6 М-28

А.В.Кузнецов, Д.А.Овсянников: Оптимизация программного управления условиями старта разряда и его развитием по заданному сценарию в токамаке с железным сердечником:

Препринт Б-0863. -М.: ЦНИИатоминформ, 1990, 37с., с ил., цена 27к.

В работе рассматривается задача оптимизации программного управления системами питания катушек полоидального поля токамака с железным сердечником. Целью оптимизации является обеспечение необходимых условий старта разряда и его развития по заданному сценарию. Описаны алгоритмы решения поставленных задач и приведены результаты расчетов для токамака Т-15.

Оглавление

Введение

Настоящая работа является продолжением работ [1-6], посвящённых проектированию системы управления полоидальным магнитным полем токамака с железным сердечником, и связана с началом эксплуатации установки Т-15. В работе рассматриваются задачи оптимизации программного управления системой питания катушек полоидального магнитного поля токамака с железным сердечником.

Целью оптимизации является обеспечение необходимых условий старта разряда и его развития по заданному сценарию.

В работе описаны алгоритмы решения поставленных задач и приведены результы расчётов для токамака Т-15.

В современных токамаках для снижения потребляемой мощности системы питания и увеличения длительности разряда к моменту старта разряда в индукторе запасается энергия, расходуемая на возбуждение и подъём тока плазмы. При этом в области разрядной камеры возникает магнитное поле рассеяния, как правило, превышающее допустимый условиями пробоя газа уровень, которое должно быть компенсировано магнитным полем катушек системы равновесия.

Кроме того, токи катушек системы полоидального магнитного поля должны обеспечить заданную сценарием разряда скорость роста тока плазмы, форму сечения и удержание плазмы в разрядной камере. Отсюда, в частности, следует, что производная по времени магнитного поля внешних источников должна быть близка (например, на старте разряда (см.(30)) производной по времени шафрановского поля (см.(25)). И, наконец, на старте разряда индуктор должен обеспечить на обходе шнура напряжение, достаточное для пробоя газа.

В связи с упомянутыми требованиями к токам катушек системы полоидального магнитного поля возникают задачи оптимизации программного управления условиями старта и развитием разряда по заданному сценарию.

Задача оптимизации программного управления условиями старта разряда состоит в нахождении э.д.с. и токов катушек, удовлетворяющих ограничениям, накладываемым на них системой питания, и обеспечивающих выполнение отмеченных ранее условий старта разряда.

Задача оптимизации программного управления развитием разряда по заданному сценарию состоит в нахождении э.д.с. и токов катушек, удовлетворяющих ограничениям, накладываемым на них системой питания, и обеспечивающих развитие плазменного разряда по заданному сценарию.

Под сценарием плазменного разряда понимается заданное изменение во времени интегральных параметров плазмы:

- полного тока $I_p(t)$;
- отношения газокинетического давления плазмы к давлению магнитного поля тока плазмы $\beta_j(t)$;
- внутренней индуктивности распределённого тока плазмы, отнесённой к единице длины шнура, $l_i(t)$;
- геометрических параметров: большого $r(t)$ и малого $a(t)$ радиусов, а также:
- показателя спада вертикального магнитного поля N;
- активного падения напряжения на обходе плазменного шнура $U_{акт}(t)$.

В разд.1 описывается математическая постановка задачи оптимизации программного управления. Рассматривается управляемая система (1) и вводится критерий качества управления (2).

Выбор конкретного метода оптимизации диктуется различными соображениями и условиями, в которых будет работать метод и соответствующие ему вычислительные программы.

Так, на стадии проектирования систем управления и питания катушек полоидального магнитного поля токамака при проведении анализа планируемых режимов работы полоидальной магнитной системы, на основе которого осуществляется окончательный выбор различных систем токамака, эффективность метода оптимизации и соответствующих ему программ имеет большое, но не решающее значение.

Более жесткие требования предъявляются к качеству алгоритма оптимизации и соответствующим ему программам на стадии эксплуатации установки. Фактор времени в этом случае играет решающую роль, поскольку задачи оптимизации программного управления полоидальным магнитным полем токамака должны решаться за жестко ограниченное время и, как например на токамаке Т-15, с помощью мини-ЭВМ.

При обилии численных методов решения задач оптимизации программного управления [7,14-18] выбор лучшего, применительно к задачам оптимизации программного управления условиями старта и развитием разряда по заданному сценарию, является самостоятельной, весьма трудоёмкой задачей.

Мы остановили свой выбор на методах оптимизации, использующих необходимые условия оптимальности.

В разд.2 определяется вариация функционала (13). На её основе формулируются необходимые условия оптимальности (16)-(18). Необходимое условие оптимальности в форме принципа максимума (16) позволяет определить вид оптимального управления (20) в случае линейной по управлению (19) правой части системы (1).

В разд.3 на основе принципа максимума и градиента функционала строятся последовательности $\{U^k(t)\}_{k=1}^{\infty}$, минимизирующие функционал (2).

В разд.4 описывается математическая модель системы полоидального магнитного поля токамака с железным сердечником. В этой модели токамак рассматривается как своеобразный импульсный трансформатор, "первичной обмоткой" которого является катушки системы полоидального магнитного поля, а "вторичной обмоткой" является короткозамкнутый плазменный шнур круглого или эллиптического сечения, способный растягиваться по большому и малому радиусам, для которого нужно обеспечить условия равновесия и устойчивости.

В разд.5 описываются критерии качества управления в задачах оптимизации программного управления условиями старта и развитием разряда по заданному сценарию.

В разд.6 приводятся результаты решения поставленных задач оптимизации программного управления условиями старта и развитием разряда по заданному сценарию.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим управляемую систему

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x,u), \qquad x(t_o) = x_o \ . \tag{1}$$

Здесь t - независимая переменная (время); $x(t)$ - n-мерная вектор-функция фазовых переменных; $u(t)$ - l-мерная вектор-функция управления ($l \leqslant n$); $f(t,x,u)$ - n-мерная вектор-функция, определённая и непрерывная вместе со своими частными производными $\frac{\partial f}{\partial x}$ на $[\ t_o,\ T\ ] \times \Omega \times \mathfrak{U}$, где t_o и T - начальный и конечный моменты времени, которые могут задаваться или оставаться свободными; Ω - открытая область в R^n, а $\mathfrak{U}$ - ограниченное и замкнутое множество в R^l. Относительно вектор-функции управляющих воздействий $u(t)$ будем предполагать, что она принадлежит к классу D векторных, кусочно-непрерывных функций со значениями в $\mathfrak{U}$.

Будем предполагать, что при любом управлении $u(t) \in D$ решение системы (1) определено и единственно на интервале $[t_o,T]$ при произвольном начальном условии $x(t_o) = x_o$ ($x_o \in \Omega$, $t \in [t_o,T]$).

При одинаковых начальных условиях $x(t_0) = x_0$ и разных управлениях $u(t)$ существуют различные решения задачи Коши (1), которые с точки зрения исследуемых нами задач программного управления имеют неодинаковую ценность. Поэтому если каждому допустимому управлению $u(t) \in D$ поставить в соответствие значение функционала

$$F(u) = g(x(T)) + \int_{t_0}^{T} \varphi(t,x(t))\, dt\ , \tag{2}$$

где функции $g(x)$ и $\varphi(t,x)$ вместе с $\frac{\partial g}{\partial x}$ и $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ определены и непрерывны на Ω и $[t_0,T] \times \Omega$ соответственно, то среди возможных решений задачи Коши (1) можно выбрать наилучшие в смысле интересующих нас задач программного управления.

Задачу минимизации функционала (2) по управлению $u(t) \in D$ при дифференциальных связях (1) будем называть задачей оптимизации программного управления. Допустимое управление $u^0(t) \in D$, доставляющее минимум функционалу (2), будем называть оптимальным управлением, а соответствующую ему траекторию $x^0(t)$ - оптимальной траекторией. Вариацию $\Delta u(t)$ управления $u(t)$ будем называть допустимой, если $u(t) + \Delta u(t) \in D$.

Вид функций $g(x)$, $\varphi(t,x)$ определяется конкретными целями управления и ограничениями на вектор-функции фазовых переменных и управления. Одним из методов решения задач оптимизации программного управления с ограничениями на фазовые переменные и управление является метод штрафных функций. Технические сложности минимизации "штрафного" функционала преодолеваются с помощью надёжных и эффективных методов поиска минимума, а также умелого подбора коэффициентов штрафа и тактики их изменения в процессе решения задачи [18].

Подробно о функциях $g(x)$ и $\varphi(t,x)$ в приложении к задачам оптимизации программного управления условиями старта и развитием разряда по заданному сценарию будет сказано в разд.5.

2. НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Выпишем полное приращение функционала (2) при некотором управлении $u(t)$ и допустимой вариации этого управления $\Delta u(t)$.

Введём следующие обозначения:

$\|C\|$ – евклидова норма вектора C; $x_t = x(t)$; $u_t = u(t)$.

