

BR 3230372

INIS-BR--2947

**ESTUDO DE ARMADILHA FRIA À DIFUSÃO EM
CIRCUITO DE SÓDIO LÍQUIDO**

Frederico Guilherme Bandeira de Araujo

**TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO
DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTEN-
ÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M. Sc.)**

Aprovada por:

C. M. L.
[Signature]
[Signature]
[Signature]

**Rio de Janeiro
Estado da Guanabara - Brasil
Setembro de 1974**

SINOPSE

O objetivo fundamental desta tese é obter conclusões sobre o funcionamento de armadilhas frias do tipo de difusão.

Primeiramente é estabelecida uma formulação matemática para o processo de purificação, incluindo a determinação do campo térmico da armadilha. Este campo é determinado por um modelo bi-dimensional de condução, sendo o coeficiente de película obtido do acoplamento dos modelos de condução interna e convecção natural externa à armadilha.

Com parâmetros obtidos a partir do campo de temperaturas, foram calculadas características da purificação que permitiram concluir sobre o funcionamento do sistema.

Os resultados obtidos mostraram o baixo desempenho deste tipo de armadilha, mas permitiram prever algumas modificações, que poderão fazer estes sistemas manter sua máxima eficiência.

ABSTRACT

The purpose of this thesis is to attain conclusions related with the work of the diffusion type cold traps.

Primarily a mathematic formulation is established for a purification process, including the determination of the cold trap thermic field. This field is determined by a bi-dimensional model of conduction, being the heat-transfer coefficient obtained from the coupling of the internal conduction models and external natural convection to the trap.

With parameters obtained from the temperature field, purification characteristics were calculated allowing conclusions concerning the system's performance.

The attained determined a low performance of this kind of trap, but allowed prevision of some modifications that will make this system keep their maximum efficiency.

ÍNDICE

	pag.
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DE PURIFICAÇÃO	4
2.1. Impurezas: Causas e Consequências	5
2.2. Métodos de Purificação	7
CAPÍTULO III - TEORIA DAS ARMADILHAS FRIAS À DIFUSÃO	10
3.1. Apresentação da Armadilha	11
3.2. Teoria de Funcionamento	11
CAPÍTULO IV - MODELO TÉRMICO DA ARMADILHA	27
4.1. Introdução	28
4.2. Determinação do Modelo de Condução	28
4.3. Determinação do Modelo de Convecção Natural	41
4.4. Acoplamento dos Modelos de Condução e Convecção: Determinação do Coeficiente de Película	49
4.5. Campo de Temperaturas: Comparação dos Dois Mode- los de Condução	60
CAPÍTULO V - CÁLCULO DE VALORES DAS FUNÇÕES CARACTERÍSTICAS DA ARMADILHA	62
5.1. Cálculo da Velocidade de Purificação e da Concen- tração de Impureza como Função do Tempo	63
5.2. Análise dos Resultados	64
5.3. Conclusões	65

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Referências: (1), (2), (3) e (5)

O presente trabalho foi realizado no Instituto de Engenharia Nuclear, onde existe o circuito térmico a sódio líquido em que se referenciou este estudo, e onde foi montada a parte experimental.

Nos últimos tempos os reatores rápidos, que utilizam neutrons de alta energia, atingiram um plano de grande interesse. O fato de seu circuito primário atingir altas temperaturas proporcionando um grande rendimento do ciclo termodinâmico é uma de suas características mais notáveis. Por outro lado a tecnologia sofisticada que isto acarreta, é ainda um desafio à plena utilização destes reatores.

Neste tipo de sistema, que requer uma eficiente transferência de calor, em geral através de pequenas áreas de troca, é necessário um fluido de alta condutividade térmica e baixa viscosidade. Fluidos como gases, água e alguns fluidos orgânicos, têm a vantagem de baixa viscosidade. Porém, sua condutividade térmica é baixa e, com exceção dos gases, possuem uma fraca performance em altas temperaturas. Devido as limitações dos fluidos citados, a preferência recaiu sobre os metais líquidos. Dentre estes, o sódio é o que apresenta a mais satisfatória combinação de propriedades, tais como alta condutividade térmica, baixa viscosidade, boa superfície molhada característica, uma grande faixa de temperatura entre o ponto de fusão (97.8°C) e ebulição (877.5°C) e, principal-

mente, por seu comportamento na presença de um campo radioativo.

Os metais constitutivos do circuito são sujeitos a corrosão pelo sódio, e a razão de corrosão é fortemente afetada pela concentração de impurezas no próprio sódio. Então, um dos principais problemas referentes a utilização deste fluido é a manutenção de sua pureza, sem a qual, além da corrosão citada ocorrerão problemas de entupimento do circuito.

Para a manutenção do sódio em um determinado nível permissível de impurezas, existem propostos alguns tipos de sistemas como: filtração, armadilhas quentes com metais redutores e precipitação a baixa temperatura a partir da relação solubilidade-temperatura. Estes métodos são algumas vezes usados em combinação e podem purificar o sódio fora do sistema, porém é de máxima importância purificá-lo continuamente para remover as impurezas durante a operação.

Este trabalho tem por objetivo analisar um dos tipos de purificadores por precipitação a baixa temperatura, denominado armadilha fria a difusão.

O modelo tomado por base foi o existente no circuito térmico a sódio do IEN. Consta de um tubo cego vertical, de 60 cm de comprimento e 5 cm de diâmetro, posicionado para baixo da tubulação principal e refrigerado por convecção natural. O circuito onde se localiza a armadilha, tem um regime de operação entre 200°C e 600°C, com possibilidade de pico a 720°C a uma potência nominal de 80 Kw. A massa total de sódio é de 200 Kg e a vazão máxima permissível é de 25.000 Kg/h.

O esquema deste circuito pode ser observado na figura (1.1). A figura (1.2) apresenta em detalhe a armadilha.

CAPÍTULO II

APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DE PURIFICAÇÃO

2.1. Impurezas: Causas e Consequências

2.2. Método de Purificação

:

CAPÍTULO II

APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DE PURIFICAÇÃO

2.1. Impurezas: Causas e Consequências

Referências: (1), (2), (3) e (4)

As impurezas contidas no sódio podem se originar na produção do próprio metal, durante seu manuseio e enquanto em uso no sistema. No primeiro caso, quando é extraído por eletrólise, a principal impureza que se introduz é o cálcio. São absorvidos igualmente o potássio, o lítio e o estanho. Outros metais também podem surgir nesta fase, porém não em quantidade significativa.

Quando colocado em operação no circuito, o sódio contamina-se através de resíduos deixados nos tubos e equipamentos, corrosão destes tubos, gás de cobertura impuro e falhas operacionais ou de manutenção, como o contato com a atmosfera. As impurezas introduzidas são essencialmente o oxigênio, hidrogênio, carbono, cloro, fósforo, ferro e magnésio. A presença de elementos metálicos, por sua quantidade, não chega a provocar problemas operacionais, porém, no caso de circuito primário de um reator, poderão causar problemas de ordem nuclear. A ação dos elementos não metálicos, se fará sentir principalmente como fator de aceleração da corrosão, provocando entupimentos e depósitos radioativos que prejudicarão os desempenhos térmicos e mecânicos do equipamento, além de causar problemas para a manutenção.

Dos fatores mais importantes para a aceleração da corrosão do material do circuito é a presença do oxigênio no sódio. Para mais de 100 ppm de O_2 , na maioria dos materiais, a razão de corrosão é sensivelmente acelerada. Abaixo de 100 ppm o mais sério problema que afeta a estrutura é o entupimento pelo óxido.

O decréscimo da solubilidade do óxido no sódio com a diminuição da temperatura (fig. 2.1.1), faz com que o óxido se precipite cristalizado quando a temperatura é menor do que a de saturação.

Em circuito de troca de calor a região mais fria é a entrada do aquecedor. Um entupimento nesta região resulta em uma fraca distribuição de fluxo, levando a uma temperatura excessiva e a queima dos tubos. Além disto, o excesso de óxido pode entupir as passagens do fluido em outros pontos do circuito, interferindo no sistema de operação.

Por todas as razões citadas, uma boa prática para o limite de oxigênio é um valor menor do que o de saturação na mais baixa temperatura do sistema, preferivelmente menor do que 10 - 20 ppm. No caso de temperaturas mais elevadas (da ordem de $800^{\circ}C$) em que se necessite a utilização de ligas refratárias, o nível de impurezas deve ser ainda menor, pois estas ligas são extremamente sensíveis ao oxigênio, que provoca sua fragilização.

Deve ser citado também que pode acontecer entupimentos causados por insolúveis, especialmente resíduos metálicos e escória de solda.

As consequências decorrentes de outras impurezas podem ser sintetizadas no seguinte:

cálcio: por oxidação o cálcio forma um óxido insolúvel que pode provocar dificuldades hidráulicas e mecânicas por acumulação nos dutos;

carbono: pode provocar a carbonização e a descarbonização dos tubos. Para o caso de aço inoxidável, provoca uma migração do próprio carbono das regiões de alta temperatura para as de baixa;

hidrogênio: sua fácil difusão através dos metais provoca a fragilização destes.

A maior parte das impurezas tem uma solubilidade fraca a baixas temperaturas, o que faz com que o principal problema decorrente da falta de pureza no sódio seja a cristalização destes elementos (em geral compostos com o próprio sódio) nas regiões mais frias do circuito, com as sérias implicações que este fenômeno provoca.

De todos os estudos realizados, concluiu-se que a mais problemática das impurezas é o oxigênio. Como a curva de solubilidade dos outros contaminantes é semelhante à do oxigênio, resolvemos referenciar nosso trabalho na purificação deste elemento.

2.2. Métodos de Purificação

Referências: (1), (2), (3) e (4)

Existem várias maneiras de purificar o sódio utilizado em um circuito térmico, cada qual aplicável segundo o grau de pureza que se queira obter. Podemos classificar estes métodos em dois grupos: métodos químicos e físicos.

O método químico consiste no sistema de redução em armadilha quente, e seu objetivo principal é baixar o índice de impurezas até um nível menor do que atingem outros tipos de purificadores normalmente usados. Seu princípio de funcionamento consiste em colocar o sódio impuro em contato com um material que proporcione a reação de redução, em alta temperatura, destas impurezas. Existem dois tipos de redutores: os solúveis e os não solúveis no sódio. O primeiro deles, quando adicionado ao fluido, reage com a impureza formando um composto insolúvel que é então filtrado. O tipo não solúvel consiste em elementos fixos, com grande superfície de contato com o fluido, onde a redução é realizada através de uma absorção seletiva de elementos.

Apesar de teoricamente possível, a purificação química de outro elemento que não seja o oxigênio, não é usada na prática. Para o oxigênio, é usado normalmente como redutor elementos de zircônio em forma de malha corrugada, o que proporciona uma máxima área de contato. A desvantagem deste processo é que funciona em torno de 700°C , o que, em geral, obriga a uma derivação do circuito com um sistema de aquecimento.

Os métodos físicos consistem na destilação a vácuo, na filtração e na denominada armadilha fria. O primeiro deles é um método mais usado em laboratórios, permitindo um alto grau de pureza, que não é necessário aos circuitos em questão. Além disto, a instalação de um sistema de destilação acoplado a um circuito térmico é um empreendimento sofisticado e, até hoje, temos notícia de que somente na Rússia existe uma instalação piloto deste gênero. Por outro lado, a filtração é o método mais simples e sua principal função é retirar o grosso das quantidades de óxidos e sedimentos durante o procedimento inicial de carga do sistema, também sendo usados entre o tanque depósito de sódio e o circuito. Para o máximo aproveitamento do filtro é necessário que o sódio passe por ele a uma temperatura abaixo da temperatura de saturação dos óxidos, o que permitirá que estes estejam sólidos e possam ser retirados pelas malhas do filtro. A maior dificuldade operacional que os filtros apresentam é sua tendência a entupir e a necessidade constante de limpeza.

O método de armadilha fria é o mais usado entre todos os meios purificadores de sódio. Basicamente é uma câmara cristalizadora e precipitadora para todos os materiais que têm uma solubilidade dependente da temperatura. Seu funcionamento se baseia na redução da temperatura do sódio abaixo da temperatura de saturação do óxido ou de outra impureza, mantendo um suficiente tempo de residência para precipitação, uma suficiente superfície germinadora de grãos de cristal, e um volume capaz de receber as impurezas durante o tempo de vida previsto.

Existem basicamente dois tipos de armadilhas frias: a de circulação forçada e natural. O primeiro deles é um sistema em que há ao mesmo tempo uma refrigeração e uma circulação forçada do sódio. Seu funcionamento se baseia

na filtragem das impurezas quando o sódio é bombeado através de um conjunto de malhas, após ter sido resfriado o suficiente para que as impurezas se cristalizem.

Este tipo de purificador é mais usado em circuitos de grande massa de sódio, apesar de apresentar a desvantagem da perda de energia por causa do resfriamento, o que faz com que, em geral, se localizem em uma derivação do circuito onde passa apenas parte do fluxo.

As armadilhas de circulação natural, ou à difusão, são sistemas onde é estabelecido um gradiente térmico (forçado ou não), e as impurezas solidificadas se precipitam por difusão molecular. Como este tipo de armadilha é o objetivo deste trabalho, deixaremos para adiante as considerações detalhadas sobre ele. Cabe, porém, dizer de seu custo extremamente baixo e a não necessidade de manutenção, como as grandes vantagens deste método.

CAPÍTULO III

TEORIA DAS ARMADILHAS FRIAS À DIFUSÃO

3.1. Apresentação da Armadilha

3.2. Teoria de Funcionamento

CAPÍTULO III

TEORIA DAS ARMADILHAS FRIAS À DIFUSÃO

Referências: (8), (9), (10) e (3)

3.1. Apresentação da Armadilha

As armadilhas frias à difusão podem ter uma refrigeração natural ou forçada. Nosso estudo se fixará nas de resfriamento por convecção natural.

O modelo físico adotado, semelhante ao existente no circuito térmico do IEN, é um tubo fechado em uma das extremidades, soldado por sua extremidade aberta à tubulação onde circula o sódio, e exposto ao meio ambiente (fig. 1.2). Como resultado do resfriamento por convecção natural fica esboçado um determinado campo de temperaturas, que proporcionará a condição básica de funcionamento para o sistema.

Este trabalho estabelece as condições teóricas para um bom desempenho da armadilha fria, que são calcadas, como veremos, no campo de temperaturas.

3.2. Teoria de Funcionamento

Como já foi citado, o método de purificação por armadilha fria baseia-se na relação solubilidade das impurezas vs temperatura. O processo consiste em que, variando-se a temperatura do fluido, este torna-se super saturado e então o óxido se cristaliza e deposita por difusão molecular.

Para tornar claro sua dinâmica, imaginemos os fenômenos que ocorrem na armadilha em ordem sucessiva, quando na realidade são simultâneos. Consideremos novamente a figura 1.2, onde na tubulação horizontal circula sódio a uma temperatura T_0 , uma concentração de impurezas de óxido de sódio C_{Na}^O e em regime turbulento. O funcionamento do sistema então é o seguinte: suponhamos um instante inicial de operação em que o sódio comece a circular. Neste instante o tubo principal e a armadilha enchem-se de sódio na temperatura T_0 e na concentração C_{Na}^O de impurezas. Estabelece-se então, por convecção natural no exterior e condução nas paredes e no fluido, um gradiente de temperaturas decrescente a partir do topo. Não consideramos a possibilidade de convecção natural dentro da armadilha, tendo em vista as camadas quentes estarem acima das frias. Observando a curva de solubilidade do óxido de sódio (fig. 2.1.1), verificamos que se tivermos junto ao fundo da armadilha uma temperatura quase igual a de fusão do sódio puro, por menor que seja a concentração de impurezas teremos super-saturação e a conseqüente cristalização e precipitação. Havendo esta precipitação a concentração local de impurezas baixa e, por difusão, haverá uma tendência de equalização das concentrações, logo, entrarão mais óxido na armadilha, que se solidificará e precipitará, fazendo no todo um processo contínuo de purificação. Na realidade porém, a operação prática é algo diferente. Em primeiro lugar tem que ser considerado o efeito do escoamento que, provocando turbulência, faz com que as impurezas se introduzam na armadilha basicamente por este processo. O coeficiente de transporte de massa turbulento é suficientemente maior do que o de difusão, para que este possa ser desprezado⁽⁸⁾. Além disto, só se consegue obter um mínimo de 5 ppm de óxido, tendo em vista que a temperatura mínima não pode ser muito próxima da de fusão do sódio, para se evitar a solidificação deste⁽³⁾.

Com todas estas observações podemos estabelecer que, para um determinado instante e concentração, se caracterizam três zonas distintas na armadilha (fig. 1.2):

- a - região de resfriamento
- b - região de cristalização
- c - região de deposição

Vejamos agora uma proposição matemática para o funcionamento da armadilha.

Iniciando, podemos admitir que as impurezas derretidas no fluido se cristalizam em quantidade proporcional a $C_{Na} - C_S$. Então podemos escrever que a equação diferencial que descreve em relação ao tempo a variação de C_{Na} , efetuada dentro da armadilha é:

$$\frac{dC_{Na}}{d\tau} = K (C_{Na} - C_S) \quad (\text{Eq. 3.2.1})$$

com a c.c.

$$\tau = 0 \rightarrow C_{Na} = C_{Na}^0$$

Observemos que $\frac{dC_{Na}}{d\tau} < 0$, porém $C_{Na} > C_S$, pois é o C_S mínimo correspondente ao ponto de temperatura mais baixa, no caso o fundo da armadilha.

Então $K < 0$

O K é um coeficiente global onde estão incluídos o mecanismo de transferência de impurezas para dentro da armadilha e a cinética de cristalização.

Se considerarmos que a cristalização de impurezas se dê sempre na mesma seção da armadilha, no caso, o fundo, e que o campo de temperaturas seja constante com o tempo, então C_S pode ser tomado como constante. Considerando também que para uma certa armadilha e um determinado escoamento o K é constante, para a solução de 3.2.1 vem:

$$\frac{dC_{Na}}{d\tau} - K C_{Na} = - K C_S$$

$$C_{Na} = C_S + A e^{K \tau}$$

aplicando a c.c.

$$\tau = 0 \therefore C_{Na} = C_{Na}^0 \rightarrow A = C_{Na}^0 - C_S$$

Logo:

$$\frac{C_{Na} - C_S}{C_{Na}^0 - C_S} = e^{K \tau}$$

(Eq. 3.2.2)

podemos então, derivando a equação 3.2.2 obter a velocidade de purificação:

$$\frac{dC_{Na}}{d\tau} = K (C_{Na}^0 - C_S) e^{K \tau}$$

Para melhor visualização do fenômeno consideremos K como valor em \bar{m}^2 dulo, e explicitemos sinal negativo, então:

$$\frac{dC_{Na}}{d\tau} = -K (C_{Na}^0 - C_S) e^{-K \tau} \quad (\text{Eq. 3.2.3})$$

que explicita a velocidade de purificação.

Esta equação porém, desconsidera um fator importante do fenômeno que é o crescimento do volume precipitado, isto é, desconsidera a própria variação de C_{Na} ao longo do tempo. Esta diminuição de C_{Na} vai fazer com que na frente de cristalização haja a necessidade de que a concentração de saturação diminua também, a fim de que se possa manter a super saturação necessária ao processo cristizador. Como porém, a solubilidade é função decrescente com a temperatura, e temos um campo determinado e crescente com a cota, o que acontece é que a frente de cristalização se desloca no sentido do fundo da armadilha. Sendo o crescimento do precipitado em sentido contrário, verificamos que os dois efeitos se sobrepõem no sentido da ineficiência da armadilha. Destas conclusões podemos observar que C_S na equação 3.2.1 torna-se variável, função da temperatura na frente de precipitação, ou seja: a frente de precipitação desloca-se com o tempo ao longo da cota, logo ao longo do campo de temperaturas; como o C_S da frente depende da temperatura, podemos considerar $C_S = f(T)$.

Então, a informação sobre o crescimento do volume precipitado fará com que a velocidade de purificação dependa do campo de temperaturas, como é mostrado no desenvolvimento seguinte:

podemos escrever que a velocidade de ingresso de impurezas para dentro da armadilha é:

$$V_{Na} \gamma_{Na} \frac{dC_{Na}}{d\tau}$$

então a velocidade de crescimento do volume precipitado pode ser escrita como:

16/17

$$C_S = f_1 \cdot (f_2 (X)) = f_3 (X)$$

$$C_S = f_3 (X)$$

$$\frac{dC_S}{dX} = f_4 (X)$$

- tomaremos porêm, para maior simplicidade dos cálculos, um valor médio constante para

$$\frac{dC_S}{dX}, \text{ igual a}$$

$$\int_0^L \frac{f_4 (X)}{L} dX$$

É interessante observar ainda, que tomamos $\frac{dC_S}{dX}$ como independente do tempo, o que é razoável tendo em vista que as mudanças nas condições para a transferência de calor são suficientemente lentas.

Com estas considerações, voltando à sequência de equacionamento, posso escrever:

$$\frac{dC_S}{d\tau} = - \frac{dC_S}{dX} \frac{V_{Na} \gamma_{Na}}{\gamma_f F} \frac{dC_{Na}}{d\tau}$$

com as c.c.:

$$\tau = 0 \rightarrow C_S = C_S^0$$

$$C_{Na} = C_{Na}^0$$

Integrando:

$$C_S(\tau) = \int_0^\tau - \frac{dC_S}{dX} \frac{V_{Na} \gamma_{Na}}{\gamma_i F} \frac{dC_{Na}}{d\tau} d\tau$$

$$= - \frac{dC_S}{dX} \frac{V_{Na} \gamma_{Na}}{\gamma_i F} \int_0^\tau dC_{Na}$$

$$C_S(\tau) = - \frac{dC_S}{dX} \frac{V_{Na} \gamma_{Na}}{\gamma_i F} (C_{Na}^\tau - C_{Na}^0) + A$$

aplicando as c.c.

$$C_S^0 = A$$

Logo:

$$C_S(\tau) = C_S^0 + \frac{dC_S}{dX} \frac{V_{Na} \gamma_{Na}}{\gamma_i F} (C_{Na}^0 - C_{Na}^\tau) \quad (\text{Eq. 3.2.5})$$

- introduzindo a equação 3.2.5 em 3.2.1 e sendo

$$b = \frac{dC_S}{dX} \frac{V_{Na} \gamma_{Na}}{\gamma_i F}, \text{ temos:}$$

$$\frac{dC_{Na}}{d\tau} + (1 + b) K C_{Na} = K (C_S^0 + b C_{Na}^0)$$

sendo a c.c.:

$$\tau = 0 \rightarrow C_{Na} = C_{Na}^0$$

- a solução desta equação é da forma:

$$C_{Na} = \left[A + \frac{K (C_S^0 + b C_{Na}^0)}{1} e^{\int (1 + b) K d\tau} \right] e^{-\int (1 + b) K d\tau}$$

- avaliando as integrais que surgem acima, temos:

$$\int (1 + b) K d\tau = (1 + b) K \tau$$

$$\int K (C_S^0 + b C_{Na}^0) e^{(1 + b) K \tau} d\tau = K (C_S^0 + b C_{Na}^0) \frac{1}{(1 + b) K} e^{(1 + b) K \tau}$$

- levando na equação de C_{Na} :

$$C_{Na} = A e^{-(1+b) K \tau} + \frac{(C_S^0 + b C_{Na}^0)}{(1+b)}$$

- aplicando a c.c.:

$$A = C_{Na}^0 - \frac{(C_S^0 + b C_{Na}^0)}{(1+b)}$$

Logo:

$$C_{Na} = \left(\frac{C_{Na}^0 - C_S^0}{1+b} \right) e^{-(1+b) K \tau} + \frac{C_S^0 + b C_{Na}^0}{1+b} \quad (\text{Eq. 3.2.6})$$

- a velocidade de purificação então será:

$$\frac{dC_{Na}}{d\tau} = K (C_S^0 - C_{Na}^0) e^{-(1+b) K \tau} \quad (\text{Eq. 3.2.7})$$

Observando as expressões 3.2.3 e 3.2.7 podemos verificar que o crescimento do volume precipitado provoca a diminuição da velocidade de purificação.