Пусть $\bar{u}_t = u_t + \Delta u_t$ - допустимое управление, а $\bar{x}_t$ - соответствующая ему траектория $\bar{x}_t = x_t + \Delta x_t$, тогда приращение функционала будет иметь вид

$$\Delta F(u) = g(\bar{x}_T) - g(x_T) + \int_{t_0}^{T} (\varphi(t,\bar{x}_t) - \varphi(t,x_t))\, dt\ . \qquad (3)$$

Последующие преобразования направлены на то, чтобы выразить правую часть равенства (3) через параметры системы (1). В выражении (3) для приращения функционала выделим линейную по Δx часть, для чего нужно будет выделить линейную по Δx часть функций: $g(x_T+\Delta x_T)$, $\varphi(t,x_t+\Delta x_t)$ и $f(t,x_t+\Delta x_t,u_t+\Delta u_t)$. Имеем

$$g(\bar{x}_T) = g(x_T) + \frac{\partial g}{\partial x}(x_T)\ \Delta x(T,x_T) + o(g,\|\Delta x(T,x_T)\|), \qquad (4)$$

$$\varphi(t,\bar{x}_t) = \varphi(t,x_t) + \frac{\partial \varphi}{\partial x}(t,x_t)\ \Delta x(t,x_t) + o(\varphi,\|\Delta x(t,x_t)\|), \qquad (5)$$

$$f(t,x_t,\bar{u}_t) = f(t,x_t,u_t) + \frac{\partial f}{\partial x}(t,x_t,u_t)\ \Delta x(t,x_t) + \Delta_u f(t,x_t,u_t) + o(f,\|\Delta x(t,x_t)\|). \qquad (6)$$

Здесь $o(g,\|\Delta x\|)$, $o(\varphi,\|\Delta x\|)$, $o(f,\|\Delta x\|)$ - величины более высокого порядка малости, чем $\|\Delta x\|$, а

$$\Delta_u f(t,x_t,u_t) = f(t,x_t,u_t+\Delta u_t) - f(t,x_t,u_t). \qquad (7)$$

С учётом соотношений (4)-(6) выпишем первую вариацию функционала (2):

$$\delta F(u) = \frac{\partial g}{\partial x}(x_T)\ \delta x(T,x_T) + o(g,\|\delta x(T,x_T)\|) +$$

$$+ \int_{t_0}^{T} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}(t,x_t)\ \delta x(t,x_t) + o(\varphi,\|\delta x(t,x_t)\|) \right) dt\ . \qquad (8)$$

Введём вектор-функцию $\Psi(t)$, удовлетворяющую на траекториях x_t системы (1) системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\partial f^*}{\partial x}(t,x_t,u_t)\ \Psi + \frac{\partial \varphi^*}{\partial x}(t,x_t) \qquad (9)$$

и краевым условиям на правом конце

$$\Psi(T) = -\frac{\partial g^*}{\partial x}(x_T)\ . \qquad (10)$$

В формулах (9),(10) и далее символ (*) обозначает операцию транспонирования.

Введём уравнение

$$\frac{d\delta x}{dt} - \frac{\partial f}{\partial x}(t,x_t,u_t)\ \delta x - \Delta_u f(t,x_t,u_t) = 0 \qquad (11)$$

с начальным условием $\delta x(t_0) = 0$. Уравнение (11) называют уравнением в вариациях, а вектор-функцию δx - вариацией траектории $\bar{x}_t$ при вариации управления $\Delta u_t = \bar{u}_t - u_t$.

После умножения уравнения (11) на вектор-функцию Ψ_t будем иметь

$$\Psi_t^* \left[\frac{d\delta x}{dt} - \frac{\partial f}{\partial x}(t,x_t,u_t)\ \delta x - \Delta_u f(t,x_t,u_t)\right] = 0\ . \qquad (12)$$

Интегрируя уравнение (12) от t_0 до T и добавляя полученное выражение в правую часть равенства (8), с учётом (9) и (10) после несложных преобразований получим

$$\delta F(u) = -\int_{t_0}^{T} \Psi_t^* \, \Delta_u f(t,x_t,u_t)\, dt \, . \qquad (13)$$

Приращение (3) и первая вариация (13) функционала (2) связаны между собой соотношением

$$\Delta F(u,\Delta u) = \delta F(u,\Delta u) + o(\|\Delta_u f\|_L) \, , \qquad (14)$$

где
$$\|\Delta_u f\|_L = \int_{t_0}^{T} \|\Delta_u f\| \, dt \, .$$

Если вектор-функция $f(t,x_t,u_t)$ дифференцируема по управлению, то первая вариация функционала (13) будет иметь вид

$$\delta F(u) = -\int_{t_0}^{T} \Psi_t^* \, \frac{\partial f}{\partial u}(t,x_t,u_t) \, \Delta u_t \, dt \, . \qquad (15)$$

Введём функцию $H(t,x_t,u_t,\Psi_t) = \Psi_t^* \, f(t,x_t,u_t)$. Пусть $u^o = u_t^o$ - оптимальное управление, а $x_t^o = x(t)$ - соответствующая ему оптимальная траектория. Пусть вектор-функция Ψ_t^o удовлетворяет уравнениям (9),(10) на траекториях x_t^o системы (1). Тогда, согласно принципу максимума, при $t \in [t_0,T]$ выполняется условие [7,14,15]

$$\max_{u\in\Omega} H(t,x_t^o,\Psi_t^o,u_t) = H(t,x_t^o,\Psi_t^o,u_t^o \,). \qquad (16)$$

Пусть вектор-функции $f(t,x_t,u_t)$ и $\frac{\partial f}{\partial x}$ непрерывно-дифференцируемы по u, причём $\max\limits_{u\in\Omega} H$ достигается на внутренних точках множества Ω.

Тогда из (16) следует, что

$$\frac{\partial}{\partial u} H(t,x_t,\Psi_t^o,u_t^o \,) = 0 \, , \qquad (17)$$

или

$$\delta F(u) = 0. \qquad (18)$$

Если система (1) линейна по u_t, т.е.

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x_t) + B(t,x_t)\, u_t, \qquad (19)$$

где $B(t,x_t)$ - матрица размерности ($n \times l$), а на управление наложены ограничения вида $|u_i| < U_i^{max}$, $(i=\overline{1,l})$, то условие оптимальности в форме принципа максимума (16) приводит к управлению релейного типа:

$$u_t^o = U^{max} \operatorname{sign} B^*(t,x_t)\ \Psi_t. \qquad (20)$$

Необходимые условия оптимальности (16) и (17),(18) нацелены прежде всего на решение задачи распознавания неоптимальных допустимых управлений. Сила условия оптимальности определяется тем, насколько узок класс допустимых управлений, способных пройти проверку данным условием. Самым сильным необходимым условием оптимальности является условие, которому удовлетворяют только оптимальные управления. В этом случае необходимое условие является и достаточным.

3. ПОСТРОЕНИЕ МИНИМИЗИРУЮЩЕЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ НА ОСНОВЕ НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ

Особенностью принципа максимума как необходимого условия оптимальности является то, что в нём сравниваются вектор-функции управления не только из малой окрестности оптимального управления, но из всего множества D [14,15].

Во многих работах для решения задачи оптимизации программного управления применялся метод последовательных приближений, основанный на использовании необходимого условия оптимальности, записанного в форме принципа максимума (16).

Простейший вариант метода состоит из последовательности шагов:

Шаг 1. Для некоторого k ($k = 1,2,\ldots.$) выбирается возможное управление u_t^k, решается задача Коши (1) и вычисляется Φ_T.

Шаг 2. На полученных траекториях x_t системы (1) решается задача Коши (9),(10).

Шаг 3. Управление на $k + 1$ итерации u_t^{k+1} находится из условия

$$H(t,x_t^k,\Psi_t^k,u_t^{k+1}) = \max_{u\in\Omega} H(t,x_t^k,\Psi_t^k,u_t).$$

И вся процедура повторяется с шага 1.

Легкость и простота приведенного метода существуют лишь до тех пор, пока речь идёт о возможном в "принципе" решении задачи. Когда дело доходит до реализации на ЭВМ, обнаруживаются значительные трудности (отсутствие или медленная сходимость, ненадёжность результатов и т.д.) [17].

Многие вычислительные алгоритмы минимизации строятся с учётом локальных свойств минимизируемых функционалов. Важнейшей характеристикой функционала в окрестности заданной "точки" u_t является его градиент.

Воспользовавшись равенством (15) и определением градиента функционала [14]

$$\operatorname{grad} F(u) = \nabla F(u) = \frac{\delta F}{\delta \bar{u}}(u) = -\frac{\partial}{\partial \bar{u}}H(t,x_t,\Psi_t,u_t),$$

будем иметь:

$$\operatorname{grad} F(u) = -\frac{\partial f^*}{\partial \bar{u}}(t,x_t,u_t)\,\Psi_t\ . \tag{21}$$

Способы использования градиентов при построении вычислительных алгоритмов в задачах оптимизации программного управления очень разнообразны, а вычисление самого градиента (21) идёт по следующей схеме [7,16].

Решается задача Коши (1) с управлением u_t, вычисляется траектория x_t на интервале $t \in [t_o, T]$ и вектор Φ_T (см.(10)).

Решается задача Коши (9),(10) при управлении u_t на траекториях x_t системы (1), и по ним вычисляется Φ_t и grad $F(u)$.

Используя методы Ритца, Галёркина и другие, аналогичные им, задачу минимизации функционала можно свести к задаче минимизации функции многих переменных. Для этого нужно представить искомое решение в виде суммы некоторого числа базисных функций $u(t,\alpha)$, $\alpha = (\alpha_1,\alpha_2,.\alpha_m)$, с неопределёнными коэффициентами $\alpha_1,\alpha_2,.\alpha_m$,число которых при необходимости можно неограниченно увеличивать.

Выбрав $u(t,\alpha)$, из (21) будем иметь

$$\operatorname{grad} F(\alpha) = -\int_{t_o}^{T} \frac{\partial f^*}{\partial \bar{\alpha}}(t,x_t,u_t(\alpha))\, \Phi_t \, dt. \qquad (22)$$

Из (3),(14) и (22) следует

$$\Delta F(u) = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial F}{\partial \bar{\alpha}_i} \right) \Delta\alpha_i + o(\|\Delta\alpha\|) , \qquad (23)$$

где $\Delta u = u(t,\bar{\alpha}_1,\bar{\alpha}_2,\dots,\bar{\alpha}_m) - u(t,\alpha_1,\alpha_2,\dots.\alpha_m)$.

Умелый выбор базиса $u(t,\alpha)$ позволяет обойтись небольшим числом базисных функций и приводит к результату ценой не очень большого объёма вычислений.

В настоящей работе, так же как и в работах [4-6,16], минимизация функционала (2) осуществлялась модифицированным методом Флетчера-Ривса [18], состоящим из последовательности шагов:

Шаг 1. Для $i = 0$ выбрать $\alpha^i \in R^n$ и вычислить $\nabla F(\alpha^i)$, положить $P_i = h_i = -\nabla F(\alpha^i)$, если $\|\nabla F(\alpha)\| < \varepsilon_2$, то остановиться, иначе перейти к шагу 2.

Шаг 2. Найти $\lambda_i > 0$ из условия

$$F(\alpha^i + \lambda_i h_i) = \min \left\{ F(\alpha^i+\lambda h_i),\ \lambda > 0 \right\}$$ и перейти к шагу 3.

Шаг 3. Положить $\alpha^{i+1} = \alpha^i + \lambda_i h_i$, если $|\alpha^{i+1}| > U^{max}$, то положить $\alpha^{i+1} = U^{max} \operatorname{sign} \alpha^{i+1}$, если $\|\alpha^{i+1} - \alpha^i\| < \varepsilon_3$, то остановиться, иначе перейти к шагу 4.

Шаг 4. Вычислить $\nabla F(\alpha^{i+1})$, если $\|\nabla F(\alpha^{i+1})\| < \varepsilon_2$, то остановиться, иначе положить

$$P_{i+1} = -\nabla F(\alpha^{i+1}) \quad \text{и} \quad h_{i+1} = P_{i+1} + \gamma_i h_i, \quad \text{где}$$

$$\gamma_i = \frac{P^*_{i+1}\ P_{i+1}}{P^*_i\ P_i} .$$

Шаг 5. Положить $i = i + 1$, если $i < I^{max}$ перейти к шагу 2, иначе остановиться. Здесь I^{max} - максимально допустимое число итераций.

Согласно итерационной схеме (1)-(5) минимум функционала считается найденным, если выполнено хотя бы одно из следующих условий:

а) $| F(\alpha^{i+1}) - F(\alpha^i) | < \varepsilon_1$,

б) $\|\nabla F(\alpha)\| < \varepsilon_2$,

в) $\|\alpha^{i+1} - \alpha^i\| < \varepsilon_3$,

г) $i > I^{max}$.

Здесь ε_1, ε_2, ε_3 - малые положительные числа, характеризующие точность решения задачи: ε_1 - заданная точность решения задачи по функционалу; ε_2 - по градиенту; ε_3 - по аргументу.

4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПОЛОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТОКАМАКА С ЖЕЛЕЗНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ

Как известно, одной из составных частей задачи оптимизации программного управления является математическая модель, описывающая динамику объекта управления. В настоящей работе для решения задач оптимизации программного управления условиями старта и развитием разряда по заданному сценарию используется математическая модель системы полоидального магнитного поля токамака с железным сердечником, описанная в работах [1-6,11-13].

В этой модели плазма рассматривается как тороидальный проводник круглого или эллиптического сечения, способный растягиваться по большому и малому радиусам и описываемый рядом интегральных параметров $I_p(t)$, $\beta_j(t)$, $l_i(t)$, $r(t)$, $a(t)$. Удержание плазменного шнура в разрядной камере обеспечивается внешними поперечными вертикальным и горизонтальным магнитными полями.

Уравнение равновесия плазменного шнура в горизонтальном направлении записывается в виде

$$B_z + B_{zo} = 0 , \qquad (24)$$

где $B_z = b(x_2)\, I$, $b(x_2)$ – вектор-функция магнитных полей единичных токов в точке $Q(r_o, z_o)$ (r, z, φ – цилиндрическая система координат, точка $Q(r_o, z_o)$ лежит в плоскости $\varphi = \mathrm{const}$);

B_{zo} – величина вертикального магнитного поля, необходимого для удержания в равновесии плазменного шнура, с параметрами $I_p(t)$, $\beta_j(t)$, $l_i(t)$, $r(t)$, $a(t)$ в точке $Q(r_o, z_o)$ [8]:

$$B_{zo} = \frac{\mu_o I_p}{4\pi r}\left[\ln(8r/a) + \beta_j + \frac{(l_i - 3)}{2}\right]. \qquad (25)$$

В дальнейшем $b_k(x_2)$ будем называть эффективностью k-го тока.

Кривизна поля определяет форму плазменного шнура и в рассматриваемой математической модели системы полоидального магнитного поля токамака характеризуется показателем спада вертикального магнитного поля:

$$N = -\frac{r}{B_z}\frac{\partial B_z}{\partial r} = \frac{n(x_2)\,I}{B_z}.$$

Здесь и далее $n(x_2)$ - вектор-функция парциальных показателей спада поля от токов I.

Для круглого сечения плазмы в плоскости φ = const при однородном профиле тока плазмы $N = N_0 = 0.53$ [9]. При меньших значениях N_0 сечение плазмы вытянуто в вертикальном направлении, например, при $N_0 = 0$ параметр эллиптичности $l_z/l_r = 1.1$, l_z, l_r - полуоси сечения плазменного шнура. При $N > 0.53$ сечение плазмы вытянуто в горизонтальном направлении. Для других профилей тока плазмы величина N_0 не очень сильно отличается от значения N для однородного профиля тока плазмы. Поэтому там, где мы будем использовать N, будем брать $N_0 = 0.5$.

Система полоидального магнитного поля токамака с железным сердечником в работах [1-6] рассматривается как система индуктивно связанных контуров токов, описываемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений Кирхгофа:

$$\frac{dx}{dt} + R_t I_t = U_t, \qquad x(t_0) = x_0, \tag{26}$$

где x_t, I_t - вектор-функции магнитных потоков и токов катушек и плазмы; U_t - вектор-функция э.д.с., а R_t - матрица сопротивлений катушек.

Размерность системы (26) определяется числом рассматриваемых в конкретной задаче оптимизации программного управления контуров токов. В настоящей работе при построении математической модели системы полоидального магнитного поля токамака не учитываются вихревые токи, возникающие в металлических элементах конструкции при быстрых изменениях токов плазмы или катушек. Считается, что за характерное время программного режима вихревые токи достаточно малы, чтобы их влиянием на положение и форму плазмы можно было пренебречь.

Вектор-функции магнитных потоков x_t и токов I_t связаны между собой соотношением

$$x_t = L(x_2)\ I_t, \tag{27}$$

где $L(x_2)$ - матрица собственных и взаимных индуктивностей, входящих в систему (26) контуров токов катушек и плазмы.

В настоящей работе применительно к токамаку Т-15 принят следующий порядок расположения компонент вектор-функции токов: плазма, индуктор, $ОУ_1$, $ОУ_2$, $ОУ_3$.

Аналогично расположены компоненты вектор-функций x_t, $b(x_2)$, $n(x_2)$, а также строки матрицы индуктивностей $L(x_2)$.

Введение в систему полоидального магнитного поля токамака железного магнитопровода позволяет снизить затраты энергии на возбуждение и поддержание тока плазмы, уменьшить фон рассеянных полей вокруг установки [10].

Однако наличие железного магнитопровода существенно меняет конфигурацию магнитного поля, удерживающего плазменный шнур в равновесии, и делает это поле нелинейно зависящим от тока плазмы и токов внешних проводников. В рассматриваемой математической модели системы полоидального магнитного поля токамака с железным сердечником в качестве параметра, характеризующего состояние железа, первоначально была выбрана величина магнитного потока в экваториальном сечении керна x_c [1-5,12].

На рис.1,а показаны зависимости элементов матрицы индуктивностей от магнитного потока x_c в экваториальном сечении керна токамака Т-15. Видно, что пока сердечник не насыщен, при $x_c \in [0, 2.6]$ вольт-секунд индуктивности сохраняют постоянные значения, но при увеличении потока x_c, при $x_c > 2.6$ вольт-секунд, индуктивности уменьшаются на два порядка и стремятся к своим значениям в отсутствие железа.

На рис.1,б показаны зависимости элементов матрицы, обратной матрице индуктивностей. Видно, что элемент $L^{-1}_{22}(x_c)$ заметно отличается от других элементов матрицы $L^{-1}(x_c)$ как по величине, так и по характеру своего поведения.

На рис.1,в показаны зависимости эффективностей от магнитного потока x_c в экваториальном сечении керна. Видно, что в сравнительно большом диапазоне изменения потока x_c, при $x_c \in [0, 2.6]$ вольт-секунд, пока сердечник не насыщен, эффективности сохраняют постоянное значение, но при переходе к большим значениям величины магнитного потока x_c, при $x_c \in [2.6, 4.6]$ вольт-секунд, резко возрастают, а затем при $x_c > 4.6$ вольт-секунд снова становятся примерно постоянными.

Заметим, что функция $b_1(x_c)$ характеризует притяжение плазмы сердечником, а большие значения потока x_c в экваториальном сечении керна соответствуют начальной стадии разряда, когда сильно насыщен центральный керн сердечника.

На рис.1,г приведены показатели спада вертикального магнитного поля $n(x_c)$. Видно, что по характеру поведения функции $n(x_c)$ и $b(x_c)$ достаточно близки.

Появление параметра x_c в системе уравнений (24),(26) делает систему (26) неполной. Требуется дополнительное условие, связывающее x_c с другими параметрами системы (26).

Было замечено, что магнитный поток x_c в экваториальном сечении керна близок по величине к магнитному потоку, проходящему через виток индуктора, находящемуся в том же сечении. Поскольку число витков индуктора известно и известна функциональная зависимость величины магнитного потока x_c от величины магнитного потока индуктора x_2, то в качестве параметра, характеризующего состояние железа, была выбрана величина магнитного потока индуктора x_2. Величина магнитного потока индуктора x_2 входит в число фазовых переменных системы уравнений (26) и тем самым делает систему уравнений (26) полной.

В формулах (24),(26),(27) вектор-функция эффективностей и элементы матрицы индуктивностей являются функциями магнитного потока индуктора x_2.

На рис. 2,а – 2,г показаны функции $L(x_2)$, $b(x_2)$, $n(x_2)$, расположенные в том же порядке, что и на рис. 1,а – 1,г, но вычисленные с учетом числа витков катушек. Собственная индуктивность плазмы и взаимные индуктивности плазмы с катушками находятся в нижней части рисунка и отличаются от остальных элементов матрицы индуктивностей по крайней мере на порядок, а собственная индуктивность плазмы – на два порядка. Такое сильное отличие одних элементов матрицы индуктивностей от других приводит к тому, что элементы обратной матрицы различаются на два, шесть порядков. Так, элемент $L^{-1}_{11}(x_2)$ отличается от ближайших к нему по величине элементов на два порядка и для того, чтобы показать его вместе с другими элементами на одном рисунке (2,б), мы вынуждены были предварительно уменьшить его на два порядка. Отметим, что, хотя характер поведения функции $L^{-1}_{22}(x_2)$ и сохранился, однако он существенно не отличается от характера поведения других элементов матрицы $L^{-1}(x_2)$. Это обстоятельство нужно будет иметь в виду при интерпретации результатов обработки магнитных измерений.