Observar que na equação 3.2.3 C_S é constante, logo corresponde ao C_S^0 da equação 3.2.7.

Verificaremos agora a influência ocasionada na concentração final obtida.

- da expressão 3.2.2, considerando a nova definição de K, temos:

$$C_{Na} = (C_{Na}^0 - C_S^0) e^{-K \tau} + C_S$$

- o limite em relação ao tempo é:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} C_{Na} = C_S^0 \quad (\text{Eq. 3.2.8})$$

- fazendo agora o limite para a equação 3.2.6 temos:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} C_{Na} = \frac{C_S^0 + b C_{Na}^0}{1 + b} = C_S^0 + \frac{b (C_{Na}^0 - C_S^0)}{1 + b} \quad (\text{Eq. 3.2.9})$$

A simples comparação das equações 3.2.8 e 3.2.9 nos leva a concluir que o crescimento do volume precipitado faz com que a concentração final do fluido aumente.

Analisemos agora os limites das equações 3.2.6 e 3.2.7 quando o fator b varia.

- se $b \rightarrow 0$ as equações 3.2.6 e 3.2.7 tendem respectivamente para 3.2.2 e 3.2.3, ou seja, isto corresponde a

$$\frac{dC_S}{dX} \rightarrow 0 \text{ ou } C_S = \text{constante.}$$

- se $b \rightarrow \infty$, corresponde a grandes valores de $\frac{dc_s}{dx}$, ou seja, grandes gradientes de temperatura; pela equação 3.2.7,

$$\frac{dC_{Ha}}{dt} \rightarrow 0, \text{ logo a purificação praticamente não se processa.}$$

Destas observações, podemos concluir que uma armadilha com grande gradiente de temperatura na zona de cristalização de impurezas, tende a perder logo sua eficiência.

Na formulação das equações anteriores foi considerado que o precipitado forma um sedimento compacto de impurezas. Isto porém, não é real, pois no volume depositado encontra-se também o metal puro⁽⁸⁾, ainda que não sólido, tendo então o sedimento uma consistência pastosa. Deste modo, sendo o volume do sedimento maior do que o previsto, a eficiência da armadilha vai cair com uma velocidade maior do que a prevista pela equação 3.2.7.

Consideraremos agora as consequências características da distribuição de concentração de saturação ao longo da armadilha: $C_s = f(X)$, que ocorre em função do campo de temperaturas. Em processos experimentais verificou-se que as impurezas que se cristalizam tem uma tendência a se localizarem nas paredes da armadilha. Isto leva à conclusão de que a cristalização se processa preferencialmente nas superfícies resfriadas⁽⁹⁾. O deslocamento destes cristais no sentido do fundo da armadilha é possível basicamente por meio da difusão molecular, as costas do gradiente de saturação.

A equação que rege o fenômeno é a de Ficks⁽¹⁰⁾:

$$J = - D \text{ grad } C_s$$

- sendo o caso específico unidimensional, o fluxo de impurezas na seção X é dado por:

$$J_{\bar{X}} = - D \frac{dC_S}{dX} \Big|_{\bar{X}}$$

O coeficiente de difusão D é considerado constante para um determinado meio, pressão e temperatura, podendo depender da concentração⁽¹⁰⁾. Tomaremos D como constante.

- diferenciando a equação anterior em relação a X , temos:

$$\frac{dJ}{dX} = - D \frac{d^2 C_S}{dX^2} \quad (\text{Eq. 3.2.10})$$

Analisemos a equação 3.2.10: um fluxo de impurezas no sentido do fundo da armadilha, ou seja $J_{\bar{X}} < 0$, fará com que

$$\frac{dJ_{\bar{X}}}{dX} > 0 ,$$

pois, no sentido do fundo X e J decrescem. O J decresce por ser negativo, (o deslocamento é no sentido contrário ao eixo), e aumentar em módulo, pois quanto mais baixa a temperatura há maior cristalização. Estas condições porêm, só serão satisfeitas se

$$\frac{d^2 C_S}{dX^2} < 0 .$$

Verificaremos agora o que isto acarreta. Podemos escrever o seguinte:

$$\frac{dC_S}{dX} = \frac{dC_S}{dt} \frac{dt}{dX}$$

$$\frac{d^2C_S}{dX^2} = \frac{d^2C_S}{dt^2} \left(\frac{dt}{dX} \right)^2 + \frac{dC_S}{dt} \frac{d^2t}{dX^2}$$

- observemos agora a função

$$C_S = - 3 \cdot 10^{-5} t + 1,68 \cdot 10^{-7} t^2$$

válida entre 100°C e $350^\circ\text{C}^{(9)}$, que assumimos como representativo da faixa.

- derivando, temos:

$$\frac{dC_S}{dt} = - 3 \cdot 10^{-5} + 3,36 \cdot 10^{-7} t$$

- então, para o intervalo de validade teremos sempre $\frac{dC_S}{dt} > 0$

- derivando novamente:

$$\frac{d^2C_S}{dt^2} = 3,36 \cdot 10^{-7} > 0$$

- por outro lado, $\left(\frac{dt}{dX} \right)^2 > 0$ para qualquer campo de temperaturas.

- deste modo temos:

$$\frac{d^2 c_s}{dx^2} = \frac{d^2 c_s}{dt^2} \left(\frac{dt}{dx} \right)^2 + \frac{dc_s}{dt} \frac{d^2 t}{dx^2}$$

< 0 > 0 > 0 > 0

que $\frac{d^2 t}{dx^2}$ - então, a única forma da condição $\frac{d^2 c_s}{dx^2}$ negativa ser satisfeita é que $\frac{d^2 t}{dx^2}$ também seja negativa. Sintetizando,

$$\boxed{\frac{d^2 c_s}{dx^2} < 0 \rightarrow \frac{d^2 t}{dx^2} < 0}$$

Se esta condição não for satisfeita, ou seja, não houver fluxo de impurezas no sentido do fundo da armadilha, as impurezas que se cristalizarem nas paredes próximo à entrada, provocarão o entupimento, diminuindo substancialmente a vida útil da armadilha.

Determinaremos agora, a que tipo de campo de temperatura esta condição corresponde. Para o nosso caso, em, que a temperatura é crescente com a cota X, o único meio de termos:

$$\boxed{\frac{d^2 T}{dx^2} < 0}$$

é termos curvas conforme as da figura 3.2.1.a.

Este tipo de campo apresenta o maior gradiente na região próxima ao fundo da armadilha, o que pode ser obtido com uma refrigeração localizada. Pode-se concluir então que $\frac{dc_s}{dx}$ é grande nesta região, o que corresponde a um va-

lor grande para o parâmetro b . Observando a expressão 3.2.7 podemos concluir que uma armadilha com este campo perderá com rapidez a sua eficiência na medida da acumulação das impurezas junto ao fundo da armadilha, isto é, a velocidade de purificação

$$\frac{dC_{Na}}{d\tau}$$

cairá rapidamente, apesar de que, como já foi visto, não terá entupimento na entrada.

Então, para manter a eficiência da armadilha no nível máximo possível, é necessário se manter o valor mínimo da concentração de saturação C_S^0 , isto é, devemos ter sempre a diferença $C_{Na}^0 - C_S^0$ a maior possível. Para compreendermos melhor este ponto, consideremos um instante $\tau_1 > \tau_0$.

$$\frac{dC_{Na}}{d\tau}$$

avaliado em τ_1 tem, evidentemente, o mesmo valor do que se fazemos τ_1 a nova origem de tempo e tomamos novos valores de C_{Na}^0 e C_S^0 correspondentes ao novo início. O novo C_{Na}^0 será menor que o primitivo e o novo C_S^0 maior, visto a seção mais funda, isto é, a mais fria útil, ter subido junto com a frente de precipitação. Então manter-se $C_{Na}^0 - C_S^0$ o maior possível é, nesta nova origem de tempo, fazer com que o novo C_S^0 seja o menor possível, que é o valor de C_S^0 primitivo.

Como C_S é função da temperatura, isto poderia ser feito se pudessemos deslocar a seção de temperatura mínima junto com a frente de precipitação, o que, no nosso caso de refrigeração por convecção natural é impossível. Além disto, o campo obtido por este tipo de refrigeração é da forma apresentada na figura 3.2.1 b, portanto tenderá a entupir por não satisfazer a condição de

$$\frac{d^2T}{dx^2} < 0.$$

CAPÍTULO IV

MODELO TÉRMICO DA ARMADILHA

4.1. Introdução

4.2. Determinação do Modelo de Condução

4.3. Determinação do Modelo de Convecção Natural

4.4. Acoplamento dos Modelos de Condução e Convecção: Determinação do Coeficiente de Película

4.5. Cálculo do Campo de Temperaturas: Comparação dos Dois Modelos de Condução

CAPÍTULO IV

MODELO TÉRMICO DA ARMADILHA

Referências: (11), (12), (13) e (14)

4.1. Introdução

No capítulo anterior chegamos a algumas conclusões teóricas sobre as armadilhas frias a difusão. É fácil observar que para estabelecermos as características de purificação de um determinado modelo, é necessário basicamente que se estabeleça o seu campo de temperaturas. Este capítulo tem por objetivo a determinação deste campo e, a partir dele, de algumas características da armadilha em estudo.

4.2. Determinação do Modelo de Condução

A observação da característica do modelo físico de que o diâmetro é muito menor do que o comprimento, nos permite assumir como hipótese para o campo térmico, um cilindro semi infinito no sentido da cota. A adoção de um modelo finito, porém não trás nenhum inconveniente teórico, e só não é adotado exclusivamente, porque a série exponencial para o campo de temperaturas, que o modelo semi infinito produz, nos será conveniente adiante. De qualquer maneira deduziremos as expressões para os dois modelos e, ao final, compara-

remos os resultados para verificar a realidade da hipótese semi-infinita.

Para os dois casos adotaremos como hipótese um cilindro homogêneo, isotrópico e em regime permanente.

Primeiramente vejamos o modelo finito, figura 4.2.1, onde por conveniência a origem é no topo, sendo a cota a partir desta origem denominada de z .

Admitamos também que o problema seja bi-dimensional, isto é:

$$\theta = \theta(r, z), \text{ sendo } \theta = T_w - T_\infty.$$

- a equação da condução, em coordenadas cilíndricas pode ser escrita como (11)

$$r \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha^2} + r \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$$

- como é permanente: $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0$

- como é homogêneo e isotrópico: $\frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha^2} = 0$

- então a equação fica:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + r \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{Eq. 4.2.1})$$

com as c.c.

$$\frac{\partial \theta(0, z)}{\partial r} = 0 \text{ ou } \theta(0, z) = \text{finito}$$

$$\bar{K} \frac{\partial \theta(R, z)}{\partial r} = -h \theta(R, z)$$

$$\theta(r, 0) = \theta_0 = T_0 - T_\infty$$

$$\frac{\partial \theta(r, L)}{\partial z} = 0$$

Utilizemos a técnica de separação de variáveis:

$$\theta(r, z) = Z(z) \cdot R(r)$$

- aplicando este conceito as c.c., temos:

$$\frac{\partial \theta(0, z)}{\partial r} = 0 = Z(z) \frac{\partial R(0)}{\partial r} \quad \therefore \quad \frac{\partial R(0)}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial \theta(r, L)}{\partial z} = 0 = R(r) \frac{\partial Z(L)}{\partial z} \quad \therefore \quad \frac{\partial Z(L)}{\partial z} = 0$$

$$- \bar{K} \frac{\partial \theta(R, z)}{\partial r} = - \bar{K} Z(z) \frac{\partial R(R)}{\partial r} = h R(R) Z(z)$$

Logo:

$$\frac{\partial R(R)}{\partial r} + B R(R) = 0$$

onde

$$B = \frac{h}{K}$$

- levando as novas variáveis na equação 4.2.1 e separando as variáveis:

$$r Z \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + Z \frac{\partial R}{\partial r} + r R \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{1}{r R} \left(r \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{\partial R}{\partial r} \right) = - \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}$$

- desde que cada lado da igualdade é independente um do outro, e r e z podem variar independente, podemos escrever:

$$\frac{-1}{r R} \left(r \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{\partial R}{\partial r} \right) = \pm \lambda^2$$

e

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \pm \lambda^2$$

- escolhemos o sinal positivo para λ^2 nas duas equações, segundo o princípio de que tal escolha deve fazer com que o problema, na direção homogênea, torne-se um problema de valor característico, isto é, tenha solução diferente da trivial, sendo esta solução periódica por natureza.

- então, arrumando e reunindo os resultados, temos:

$$r \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{\partial R}{\partial r} + r \lambda^2 R = 0 ; \frac{\partial R(0)}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial R(R)}{\partial r} + B R(R) = 0 \quad (\text{Eq. 4.2.2})$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - \lambda^2 Z = 0 , \frac{\partial Z(L)}{\partial z} = 0 \quad (\text{Eq. 4.2.3})$$

- as soluções destas equações são, respectivamente:

$$R = A_1 J_0 (\lambda r) + A_2 Y_0 (\lambda r)$$

e

$$Z = A_3 \sinh (\lambda z) + A_4 \cosh (\lambda z)$$

- então a solução procurada será da forma:

$$\theta = R Z = \left[A_1 J_0 (\lambda r) + A_2 Y_0 (\lambda r) \right] \left[A_3 \sinh (\lambda z) + A_4 \cosh (\lambda z) \right]$$

- apliquemos agora as c.c., considerando ainda a condição de $R(r)$ ser finito:

$$r \rightarrow 0 , Y_0 (\lambda r) \rightarrow \infty$$

$$J_0 (\lambda r) \rightarrow \text{finito}$$

Então, para que se mantenha a condição de $R(r)$ finito, $A_2 = 0$.

Logo:

$$R(r) = A_1 J_0(\lambda r)$$

- apliquemos agora

$$\frac{\partial \theta(R, z)}{\partial r} = -B \theta(R, z)$$

que corresponde a

$$\frac{\partial R(R)}{\partial r} + B R(R) = 0 ,$$

ã expressão de θ :

$$\theta = A_1 J_0(\lambda r) \left[A_3 \sinh(\lambda z) + A_4 \cosh(\lambda z) \right]$$

Então:

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} = -A_1 \lambda J_1(\lambda r) \left[A_3 \sinh(\lambda z) + A_4 \cosh(\lambda z) \right]$$

Logo, podemos escrever:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta(R, z)}{\partial r} &= -B \theta(R, z) = -B A_1 J_0(\lambda r) \left[A_3 \sinh(\lambda z) + A_4 \cosh(\lambda z) \right] = \\ &= -A_1 \lambda J_1(\lambda r) \left[A_3 \sinh(\lambda z) + A_4 \cosh(\lambda z) \right] \end{aligned}$$

Logo:

$$B J_0(\lambda r) = \lambda J_1(\lambda r)$$

porém, por propriedades das funções de Bessel:

$$-\lambda J_1(\lambda r) = J_0'(\lambda r)$$

Então:

$$J_0'(\lambda r) + B J_0(\lambda r) = 0 \quad (\text{Eq. 4.2.4})$$

O problema terá soluções não triviais se λ for raiz da equação 4.2.4. Porém, esta equação admite várias raízes e, como cada uma delas dá uma solução separada, a solução geral será a soma de cada uma destas soluções, deste modo:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n} J_0(\lambda_n r) \left[A_{3n} \sinh(\lambda_n z) + A_{4n} \cosh(\lambda_n z) \right]$$

onde os λ_n são as raízes de 4.2.4.

- apliquemos agora, na expressão de Z a c.c. de 4.2.3.

$$\frac{\partial Z_n(L)}{\partial z} = A_{3n} \lambda_n \cosh(\lambda_n L) + A_{4n} \lambda_n \sinh(\lambda_n L) = 0$$

Então:

$$A_{4n} = - \frac{A_{3n} \cosh(\lambda_n L)}{\sinh(\lambda_n L)}$$

- introduzindo este resultado na equação de θ , vem:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n} J_0(\lambda_n r) A_{3n} \left[\sinh(\lambda_n z) - \frac{\cosh(\lambda_n L)}{\sinh(\lambda_n L)} \cosh(\lambda_n z) \right]$$

Fazendo $A_{5n} = A_{1n} A_{3n}$, temos:

$$\theta(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{5n} J_0(\lambda_n r) \left[\sinh(\lambda_n z) - \frac{\cosh(\lambda_n L)}{\sinh(\lambda_n L)} \cosh(\lambda_n z) \right]$$

(Eq. 4.2.5)

- apliquemos agora a última condição de contorno: $\theta(r, 0) = \theta_0$

$$\theta_0 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{5n} J_0(\lambda_n r) \left[- \frac{\cosh(\lambda_n L)}{\sinh(\lambda_n L)} \right]$$

Denominando

$$A_{6n} = -A_{5n} \frac{\cosh(\lambda_n L)}{\sinh(\lambda_n L)}$$

temos:

$$\theta_0 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{6n} J_0(\lambda_n r)$$

que é uma expansão de θ_0 em uma série de Fourier - Bessel; então, considerando a ortogonalidade do conjunto, podemos escrever que⁽¹²⁾:

$$A_{6n} = \frac{\int_0^R r \theta_0 J_0(\lambda_n r) dr}{\int_0^R r J_0^2(\lambda_n r) dr}$$

- para este caso, em que os λ_n são as raízes de 4.2.4, o denominador pode ser avaliado por⁽¹²⁾:

$$\frac{(\lambda_n^2 + B^2) R^2}{2 \lambda_n^2} J_0^2(\lambda_n R)$$

- para o numerador podemos utilizar a seguinte identidade das funções de Bessel:

$$\int_0^R r^{\nu+1} J_{\nu}(\lambda_n r) dr = \frac{R^{\nu+1}}{\lambda_n} J_{\nu+1}(\lambda_n R)$$

então:

$$\int_0^R r J_0(\lambda_n r) dr = \frac{R}{\lambda_n} J_1(\lambda_n R)$$

Logo:

$$A_{6n} = \frac{2 \theta_0 \lambda_n J_1(\lambda_n R)}{(\lambda_n^2 + B^2) R J_0^2(\lambda_n R)}$$

então:

$$A_{5n} = - \left[\frac{2 \theta_0 \lambda_n J_1(\lambda_n R)}{(\lambda_n^2 + B^2) R J_0^2(\lambda_n R)} \frac{\sinh(\lambda_n L)}{\cosh(\lambda_n L)} \right]$$

- introduzindo este resultado em 4.2.5, arrumando e ainda considerando que $\lambda_n J_1(\lambda_n r) = B J_0(\lambda_n r)$, temos finalmente:

$$\theta(r, z) = \frac{2 \theta_0}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{B}{(\lambda_n^2 + B^2) J_0^2(\lambda_n R)} \frac{\sinh(\lambda_n L)}{\cosh(\lambda_n L)} \right] \times$$

$$\times \left[\frac{\cosh(\lambda_n L)}{\sinh(\lambda_n L)} \cosh(\lambda_n z) - \sinh(\lambda_n z) \right] J_0(\lambda_n r) \quad (\text{Eq. 4.2.6})$$

Vejam os agora a dedução da expressão para o modelo semi-infinito. As características adotadas são as mesmas da fig. 4.2.1, com exceção do comprimento L , agora ilimitado.

- a equação de condução para as hipóteses feitas é, como 4.2.1:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + r \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0$$

com as c.c.

$$\frac{\partial \theta(0, z)}{\partial r} = 0 \quad \text{ou} \quad \theta(0, z) = \text{finito}$$

$$r \frac{\partial \theta(R, z)}{\partial r} = -h \theta(R, z)$$

$$\theta(r, 0) = \theta_0$$

$$\theta(r, \infty) = 0$$

Adotando a mesma técnica de separação de variáveis e seguindo desenvolvimento análogo ao caso anterior, obtemos:

$$r \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{\partial R}{\partial r} + r \lambda^2 R = 0 ; \frac{\partial R(0)}{\partial r} = 0 ; \frac{\partial R(R)}{\partial r} + B R(R) = 0$$

(Eq. 4.2.7)

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - \lambda^2 Z ; Z(\infty) = 0$$

(Eq. 4.2.8)

- a equação de 4.2.7 tem como solução:

$$R_n = A_{1n} J_0(\lambda_n r)$$

onde os λ_n são os zeros de

$$J_0'(\lambda_n R) + B J_0(\lambda_n R) = 0$$

- a equação de 4.2.8 tem como solução:

$$Z_n = A_{2n} e^{-\lambda_n z}$$

- então, o produto solução é:

$$\theta(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{3n} e^{-\lambda_n z} J_0(\lambda_n r)$$

onde

$$A_{3n} = A_{1n} \cdot A_{2n}$$

- da mesma maneira que no caso anterior, temos⁽¹²⁾:

$$A_{3n} = \frac{\int_0^R r \theta_0 J_0(\lambda_n r) dr}{\int_0^R r J_0^2(\lambda_n r) dr}$$

sendo o denominador avaliado por:

$$\frac{(\lambda_n^2 + B^2) R^2}{2 \lambda_n^2} J_0^2(\lambda_n R)$$

e a integral do numerador idêntica a:

$$\theta_0 \frac{R}{\lambda_n} J_1(\lambda_n R)$$

- por outro lado, também já foi visto que:

$$B J_0(\lambda_n R) = \lambda_n J_1(\lambda_n R)$$

- introduzindo estes resultados na equação de θ , temos finalmente:

$$\theta(r, z) = 2 \theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B}{(\lambda_n^2 + B^2) R} \frac{J_0(\lambda_n r)}{J_0(\lambda_n R)} e^{-\lambda_n z} \quad (\text{Eq. 4.2.9})$$

Observando 4.2.6 e 4.2.9, vemos que tanto a equação do modelo finito como a de semi infinito, apresentam o coeficiente de película h (implícito em B) como um parâmetro a ser fornecido. Para resolvermos esta questão, solucionamos o problema de uma forma acoplada, considerando a condução no cilindro e a convecção natural externa do meio ambiente.

4.3. Determinação do Modelo de Convecção Natural

O problema da convecção natural em cilindros verticais foi estudado por Hama com análise integral, por Sparrow e Gregg com a técnica de séries e por Kuiken com a técnica de perturbação. Admitindo como válido o modelo semi infinito, podemos dizer que nosso sistema apresenta uma distribuição de temperatura em forma de série exponencial. Consideramos ser possível aproximarmos esta série por uma exponencial, o que, como veremos adiante, nossos resultados mostraram ser válido.

Resolvemos então, adotar, para determinar h , o método sugerido por Nagendra, Tirunarayanan e Ramechandran⁽¹³⁾; que nos diz que quando o campo de temperaturas é deste tipo ou em forma de potência, a transferência de calor por convecção natural, pode ser investigada através de um processo de substituições sucessivas no conjunto de equações diferenciais parciais da camada limite, de forma a transforma-las em um sistema de resolução mais fácil, obtendo uma similaridade local.

Aplicamos então, ao nosso modelo, este método. Consideremos, por conveniência, a origem no fundo, fig. 4.3.1. A distribuição de temperaturas na parede é assumida sob a forma de:

$$\theta = T_w - T_\infty = M e^{m_1 X} \quad (\text{Eq. 4.3.1})$$

onde M e m_1 são constantes. As hipóteses para o fluido, agora o meio ambiente, são as seguintes:

- o regime é permanente;
- o fenômeno é bidimensional;
- as propriedades físicas do fluido são constantes;
- o fluido é newtoniano, isotrópico e incompressível.

Consideremos o sistema clássico de equações para a camada limite lar

minar, para as hipóteses feitas, e em coordenadas cilíndricas.