На рис. 2,в, 2,г видно, что характер поведения эффективностей $b(x_2)$ и показателей спада поля $n(x_2)$ сохранился, но эффективность и показатель спада поля, относящиеся к плазме, меньше, по крайней [illegible] эффективностей и показателей спада поля катушек.

Представленные на рис.1 и рис.2 функции аппроксимировались кубическими сплайнами.

В работе [11] детально исследована топография полоидального магнитного поля токамака "Туман -3". Расхождение результатов измерений и расчетов полей с помощью магнитостатического кода не превышало 5%. В работе приведены зависимости индуктивностей, эффективностей и показателей спада поля катушек и плазмы, полученные на основе магнитных измерений при различных значениях магнитного потока, протекающего через железный сердечник, подробно описаны методики магнитных измерений и вычисления параметров L, b, n. С использованием этой методики на макете Т-15 (1:10) были проведены аналогичные измерения, послужившие основой для вычисления элементов матрицы индуктивностей и эффективностей катушек, но не для всего диапазона изменения потока железного сердечника. В работе [12] приведены описание этой методики и сравнение индуктивностей и эффективностей на основе магнитных измерений и расчетов применительно к макету токамака Т-15.

Для исследования топографии магнитных полей на токамаке Т-15 предполагается провести серию магнитных измерений. Элементы матрицы индуктивностей, эффективности и показатели спада поля токамака Т-15 можно вычислить, если воспользоваться результатами магнитных измерений. Для этого нужно решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно элементов матрицы индуктивностей при известных, но различных наборах векторов магнитных потоков X и токов I (27), измеренных при одинаковом состоянии железа.

Размерность построенной таким образом системы определяется числом неизвестных элементов матрицы индуктивностей. Матрица этой системы будет содержать значения векторов токов, а правая часть системы - значения векторов магнитных потоков. Недостающие значения токов и потоков плазмы можно взять из расчетов.

Если нужно вычислить значения элементов матрицы, обратной матрице индуктивностей, то в упомянутой СЛАУ нужно поменять местами значения векторов токов и потоков. Для того, чтобы вычислить эффективности, нужно решить систему линейных алгебраических уравнений, матрица которой содержит значения векторов токов, а правая часть - величину магнитного поля, измеренного (или полученного на основе магнитных измерений) в определённой точке внутри вакуумной камеры. Аналогично можно вычислить вектор-функции $\frac{\partial b}{\partial \bar{r}}$ и n.

В токамаке Т-15 для заведения тока в индуктор используется реверсивный источник питания, который сначала обеспечивает накопление энергии в индукторе и создаёт первоначальный магнитный поток, а затем участвует в возбуждении, подъёме и поддержании тока плазмы. В системе питания Т-15 предусмотрена возможность введения в контур индуктора и управляющих катушек дополнительного сопротивления R_0 и изменения величины этого сопротивления начиная с 0.1 Ом в сторону уменьшения с дискретностью 0.02 Ом до нуля. Таким образом регулируется скорость подъёма тока плазмы и обеспечивается на старте разряда напряжение на обходе шнура, достаточное для пробоя газа.

Источниками э.д.с. индуктора являются двенадцатипульсный, а управляющих катушек шестипульсный тиристорные преобразователи, питание которых осуществляется от трёхфазной сети с частстой 50 Гц. Изменение выходного напряжения тиристорного преобразователя осуществляется с помощью входного управляющего напряжения, подаваемого на вход преобразователя. Выходное напряжение преобразователя может меняться от -600 до 830 В и зависит от величины текущего в катушке тока. При этом ток, текущий в преобразователе и катушке, не может менять своего направления.

Электрическая схема системы питания токамака Т-15 для наладочного и номинального режимов представлена на рис. 7. При указанных на схеме направлениях токов катушек система уравнений (26) будет иметь вид:

$$\frac{dx_1}{dt} + U_{akt}(t) = 0,$$
$$\frac{dx_2}{dt} + R_1 I_2 + R_o I_o = U_1,$$
$$\frac{dx_3}{dt} + R_2 I_3 + R_o I_o = U_1 + U_2,$$
$$\frac{dx_4}{dt} + R_3 I_4 + R_o I_o = U_1 + U_3,$$
$$\frac{dx_5}{dt} + R_4 I_5 + R_o I_o = U_1 + U_4,$$

Согласно техническому проекту, при выполнении условия $I_o = 0$ происходит реверс источника э.д.с. индуктора. Это значит, что u_1 может меняться от -830 до 600 В до реверса и от -600 до 830 В после реверса, при этом меняется знак u_1 на противоположный.

Электрическая схема системы питания токамака Т-15 для форсированного режима представлена на рис. 8. При указанных на схеме направлениях токов катушек система уравнений (26) будет иметь вид:

$$\frac{dx_1}{dt} + U_{akt}(t) = 0,$$
$$\frac{dx_2}{dt} + R_1 I_2 + R_o I_o = U_1,$$
$$\frac{dx_3}{dt} + R_2 I_3 + R_o I_o = U_2,$$
$$\frac{dx_4}{dt} + R_3 I_4 + R_o I_o = U_3,$$
$$\frac{dx_5}{dt} + R_4 I_5 + R_o I_o = U_4,$$

Согласно техническому проекту, при выполнении условия $I_2 = 0$ происходит реверс источника э.д.с. индуктора. Это значит, что u_1 может меняться от -830 до 600 В до реверса и от 600 до 830 В после реверса, при этом меняется знак u_1 на противоположный.

Отметим, что на вектор управляющего воздействия u_t объекта управления (24),(26) система питания накладывает ограничения не только по модулю, но и по частоте. Кроме того, существуют ограничения на величину и направление тока катушек.

Перечисленные ограничения должны быть учтены при выборе критерия качества управления в задачах оптимизации программного управления условиями старта и развитием разряда по заданному сценарию.

5. КРИТЕРИИ КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ УСЛОВИЯМИ СТАРТА И РАЗВИТИЕМ РАЗРЯДА ПО ЗАДАННОМУ СЦЕНАРИЮ

Развитием плазменного разряда можно управлять с помощью магнитного поля, газонапуска и дополнительного нагрева. Управление полоидальным магнитным полем в токамаке осуществляется с помощью э.д.с. источников питания u_t. Меняя управление u_t, можно получить различные решения системы уравнений (24),(26), которые с точки зрения задач оптимизации программного управления условиями старта и развитием разряда по заданному сценарию имеют неодинаковую ценность. Поэтому для решения задач оптимизации программного управления необходимо ввести соответствующие каждой задаче критерии качества управления вида (2).

Как было сказано во введении, в задаче оптимизации программного управления условиями старта требуется к моменту $T = Ts$ старта разряда компенсировать рассеянное поле индуктора полем управляющих катушек ($B_z(Ts) \approx 0$), создать на обходе плазменного шнура напряжение, достаточное для пробоя газа ($U_{обх}(Ts) > U^{o}_{обх}$), обеспечить заданную сценарием разряда скорость роста тока плазмы, а следовательно, и скорость роста поля катушек, соответствующую скорости роста равновесного поля ($\dot{B}_z(Ts) = \dot{B}_{zo}$), при этом токи и э.д.с. катушек должны удовлетворять ограничениям, накладываемым на них системой питания.

Обозначим через $M_{pk}(x_2)$ вектор-функцию взаимных индуктивностей катушек с контуром Cq, проходящим параллельно катушкам через точку $Q(r_o,z_o)$ (для Т-15 $r_o = 2.43$, $z_o = 0$). Тогда величина напряжения на обходе контура Cq будет вычисляться по формуле

$$U_{обх}(Ts) = \frac{d}{dt} M_{pk}(x_2)\, I \,. \tag{28}$$

Величины вертикального магнитного поля B_z и её производной по времени в точке $Q(r_o,z_o)$ и в момент времени Ts вычисляются по формулам:

$$B_z(Ts) = b(x_2(Ts))\, I \,, \tag{29}$$

$$\dot{B}_z(Ts) = \frac{d}{dt} b(x_2(Ts))\, I. \tag{30}$$

Поэтому функции $g(x)$ и $\varphi(t,x_t)$ в задаче оптимизации программного управления условиями старта разряда будут иметь вид:

$$g(x_{Ts}) = \frac{1}{2}\Big\{ k_1\big[B_z(Ts)\big]^2 + k_2\big[U_{обх}(Ts) - U^o_{обх}\big]^2 + $$

$$+ k_3\big[\dot{B}_z(Ts) - \dot{B}_{z_o}\big]^2 + S(I(x_{Ts})) + S_1(I(x_{Ts}))\Big\}, \tag{31}$$

$$\varphi(t,x_t) = S(I(x_t)) + S_1(I(x_t)), \tag{32}$$

где $$S(I(x_t)) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{M} k_{n+3}\,\big[I_n(t) - I_{no}(t)\big]^2 \;; \tag{33}$$

$$S_1(I(x_t)) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{M-1} k_{n+M+3}\,\big[I_n(t) - I_n^o(t)\big]^2. \tag{34}$$

Здесь и далее k_i ($i = \overline{1,n}$) - весовые коэффициенты, I_{ko} - заданные предельные значения токов; M - размерность системы (26); $S(I(x_t)) = 0$, если токи катушек не выходят за ограничения.

В задаче оптимизации программного управления развитием разряда по заданному сценарию функции $g(x)$ и $\varphi(t,x_t)$ будут иметь вид:

$$g(x_T) = \frac{1}{2}\left\{ k_1\left[B_z(T) + B_{z_0}(T)\right]^2 + k_2\left[I_1(T) - I_p(T)\right]^2 + k_3\left[N_T - N_0\right]^2 + S(I(x_T)) + S_1(I(x_T)) \right\}, \tag{35}$$

$$\varphi(t,x_t) = \frac{1}{2}\left\{ k_1\left[B_z(t) + B_{z_0}(t)\right]^2 + k_2\left[I_1(t) - I_p(t)\right]^2 + k_3\left[N_t - N_0\right]^2 + S(I(x_t)) + S_1(I(x_t)) \right\}, \tag{36}$$

где I_t^0 – вектор-функция токов катушек, задаваемых оператором токамака. Введение в функционалы (31),(32), (35),(36) штрафной функции $S(I(x))$ позволяет учесть ограничения на максимальные значения токов катушек, а наличие в формулах (34),(35) штрафной функции $S_1(I(x))$ позволяет решить задачи оптимизации программного управления условиями старта разряда и его развитием по заданному сценарию при дополнительном требовании оператора установки, а именно: токи катушек меняются во времени по заданному оператором закону $I_K^0(t)$.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Решение задач оптимизации программного управления стартом разряда и его развитием по заданному сценарию было реализовано в вычислительных программах START и DISCHARGE соответственно.

Прежде чем переходить к описанию результатов расчётов по программам START и DISCHARGE, сделаем несколько замечаний.

Для решения задачи Коши (26) нужно задать начальное значение вектор-функции магнитных потоков x_0 в начальный момент времени t_0 ($x(t_0) = x_0$). В задаче оптимизации программного управления условиями старта разряда значение вектор-функции магнитного потока x_0 определяется следующим образом:

Задаётся начальное значение вектор-функции токов $I_0 = I(t_0)$, а значение магнитного потока x_{20} находится как корень уравнения

$$x_2 = L_1(x_2)\ I_0,$$

где $L_1(x_2)$ - строка матрицы индуктивностей, относящаяся к индуктору.

По найденному значению x_{20} вычисляется матрица индуктивностей $L(x_{20})$ и заодно вектор-функция эффективностей $b(x_{20})$. Вычисленные матрица индуктивностей $L(x_{20})$ и вектор-функция эффективностей $b(x_{20})$, умноженные на вектор-функцию токов I_0, дают значение вектор-функции магнитных потоков x_0 и вертикального магнитного поля $B_{z0} = b(x_{20})\ I_0$.

В задаче оптимизации программного управления развитием разряда по заданному сценарию начальные значения вектор-функций магнитного потока x_0, а также вертикального магнитного поля B_{z0} и показателя спада поля N определяются аналогично. По известным значениям магнитного потока индуктора $x_2(Ts)$ и вектор-функции токов катушек $I(Ts)$, полученным из решения задачи оптимизации программного управления условиями старта разряда, вычисляется матрица индуктивностей $L(x_2(Ts))$, вектор-функция эффективностей $b(x_2(Ts))$ и показателей спада поля $n(x_2(Ts))$.

Вычисленные матрица индуктивностей $L(x_2(Ts))$, вектор-функции эффективностей $b(x_2(Ts))$ и показателей спада поля $n(x_2(Ts))$, умноженные на вектор-функцию токов $I_0 = (I_p(Ts), I(Ts))$ (к вектор-функции токов катушек $I(Ts)$ добавилось начальное значение тока плазмы $I_p(Ts)$), дают значение вектор-функции магнитных потоков $x_0(Ts)$, вертикального магнитного поля $B_z(Ts)$, показателя спада поля $N(x(Ts))$ и $\dot{B}_z(Ts)$.

В работах [1-3] для решения задачи оптимизации программного управления положением и током плазмы применялся метод последовательных приближений, основанный на использовании необходимого условия оптимальности, записанного в форме принципа максимума (16) (см. разд. 3). В дальнейшем от этого метода пришлось отказаться по двум причинам. Во-первых, согласно условию (20) оптимальное управление является релейным и поэтому не может быть реализовано системой питания катушек полоидального магнитного поля, поскольку в токамаках источниками э.д.с. являются, как правило, конденсаторные батареи или тиристорные преобразователи. Во-вторых, не при всяком начальном допустимом управлении метод сходился.

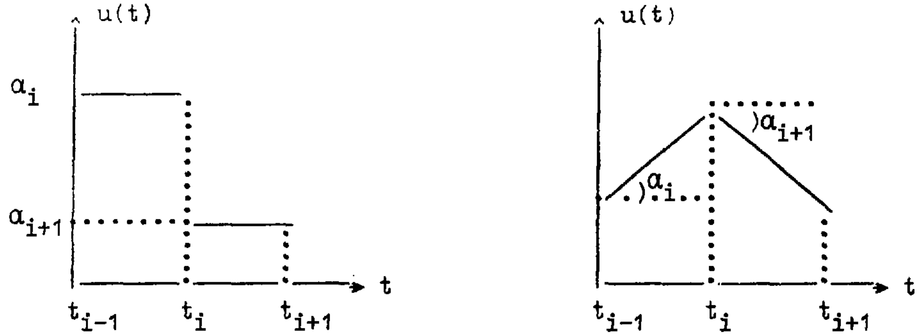
Для решения задач оптимизации программного управления Ф.Л.Черноусько [17] предложил алгоритм оптимизации, сочетающий градиентные методы и методы, основанные непосредственно на принципе максимума.

В работе [13] при решении задачи оптимального программного управления положением и током плазмы используется метод последовательных приближений, основанный на принципе максимума. Авторам удалось получить (несмотря на условие (20)) кусочно-постоянное управление, отличающееся от релейного.

В настоящей работе, так же как и в работах [4-6,16], при решении задач оптимизации программного управления условиями старта разряда и его развитием по заданному сценарию минимизация функционала проводилась по описанной в разд.3 градиентной методике.

Временная сетка по управлению u_t строилась (согласно техническому проекту) с шагом 10 мс. В качестве базисных функций $u(t,\alpha)$ (см. разд.3) рассматривались кусочно-постоянные и кусочно-линейные функции. В первом случае u_t определялась по формуле $u_t = \alpha_{i+1}$ при $t \in (t_i,\ t_{i+1}]$. Во втором случае u_t определялась по формуле

$u_t = u(t_i) + \alpha_{i+1}(t - t_i)$ при $t \in [\ t_i,\ t_{i+1}\ ]$.



Структура функции u(t)

Число неопределённых коэффициентов варьировалось от 40 до 200 в задаче оптимизации программного управления условиями старта разряда и от 280 до 560 в задаче оптимизации программного управления развитием разряда по заданному сценарию.

Перейдём к описанию результатов расчётов по программе START. Система уравнений (26) содержит четыре контура токов: индуктора, $ОУ_1$, $ОУ_2$, $ОУ_3$. Начальные условия ($x(t_0) = x_0$) для решения задачи Коши (26) находились по описанной ранее схеме при нулевых начальных токах управляющих катушек и токе индуктора 80 кА для номинального и форсированного режимов и токе 40 кА индуктора для наладочного режима. Варьировались величина временного интервала [t_0, Ts] (t_0 = 0, Ts = 20 мс и Ts = 50 мс), значение R_0 (от 0.02 до 0.1 оМ с шагом 0.02 оМ) для каждого временного интервала $t \in$ [0, 20 мс] и $t \in$ [0, 50 мс], а также значение T_0. Здесь T_0 - момент времени включения сопротивления R_0 (T_0 = 19 мс, 45 мс и 49 мс).

Заметим, что включение R_0 является вынужденной мерой, поскольку источники э.д.с. Т-15 не могут обеспечить такое изменение токов катушек, при котором напряжение на обходе плазменного шнура было бы достаточным для пробоя газа.

Проведённые расчёты показали, что во всех описанных случаях варьирования величин T_o, Ts, R_o магнитное поле рассеяния снижается с 80 Гс до нуля. Напряжение на обходе шнура меняется от 45 до 180 В в зависимости от значений параметров R_o, T_o, Ts. При этом, чем больше значение R_o и меньше значение $Ts - T_o$, тем больше значение $U_{обх}$. Почти во всех случаях функции $B_z(t)$, I_t, u_t, $U_{обх}(t)$ меняются по линейному закону. В момент времени T_o при включении R_o происходит резкое изменение производных по времени названных функций.

С целью определения единственности решения задачи оптимизации программного управления условиями старта разряда и влияния начального приближения $u_t^{нач}$ на сходимость метода минимизации функционала рассматривались различные начальные значения вектор-функции управления $u_t^{нач}$ ($u_t^{нач} = 0$ и $u_t^{нач} = U^{min}$). Расчёты показали, что при различных $u_t^{нач}$ меняются число итераций метода и характер поведения функционала, однако метод сходился практически к одному и тому же решению.

На рис. 3 представлены результаты решения задачи оптимизации условий старта разряда, когда $R_c = 0.06$ оМ, $Ts = 50$ мс, $T_o = 49$ мс. Видно, что магнитное поле рассеяния с 80 Гс упало до нуля, напряжение на обходе шнура равно 120 вольт, токи катушек не выходят за ограничения. Отметим, что напряжение на обходе шнура достигает своего значения в основном за счёт падения напряжения на R_o.

Перейдём к описанию результатов расчётов по программе DISCHARGE. Система уравнений (26) содержит пять контуров токов: плазмы, индуктора, $ОУ_1$, $ОУ_2$, $ОУ_3$. Начальные условия ($x(t_o) = x_o$) для решения задачи Коши (26) находились по описанной ранее схеме при значениях токов катушек, полученных из решения задачи оптимизации программного управления условиями старта разряда, и начальном токе плазмы, равном нулю. Варьировались величины сопротивления R_o (от

0.02 до 0.1 Ом с шагом 0.02 Ом) на старте и в процессе разряда, моменты переключения сопротивления R_0, а также менялись условия отключения сопротивления R_0 ($I_0 = \sum_{k=2}^{M} I_k = 0$ и $I_2 = 0$).

Проведённые расчёты показали, что при R_0 = 0.04 - 0.1 Ом в момент старта разряда и далее скорость роста тока плазмы больше номинальной. Поэтому, если при R_0 = 0.02 Ом удаётся осуществить пробой газа, то переключать R_0 с 0.02 Ом до 0 нужно будет один раз, когда $I_0 = 0$. Если осуществить пробой при R = 0.02 Ом не удаётся, то изменение R_0 должно происходить в следующей последовательности:

$$R_0 = \begin{cases} 0.04 \text{ Ом, при } t \in [\ 0 \text{ мс}, 14 \text{ мс}\ ), \\ 0.02 \text{ Ом, при } t \in [\ 14 \text{ мс}, T_г\ ), \\ 0 \quad \text{Ом, при } t \in [\ T_г, T\ ], \end{cases}$$

Здесь $T_г$ - момент времени выполнения условия $I_0 = 0$.