- continuidade

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{V}{R} = 0 \quad (\text{Eq. 4.3.2.1})$$

- momentun

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{v}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + g \beta (T - T_{\infty}) \quad (\text{Eq. 4.3.2.2})$$

- energia

$$U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial R} = \frac{a}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial T}{\partial R} \right) \quad (\text{Eq. 4.3.2.3})$$

com as c.c.

$$U = V = 0 \text{ e } T = T_w \text{ em } R = \frac{D}{2}$$

$$U \rightarrow 0 \text{ e } T \rightarrow T_{\infty} \text{ quando } R \rightarrow \infty$$

Consideremos agora as seguintes variáveis adimensionais:

$$x = \frac{X}{L} \quad r = \frac{R}{L} \quad u = \frac{U L}{v}$$

$$v = \frac{v L^i}{v} \quad t = \frac{(T - T_\infty)}{M} \quad Gr_L = \frac{g \beta L^3 M}{v^2}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{K}$$

- definamos ainda uma função corrente de modo a satisfazer a equação de continuidade:

$$u = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \quad v = - \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)$$

- adimensionalizemos cada termo das equações de momentum e energia:

$$\frac{\partial U}{\partial R} = \frac{v}{L^2} \frac{\partial u}{\partial r}$$

$$\frac{\partial T}{\partial X} = \frac{M}{L} \frac{\partial t}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U}{\partial R} \right) = \frac{v}{L^2} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + r \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial T}{\partial R} \right) = \left(M \frac{\partial t}{\partial r} + r M \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} \right) \frac{1}{L}$$

$$\frac{\partial T}{\partial R} = \frac{M}{L} \frac{\partial t}{\partial r}$$

- introduzindo nas equações e arrumando, temos as adimensionalizações:

momentum:

$$\frac{u v^2}{L^3} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v v^2}{L^3} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{v^2}{r L^3} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + r \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) + g \beta t M \quad (\text{Eq. 4.3.3})$$

energia:

$$u v \frac{\partial t}{\partial x} + v v \frac{\partial t}{\partial r} = \frac{a}{r} \left(\frac{\partial t}{\partial r} + r \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} \right) \quad (\text{Eq. 4.3.4})$$

Consideremos agora as variáveis de transformação propostas em⁽¹³⁾:

$$\eta = \left(\frac{m G_r L}{32} \right)^{0.5} r^2 e^{\frac{m x}{2}} \quad (\text{Eq. 4.3.5.1})$$

$$\psi = \frac{4}{m} f(\eta, \eta_w) \quad (\text{Eq. 4.3.5.2})$$

$$t = e^m x \bar{\theta}(\eta, \eta_w) \quad (\text{Eq. 4.3.5.3})$$

sendo $m = m_1 L$ e η_w trabalhado na forma:

$$\eta_w = \frac{\left(G_{rD} \bar{D} m/2 L \right)^{0,5} e^{m x/2}}{16}$$

É interessante observar neste ponto, que a denominada similaridade local, caracteriza-se exatamente por as funções f e $\bar{\theta}$ serem dependentes também de η_w (o que caracterizará uma posição), em vez de somente de η como na similaridade comum.

Introduzindo as variáveis de transformação nos termos das equações 4.2.7 e 4.2.8, temos:

$$u = \frac{128}{m} \left[\left(\frac{L G_{rL}}{16 \bar{D} G_{rD}} \right)^{0,5} \right] \eta_w f_\eta$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \left[64 \left(\frac{L G_{rL}}{16 \bar{D} G_{rD}} \right)^{0,5} \right] \left[\eta \eta_w f_{\eta\eta} + \eta_w f_\eta + \eta_w^2 f_{\eta\eta_w} \right]$$

$$v = \left[-4 \left(\frac{L G_{rL}}{16 \bar{D} G_{rD}} \right)^{0,25} \right] \left[\left(\frac{\eta_w}{\eta} \right)^{0,5} 2 \left(\eta f_\eta + \eta_w f_{\eta_w} \right) \right]$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \left[\frac{1026}{m} \left(\frac{L G_{rL}}{16 \bar{D} G_{rD}} \right)^{0,75} \right] \eta_w^{1,5} \eta^{0,5} f_{\eta\eta}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \left[\frac{8192}{m} \left(\frac{L G_{rL}}{16 \bar{D} G_{rD}} \right) \right] \left[0,5 \eta_w^2 f_{nn} + \eta_w^2 n f_{nnn} \right]$$

$$\frac{l}{r} = 4 \left[\left(\frac{L G_{rL}}{16 \bar{D} G_{rD}} \right)^{0,5} \frac{\eta_w}{n} \right]^{0,5}$$

$$g \beta t M = 512 g \beta M \bar{\theta} \frac{L \eta_w^2}{m \bar{D} G_{rD}}$$

$$t = \frac{16}{\left(\frac{m \bar{D} G_{rD}}{2L} \right)^{0,5} \eta_w \bar{\theta}}$$

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \left[\frac{8m}{\left(\frac{m \bar{D} G_{rD}}{2L} \right)^{0,5}} \right] \left[\eta_w n \bar{\theta}_n + \eta_w \bar{\theta} + \eta_w^2 \bar{\theta}_{\eta_w} \right]$$

$$\frac{\partial t}{\partial r} = 128 \left[\left(\frac{L}{\bar{D} G_{rD}} \right)^{0,75} \left(\frac{2}{m} \right)^{0,5} \left(\frac{G_{rL}}{16} \right)^{0,25} \right] \eta_w^{1,5} n^{0,5} \bar{\theta}_n$$

$$\frac{\partial t^2}{\partial r^2} = 1024 \left[\frac{L}{\bar{D} G_{rD}} \left(\frac{G_{rL}}{8 m} \right)^{0,5} \right] \left[\frac{1}{2} \eta_w^2 \bar{\theta}_n + \eta_w^2 \eta \bar{\theta}_{nn} \right]$$

Levando estes termos nas respectivas equações, simplificando e ar-
rumando, temos finalmente:

- equação de momentum:

$$\eta f_{nnn} + f_{nn} - f_n^2 + \bar{\theta} = \eta_w \left(f_n f_{nnw} - f_{nw} f_{nn} \right) \quad (\text{Eq. 4.3.6.1})$$

- equação de energia:

$$\eta \bar{\theta}_{nn} + \bar{\theta}_n - Pr \bar{\theta} f_n = Pr \eta_w \left(f_n \bar{\theta}_{nw} - f_{nw} \bar{\theta}_n \right) \quad (\text{Eq. 4.3.6.2})$$

Para resolver o sistema 4.3.6, ⁽¹³⁾ sugere um esquema de iterações
sucessivas, tais que, sendo i a ordem da interação, fazemos:

$$\eta f_{nnn}^{(i)} + f_{nn}^{(i)} - f_n^{(i)2} + \bar{\theta}^{(i)} = \eta_w \left(f_n^{(i-1)} f_{nnw}^{(i-1)} - f_{nw}^{(i-1)} f_{nn}^{(i-1)} \right) \quad (\text{Eq. 4.3.7.1})$$

$$\eta \bar{\theta}_{nn}^{(i)} + \bar{\theta}_n^{(i)} - Pr \bar{\theta}^{(i)} f_n^{(i)} = Pr \eta_w \left(f_n^{(i-1)} \bar{\theta}_{nw}^{(i-1)} - f_{nw}^{(i-1)} \bar{\theta}_n^{(i-1)} \right) \quad (\text{Eq. 4.3.7.2})$$

ficando as c.c. :

$$n = n_w : f_n^{(i)} = 0 ; \bar{\theta}^{(i)} = 1 ; f^{(i)} = n_w f^{(i-1)} \quad (\text{Eq. 4.3.7.3})$$

$$n \rightarrow \infty : f_n^{(i)} \rightarrow 0 ; \bar{\theta}^{(i)} \rightarrow 0 \quad (\text{Eq. 4.3.7.4})$$

Assumindo que a aproximação de ordem zero é nula⁽¹³⁾, o sistema de 4.3.7 pode ser visto como reduzido a um conjunto acoplado de equações diferenciais ordinárias. Então a aproximação de ordem 1, usando notação de diferencial ordinária e eliminando o sobrescrito, torna-se:

$$n f''' + f'' - f'^2 + \bar{\theta} = 0 \quad (\text{Eq. 4.3.8.1})$$

$$n \theta'' + \bar{\theta}' - Pr \bar{\theta} f' = 0 \quad (\text{Eq. 4.3.8.2})$$

com as c.c.

$$n = n_w : f = f' = 0 ; \bar{\theta} = 1 \quad (\text{Eq. 4.3.8.3})$$

$$n \rightarrow \infty : f' \rightarrow 0 ; \bar{\theta} \rightarrow 0 \quad (\text{Eq. 4.3.8.4})$$

O método de solução deste sistema, assim como a verificação da hipótese de nulidade da aproximação de ordem zero, estão no Anexo II.

O resultante da solução de conjunto 4.3.8, é a obtenção dos campos

transformados de temperatura e velocidade da camada limite de convecção natural exterior ao nosso modelo. As figuras 4.3.2 e 4.3.3 apresentam uma imagem destes campos, em uma determinada posição. Estes resultados nos servem apenas, como meio à obtenção do coeficiente de película.

4.4. Acoplamento dos Modelos de Condução e Convecção: Determinação do Coeficiente de Película

O coeficiente de película pode ser definido como

$$h = \frac{q}{\Delta T} .$$

Se o fluxo e o ΔT variarem com a posição, esta definição passa a ser válida localmente. Pode-se então considerar valores médios, sempre referenciados a um ΔT , que são os valores apresentados nas formulas empíricas. Para o nosso caso, tomaremos como ΔT referencial o existente na cota $x = 0$.

- pela nossa definição:

$$\Delta T = \theta_w = M e^{-m x}$$

$$\text{para } x = 0 \rightarrow \theta_w = M$$

Então definimos:

$$q_x = h_x M . \quad \text{(Eq. 4.4.1)}$$

Por outro lado, considerando a condução no cilindro, podemos dizer que o fluxo de calor na superfície é:

$$q_x = -\bar{K} \left(\frac{\partial T}{\partial R} \right)_{R = \frac{\bar{D}}{2}} \quad (\text{Eq. 4.4.2})$$

- consideremos as variáveis adimensionais

$$R = r L$$

$$T = t M + T_{\infty} = e^{m x} \bar{\theta} M + T_{\infty}$$

Então:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial R} \right|_{R = \frac{\bar{D}}{2}} = \frac{\partial}{\partial (r L)} \left(e^{m x} \bar{\theta} M + T_{\infty} \right) = \frac{1}{L} M e^{m x} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r}$$

porém:

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = 2 \left(\frac{m G_{rL}}{32} \right)^{0,5} e^{m x/2} r$$

- desdobrando G_{rL} e arrumando, vamos ter:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial R} \right|_{R = \frac{\bar{D}}{2}} = \frac{4 M}{\bar{D}} e^{m x} \bar{\theta}' \eta_w$$

- deste modo, 4.4.2 fica:

$$q_x = - \frac{4K}{D} M e^{m x} \bar{\theta}' \eta_w \quad (\text{Eq. 4.4.3})$$

- igualando as duas definições de fluxo, 4.4.1 e 4.4.3:

$$q_x = h_x M = - \frac{4K}{D} M e^{m x} \bar{\theta}' \eta_w$$

- logo:

$$h_x = \frac{q_x}{M} = - \frac{4K}{D} e^{m x} \bar{\theta}' \eta_w \quad (\text{Eq. 4.4.4})$$

Podemos agora, definir o h médio como:

$$h = \int_0^1 h_x dx = \int_0^1 - \frac{4K e^{m x}}{D} \bar{\theta}' \eta_w dx \quad (\text{Eq. 4.4.5})$$

sendo

$$\bar{\theta}' = \bar{\theta}' (\eta_w)$$

- e o correspondente número de Nusselt baseado em D , será:

$$N_{U_D} = \frac{h D}{K} = - 4 \int_0^1 e^{m x} \bar{\theta}' \eta_w dx \quad (\text{Eq. 4.4.6})$$

Observando a expressão acima e sabendo que $\eta_w = \eta_w(x)$, verificamos ser necessário estabelecer uma relação de $\bar{\theta}'$ com η_w , a fim de que possamos resolvê-la e obter o h.

A representação dos valores analiticamente obtidos de $\bar{\theta}'$ e η_w em gráfico $\log x \log$, figura 4.4.1, nos permite distinguir 2 retas que se interceptam em determinado η_w . Observando a definição deste parâmetro, podemos dizer que para um determinado fluido e um ΔT referencial (que no caso corresponde também a referência de posição $x = 0$), os valores de η_w variam com a razão D/L . Seguindo a conceituação usada em⁽¹³⁾, assumimos que cada uma das retas citadas corresponde a uma "classe" de cilindros.

O objetivo disto é que para cada classe poderemos obter uma relação de $\bar{\theta}' \times \eta_w$ como desejamos. Sendo a representação de $\bar{\theta}' \times \eta_w$ em gráfico $\log x \log$ feita por retas, podemos dizer para cada reta:

$$\bar{\theta}' (\eta_w) = C \eta_w^a$$

sendo a a inclinação da reta e C uma constante.

Introduzindo esta função na equação de N_{UD} , 4.2.18, temos:

$$N_{UD} = -4C \int_0^1 e^m \times \eta_w^{a+1} dx$$

- colocando a expressão de η_w

$$\begin{aligned}
 N_{UD} &= -4C \int_0^1 e^{mx} \left[\frac{(G_{rD} \bar{D} m/2L)^{0,5}}{16} e^{mx/2} \right]^{(a+1)} dx \\
 &= -\frac{4C}{16^{a+1}} \left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{a+1}{2}} \left(\frac{G_{rD} \bar{D}}{L}\right)^{\frac{a+1}{2}} \int_0^1 e^{\left(\frac{3+a}{2}\right)mx} dx \\
 &= A_1 \left[\frac{2}{m(3+a)} e^{\left(\frac{3+a}{2}\right)mx} \right]_0^1
 \end{aligned}$$

- definindo a integração e arrumando, temos finalmente:

$$N_{UD} = -\frac{8C}{2} \frac{1}{\frac{9(a+1)}{2}} \frac{1}{3+a} \left(\frac{G_{rD} \bar{D}}{L}\right)^{\frac{a+1}{2}} \left[\frac{e^m - e^{-\left(\frac{1+a}{2}\right)m}}{\frac{1-a}{2}} \right] e^{\left(\frac{1+a}{2}\right)m}$$

(Eq. 4.4.7)

Como a priori não conhecemos a faixa de η_w do nosso modelo, teremos de determinar o N_{UD} a partir dos valores de \underline{a} e \underline{C} obtidos nas 2 retas da figura 4.4.1, e após verificar em qual das duas classes se enquadra o cilindro. Esta comprovação, como veremos adiante, mostra que nosso modelo, corresponde à reta que possui os parâmetros:

$$a = -0,50 \quad C = \frac{\bar{\theta}'}{\eta_w} = -0,57$$

- levando estes valores na equação de N_{UD} , temos, para esta classe de cilindros:

$$N_{UD} = 0,383 \left(\frac{Gr_D \bar{D}}{L} \right)^{0,250} \left(\frac{e^{\underline{m}} - e^{-0,250 \underline{m}}}{\underline{m}^{0,750}} \right) e^{0,250 \underline{m}} \quad (\text{Eq. 4.4.8})$$

Para determinarmos o N_{UD} pela equação acima, precisamos de \underline{m} , parâmetro da forma exponencial assumida no modelo de convecção.

Procuramos então, identificar este \underline{m} a partir da série exponencial obtida para o modelo semi-infinito, assumindo-o como válido.

A equação de condução no cilindro semi-infinito é:

$$\theta = 2 \theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B J_0(\lambda_n r)}{(\lambda_n^2 + B^2) R J_0(\lambda_n R)} e^{-\lambda_n z}$$

- na parede fica:

$$\theta_w = 2 \theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B}{(\lambda_n^2 + B^2) R} e^{-\lambda_n z} \quad (\text{Eq. 4.4.9})$$

- por outro lado, temos por definição:

$$\theta_w = M e^{\underline{m} x} = M e^{\underline{m} x} \quad (\text{Eq. 4.4.10})$$

Considerando que a s̄rie exponencial possa ser aproximada por uma exponencial, podemos identificar m de duas maneiras. A primeira delas ẽ considerar-se como uma boa aproximaçãõ, o primeiro termo da s̄rie. Neste caso temos: introduzindo a variãvel $X = L - z$:

$$\theta_w = 2 \theta_L \frac{B}{(\lambda_1^2 + B^2) R} e^{-\lambda_1 (L - x)}$$

$$\theta_w = 2 \theta_L \frac{B e^{-\lambda_1 L}}{(\lambda_1^2 + B^2) R} e^{\lambda_1 X} \quad (\text{Eq. 4.4.11})$$

- entãõ podemos identificar:

$$\theta_w \Big|_{x=0} = M \approx 2 \theta_L \frac{B e^{-\lambda_1 L}}{(\lambda_1^2 + B^2) R}$$

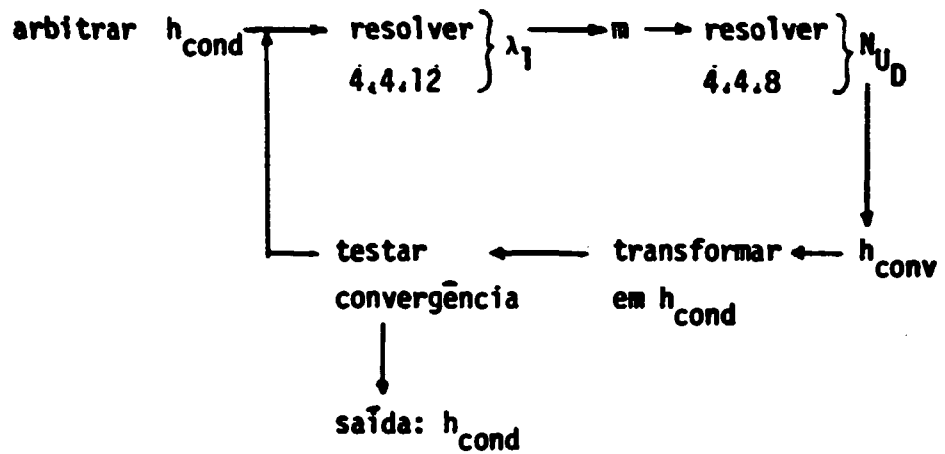
$$m_1 = \lambda_1$$

$$m = m_1 L = \lambda_1 L$$

sendo λ_1 raiz da equaçãõ:

$$\lambda_1 J_1 (\lambda_1 R) - B J_0 (\lambda_1 R) = 0 \quad (\text{Eq. 4.4.12})$$

como jã foi visto. Esta equaçãõ porẽm, para ser resolvida necessita do h, entãõ a soluçãõ de 4.4.8 serã de forma iterativa segundo o seguinte esquema:



Denominamos h_{conv} ao coeficiente de película determinado pelo modelo de convecção, pois é definido de forma diferente de h do outro modelo, que passaremos a chamar h_{cond} . A relação entre eles é a seguinte:

por definição:

$$h_{x_{conv}} = \frac{q_x}{M}$$

$$h_{x_{cond}} = \frac{q_x}{\Delta T} = \frac{q_x}{M e^m x}$$

então:

$$h_{x_{cond}} M e^m x = h_{x_{conv}} M$$

Logo o h_{cond} médio será:

$$h_{\text{cond}} = \frac{\int_0^1 M h_{x_{\text{conv}}} dx}{\int_0^1 M e^{-m x} dx}$$

porém h_{conv} médio é:

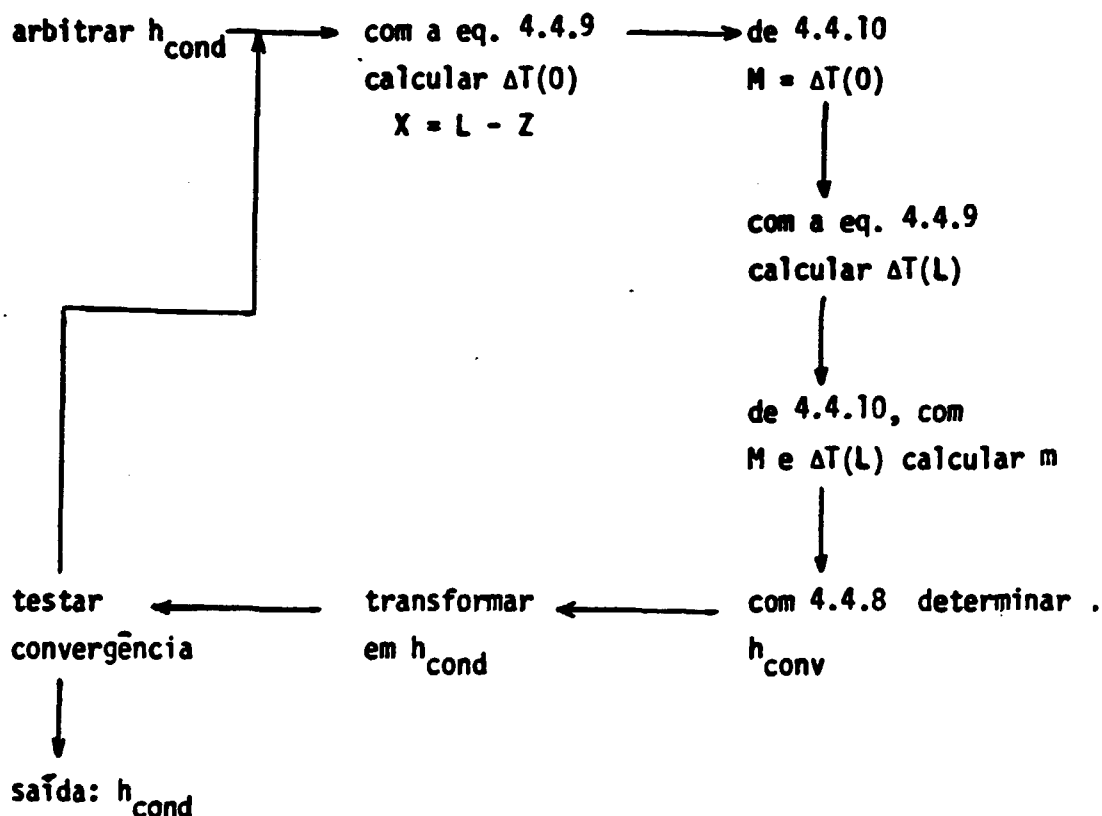
$$h_{\text{conv}} = \int_0^1 M h_{x_{\text{conv}}} dx / M$$

então:

$$h_{\text{cond}} = \frac{m h_{\text{conv}}}{(e^m - 1)} \quad (\text{Eq. 4.4.13})$$

Mas voltando ao esquema da determinação de h , verificamos pela observação da tabela de raízes da equação 4.4.12 (listada com o programa H2P) e também por uma comprovação específica através do programa "SÉRIE" (listado no Anexo II), que para pequenos valores de $R h / \bar{K}$ o primeiro termo é representativo da série. O programa citado faz uma verificação para $h = 0,00046$ (CGS) e $\theta_0 = 400^\circ\text{C}$, dando para o primeiro termo da série o percentual de 99,9%.

Porém, a priori não podemos supor que isto aconteça, e outra forma de se realizar a interação para a equação 4.2.20, usando todos os termos e obrigando a exponencial determinada a passar por dois pontos da série, é a seguinte:



A aproximação da série exponencial por uma exponencial é usada somente para a determinação de h , sendo o campo de temperaturas determinado pela equação do modelo finito.

Vejamos os resultados encontrados.

- calculando pelo primeiro método (programa HPT) obtemos:

$$h_{\text{cond}} = 0,406 \cdot 10^{-3} \text{ cal/s cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- calculando pelo segundo método (programa H2P) obtemos:

$$h_{\text{cond}} = 0,456 \cdot 10^{-3} \text{ cal/s cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Para avaliarmos qual o melhor dos valores, comparemos o modelo finito calculado com cada um destes coeficientes com os dados experimentais. É interessante lembrar neste ponto, que os valores que estão sendo obtidos correspondem a um cilindro de latão, pois a experiência que montamos foi feita com um cilindro deste material. A descrição desta experiência está no Anexo IV. A figura 4.4.2 nos mostra as 3 curvas em questão, e podemos notar, que a curva do modelo finito calculado com coeficiente do programa H2P é mais aproximada da experimental. Deste modo, adotamos para determinação de h o método do programa H2P.