На рис.4, рис.5 представлен результат решения задачи оптимизации программного управления развитием разряда по заданному сценарию. Видно, что относительная погрешность по полю не превышает 3%, а по току 6%. О сходимости метода можно судить по характеру поведения функционала (см. рис. 3 - 5). Сценарий разряда описан в работе [10] и принят за основной при проектировании токамака Т-15 (рис.6).

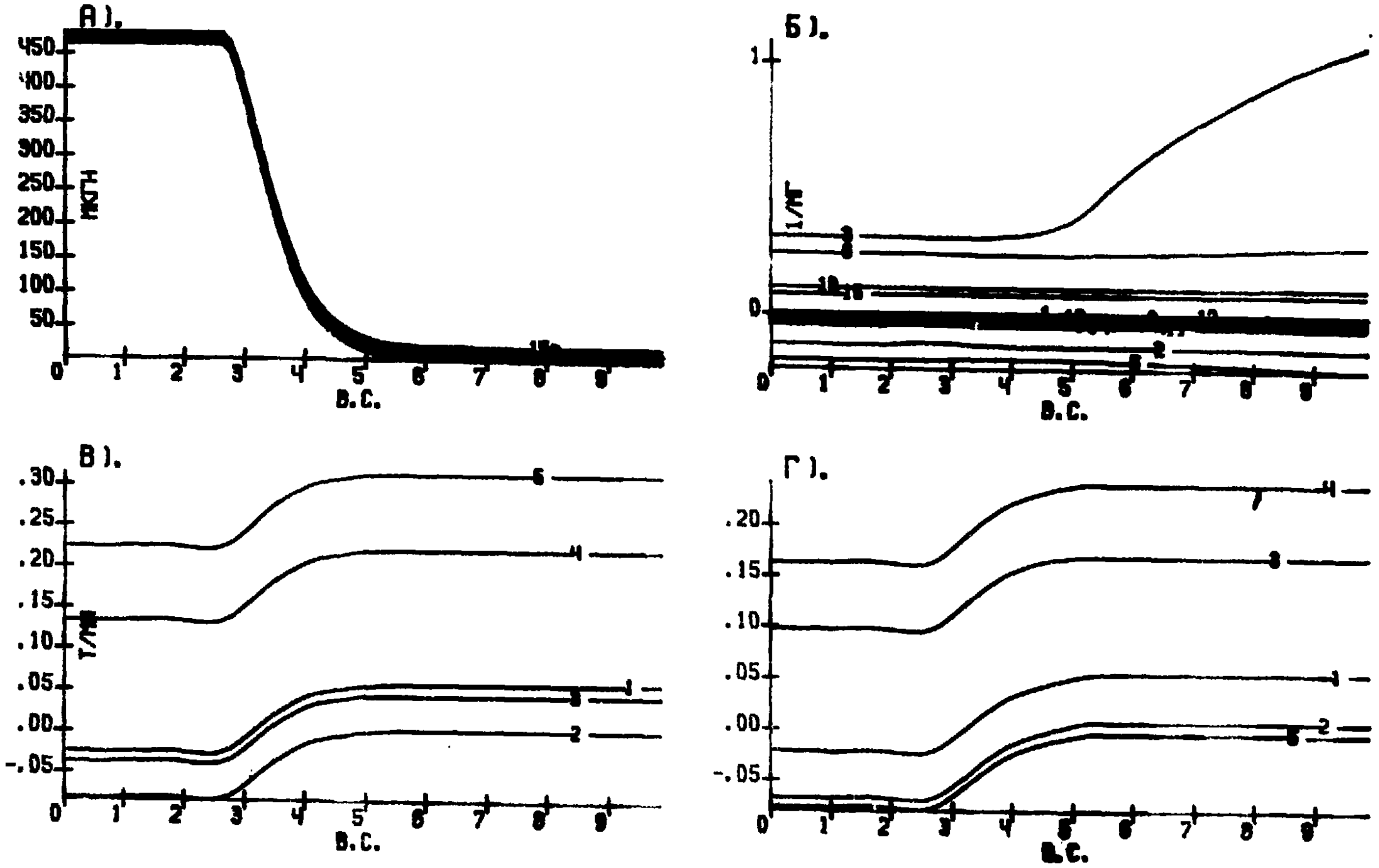


РИС.1 ПАРАМЕТРЫ Э.М.С. Т - 15

A.V. KUZNETSOV 10-MAR-88 20:22:34

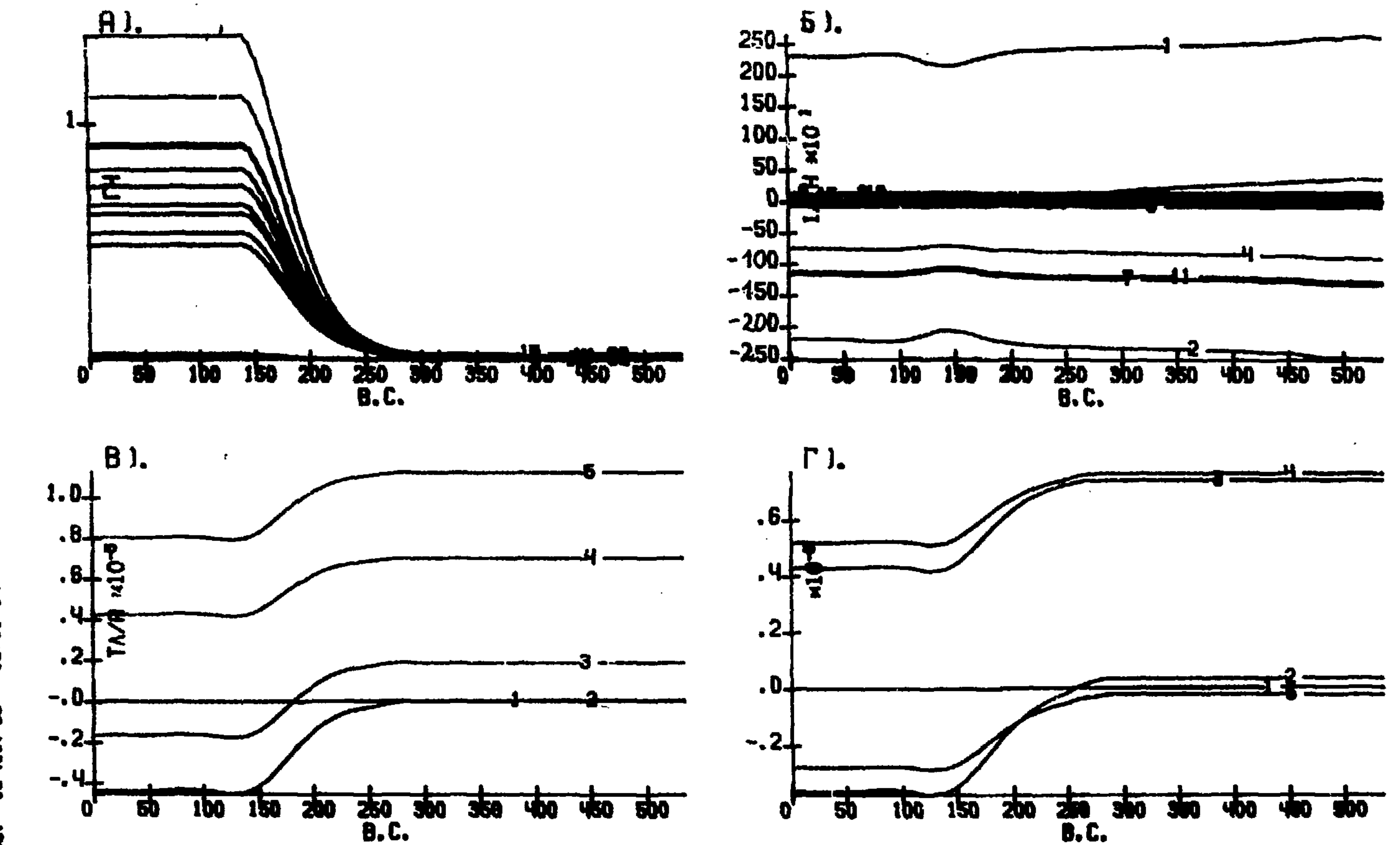
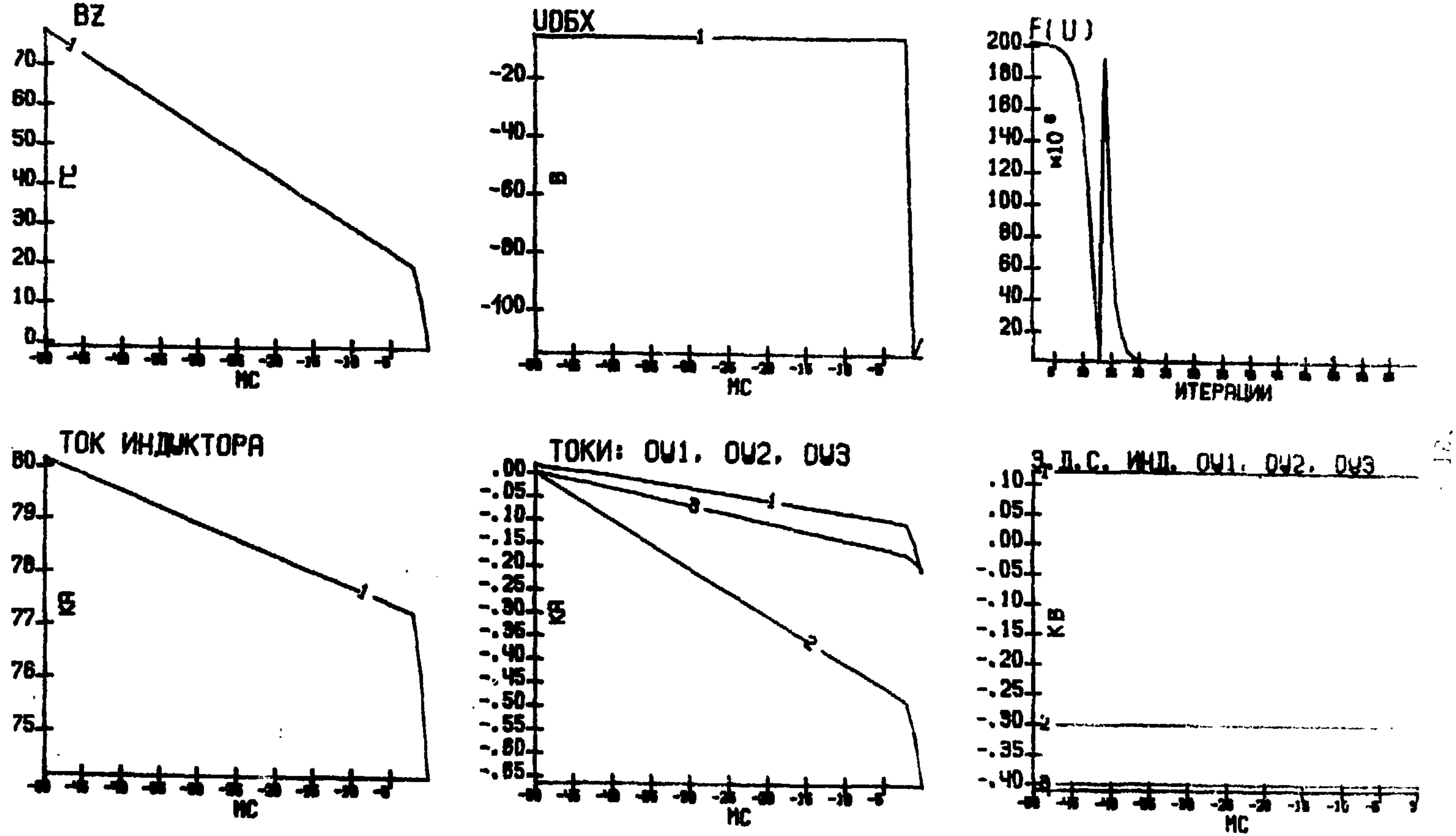


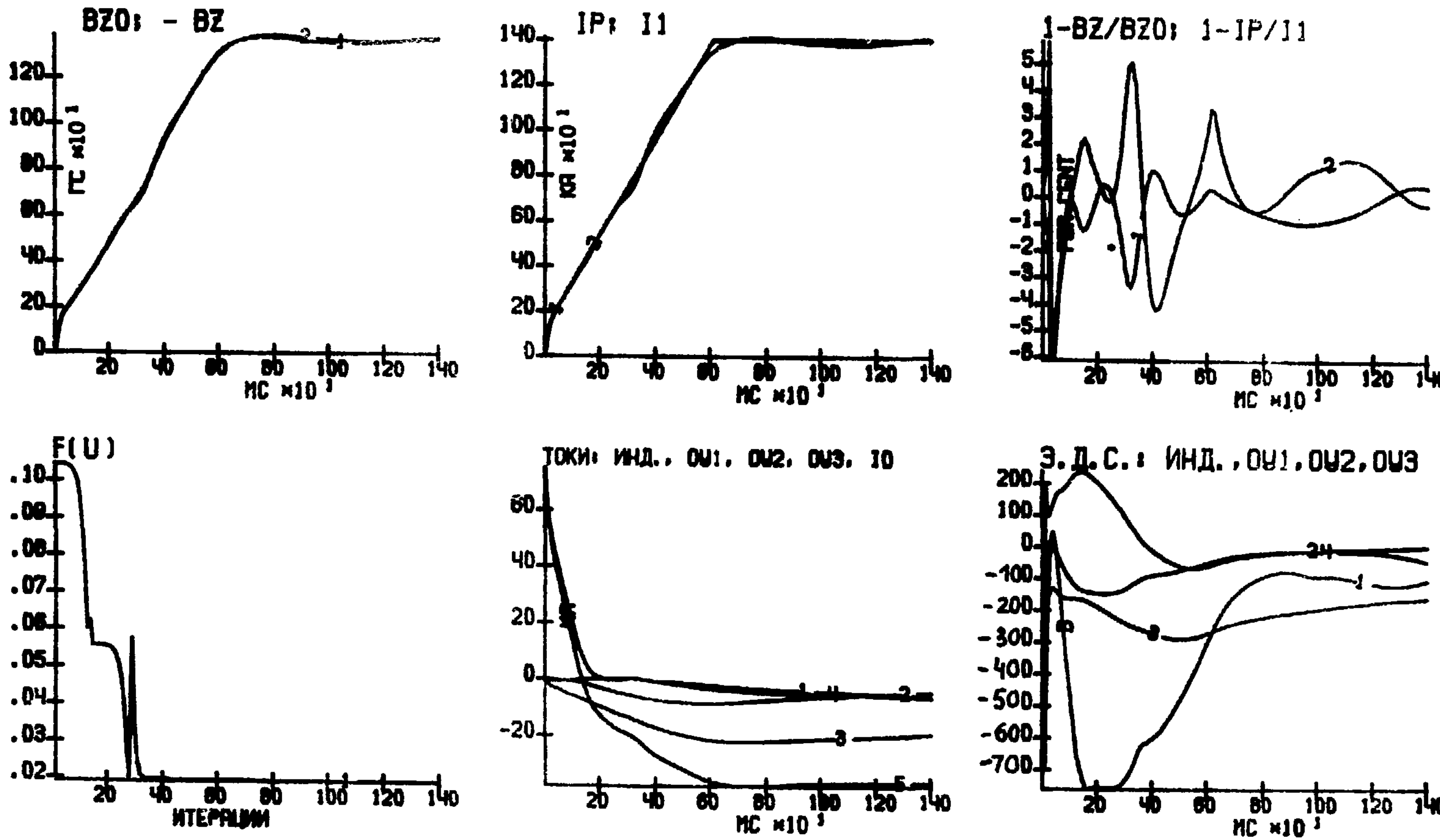
РИС.2 ПАРАМЕТРЫ Э.М.С. Т - 15



TMAC = -0.001 RMAC = 0.00 W(1) = 0 W(2) = 0 W(3) = 0 W(4) = 0 W(5) = 0

РИС.3 СТАРТ РАЗРЯДА Т - 15

A.V. KUZNETSOV 25-APR-90 19:10:16



TБAC = 0.014 RБAC = 0.02, W(1) = 0.050 W(2) = 0.050 W(3) = 0.060 W(4) = 0.060

РИС.4 РАЗРЯД Т - 15

A.V. KUZNETSOV 18-MAY-88 10:58:57

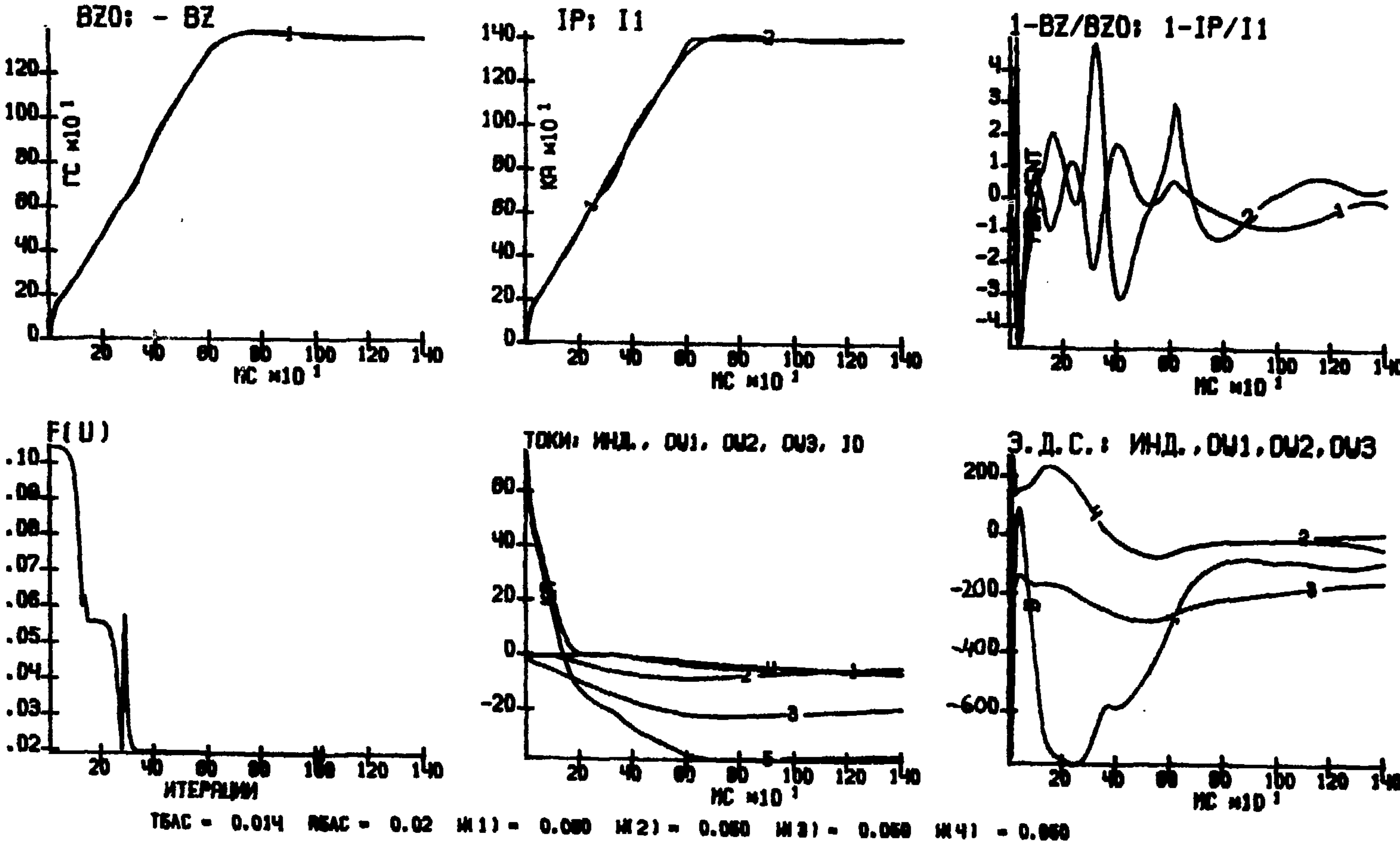


РИС.5 РАЗРЯД Т - 15

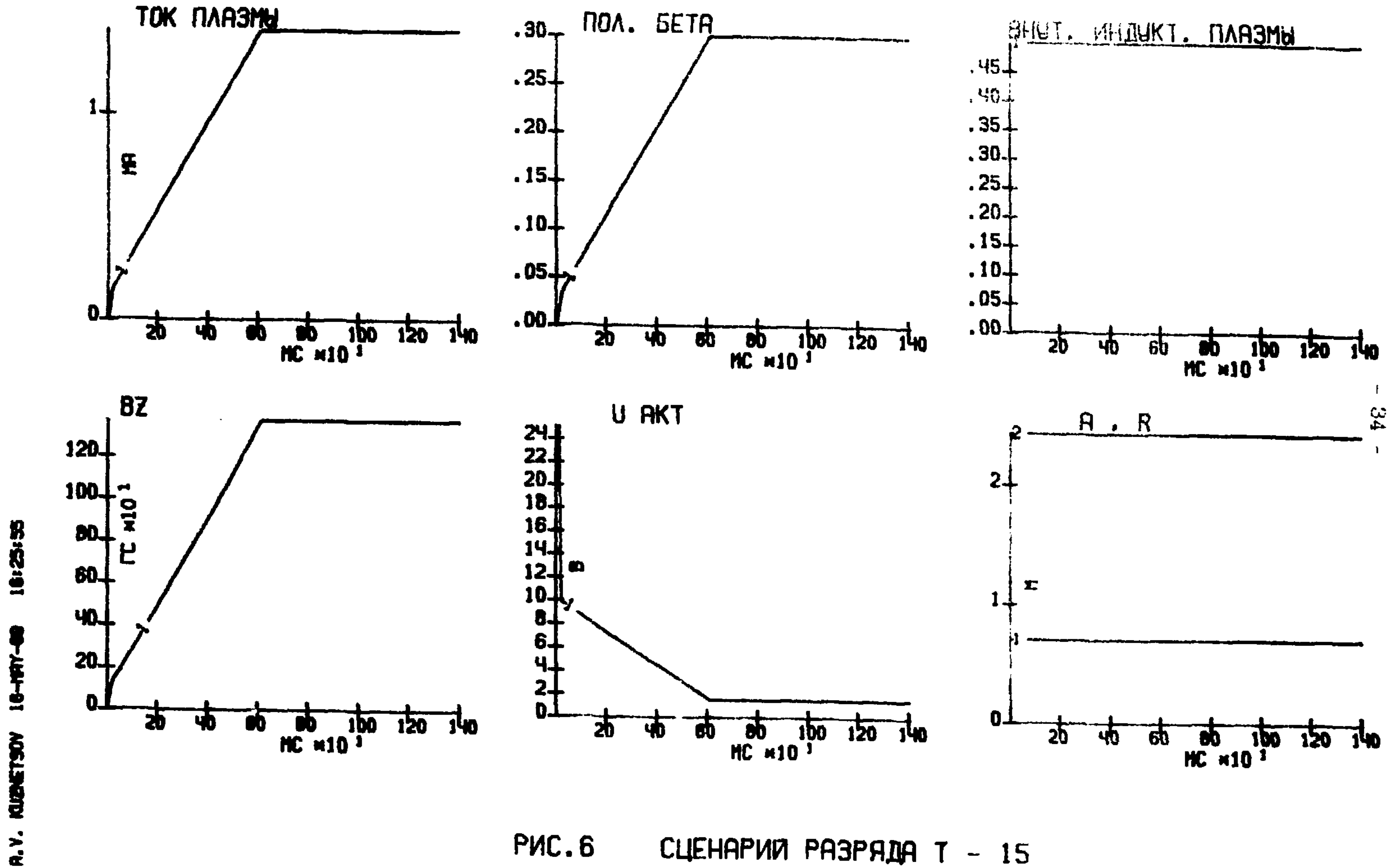


РИС.6 СЦЕНАРИЙ РАЗРЯДА Т - 15

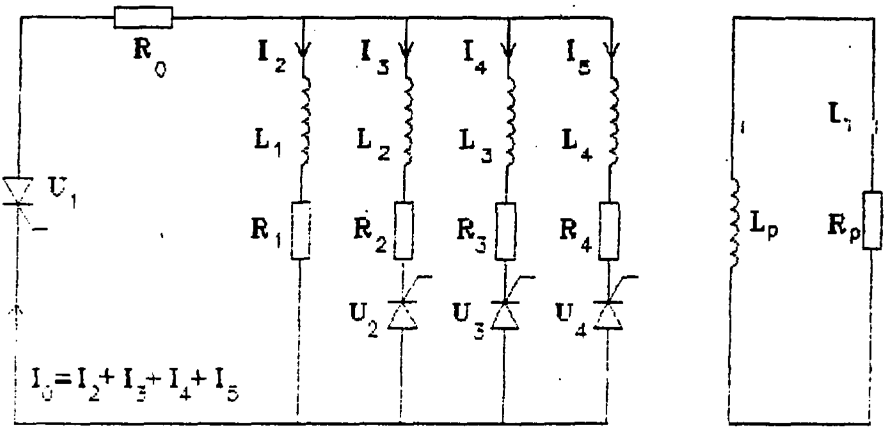


Рис 7

Электрическая схема системы питания
токамака Т-15
для наладочного и номинального
режимов

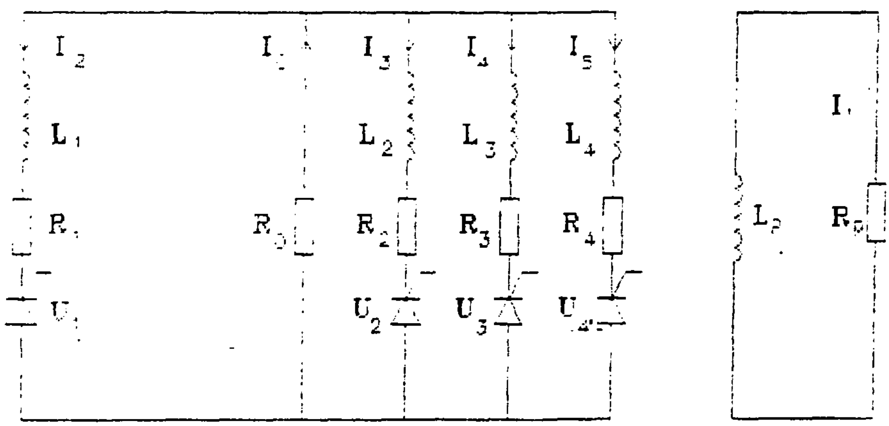


Рис 8

Электрическая схема системы питания
токамака Т-15
для форсированного режима

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляков В.А., Ивкин В.Г., Кузнецов А.В. и др. Структура системы управления параметрами плазмы токамака Т-15 // Вторая Всес. конференция по инженерным проблемам термоядерных реакторов. Июнь 23-25, Т.1, 1981, Л., с.328-336.

2. Васильев В.И., [illegible]лчин А.Г., Кузнецов А.В. и др. Исследование динамики плазменного шнура в токамаке Т-15. Там же, с.336-344.

3. Беляков В.А., Васильев В.И., Горностаев С.В. и др. Результаты эксперементального исследования управления положением шнура в токамаке с адиабатическим сжатием "Туман-3". Там же, с.344-353.

4. Kuznetsov A.V., Litunovsky R.N., Minyev O.A., Teplov P.P. Equilibrium and stability of plasma motion in an iron-core Tokamak // Proc. of 12th SOFT. Sept, vol. 2, 1982, Julich, p.1203-1209.

5. Belyakov V.A., Ivkin V.G., Kuznetsov A.V., Litunovsky R.N., Mozin I.V., Smirnov V.P., Stolov A.M., Teplov P.P. T-15 poloidal field control system. // Proc. of 12th SOFT. Sept, vol. 2, 1982, Julich, p.1209-1215.

6 Васильев В.И., Кавин А.А., Кузнецов А.В. и др. Применение методов математического моделирования для исследования режимов разряда в токамаке // Третья Всес. конф. по инженерным проблемам термоядерных реакторов. Июль 23-25, Т.3, 1984, Л., с.501-509.