Antes de seguirmos nosso desenvolvimento, cabe verificar se realmente nosso modelo se enquadra dentro da categoria de cilindros que foi assumida. Do programa H2P (latão) obtemos:

$$m = 2,167$$

$$G_{rD} = 1,714 \cdot 10^7$$

então podemos calcular a faixa de n_w do cilindro, pois

$$n_w = \frac{\left(G_{rD} D m/2 L \right)^{0,5}}{16} e^{m x/2}$$

Efetuada os cálculos, obtemos:

$$x = 0 \rightarrow n_w = 77,7$$

$$x = 1 \rightarrow n_w = 227,5$$

A observação destes valores, em confronto com a figura 4.4.1, comprova a hipótese feita.

4.5. Campo de Temperaturas: Comparação dos Dois Modelos de Condução

Determinado o coeficiente de película, voltemos ao problema do campo térmico propriamente dito. Relembremos que havíamos feito dois modelos, um finito e um semi-infinito, dos quais adotamos o segundo como representativo na determinação do coeficiente de película. Agora, resolveremos a equação de cada um destes modelos, comparando os resultados para verificar a validade do modelo semi-infinito. Calcularemos, também a exponencial que assumimos aproximar a série exponencial e compararemos as duas curvas. Como já vimos na seção anterior, o modelo finito concorda com o experimental.

A observação das curvas, na figura 4.5.1 nos mostra, em primeiro lugar, que a representação do modelo semi-infinito e exponencial praticamente se superpõe. Então, comprova-se a validade da hipótese de aproximação por uma exponencial, da série exponencial do modelo semi-infinito.

As curvas dos modelos finito e semi-infinito não apresentam uma boa concordância ao se caminhar para o fundo, havendo uma divergência crescente neste sentido.

Como porém, as medidas experimentais concordam com o modelo finito, que utilizou um coeficiente de película calculado sob a hipótese de que o campo semi-infinito era uma aproximação razoável, podemos concluir que a diferença apresentada entre os dois modelos não causa erro apreciável para a determinação do h como foi feita. Com este raciocínio, seria lícito perguntar se caso tivéssemos um modelo semi-infinito mais próximo do experimental, não teríamos um h que determinaria um modelo finito de temperaturas maiores que as medidas. A resposta é afirmativa, mas isto é exatamente o que deveríamos esperar, tendo em vista a troca de calor no fundo que tomamos nula e a irradiação, já atuante na faixa dos 300°C , que não consideramos.

A aproximação dos dois modelos para dados do sódio, figura 4.5.2, é pouco melhor, tendo em vista a condutividade do sódio ser menor que a do latão. Então, aceitando como satisfatória as hipóteses feitas, podemos tomar os

parâmetros \bar{M} e \bar{m} fornecidos pelo programa H2P (\bar{K} do sódio) e introduzir nas equações do sistema de purificação, obtendo características de funcionamento da armadilha.

CAPÍTULO V

CÁLCULO DE VALORES DAS FUNÇÕES CARACTERÍSTICAS DA ARMADILHA

5.1. Cálculo da Velocidade de Purificação e da Concentração da Impureza como Função do Tempo

5.2. Análise dos Resultados

5.3. Conclusões

CAPÍTULO V

CÁLCULO DE VALORES DAS FUNÇÕES CARACTERÍSTICAS DA ARMADILHA

5.1. Cálculo da Velocidade de Purificação e da Concentração de Impureza como Função do Tempo

A velocidade de purificação como função do tempo, é dada pela equação 3.2.7:

$$\frac{dC_{Na}}{d\tau} = K (C_S^0 - C_{Na}^0) e^{-(1+b) K \tau}$$

e a concentração do óxido de sódio, também como função do tempo, é expressa por 3.2.6:

$$C_{Na} = \left(\frac{C_{Na}^0 - C_S^0}{1+b} \right) e^{-(1+b) K \tau} + \frac{C_S^0 + b C_{Na}^0}{1+b}$$

sendo

$$b = \frac{dC_S}{dX} \frac{V_{Na} \gamma_{Na}}{\gamma_f F}$$

O programa que faz o cálculo destas funções é programa "VELPU" listado no Anexo III. A obtenção dos dados necessários, assim como a determinação de

$$\frac{dC_S}{dx} \Big|_{\text{médio}}$$

é feita no Anexo V. Os resultados estão representados nas figuras 5.1.1 e 5.1.2.

5.2. Análise dos Resultados

Para o cálculo da velocidade de purificação e da concentração de óxido ao longo do tempo, necessitamos de dois dados sobre o circuito onde está instalada a armadilha, que foi impossível obter. O primeiro deles é a concentração inicial de óxido no sódio (C_{Na}^0), para a qual seria necessário uma análise química do material antes de entrar em circulação, ou mesmo um sistema de "plugging meter". O outro parâmetro, que também só se poderia obter analisando o sódio, é o grau de contaminação por tempo.

Então, na falta destes dados reais para o circuito, resolvemos adotar valores que estivessem dentro das possibilidades citadas pela literatura (1), (2) e que caracterizassem bem o comportamento das curvas. Tomamos para C_{Na}^0 os valores de 150 e 50 ppm O_2 . O primeiro deles caracterizando uma faixa em que a corrosão torna-se acentuada, e o segundo uma faixa em que os maiores problemas que surgem são os entupimentos. Para razão de contaminação não encontramos referências na literatura, visto depender basicamente do próprio circuito. Adotamos o valor de 0,5 ppm/h que nos permite observar com clareza o comportamento das curvas.

A análise da figura 5.1.2 nos mostra que, para qualquer dos casos, aproximadamente a partir de 60 horas de operação, a velocidade de purificação

torna-se desprezível. Isto corresponde, figura 5.1.1, a que a concentração praticamente se estabilize, nos casos sem contaminação, em valores superiores aos desejados (em geral abaixo de 10 ppm). Por outro lado, a curva com contaminação, aproximadamente em 50 horas de operação, passa por um mínimo, a partir do qual a armadilha passa a funcionar apenas como um arrefecedor de aumento da percentagem de óxido. É interessante observar que isto ocorreria por menor que fosse a razão de contaminação, tendo em vista a rápida perda de eficiência do sistema. Na figura 5.1.2 podemos ver ainda que a velocidade de purificação é um pouco superior à do mesmo caso sem contaminação, o que é explicado pela observação da expressão 3.2.7, onde vemos que para o mesmo valor de τ , a diferença $C_{Na}^0 - C_S^0$ é maior quando se verifica incremento no C_{Na}^0 .

5.3. Conclusões

De todo o visto sobre nosso tipo de armadilha fria, podemos sintetizar os seguintes fatos:

1 - a armadilha tenderá a entupir na zona de cristalização por não satisfazer a condição $\frac{d^2T}{dx^2} < 0$;

2 - a armadilha perde sua eficiência com aproximadamente 60 horas de operação;

3 - os níveis de pureza atingidos só serão satisfatórios se a concentração inicial do sódio não ultrapassar a faixa de 40 - 50 ppm O_2 , não havendo contaminação durante a operação.

A primeira conclusão pode ser modificada, como foi citado no Capítulo III, por uma refrigeração localizada que modificará a forma do campo de temperaturas, fazendo com que o gradiente maior seja no fundo. É interessante observar então, que com convecção natural é impossível se fugir desta tendência de entupimentos.

A rapidez da perda de eficiência, como podemos observar na equação 3.2.7, fica relacionada diretamente ao valor do parâmetro

$$\underline{b} = \frac{dC_S}{dX} \frac{V_{Na} \gamma_{Na}}{\gamma_j F} .$$

Dos fatores que compõe este parâmetro, podemos atuar em F , V_{Na} e $\frac{dC_S}{dX}$. Então, para diminuirmos \underline{b} e perdermos menos rapidamente a performance da armadilha, podemos fazer:

a - aumentar a seção reta (F) da armadilha;

b - usar este tipo de armadilha em circuito de pequeno volume circulante (V_{Na}). A literatura americana sō apresenta pequenos circuitos utilizando este sistema de purificação;

c - diminuir $\frac{dC_S}{dX}$, o que pode ser obtido fazendo com que a curva de temperaturas nã tenha gradiente forte.

Por outro lado, para uma determinada armadilha, com os fatores acima relacionados jã determinados, para se manter a eficiência m̃xima ao longo do tempo ẽ indispensãvel se manter m̃ximo o diferencial $C_S^0 - C_{Na}^0$. Como jã foi visto no Capítulo 3, isto pode ser obtido mantendo-se o m̃nimo da concentraçã de saturaçã C_S^0 , o que pode ser atingido deslocando-se a seçã onde reina a temperatura m̃nima, junto com a frente do sedimento que cresce a partir do fundo.

Deste modo, vemos que as armadilhas de difusã, quando refrigeradas por convecçã natural, nã apresentam boas perspectivas de funcionamento em grandes circuitos. Porẽm, o mesmo sistema pode ter eficiẽcia, se for usada uma refrigeraçã forçada, aplicada localmente, com possibilidades de deslocamento com o tempo.

Com estas conclusões atingimos o objetivo b̃sico deste trabalho, que foi estabelecer característicās de funcionamento das armadilhas frias ã difusã com convecçã natural.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - Fast Reactor Technology: Plant Design - Yevick editor - M.I.T.
- 2 - Liquid - Metals Handbook - Atomic Energy Commission - 1955.
- 3 - Les Méthodes de Purification du Sodium, par J. Coron et P. Lecorq - Energie Nucleaire vol. 13 - n° 6, novembre - decembre 1971.
- 4 - Purification du Sodium dans une Boucle Thermique, par François M. Chaminade - Chimie Analytique vol. 53 - n° 6, juin 1971.
- 5 - Mass Transfer of Oxygen in Sodium Cold Traps, by Charles C. McPheeters - LA - 3936 UC 80, Reactor Technology - TID - 4500 - Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California.
- 6 - An Improved Cold Trap for Sodium Systems, by Prodyst Roy and Lawrence E. Pohl - Nuclear Technology vol. 13, march 1972.
- 7 - Cold Trap Performance Limitations (A State - of - The - Art Review), by Robert B. Hinze - Nuclear Engineering vol. 66 - part XXI.
- 8 - Estudo do Processo de Purificação do Sódio por meio de armadilhas frias de alta eficiência, do tipo de difusão, M. N. Arnol'dov, M. N. Ivanovskij, V. I. Subbotin, B. A. Smatro - Symposium on Alkali Metal Coolants Corrosion Studies and System Operating Experience - IAEA SM - 85/47 - Wien, nov. - dez. 1966.
- 9 - Precipitação de Óxidos do Fluxo de Sódio; V. I. Subbotin, F. A. Kozlow -

Symposium on Alkali Metal Coolants Corrosion Studies and System Operating Experience - IAEA SM - 85/47 - Wien, nov. - dez. 1966.

- 10 - Diffusion in Solids, Liquids, Gases; by W. Jost - Academic Press - 1960.**
- 11 - Conduction Heat Transfer; by P. J. Schneider - Addison - Wesley Publishing Company - 1955.**
- 12 - Conduction Heat Transfer; by Vedat S. Arpaci - Addison - Wesley Publishing Company - 1966.**
- 13 - Free Convection Heat Transfer From Vertical Cylinders. Part I: Power Law Surface Temperature Variation - Part II: Exponential Surface Temperature Variation; by H. R. Nagendra, M. A. Tirunarayanan and A. Ramachandran - Nuclear Engineering and Design 16 (1970).**
- 14 - An Introduction to Linear Analysis; by D. L. Kreider, R. G. Kuller, D. R. Ostberg and F. W. Perkins - Addison - Wesley Publishing Company - 1966.**
- 15 - Solubility of Sodium Monoxide in Liquid Sodium; by O. N. Salmen and T. J. Cashman Jr. - USAEC Report KAPL - 1953, Knolls Atomic Power Lab., nov. 1956.**

NOTAÇÃO

- A - constante
- a - difusividade térmica (cm^2/s)
- B - razão h/\bar{K}
- b - parâmetro da equação de purificação
- C - concentração (ppm O_2)
- D - coeficiente de difusão (cm^2/s)
- \bar{D} - diâmetro (cm)
- F - área de seção reta (cm^2)
- f - função corrente transformada
- Gr - número de Grashof
- g - aceleração da gravidade (cm/s^2)
- h - coeficiente de película ($\text{cal}/\text{s cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$)
- J - fluxo de impurezas (ppm O_2 cm/s)
- K - coeficiente da velocidade de purificação (1/h)

- K - coeficiente de condução (cal/s cm °C)
- L - comprimento da armadilha (cm)
- M - constante do campo exponencial de temperaturas
- m - constante do campo exponencial de temperaturas
- Nu - número de Nusselt
- Pr - número de Prandt
- q - fluxo térmico (cal/s cm²)
- R - variável radial, raio do cilindro (cm)
- r - variável radial (cm), idem adimensional
- R - função exclusiva de r usada em separação de variáveis
- Re - número de Reynolds
- T, t - temperatura (°C)
- U - velocidade no sentido de X (cm/s)
- u - velocidade adimensional no sentido de X
- V - velocidade no sentido de R (cm/s), volume (cm³)
- v - velocidade adimensional no sentido de R
- X - variável longitudinal com origem no fundo da armadilha (cm)
- x - variável adimensional longitudinal com origem no fundo da armadilha

z - variável longitudinal com origem no topo da armadilha (cm)

Z - função exclusiva de z usada em separação de variáveis

SIMBOLOS GREGOS

- β - coeficiente de expansão volumétrica ($1/^\circ\text{K}$)
- γ - massa específica (g/cm^3)
- η - variável independente transformada
- θ - diferença de temperaturas $T - T_\infty$ ($^\circ\text{C}$)
- $\bar{\theta}$ - variável adimensional de temperaturas
- λ - valor característico (auto valor)
- μ - viscosidade dinâmica ($\text{g}/\text{cm s}$)
- ν - viscosidade cinemática (cm^2/s)
- τ - tempo (h)
- ψ - função corrente

INDICES

- cond - referente a condução
- conv - referente a convecção
- i - relativo a impureza
- N_a - relativo a sódio
- o - relativo ao instante inicial
- s - relativo a saturação
- x - indica ser função da variável x
- w - relativo a parede do cilindro

SOBRESCRITOS

o - relativo ao instante inicial

i - número de interação

ANEXOS

I - Figuras

II - Método de Solução do Sistema

III - Listagens Programas

IV - Experiência de Simulação Térmica

V - Dados

ANEXO I

FIGURAS

Fig. 1.1 - Esquema do circuito a sódio do IEN.

Fig. 1.2 - Esquema da armadilha fria.

Fig. 2.1.1 - Curva de solubilidade do óxido de sódio no sódio líquido.

Fig. 3.2.1 - Curvas possíveis para o campo de temperaturas.

Fig. 4.2.1 - Modelo de condução.

Fig. 4.3.1 - Modelo de convecção natural.

Fig. 4.3.2 - Gráfico do campo adimensional de temperatura.

Fig. 4.3.3 - Gráfico do campo adimensional de velocidade.

Fig. 4.4.1 - Gráfico de $\bar{\theta}' \times \eta_w$.

Fig. 4.4.2 - Gráfico do campo finito com H2P e HPT e experimental.

Fig. 4.5.1 - Gráfico dos campos de temperaturas dos modelos finitos, semi-in-finito, exponencial e experimental (\bar{K} latão)

Fig. 4.5.2 - Gráfico dos campos de temperaturas dos modelos finito, semi-in-finito e exponencial (K sódio).

Fig. 5.1.1. - Gráfico de concentração x tempo.

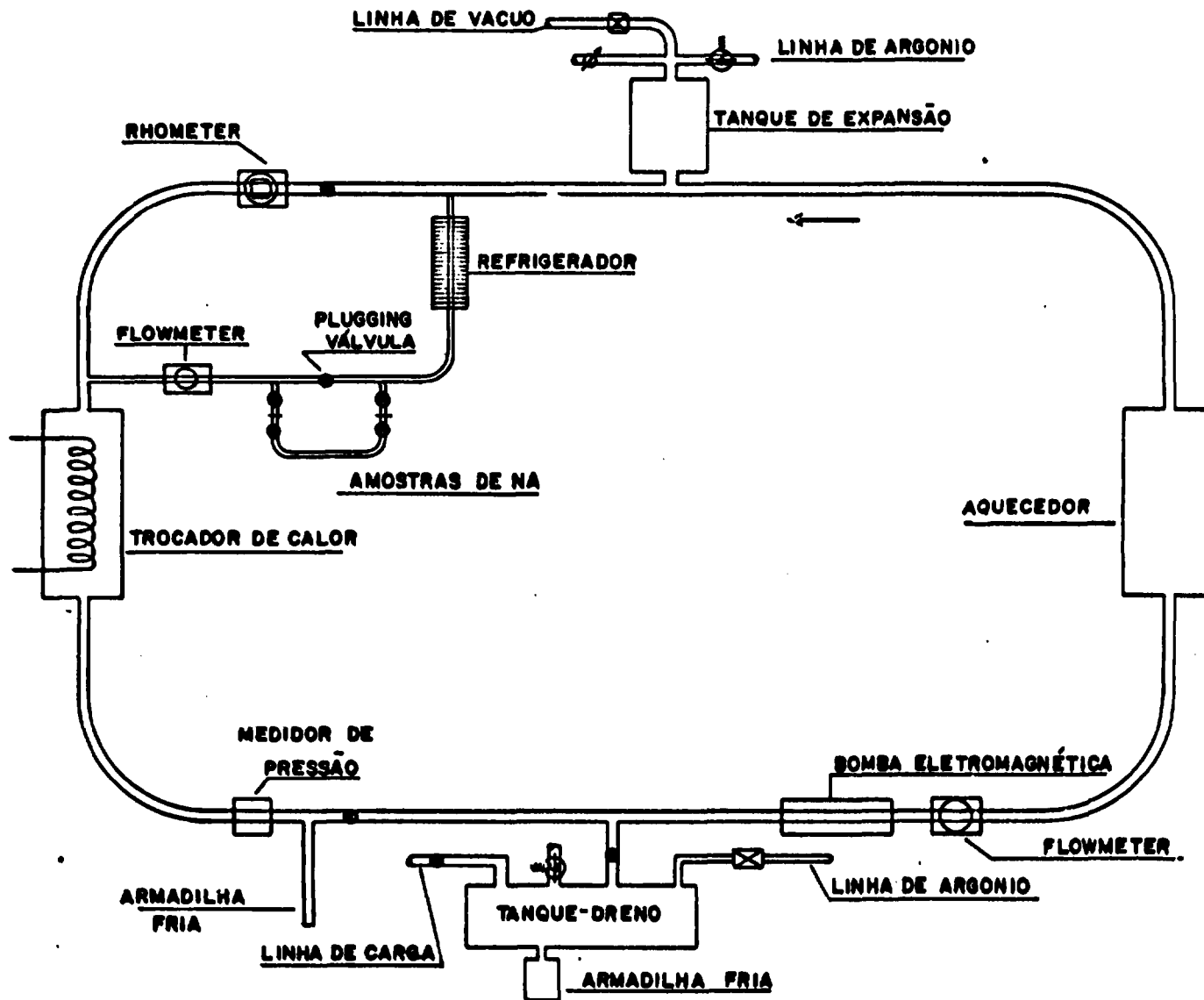
Fig. 5.1.2 - Gráfico da velocidade da purificação x tempo .

Fig. II. 1 - Campos adimensionais de temperatura para 1ª e 2ª aproximação

Fig. IV.1 - Esquema da montagem.

ESQUEMA DO CIRCUITO A SODIO

FIGURA 1.1



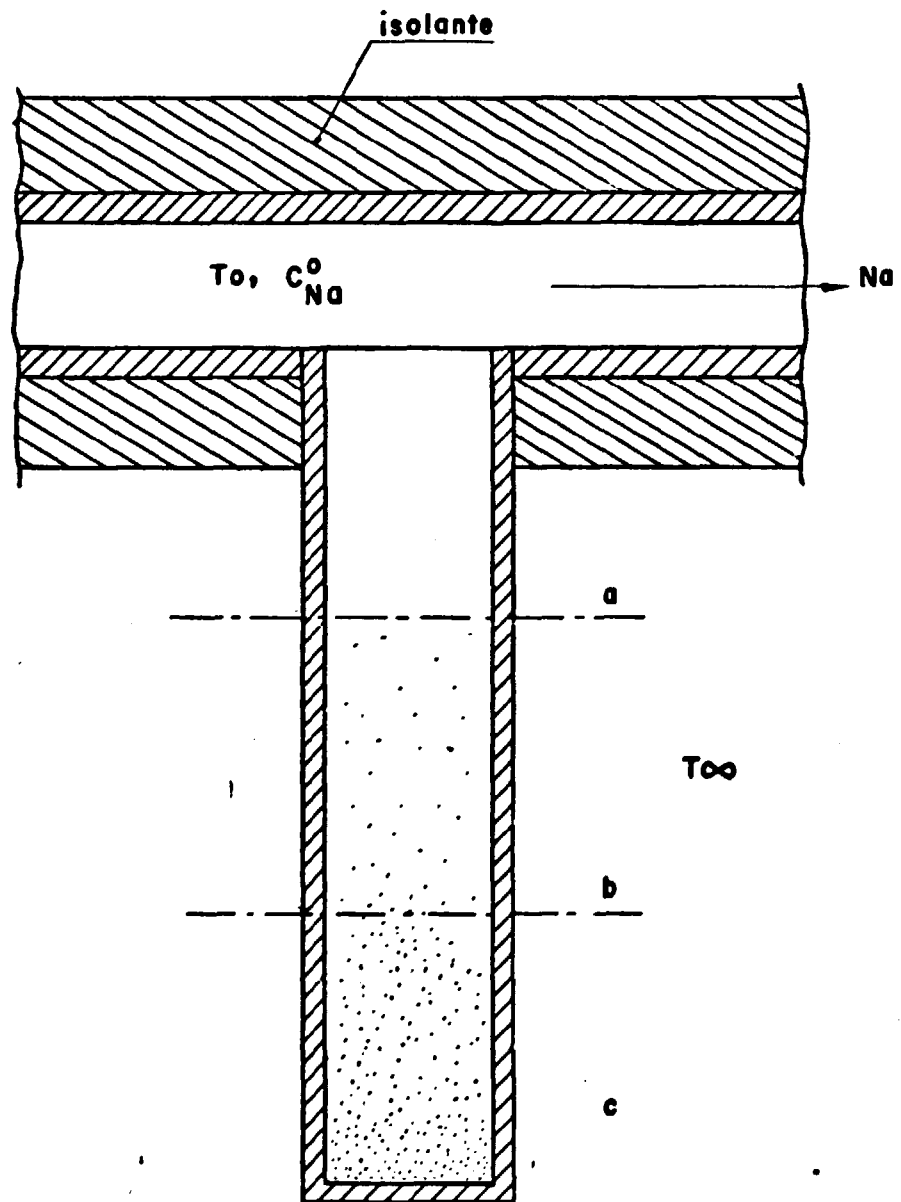
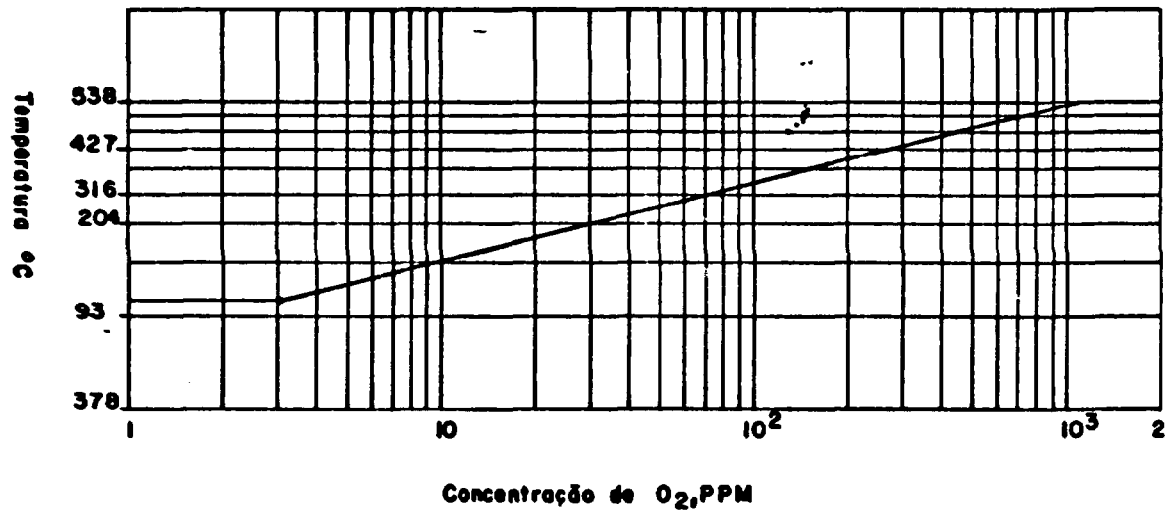


FIGURA I. 2

FIGURA 2.1.1



Solubilidade de Na₂O no sódio líquido (15)

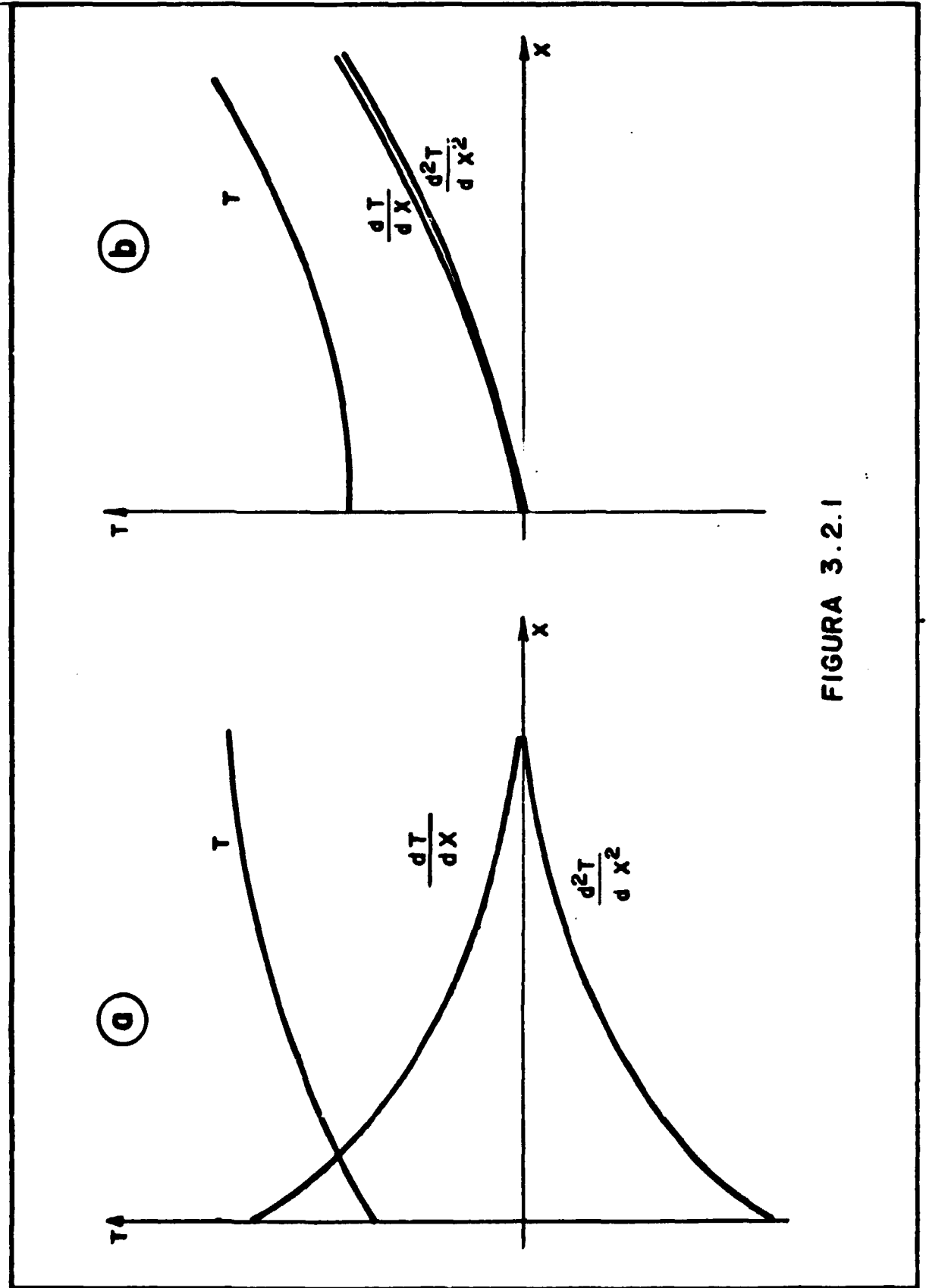


FIGURA 3.2.1

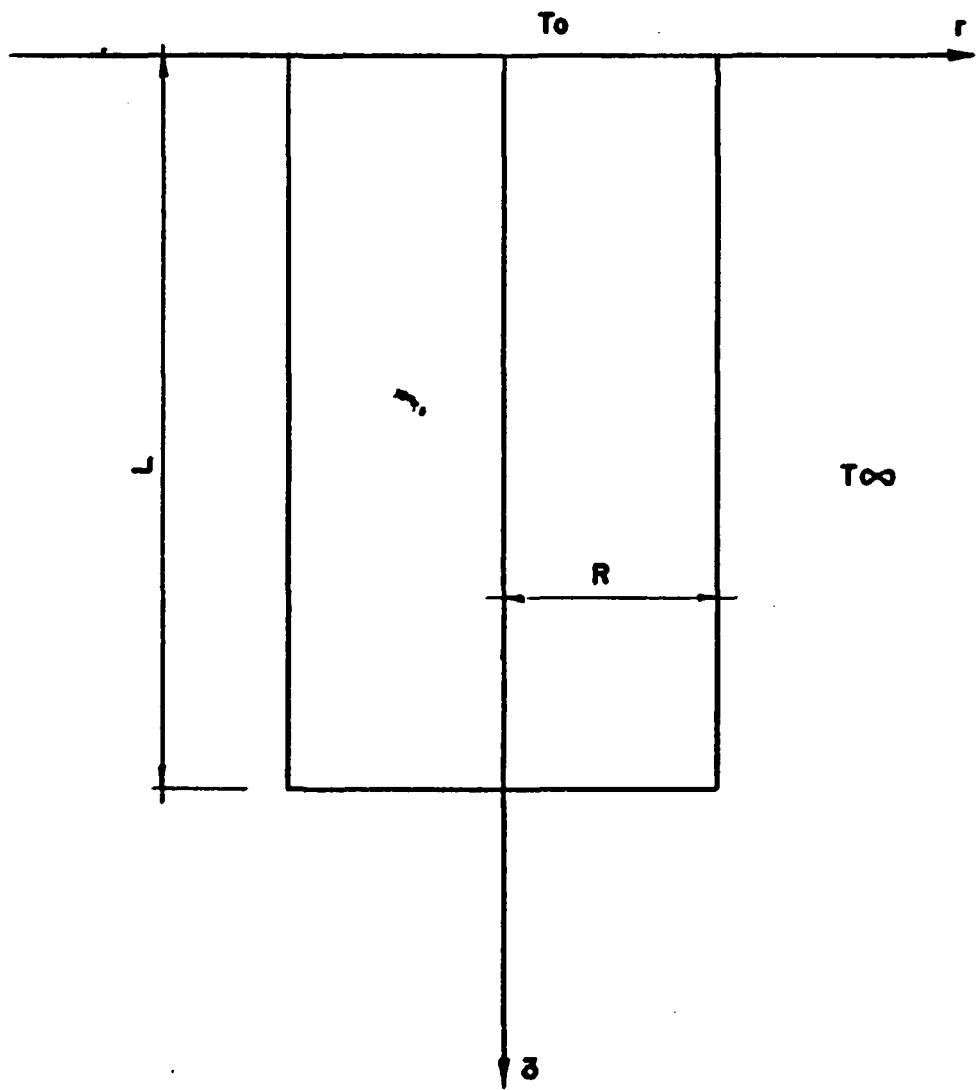


FIGURA 4.2.1

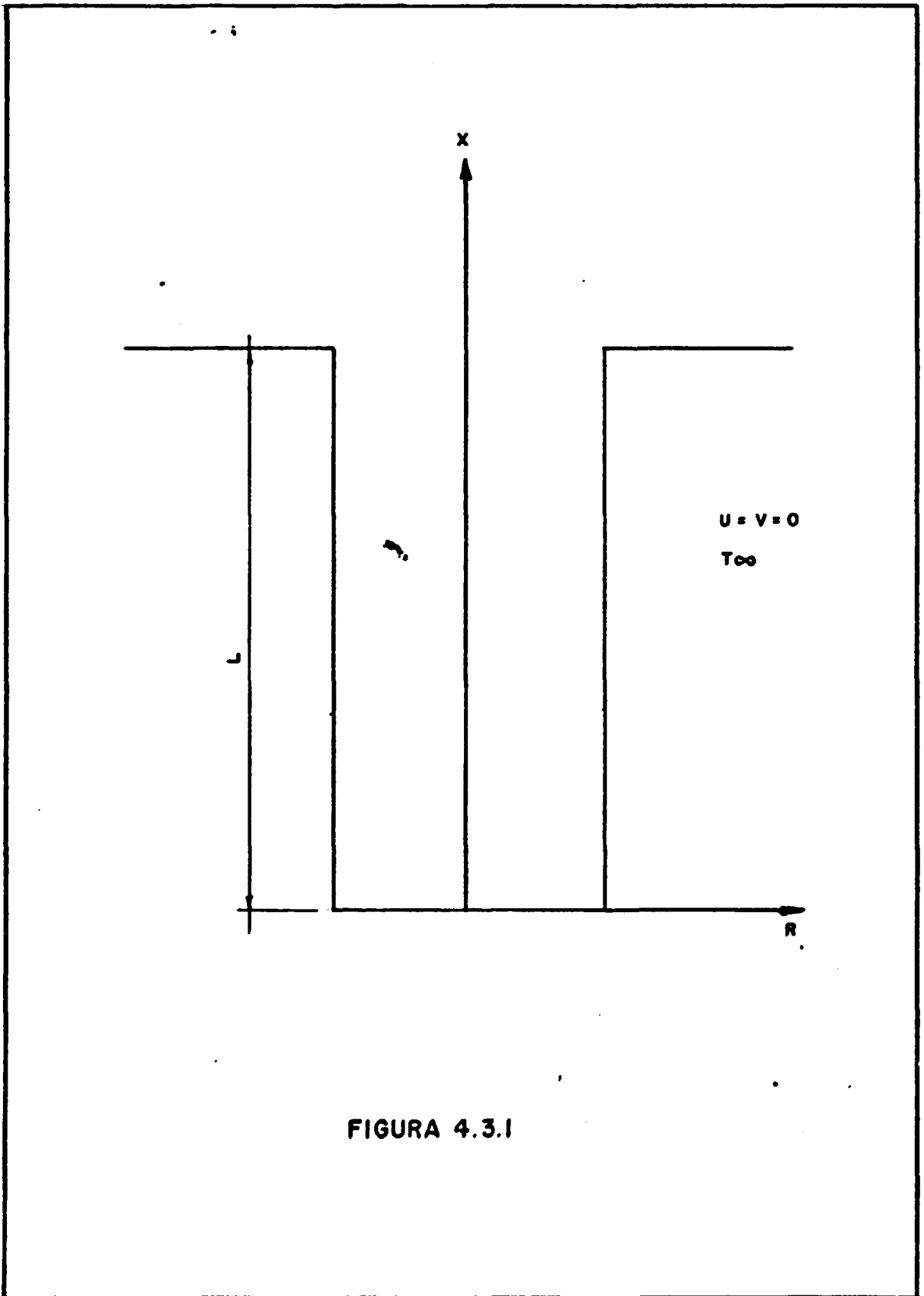
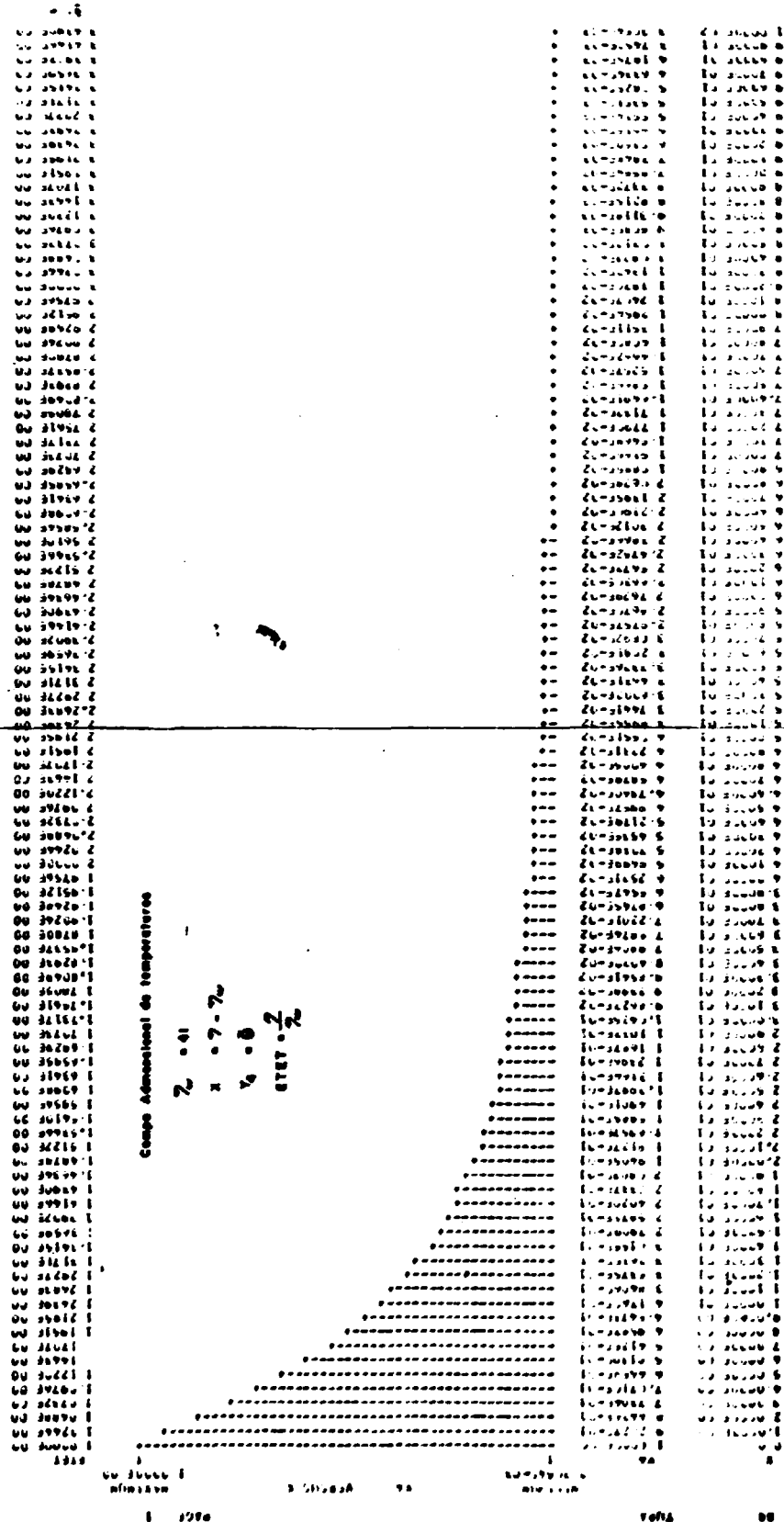


FIGURA 4.3.1

FIGURA 4.3.2



Grupo Adicional de temperaturas

$$T_c = 0.41$$

$$x = 7 - 7w$$

$$y = 0.6$$

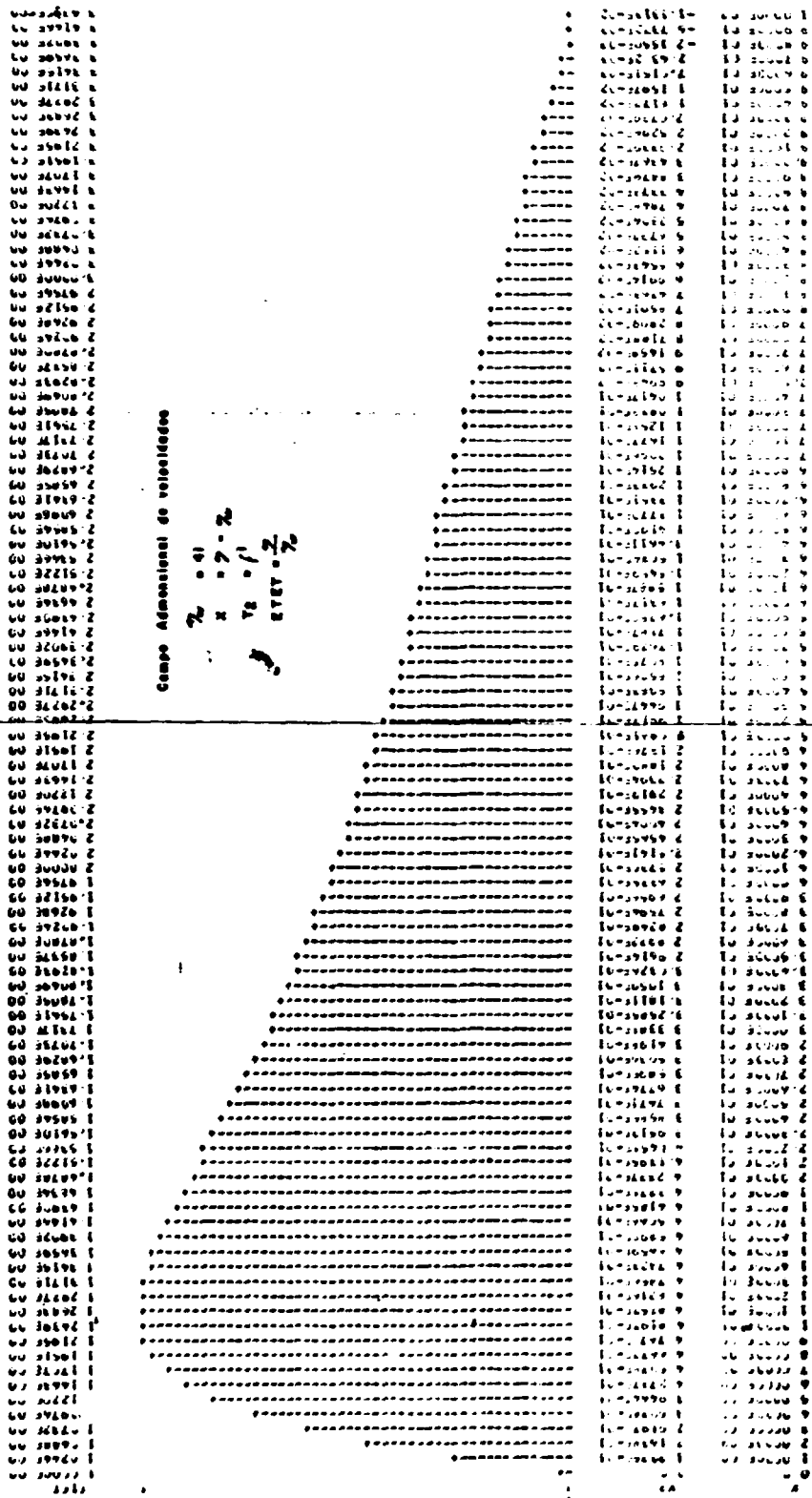
$$STREY = \frac{2}{T_c}$$

Estadística de temperaturas de estapas
Cálculo de las Tm y Tm' de las estapas...

Estadística de temperaturas de estapas
Cálculo de las Tm y Tm' de las estapas...

Estadística de temperaturas de estapas
Cálculo de las Tm y Tm' de las estapas...