7. Овсянников Д.А. Математические методы управления пучками. Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1980.

8. Шафранов В.Д. Равновесие плазмы в магнитном поле // В сб. Вопросы теории плазмы, вып. 2, М.: Госатомиздат, 1963, с.

9. Муховатов В.С., Шафранов В.Д. Равновесие плазмы в токамак // Ядерный синтез, 1971, т.2. с.705.

10. Бондарчук Э.Н., Дойников Н.И., Шмалько Г.И. Анализ систем полоидальных полей установки Т-[illegible]М: Препринт Б-0430. Л., НИИЭФА, 1979.

11. Беляков В.А., Васильев В.И., Колчин А.Г. и др. Исследование полоидальных магнитных полей на установке "Туман-3": Препринт НИИЭФА П-Г-0555. Л., 1982.

12. Андреев В.Ф., Днестровский Ю.Н., Костамаров Д.П. и др. Численное моделирование равновесия плазмы в токамаке с железным сердечником: Препринт ИАЭ-4056/7. М., 1984.

13. Андреев В.Ф., Днестровский Ю.Н., Костамаров Д.П. и др., Математические модели управления плазменным разрядом в токамаке: Препринт ИАЭ-4214/7. М., 1985.

14. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1

15. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М.: Наук 1975.

16. Кузнецов А.В. Математическое моделирование разряда в тока . //Четвертая Всес. конференция по инженерным проблемам тэр дерных реакторов. Январь 19-21, 1988. Л., Тезисы докл. с.

17. Черноусько Ф.Л., Баничук И.В. Вариационные задачи механик управления. М.: Наука, 1973.

18. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М.: Мир, 1982.

Александр Владимирович Кузнецов,
Дмитрий Александрович Овсянников

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ УСЛОВИЯМИ СТАРТА РАЗРЯДА И ЕГО РАЗВИТИЕМ ПО ЗАДАННОМУ СЦЕНАРИЮ В ТОКАМАКЕ С ЖЕЛЕЗНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ

Редактор В.Л.Гусева

Подписано в печать I2.06.90г. Т-I0569. Формат 60x90/16.
Офсетная печать. Уч.-изд.л. 1,8. Тираж 120 экз.
Зак. N 42/618. Индекс 3624. Цена 27к.

Отпечатано в НИИЭФА