FIGURA 4.3.3



100

100

100

100

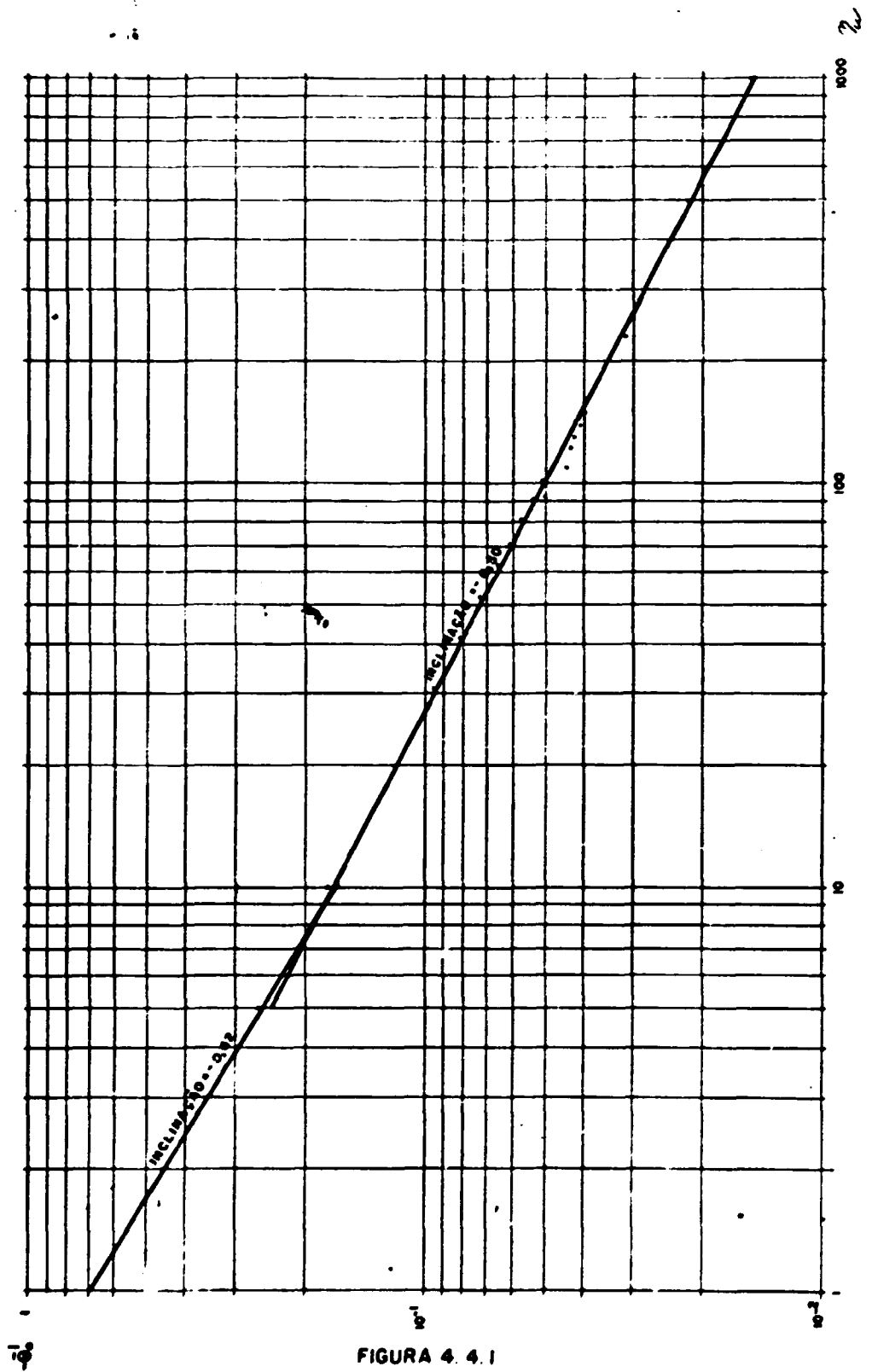
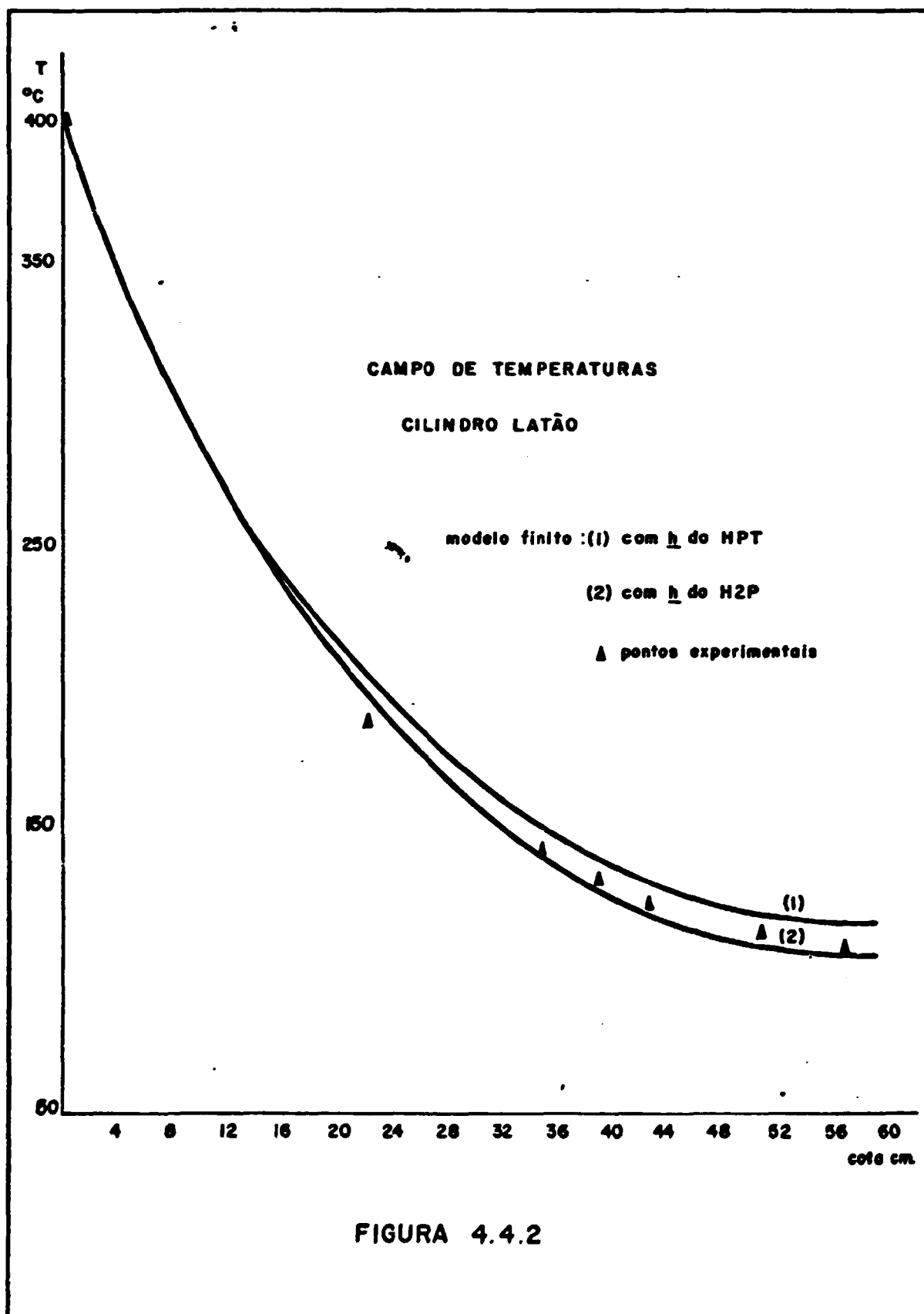


FIGURA 4.4.1



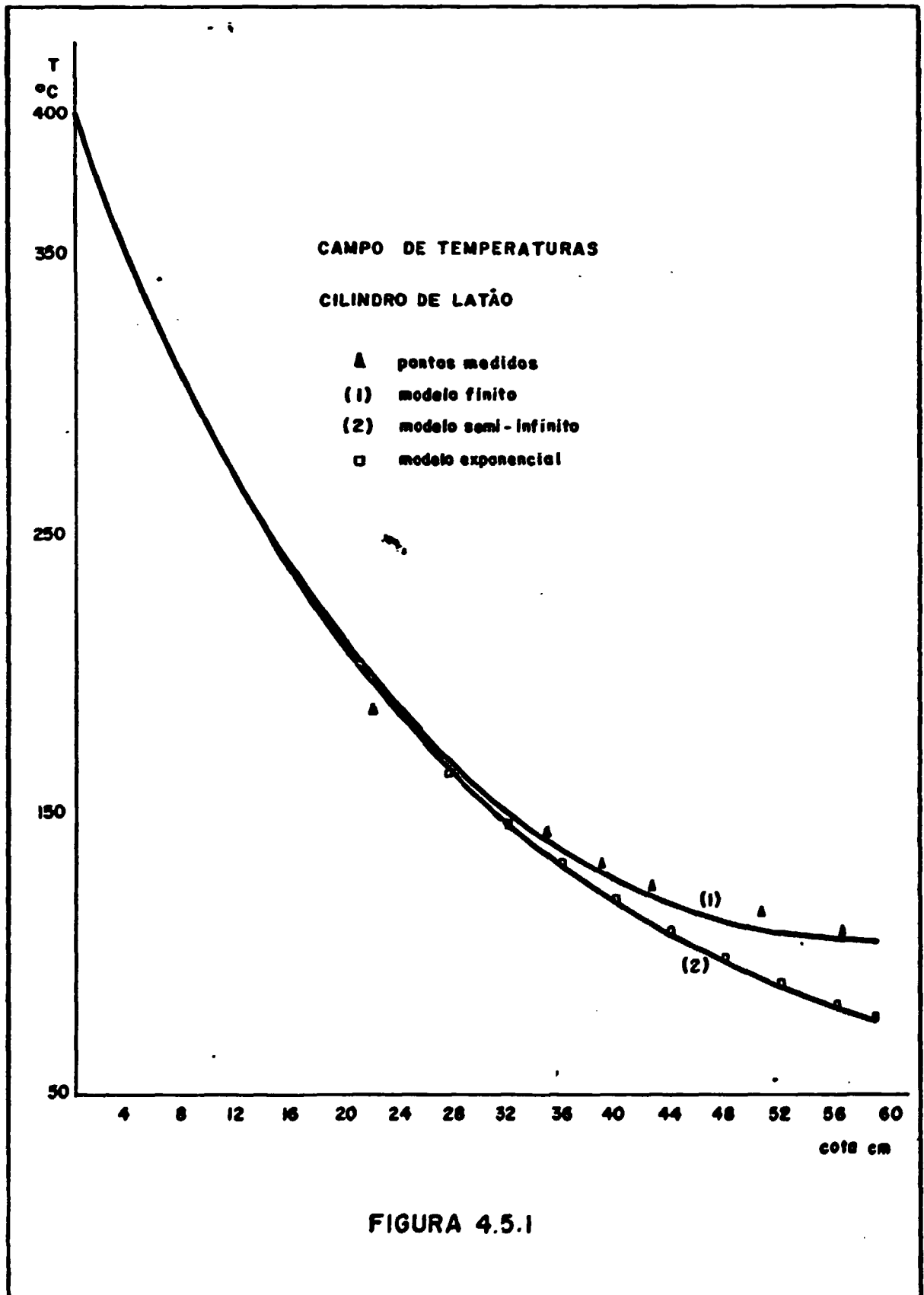


FIGURA 4.5.1

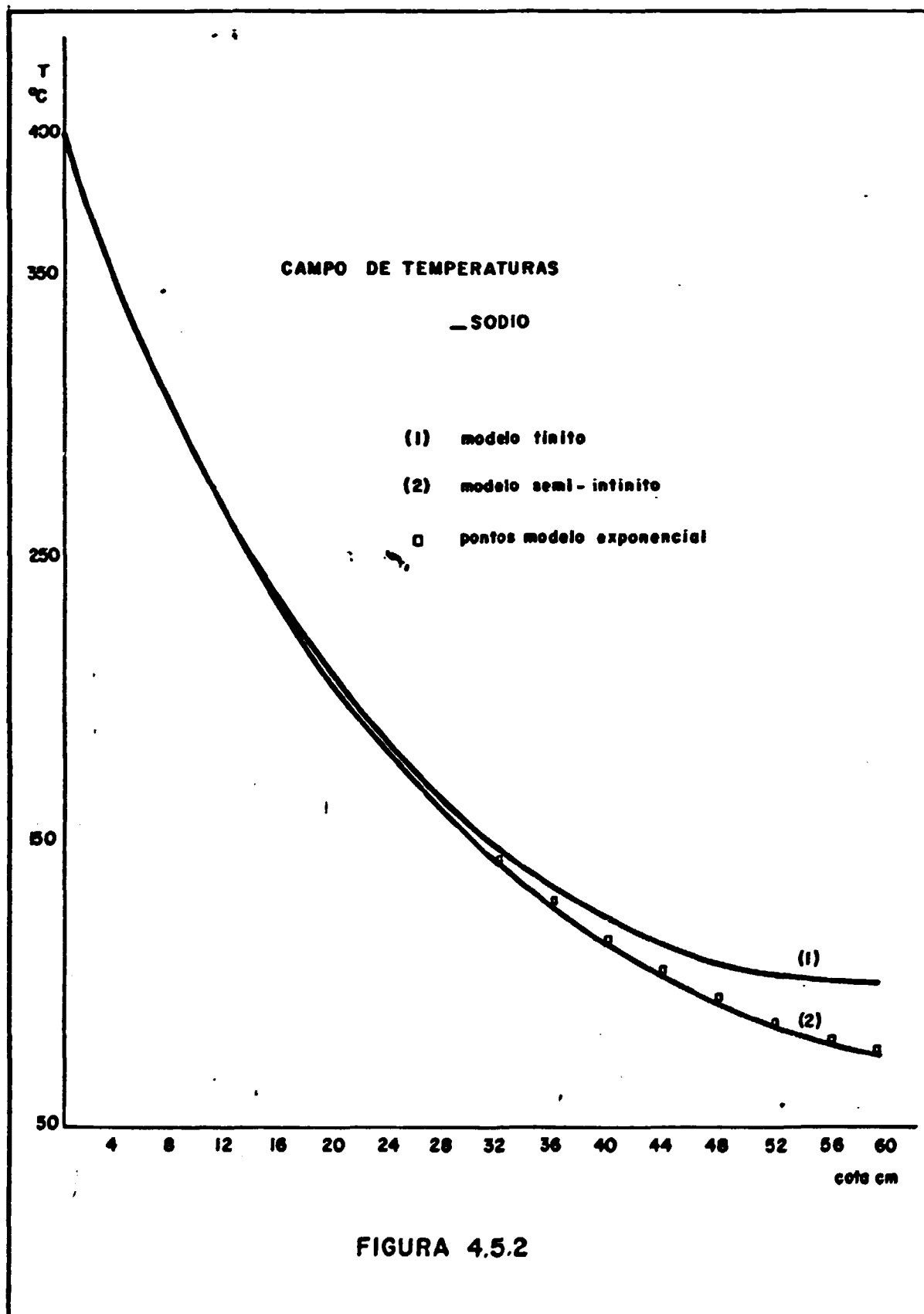


FIGURA 5.1.1

VARIAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE
OXIDO COM O TEMPO.

1- $C_{Na}^0 = 50 \text{ ppm O}_2$

2- $C_{Na}^0 = 150 \text{ ppm O}_2$

3- $C_{Na}^0 = 150 \text{ ppm O}_2$ e contaminação de
0.5 ppm/h

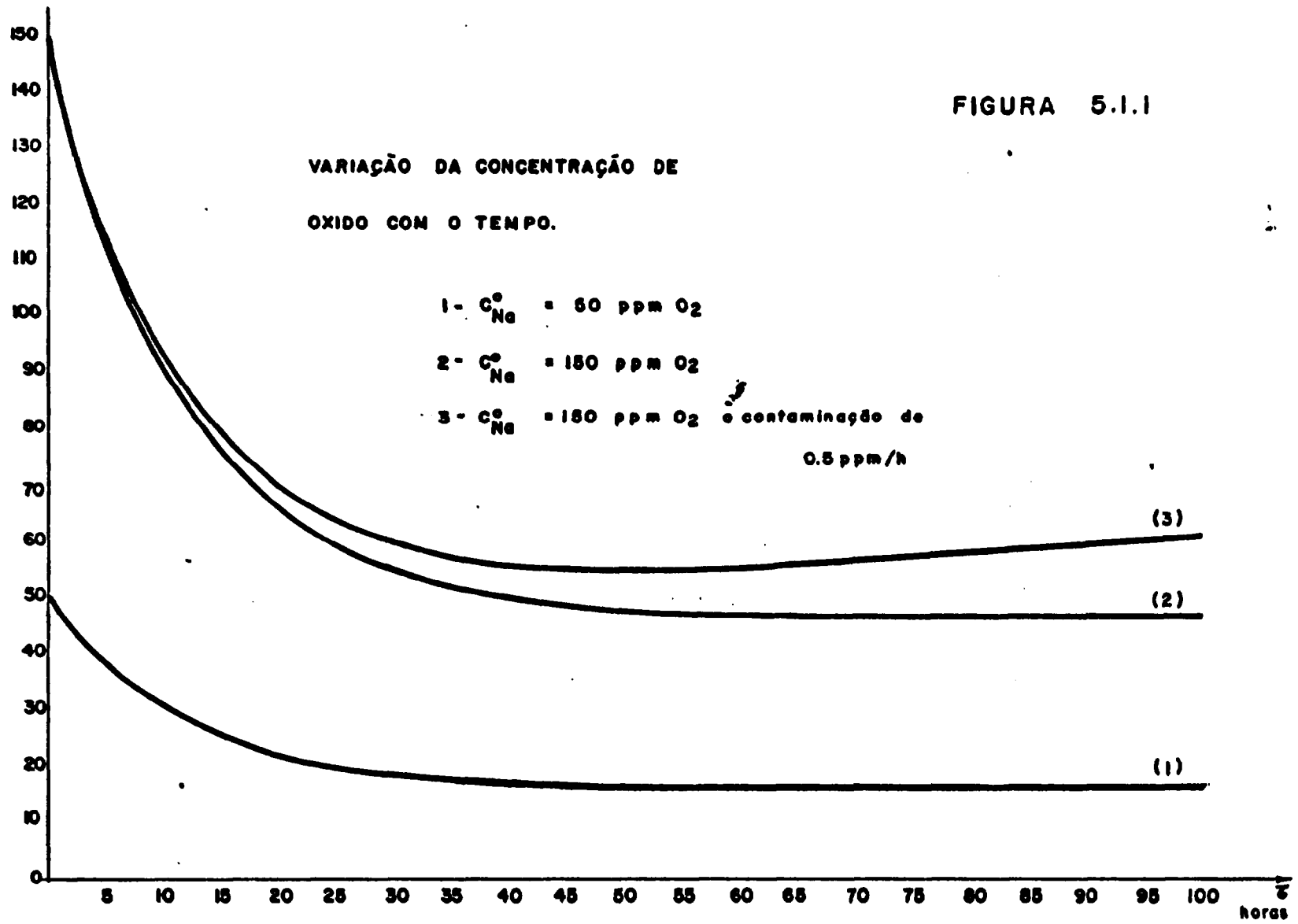
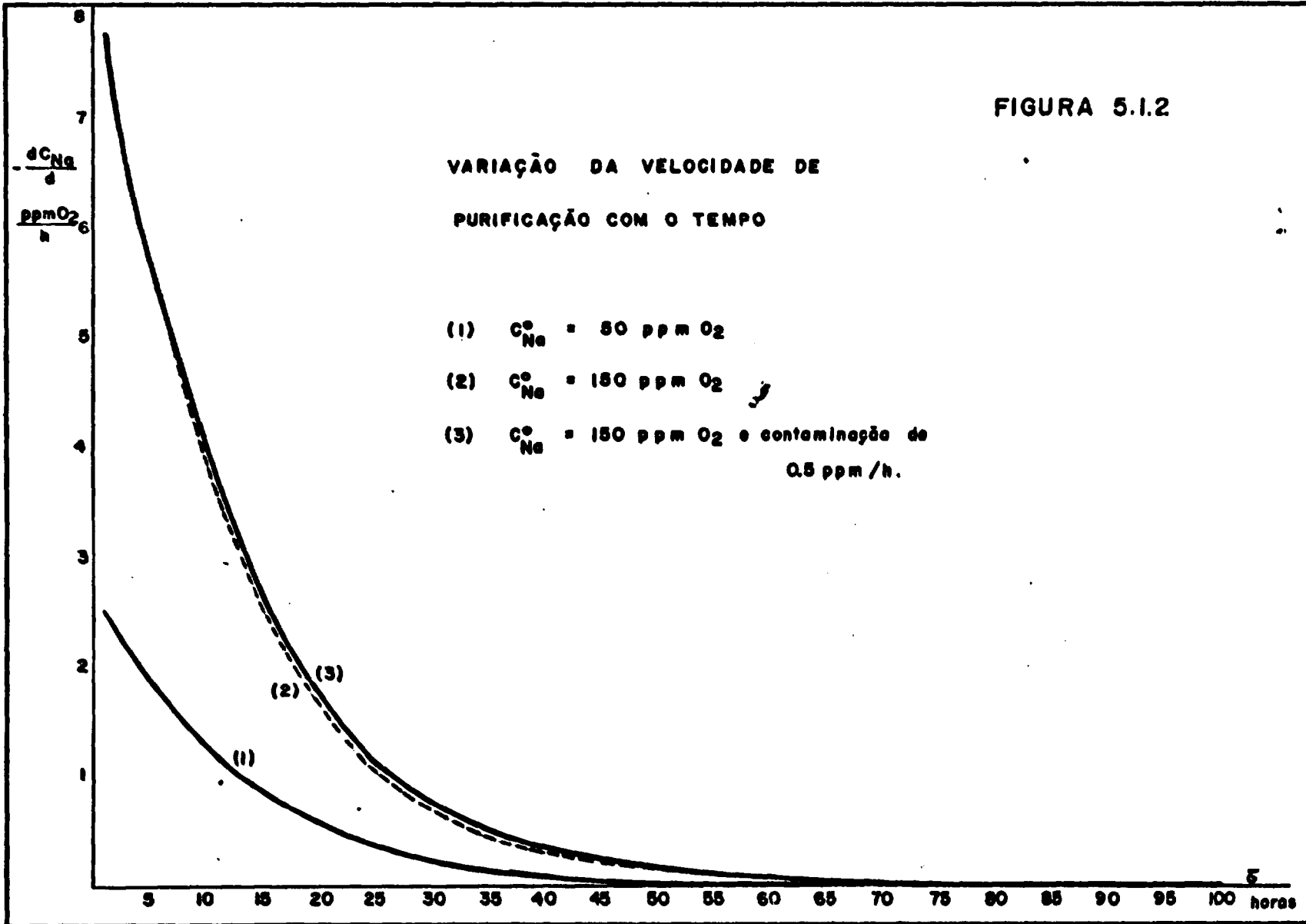
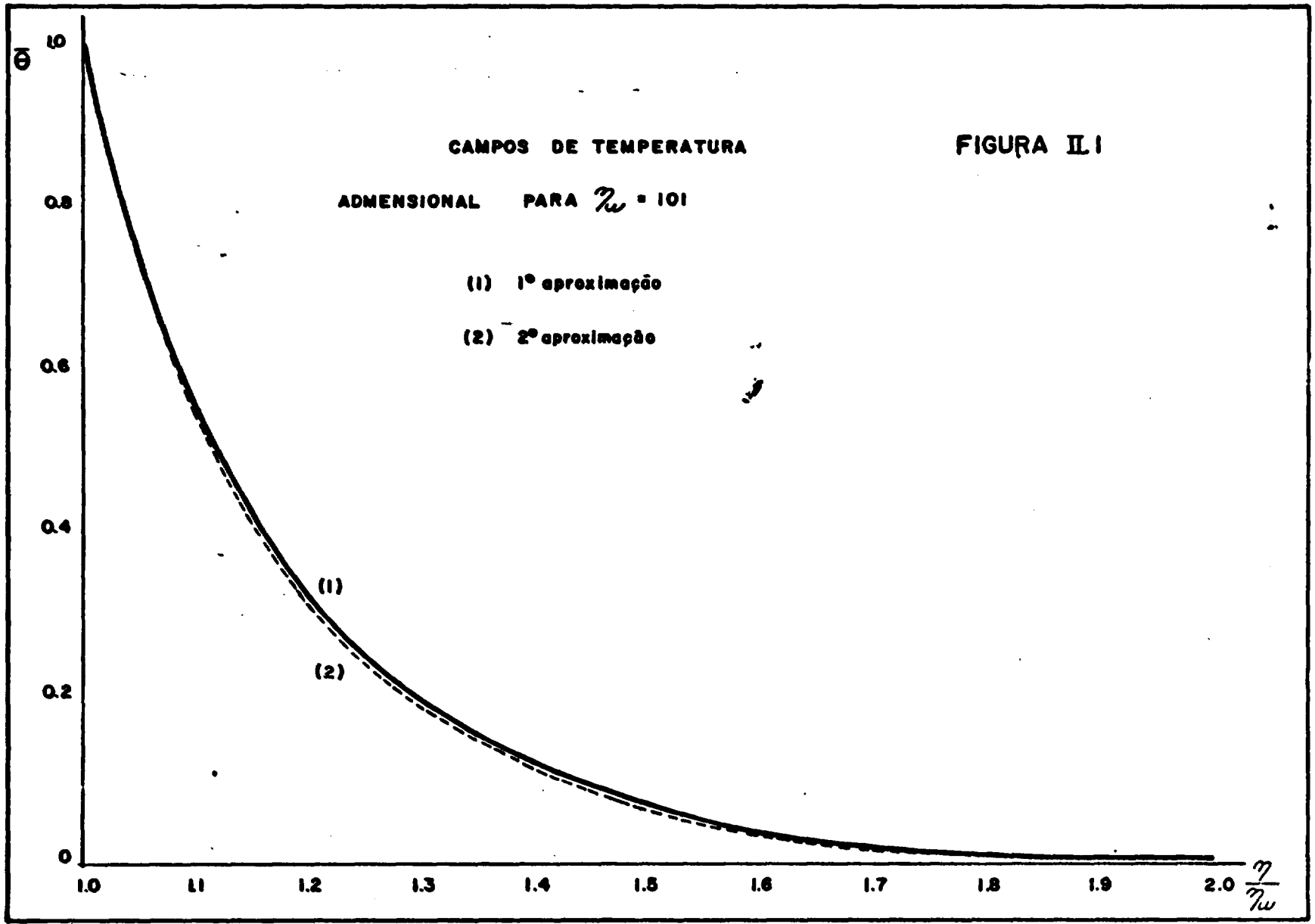


FIGURA 5.1.2





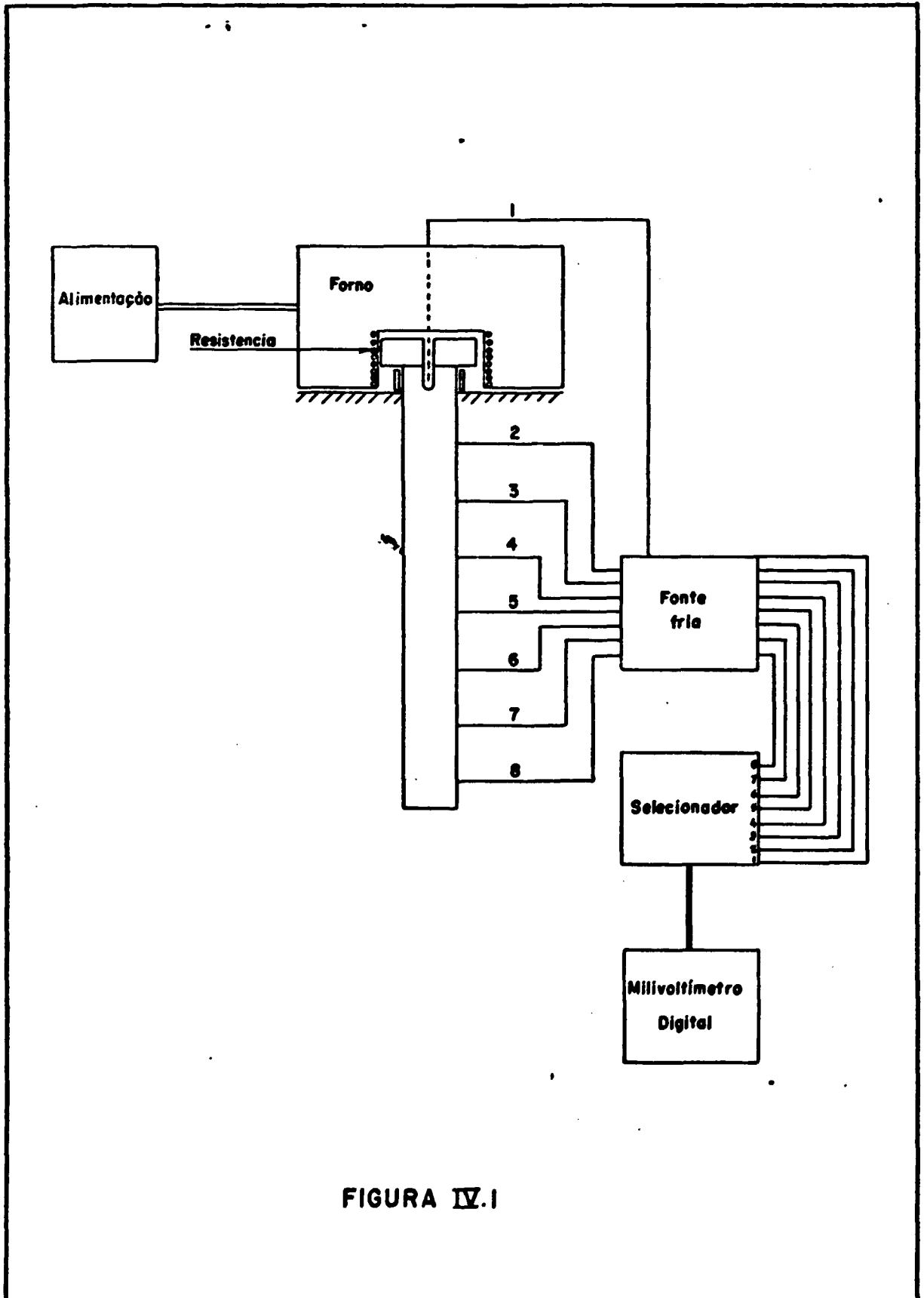


FIGURA IV.1

ANEXO II

SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DO MODELO DE CONVECÇÃO NATURAL

Assumindo ser válido tomar como primeira aproximação o lado direito do sistema como nulo, podemos resolvê-lo para valores paramétricos de η_w e Pr. No nosso caso interessa apenas Pr = 0,733, que corresponde ao ar. Então, para cada posição, com os valores de f , f_η e θ obtidos, podemos determinar as correspondentes derivadas f_{η_w} , $f_{\eta_w^2}$ e θ_{η_w} e avaliar o lado direito das equações, verificando a validade da aproximação feita. Caso esta aproximação não seja razoável, podemos fazer sucessivas aproximações, resolvendo o sistema em cada posição com o valor do lado direito calculado na tentativa anterior, sendo o conjunto, agora, não homogêneo.

Para resolver o sistema homogêneo de diferenciais ordinárias de 4.3.8, resolvemos utilizar o sistema de "Continuous System Modeling Program" (CSMP) implantado no computador IBM/360 do NCE da UFRJ. Neste sistema, dentre os vários métodos possíveis de integração, adotamos o Range - Kutta de 4ª ordem, utilizando ainda um intervalo de integração variável.

Vejamos como foi trabalhado o sistema de equações para a resolução:

- o conjunto a ser resolvido é:

$$\eta f''' + f'' - f'^2 + \bar{\theta} = 0$$

$$\eta \bar{\theta}'' + \bar{\theta}' - Pr \bar{\theta} f' = 0$$

com as c.c.

$$\eta = \eta_w \quad f = f' = 0 \quad \bar{\theta} = 1$$

$$\eta \rightarrow \infty \quad f' \rightarrow 0 \quad \bar{\theta} \rightarrow 0$$

- consideremos a mudança de variável $x = \eta - \eta_w$

Então,

$$(x + \eta_w) f''' + f'' - f'^2 + \bar{\theta} = 0$$

$$(x + \eta_w) \bar{\theta}'' + \bar{\theta}' - Pr \bar{\theta} f' = 0$$

- façamos

$$y_1 = f \quad ; \quad y_2 = f' \quad ; \quad y_3 = f'' \quad ; \quad \frac{dy_3}{dx} = f'''$$

$$y_4 = \bar{\theta} \quad ; \quad y_5 = \bar{\theta}' \quad ; \quad \frac{dy_5}{dx} = \bar{\theta}''$$

- transformemos agora, o conjunto de equações em um sistema de equações de primeira ordem: 5

$$\frac{dy_3}{dx} = \frac{1}{(x + \eta_w)} (-y_3 + y_2^2 - y_4)$$

$$\frac{dy_2}{dx} = y_3$$

$$\frac{dy_1}{dx} = y_2$$

$$\frac{dy_5}{dx} = \frac{1}{(x + \eta_w)} (-y_5 + Pr y_4 y_2)$$

$$\frac{dy_4}{dx} = y_5$$

A integração deste sistema nos fornece y_1, y_2, y_3, y_4 e y_5 que correspondem a $f, f', f'', \bar{\theta}$ e $\bar{\theta}'$ da 1ª aproximação.

Porém, o método de Runge - Kutta exige que todas as condições de contorno sejam referidas ao mesmo ponto inicial de integração, que no nosso caso corresponde a $\eta = \eta_w$ ou $x = 0$. O conjunto de condições de contorno fornece somente três condições em $x = 0$, portanto é necessário determinar-se as outras duas condições de contorno, neste ponto, ou seja, determinar-se f'' e $\bar{\theta}'$ em $x = 0$, de tal modo que as condições conhecidas em $x \rightarrow \infty$ sejam satisfeitas.

O método iterativo para determinação destas condições é o seguinte: sabemos que as funções f' e $\bar{\theta}$ dependem dos valores iniciais de f'' e $\bar{\theta}'$. De-

nominando $f'_{x=0} = \alpha$ e $\bar{\theta}'_{x=0} = \beta$, temos que:

$$f' = \text{função } (\alpha, \beta)$$

$$\bar{\theta} = \text{função } (\alpha, \beta).$$

Denominemos ainda de α_0 e β_0 os valores característicos corretos, ou seja, quando $f'_{x=0} = \alpha_0$ e $\bar{\theta}'_{x=0} = \beta_0$, obtem-se $f'_{x=\infty} = \bar{\theta}_{x=\infty} = 0$.

Desenvolvendo $f'(\alpha, \beta)$ e $\bar{\theta}(\alpha, \beta)$ em série de Taylor na vizinhança de (α_0, β_0) e truncando as séries após o termo de primeira ordem, vem:

$$f'(\alpha, \beta) = f'(\alpha_0 + h, \beta_0 + K) = f'(\alpha_0, \beta_0) + (\alpha - \alpha_0) \frac{\partial f'(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} +$$

$$+ (\beta - \beta_0) \frac{\partial f'(\alpha, \beta)}{\partial \beta}$$

$$\bar{\theta}(\alpha, \beta) = \bar{\theta}(\alpha_0 + h, \beta_0 + K) = \bar{\theta}(\alpha_0, \beta_0) + (\alpha - \alpha_0) \frac{\partial \bar{\theta}(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} +$$

$$+ (\beta - \beta_0) \frac{\partial \bar{\theta}(\alpha, \beta)}{\partial \beta}$$

No caso em questão temos para $x \rightarrow \infty$: $f'(\alpha_0, \beta_0) = \bar{\theta}(\alpha_0, \beta_0) = 0$.

Para resolvermos o sistema acima, tomamos:

$$\frac{\partial f'}{\partial \alpha} = \frac{\Delta f'}{\Delta \alpha}; \quad \frac{\partial f'}{\partial \beta} = \frac{\Delta f'}{\Delta \beta}; \quad \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \alpha} = \frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta \alpha}; \quad \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \beta} = \frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta \beta}$$

com o que obtemos para $x \rightarrow \infty$

$$0 = f'(\alpha, \beta) + (\alpha_0 - \alpha) \frac{\Delta f'}{\Delta \alpha} + (\beta_0 - \beta) \frac{\Delta f'}{\Delta \beta}$$

$$0 = \bar{\theta}(\alpha, \beta) + (\alpha_0 - \alpha) \frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta \alpha} + (\beta_0 - \beta) \frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta \beta}$$

Inicialmente arbitramos $\alpha = \alpha_1$ e $\beta = \beta_1$ e calculamos:

$$f'(\alpha_1, \beta_1) = y_2$$

$$\bar{\theta}(\alpha_1, \beta_1) = y_4$$

- tomamos agora $\alpha = \alpha_1 + \psi_1$, $\beta = \beta_1$ e calculamos:

$$f'(\alpha_1 + \psi_1, \beta_1) = y_{21}$$

$$\bar{\theta}(\alpha_1 + \psi_1, \beta_1) = y_{41}$$

- finalmente tomamos $\alpha = \alpha_1$, $\beta = \beta_1 + \psi_2$ e calculamos:

$$f'(\alpha_1, \beta_1 + \psi_2) = y_{22}$$

$$\bar{\theta}(\alpha_1, \beta_1 + \psi_2) = y_{42}$$

Podemos então determinar:

$$\frac{\Delta f'}{\Delta \alpha} = \frac{y_{21} - y_2}{\psi_1} = AB$$

$$\frac{\Delta f'}{\Delta \beta} = \frac{y_{22} - y_2}{\psi_2} = AC$$

$$\frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta \alpha} = \frac{y_{41} - y_4}{\psi_1} = AD$$

$$\frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta \beta} = \frac{y_{42} - y_4}{\psi_2} = AE$$

Construimos então o sistema:

$$y_2 + (\alpha_0 - \alpha_1) AB + (\beta_0 - \beta_1) AC = 0$$

$$y_4 + (\alpha_0 - \alpha_1) AD + (\beta_0 - \beta_1) AE = 0$$

que é resolvido para $(\alpha_0 - \alpha_1)$ e $(\beta_0 - \beta_1)$. Com os valores inicialmente adotados de (α_1, β_1) , temos uma primeira aproximação para α_0, β_0 , que se constituem nos valores iniciais para a nova interação.

Os gráficos de f' e $\bar{\theta}$, para determinada cota, são apresentados nas figuras 4.3.2 e 4.3.3. O programa que efetuou a solução do sistema é o programa Tupã listado no Anexo III.

Para verificação da validade de se tomar o lado direito do sistema primitivo (4.3.7) como nulo, usamos o método que se segue.

As funções "lado direito" são:

$$LD1 = \eta_w (f_{\eta} \eta_{\eta\eta_w} - f_{\eta_w} f_{\eta\eta}) \quad - \text{correspondente a eq. de momentum}$$

$$LD2 = Pr \eta_w (f_{\eta} \bar{\theta}_{\eta_w} - f_{\eta_w} \bar{\theta}_{\eta}) \quad - \text{correspondente a eq. de energia}$$

Consideremos como válidas as aproximações:

$$f_{\eta_w} = \frac{\Delta f}{\Delta \eta_w} ; f_{\eta\eta_w} = \frac{\Delta f_{\eta}}{\Delta \eta_w} ; \bar{\theta}_{\eta_w} = \frac{\Delta \bar{\theta}}{\Delta \eta_w}$$

Deste modo, com os resultados da 1ª aproximação em toda a faixa de η_w , podemos avaliar todos os elementos para as funções "lado Direito" em cada posição. Resolvemos porém, em vez de calcular para os todos os pontos, escolher raios de posições características das curvas, e fazer a verificação para estes pontos. Os raios escolhidos foram os correspondentes a $\eta/\eta_w = 1.01, 1.1, 1.2$ e 1.4 , por abrangerem a região de maiores gradientes das variáveis. A faixa de η_w tomada foi correspondente a classe do nosso cilindro.

O programa que faz estas determinações é o programa "MINUANO" listado no Anexo III. Dos resultados deste, tomamos os maiores valores em modulo de FLD1 e FLD2, e fizemos a 2ª aproximação da solução do sistema 4.3.8, para alguns valores de η_w , que abrangessem a região do cilindro em estudo.

A figura II.1 nos apresenta a comparação entre as curvas adimensionais de temperatura em $\eta_w = 101$, para as 1ª e 2ª aproximação.

A observação destas curvas nos permite verificar a pequena diferença entre uma aproximação e a outra, o que se mantém para os outros η_w testados. Então, como o sugerido em (13), podemos utilizar a primeira aproximação como representativa.

ANEXO III

LISTAGENS DOS PROGRAMAS

- 1 - Programa HPT**
- 2 - Programa H2P**
- 3 - Programa FINITO**
- 4 - Programa SEMI-INFINITO**
- 5 - Programa VELPU**
- 6 - Programa SERIE**
- 7 - Programa MINUANO**
- 8 - Programa TUPÃ**
- 9 - Programa EXPO**

Resumo da notação dos programas

$$\text{HCV} - h_{\text{conv}}$$

$$\text{HCD,H} - h_{\text{cond}}$$

$$\text{AK} - \bar{K}$$

$$\text{VELPU} - \frac{dC_{\text{Na}}}{d\tau}$$

$$\text{CNA} - C_{\text{Na}}$$

$$\text{dCSX} - \frac{dC_S}{dX}$$

$$\text{VNA} - V_{\text{Na}}$$

$$\text{GNA} - \gamma_{\text{Na}}$$

$$\text{GIM} - \gamma_i$$

$$\text{CNAO} - C_{\text{Na}}^0$$

$$\text{DK} - K$$

$$\text{TE} - \tau$$

$$\text{A(M)} - \lambda_n$$

$$\text{AMG} - M$$

$$\text{AMP} - m$$

$$\text{AL,CL} - L$$

TA - T_w

RP - r

G - g

BETA - β

U - μ

RO - ρ

DETW - Δn_w

Y1 - f

Y2 - f'

Y3 - f''

Y4 - $\bar{\theta}$

Y5 - $\bar{\theta}'$

Y1W - f_{n_w}

Y2W - f'_{n_w}

Y4W - $\bar{\theta}_{n_w}$

ETA - η

ETAW - η_w

1 - Programa HPT

Este programa determina o coeficiente de película, considerando como aproximação da série exponencial da temperatura de superfície, o seu primeiro termo.

```

FUNCTION FU(X)
COMMON C
N=0
D=0.00001
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJ0=BJ*
N=1
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJ1=BJ
FU=X*XJ1-C*XJ0
RETURN
END
EXTERNAL FU
DIMENSION CC(35),XX(35)
COMMON C
C   **PROGRAMA HTP**
C   DADOS
RO=0.0075
AK=0.28
CL=60.0
R=2.5
G=980.0
TETA0=370.0
BETA=0.003671
H=0.001
HCD=0.00159
D=5.
U=0.00025
PREC=0.0001
J=1
READ(8,1)(CC(I),XX(I),I=1,35)
XX(1)=0.0001
1  FORMAT(F6.2,F6.4)
C   DETERMINACAO DAS RAIZES DA EQ. AUXILIAR
2  IF(J-50)3,3,99
99 WRITE(5,60)

```

```
60 FORMAT(/10X,'SISTEMA NAO CONVERGIU EM 50 INTERACOES')
GO TO 100
3 E=HCD/AK
C=R/B
DO 7 I=1,35
II=0
IF(C-CC(I))6,10,5
6 X1=XX(I-1)
X2=XX(I)
510 N=0
CALL BESJ(X2,N,BJ,0.00001,IER)
XJ02=BJ
CALL BESJ(X1,N,BJ,0.00001,IER)
XJ01=BJ
N=1
CALL BESJ(X2,N,BJ,0.00001,IER)
XJ12=BJ
CALL BESJ(X1,N,BJ,0.00001,IER)
XJ11=BJ
FU1=X1*XJ11-C*XJ01
FU2=X2*XJ12-C*XJ02
F12=FU1-FU2
IF(F12)500,500,501
501 II=II+1
IF(II-35)502,101,101
502 IN=I+II
X2=XX(IN)
GO TO 510
500 CALL RTMI(X,F,FU,X1,X2,0.00001,100,IER)
A=X/R
GO TO 15
5 IF(I-35)7,11,11
7 CONTINUE
11 WRITE(5,12)
12 FORMAT(/10X,'COEF. C FORA DE FAIXA')
GO TO 100
```

```

10 A=XX(1)/R
C  DET. DOS COEFS. DA EXPONENCIAL
15 AMP=A*CL
   AMG=(2.*TETA0*B)/(EXP(AMP)*R*(A**2+B**2))
C  DET. DO GRASCHOF D
   GRAC=(C*BETA*D**3*AMG*RO**2)/U**2
C  DET. DO H DE CONVECCAO
   P1=(GRAC*D/CL)**0.250
   ZZ=0.250*AMP
   P2=(EXP(AMP)-(1./EXP(ZZ)))/AMP**0.750
   UNUD=0.383*P1*P2*EXP(ZZ)
   HH=AK*UNUD/D
   DIF=ABS(HH-H)
   IF(DIF-PREC)20,20,21
21 H=HH
   HCD=H*AMP/(EXP(AMP)-1.)
   J=J+1
   GO TO 2
20 HCD=H*AMP/(EXP(AMP)-1.)
   WRITE(5,104)HH
104 FORMAT(/5X,'HCV=',E14.7,1X,'CAL/SEG*CM2*C')
   WRITE(5,105)HCD
105 FORMAT(/5X,'HCD=',E14.7,1X,'CAL/SEG*CM2*C')
   WRITE(5,106)AMP,AMG,GRAC
106 FORMAT(/2X,'AMP=',E14.7,1X,'AMG=',E14.7,1X,'GRAC=',E14.7)
100 CONTINUE
   GO TO 777
101 WRITE(5,102)
102 FORMAT(/2X,'II MAIOR QUE 35')
777 STOP
   END

```

/*

// *

2 - Programa H2P

Determina o coeficiente de película, fazendo com que a exponencial, que assumimos aproximar a série exponencial da temperatura de superfície, pas se por dois pontos desta.


```

FUNCTION FU(X)
COMMON C
N=0
D=0.00001
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJ0=BJ
N=1
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJ1=BJ
FU=X*XJ1-C*XJ0
RETURN
END
EXTERNAL FU
DIMENSION CC(35),XX(35,6),A(6)
COMMON C
C      ***PROGRAMA H2P***
C      DADOS
RO=0.0075
AK=0.16725
CL=60.0
R=2.5
D=5.
G=980.
TETA0=370.0
BETA=0.003671
U=0.00025
PREC=0.0001
K=1
HCD=0.00159
READ(8,1)(CC(I),I=1,35)
1  FORMAT(7F10.4)
READ(8,250)((XX(I,J),J=1,6),I=1,35)
250  FORMAT(10X,6F10.4)
DO 251 I=1,35
251  WRITE(5,253)CC(I),XX(I,1),XX(I,2),XX(I,3),XX(I,4),XX(I,5),X
      1X(I,6)

```

```

253 FORMAT(7F10.4)
C   DET. DAS RAIZES DA EQ. AUXILIAR
  2 IF(K-50)3,3,4
  4 WRITE(5,100)
100 FORMAT(/10X,'SISTEMA NAO CONVERGIU EM 50 INTERACOES')
    GO TO 1000
  3 B=HCD/AK
    C=R*B
    DO 15 I=1,35
      IF(C-CC(I))5,20,14
  5 DO 6 J=1,6
      X1=XX(I-1,J)
      X2=XX(I,J)
      CALL RTMI(X,F,FU,X1,X2,0.00001,100,IER)
  6 A(J)=X/R
    GO TO 25
 14 IF(I-35)15,16,16
 15 CONTINUE
 16 WRITE(5,102)
102 FORMAT(/10X,'COEF. C FORA DE FAIXA')
    GO TO 1000
 20 DO 21 J=1,6
 21 A(J)=XX(I,J)/R
C   CALC. DA SERIE NOS PONTOS O E L
 25 DTO=0.
    DO 27 J=1,6
      ZZ=A(J)*CL
      IF(ZZ-174.0)27,27,92
 92 ZZ=174.0
 27 DTO=DTO+B/(EXP(ZZ)*R*(A(J)**2+B**2))
    DTO=DTO*2.*TETA0
    AMG=DTO
    DTL=0.
    DO 30 J=1,6
 30 DTL=DTL+B/((A(J)**2+B**2)*R)
    DTL=DTL*2.*TETA0

```

```

AMP=ALOG(DTL/AMG)
C   DET. DO HCV
GRAC=(G*BETA*D**3*AMG*RD**2)/U**2
P1=(GRAC*D/CL)**0.250
PP=0.250*AMP
P2=(EXP(AMP)-(1./EXP(PP)))/AMP**0.750
UNUD=0.383*P1*P2*EXP(PP)
HCV=AK*UNUD/D
C   TRANSFORMACAO PARA HCD
HHCD=HCV*AMP/(EXP(AMP)-1.)
C   TESTE CONVERGENCIA
DIF=ABS(HHCD-HCD)
IF(DIF-PREC)40,40,35
35 HCD=HHCD
K=K+1
GO TO 2
40 WRITE(5,104)HCV
104 FORMAT(/5X,'HCV=',E14.7,1X,'CAL/SEG*CM2*C')
WRITE(5,105)HCD
105 FORMAT(/5X,'HCD=',E14.7,1X,'CAL/SEG*CM2*C')
WRITE(5,106)AMP,AMG,GRAC
106' FORMAT(/2X,'AMP=',E14.7,1X,'AMG=',E14.7,1X,'GRAC=',E14.7)
1000 CONTINUE
STOP
END

```

/*

```

C   TABELA DE RAIZES DA EQUACAO AUXILIAR
0.0001    3.8317    7.0156    10.1735    13.3237    16.4706
0.1412    3.8343    7.0170    10.1745    13.3244    16.4712
0.1995    3.8369    7.0184    10.1754    13.3252    16.4718
0.2814    3.8421    7.0213    10.1774    13.3267    16.4731
0.3436    3.8473    7.0241    10.1794    13.3282    16.4743
0.3966    3.8525    7.0270    10.1813    13.3297    16.4755
0.4417    0.8577    7.0298    10.1833    13.3312    16.4767
0.5376    3.8706    7.0369    10.1882    13.3349    16.4797
0.6170    3.8835    7.0440    10.1931    13.3387    16.4828

```

0.7465	3.9091	7.0582	10.2029	13.3462	16.4888
0.8516	3.9344	7.0723	10.2127	13.3537	16.4949
0.9408	3.9594	7.0864	10.2225	13.3611	16.5010
1.0184	3.9841	7.1004	10.2322	13.3686	16.5070
1.0873	4.0085	7.1143	10.2419	13.3761	16.5131
1.1490	4.0325	7.1282	10.2516	13.3835	16.5191
1.2048	4.0562	7.1421	10.2613	13.3910	16.5251
1.2558	4.0795	7.1558	10.2710	13.3984	16.5312
1.4569	4.1902	7.2233	10.3188	13.4353	16.5612
1.5994	4.2910	7.2884	10.3658	13.4719	16.5910
1.7887	4.4634	7.4103	10.4566	13.5434	16.6499
1.9081	4.6018	7.5201	10.5423	13.6125	16.7073
1.9890	4.7131	7.6177	10.6223	13.6786	16.7630
2.0490	4.8033	7.7039	10.6964	13.7414	16.8168
2.0937	4.8772	7.7797	10.7646	13.8008	16.8684
2.1286	4.9384	7.8464	10.8271	13.8566	16.9179
2.1566	4.9897	8.0000	10.8820	13.9090	16.9650
2.1795	5.0332	7.9569	10.9363	13.9580	17.0099
2.2509	5.1773	8.1422	11.1367	14.1576	17.2008
2.2880	5.2568	8.2534	11.2677	14.2983	17.3442
2.3261	5.3410	8.3771	11.4221	14.4743	17.5348
2.3455	5.3846	8.4432	11.5081	14.5774	17.6508
2.3572	5.4112	8.4840	11.5621	14.6433	17.7272
2.3651	5.4291	8.5116	11.5990	14.6889	17.7807
2.3750	5.4516	8.5466	11.6461	14.7475	17.8500
2.3809	5.4652	8.5678	11.6747	14.7834	17.8931

// *

3 - Programa FINITO

Resolve a equação do campo de temperaturas do modelo finito, sendo conhecido o coeficiente de película.

```

FUNCTION FU(X)
COMMON H,AK,R
C=R*H/AK
N=0
D=0.00001
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJ0=BJ
N=1
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJ1=BJ
FU=X*XJ1-C*XJ0
RETURN
END
EXTERNAL FU
DIMENSION A(6),T(5,60)
COMMON H,AK,R
C
  DETERMINAÇÃO DO CAMPO DE TEMPERATURAS
C
  DADOS
  READ(8,1)H,AK,R,T0,TA,AL
  H=H*0.0001
  1 FORMAT(6F10.5)
  WRITE(5,5)
  5 FORMAT(/10X,'PROGRAMA FINITO',/)
  WRITE(5,6)
  6 FORMAT(5X,'DADOS PARA CILINDRO DE SODIO',/)
  WRITE(5,509)
  509 FORMAT(10X,'H',9X,'AK',9X,'R',9X,'T0',8X,'TA',3X,'AL')
  WRITE(5,7)H,AK,R,T0,TA,AL
  7 FORMAT(/2X,6F11.6)
C
  CALCULO DAS RAIZES DA EQUACAO AUXILIAR
  DO 15 M=1,6
  READ(8,10)X1,X2
  10 FORMAT(2F10.5)
  CALL RTMI(X,F,FU,X1,X2,0.00001,100,IER)
  A(M)=X/R
  15 CONTINUE

```

C CALCULO DA DISTRIBUICAO DE TEMPERATURAS

```

  RP=0.5
  IRP=1
  B=H/AK
  TETA0=T0-TA
16 Z=0.
  IZ=1
17 SOMA=0.
  DO 20 M=1,6
  N=0
  X=A(M)*RP
  D=0.00001
  CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
  XJRP=BJ
  X=A(M)*R
  CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
  XJR=BJ
  A1=A(M)*Z
  A2=A(M)*AL
  SH1=SINH(A1)
  SH2=SINH(A2)
  CH1=COSH(A1)
  CH2=COSH(A2)
  TE1=(B*SH2)/((A(M)**2+B**2)*XJR*CH2)
  TE2=(CH2*CH1/SH2)-SH1
  SOMA=SOMA+T=1*TE2*XJRP
  T(IRP,IZ)=(2.0)*TETA0*(SOMA)/R+TA
20 CONTINUE
  IF(Z-AL)21,22,22
21 Z=Z+1.
  IZ=IZ+1
  GO TO 17
22 IF(RP-R)23,25,25
23 RP=RP+0.5
  IRP=IRP+1
  GO TO 16

```

```
C      SAIDA DOS RESULTADOS
25 WRITE(5,30)
30 FORMAT(//10X,'CAMPO DE TEMPERATURAS-MODELO FINITO',//)
   WRITE(5,35)
35 FORMAT(3X,'RAIO =   0.5   1.0   1.5   2.0   2.5')
   WRITE(5,36)
36 FORMAT(/5X,'Z',/)
   JZ=Z
   KZ=1
   DO 40 IZ=1,JZ
     IL=IZ-1
     WRITE(5,45)IL,(T(IRP,KZ),IKP=1,5)
     KZ=KZ+1
40 CONTINUE
45 FORMAT(4X,I3,3X,5F8.2)
   STOP .
   END
```

```
// #
```


4 - Programa SEMI-INFNITO

Resolve a equação do campo de temperaturas do modelo semi-infinito, sendo conhecido o coeficiente de película.

```

FUNCTION FU(X)
COMMON H,AK,R
C=R*H/AK
N=0
D=0.00001
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJ0=BJ
N=1
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJ1=BJ
FU=X*XJ1-C*XJ0
RETURN
END
EXTERNAL FU
DIMENSION A(6),T(5,70)
COMMON H,AK,R

```

C
C
C
C

DETERMINACAO DO CAMPO DE TEMPERATURAS

DADOS

```

READ(8,1)H,AK,R,TO,TA
H=H*0.0001
1 FORMAT(5F10.5)
WRITE(5,200)
200 FORMAT(/,10X,'DADOS PARA CILINDRO DE SODIO',/)
WRITE(5,509)
509 FORMAT(10X,'H',2X,'AK',8X,'R',9X,'TO',8X,'TA')
WRITE(5,100)H,AK,R,TO,TA
100 FORMAT(/,5X,5F10.5)
C
CALCULO DAS RAIZES DA EQUACAO AUXILIAR
DO 5 M=1,6
READ(8,2)X1,X2
2 FORMAT(2F10.5)
CALL RTM1(X,F,FU,X1,X2,0.00001,100,IER)
A(M)=X/R
5 CONTINUE

```

C CALCULO DA DISTRIBUICAO DE TEMPERATURAS

```

RP=0.5
IRP=1
B=H/AK
TETAQ=TJ-TA
11 Z=0.
IZ=1
13 SOMA=0.
DO 15 M=1,6
N=0
X=A(M)*RP
D=0.0001
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJRP=BJ
X=A(M)*R
CALL BESJ(X,N,BJ,D,IER)
XJR=BJ
SOMA=SOMA+(B*XJRP)/(EXP(A(M)*Z)*((A(M)**2)&(B**2))*R*XJR)
15 CONTINUE
T(IRP,IZ)=2.*TETAQ*SOMA&TA
IF(Z-60.0)17,20,20
17 Z=Z&1.
IZ=IZ&1
GO TO 13
20 IF(RP-R)21,25,25
21 RP=RP&0.5
IRP=IRP&1
GO TO 11
C            SAIDA DOS RESULTADOS
25 WRITE(5,30)
30 FORMAT(//,10X,'CAMPO DE TEMPERATURAS*MODELO SEMI-INFINITO',
1//)
WRITE(5,35)
35 FORMAT(3X,'RAIO =     0.5     1.0     1.5     2.0     2.5',/)
WRITE(5,36)
36 FORMAT(5X,'Z',/)

```

```
JZ=2  
KZ=1  
DO 40 IZ=1,JZ  
  IL=IZ-1  
  WRITE(5,45)IL,(T(IRP,KZ),IRP=1,5)  
  KZ=KZ&1  
40 CONTINUE  
45 FORMAT(4X,I3,3X,5F8.2)  
STOP  
END
```

```
/*  
// *
```

5 - Programa VELPU

Resolve, função do tempo, as equações da velocidade de purificação e da concentração de impurezas no sódio.

```

C   PROGRAMA VELPU
DIMENSION CNA(100),VELPU(100),CFP(100)
REAL K1,K2
C   DADOS
AMP=2.2299
ANG=39.752
AL=60.
TA=30.
K1=-3.E-5
K2=1.66E-7
P1=K1*ANG*EXP(AMP)
P2=K2*ANG**2*EXP(2.*AMP)
P3=2.0*K2*TA*ANG*EXP(AMP)
P4=K1*ANG
P5=K2*ANG**2
P6=2.0*K2*TA*ANG
DCSX=((P1+P2+P3)-(P4+P5+P6))/AL
WRITE(5,211)DCSX
211 FORMAT(/15X,'DCSX = ',E14.7)
VNA=80000.
GNA=0.882
GIM=2.27
F=19.6
CNA0=50.
CS0=0.
DK=0.057
C   DET. DO COEF. B
B=(DCSX*VNA-GNA)/(GIM*F)
TE=1.
IT=100
DO 5 M=1,IT
E1=(1.+B)*DK*TE
IF(E1-174.0)7,7,8
8 E1=174.0
7 A1=EXP(E1)
A2=(CNA0-CS0)/(1.+B)

```

```
A12=A2/A1
A4=(CSD+BA01A3)/(1.+B)
CNA(M)=A12+A4
A5=CA*(CSD-CNA3)
VELPU(M)=A5/A1
TE=TE+1.
5 CONTINUE
WRITE(5,92)
TE=1.
DO 10 M=1,IT
WRITE(5,91)TE,CNA(M),VELPU(M)
TE=TE+1.
10 CONTINUE
91 FORMAT(1X,F6.1,5X,E14.7,5X,E14.7)
92 FORMAT(17X,'TEMPD',5X,'CNA',17X,'VELPU',/)
STOP
END
```

// *

6 - Programa SERIE

Calcula, para um determinado coeficiente de película, a percentagem que corresponde ao primeiro termo da série exponencial do modelo semi-infinito.


```

// JOB T 00FF 10FF                                FRED 177 1 (7503,2)57
*EQUAT(READZ,CARDZ)
// XEU PRESS
C      PROGRAMA SERIE
      DIMENSION TETA(6),ALAN(6)
      SOMA=0.
      READ(8,1)TETA0,H,AK,R
      WRITE(5,1)TETA0,H,AK,R
1  FORMAT(4F10.5)
      DO 2 J=1,6
      READ(8,3)ALAN(J)
2  WRITE(6,3)ALAN(J)
3  FORMAT(F10.6)
      Z=1.
      B=H/AK
      FAT=2.*TETA0
      DO 4 J=1,6
      A=ALAN(J)*Z
      A1=EXP(A)
      A2=ALAN(J)*#2
      A3=0**2
      A4=(A2+A3)*R
      DENO=A1*A4
      FRA=B/DENO
      SOMA=SOMA+FRA
      TETA(J)=SOMA*FAT
4  WRITE(5,50)TETA(J),J
      PERT1=TETA(1)*100J/TETA(6)
      WRITE(5,51)PERT1
51  FORMAT(//5X,'PERCENTAGEM PRIMEIRO TERMO DA SERIE = ',F6.2
1,1X,'0/0')
50  FORMAT(//,1X,E14.7,2X,12)
      STOP
      END
// *

```

7 - Programa MINUANO

Calcula valores para o lado direito do sistema 4.3.8, com o objetivo de verificar a hipótese de nulidade.

```

DIMENSION Y1(10),Y2(10),Y3(10),Y4(10),Y5(10),Y1W(10)
DIMENSION Y2W(10),Y4W(10),FLD1(10),FLD2(10),X(10),ETAW(10)
C   DADOS
PR=0.733
NF=8
NET=9
C   LEITURA DE DADOS FORNECIDOS PELA PRIMEIRA UNIDADE
DO 30 J=1,NET
30 READ(8,31)ETAW(J)
31 FORMAT(F7.2)
DO 1 I=1,NET
1 READ(8,2)X(I),Y1(I),Y2(I),Y3(I),Y4(I),Y5(I)
2 FORMAT(6F7.4)
WRITE(5,20)
20 FORMAT(/20X,'**=PROGRAMA MINUANDO**=')
WRITE(5,90)X(I)
90 FORMAT(/3X,'=TA/ETAW =',F6.3)
WRITE(5,91)
91 FORMAT(/14X,'FLD1',16X,'FLD2',17X,'ETAW')
C   DETERMINACAO DAS DERIVADAS EM RELACAO A ETAW
DO 4 I=1,NF
DETW=ETAW(I+1)-ETAW(I)
Y1W(I)=(Y1(I+1)-Y1(I))/DETW
Y2W(I)=(Y2(I+1)-Y2(I))/DETW
4 Y4W(I)=(Y4(I+1)-Y4(I))/DETW
C   CALCULO DAS FUNCOES LADO DIREITO
DO 5 I=1,NF
FLD1(I)=ETAW(I)*(Y2(I)*Y2W(I)-Y1W(I)*Y3(I))
5 FLD2(I)=PR*ETAW(I)*(Y2(I)*Y4W(I)-Y1W(I)*Y5(I))
C   SAIDA DE FLD1 E FLD2
DO 6 I=1,NF
6 WRITE(5,15)FLD1(I),FLD2(I),ETAW(I)
15 FORMAT(10X,E14.7,5X,E14.7,7X,E14.7)
STOP
END

```

// *

8 - Programa TUPÃ

Resolve o sistema 4.3.8 de forma interativa em função do desconhecimento de 2 c.c. no ponto inicial. Utiliza para integração o método de Range - Kutta de 4^a ordem, através do sistema CSMP do computador /360 IBM.

LABEL TUPA
 RENAME TIME=X
 INITIAL

Y30=ALFA
 Y50=BETA
 Y301=ALFA+H
 Y502=BETA+K

PARAMETER ALFA=0.7,BETA=-0.3,CON2=0.0,CON4=0.0,ETAW=91.0
 CONSTANT H=0.00001,K=0.00001,PR=0.753
 INCON C4=1.0,CI=0.0

DYNAMIC

ETET=BTA/ETAW
 ETA=X+ETAW
 FAT=1./ETA
 DY3DX=FAT*(Y21+Y2-Y3-Y4)
 DY3DX1=FAT*(Y21+Y2-Y31-Y41)
 DY3DX2=FAT*(Y22+Y2-Y32-Y42)
 DY5DX=FAT*(PR*Y4+Y2-Y5)
 DY5DX1=FAT*(PR*Y41+Y21-Y51)
 DY5DX2=FAT*(PR*Y42+Y22-Y52)
 Y5=INTGRL(Y50,DY5DX)
 Y51=INTGRL(Y50,DY5DX1)
 Y52=INTGRL(Y502,DY5DX2)
 Y4=INTGRL(C4,Y5)
 Y41=INTGRL(C4,Y51)
 Y42=INTGRL(C4,Y52)
 Y3=INTGRL(Y30,DY3DX)
 Y31=INTGRL(Y301,DY3DX1)
 Y32=INTGRL(Y30,DY3DX2)
 Y2=INTGRL(CI,Y3)
 Y21=INTGRL(CI,Y31)
 Y22=INTGRL(CI,Y32)
 Y1=INTGRL(CI,Y2)
 Y11=INTGRL(CI,Y21)
 Y12=INTGRL(CI,Y22)

TERMINAL

```

IF(X.LT.98.9)GO TO 7
T2=Y2-COM2
T4=Y4-COM4
MT2=ABS(T2)
MT4=ABS(T4)
*IF(MT2.GT.0.001)GO TO 10
IF(MT4.LT.0.001)GO TO 4
10 COM2=Y2
COM4=Y4
7 AB=(Y21-Y2)/H
AC=(Y22-Y2)/K
AD=(Y41-Y4)/H
AE=(Y42-Y4)/K
FATO=1./(AB+AE-AC+AD)
ACA=FATO*(AC+Y4-AB+Y2)
ACB=FATO*(AD+Y2-AB+Y4)
MACA=ABS(ACA)
MACB=ABS(ACB)
IF(MACA.LT.0.00001)GO TO 3
GO TO 5
3 IF(MACB.LT.0.00001)GO TO 4
5 ALFA=ALFA+ACB
BETA=BETA+ACB
CALL RERUN
4 CONTINUE
TIMER FINTIM=10.,DELTA=0.0001,DELTA1N=1.e-12
FINISH Y2=0.6,Y25=-0.6,Y4=1.01,Y4=-1.01
END
TIMER OUTDEL=0.5,PRODEL=0.5
PRINT Y1,Y2,Y3,Y4,Y5,ETET
PRTPLT Y2(ETET),Y4(ETET)
END
STOP
ENDJUS
/*
// *

```

9 - Programa EXPO

Calcula a curva exponencial do campo de temperatura, sendo conhecidos os parâmetros M e m .

```
C      PROGRAMA EXPO
C      DIMENSION T(61)
C      DADOS
      AMP=2.167
      AMG=42.34
      AL=60.
      TA=30.
      X=J.
      DO 1 J=1,61
      XX=1.-X/AL
      ZZ=AMP*XX
      T(J)=AMG*EXP(ZZ)+TA
      X=X+1.
1 CONTINUE
  WRITE(5,5)
5 FORMAT(/5X,'CAMPO DE TEMPERATURAS-APROXIMACAO EXPONENCIAL'
1,/)
  WRITE(5,6)
6 FORMAT(10X,'TEMPERATURAS DA PAREDE',/)
  WRITE(5,7)
7 FORMAT(/5X,'Z',/)
  DO 10 J=1,61
  JJ=J-1
10 WRITE(5,12)JJ,T(J)
12 FORMAT(6X,12,20X,F7.2)
  STOP
  END
/*
// *
```


ANEXO IV

EXPERIÊNCIA DE SIMULAÇÃO TÉRMICA

A experiência montada teve por objetivo a determinação do campo de temperaturas superficial, do modelo adotado para simulação térmica da armadilha fria.

O sistema térmico a ser simulado, correspondia a uma temperatura constante no topo da armadilha (associada à temperatura do fluxo de sódio na tubulação principal), e uma refrigeração desta por convecção natural ao ar ambiente. Para este fim foi tomada uma barra cilíndrica de latão com as dimensões da armadilha, mantida mergulhada verticalmente no ar ambiente e com o topo a uma temperatura constante.

Para a temperatura do topo foi montado um pequeno forno de 1 Kw. Este forno consistia numa câmara cilíndrica de 6 cm de diâmetro por 10 cm de comprimento e onde estavam as resistências embutidas em espiral. O material era tijolos isolantes, havendo uma camada externa de kwool. A resistência era do tipo Kanthal A com 1,25 de diâmetro.

O topo do cilindro de latão era introduzido 1,5 cm na boca do forno, simulando o aquecimento na parte superior da armadilha (figura IV.1).

Para a medida da temperatura foram usados termopares de cromel-alumel, de 0,25 mm de diâmetro, todos soldados na parede, com excessão do que fornecia a temperatura do topo, que era introduzido por cima, em furo axial, até a altura da saída do forno. Em relação aos termopares da parede, houve uma preocupação especial em se evitar fuga térmica pelos fios, e também em não se perturbar a camada limite no eixo em que eram tomadas as temperaturas. Então, para que isto fosse evitado, os termopares, a partir do eixo de soldagem, seguiram por isoterma 1/4 de volta, sô então saindo do corpo do cilindro.

A fonte fria de referência era um sistema isolado, onde foi utilizado gelo de água deionizada, e mercúrio para os contatos dos cabos dos termopares com os de compensação, também de cromel-alumel, mas com 1,25 mm de diâmetro. Apesar disto, só conseguimos uma temperatura estabilizada de $0,4^{\circ}\text{C}$, o que era controlado por termômetro de mercúrio introduzido na mistura gelo-água da fonte fria.

Para a medição da milivoltagem foi usada uma caixa seletora de 8 canais, ligada a um milivoltmetro digital que nos permitia a leitura até 10^{-3} milivolts. Este aparelho é o multímetro da HP modelo 3490A. A tabela de conversão milivoltagem vs. temperatura usada, fornecida pela Leeds & Northrup, tem valores significativos até 10^{-2} milivolts, o que corresponde a $0,25^{\circ}\text{C}$. Nas medidas de cada experiência porém, foram feitas aproximações em $0,5^{\circ}\text{C}$, e a média definitiva foi aproximada ao grau.

Ao todo foram feitas 9 operações do conjunto, sendo que nem todas chegaram a bom termo devido principalmente a problemas no aquecimento do forno e na fixação dos termopares. Em cada experiência foram feitas 5 séries de leituras num intervalo de 10 minutos.

Foram tomados como significativos os resultados de duas das experiências, cujos resultados estão listados abaixo.

Termopar cota (cm)	1 0.0	2 22.5	3 35.0	4 39.0	5 43.0	6 51.0	7 56.5
exp.							
a	400.5	186.0	142.0	132.0	123.5	116.0	108.0
b	399.5	185.5	141.0	132.5	124.0	116.0	108.0
Média (aproximada ao grau)	400	186	142	132	124	116	108

ANEXO V

DADOS

1 - K - obtido por extrapolação no gráfico da figura 3 da referência (8), considerando Re suficientemente grande.

$$K = 5,7 \cdot 10^{-2} \frac{1}{h}$$

2 - C_S^0 - obtido na figura 2.1.1, para uma temperatura de referência de fusão do sódio.

$$C_S^0 = 0 \text{ ppm de } O_2$$

3 - γ_{Na} - obtido da tabela I.6 de (2) para a temperatura de referência de 250°C.

$$\gamma_{Na} = 0,882 \text{ g/cm}^3$$

4 - γ_1 - obtido na figura 3.18 do Chemical Engineers Handbook - Perry.

$$\gamma_1 = 2,27 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{Na}_2\text{O}$$

5 - Determinação de $\frac{dC_S}{dX}$ | médio

Consideremos para o campo de temperaturas a aproximação: $\theta = M e^{m_1 X}$.

$$\text{Logo } T = M e^{m_1 X} + T_\infty$$

- por outro lado consideremos a equação

$$C_S = - 3 \cdot 10^{-3} T + 1,68 \cdot 10^{-7} T^2$$

dado por (9)

- introduzindo a primeira expressão na segunda, e sendo

$$K_1 = - 3 \cdot 10^{-5} \text{ e } K_2 = 1,68 \cdot 10^{-3},$$

temos:

$$C_S = K_1 (M e^{m_1 X} + T_\infty) + K_2 (M e^{m_1 X} + T_\infty)^2$$

$$\frac{dC_S}{dX} = m_1 K_1 M e^{m_1 X} + 2 K_2 M^2 m_1 e^{2m_1 X} + 2 K_2 T_\infty M m_1 e^{m_1 X}$$

o valor médio é dado por:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dC_S}{dX} \right|_{\text{médio}} &= \int_0^L \frac{\frac{dC_S}{dX}}{L} dX \\ &= \frac{1}{L} \left[K_1 M e^{m_1 X} + K_2 M^2 e^{2m_1 X} + 2 K_2 T_{\infty} M e^{m_1 X} \right]_0^L \\ &= \frac{1}{L} \left[\left(K_1 M e^{m_1 L} + K_2 M^2 e^{2m_1 L} + 2 K_2 T_{\infty} M e^{m_1 L} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(K_1 M + K_2 M^2 + 2 K_2 T_{\infty} M \right) \right] \end{aligned}$$

O valor numérico é calculado no programa VELPU e igual a

$$\left. \frac{dC_S}{dX} \right|_{\text{médio}} = 0,269 \cdot 10^{-3} \text{ ppm } O_2/\text{cm}$$

para os parâmetros

$$\begin{array}{l|l} m_1 L = m = 2,2299 & \text{do programa H2P, } \bar{K} \text{ do sódio} \\ M = 39,782 & \end{array}$$

6 - \bar{K} do sódio

$$\bar{K}_{\text{Na}} = 0,16725 \text{ cal/seg cm } ^{\circ}\text{C}$$

obtido da tabela I.9 de (2) para a temperatura de referência de 250°C .

$$7 - L = 60 \text{ cm}$$

$$T_{\infty} = 30^{\circ}\text{C}$$

$$\bar{D} = 5 \text{ cm}$$

$$T_0 = 400^{\circ}\text{C}$$