



INSTYTUT PROBLEMÓW JĄDROWYCH
im. ANDRZEJA SOŁTANA

ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ им. А.СОЛТАНА
SOLTAN INSTITUTE FOR NUCLEAR STUDIES

RAPORT / SINS-2111/P-VIII/PL/B ,

WŁASNOŚCI KOLEKTYWNE JĄDER ATOMOWYCH
ZDEFORMOWANYCH OKTUPOLOWO

K. BÖNING

INSTYTUT PROBLEMÓW JĄDROWYCH
im. ANDRZEJA SOŁTANA

RAPORT SINS-2111/P-VIII/PL/B

WŁASNOŚCI KOLEKTYWNE JĄDER ATOMOWYCH
ZDEFORMOWANYCH OKTUPOLOWO

KAROL BÖNING

Praca doktorska wykonana w Instytucie
Problemów Jądrowych im. Andrzeja Soltana
pod kierunkiem
prof. dra hab. Adama Sobieczewskiego

OTWOCK-ŚWIERK, MARZEC 1991

Karol Bönning: Własności kolektywne jąder atomowych zdeformowanych oktupolowo.

Badane są teoretyczne własności kolektywne jąder parzysto-parzystych z okolicy radu. Analizowane są głównie: energie najniższych stanów kolektywnych oraz zredukowane prawdopodobieństwa przejść elektromagnetycznych $B(E2)$ i $B(E3)$ pomiędzy tymi stanami. Stany wzbudzone traktowane są jako sprzężone ze sobą drgania kwadrupolowe i oktupolowe o dużej amplitudzie. Otrzymana jest duża anharmoniczność widma oraz duże prawdopodobieństwo przejścia $B(E3)$ z pierwszego stanu oktupolowego do stanu podstawowego, dla jąder zdeformowanych oktupolowo. Podkreślona jest duża zależność wyników od przebiegu energii potencjalnej jądra w funkcji jego deformacji.

Karol Bönning: Collective properties of octupole-deformed atomic nuclei.

Collective properties of even-even nuclei in the radium region are studied theoretically. Energy of the lowest collective states and reduced probabilities $B(E2)$ and $B(E3)$ of electromagnetic transitions between these states are mainly analyzed. The excited states are treated as large-amplitude quadrupole and octupole vibrations coupled with each other. A large anharmonicity of the spectrum and a large value $B(E3)$ of the transition from the first octupole excited state to the ground state are obtained, for octupole-deformed nuclei. A strong dependence of the results on the shape of the potential energy of a nucleus, treated as a function of its deformation, is stressed.

Кароль Бонинг: Коллективные свойства октупольно деформированных атомных ядер.

Изучаются теоретически коллективные свойства четно-четных ядер из области радия. Главное внимание уделено энергии самых низких коллективных состояний и приведенным вероятностям $B(E2)$ и $B(E3)$ электромагнитных переходов между ними. Возбужденные состояния считаются как квадрупольные и октупольные колебания большой амплитуды, сопряженные с собой. Получена большая ангармоничность спектра и большая вероятность $B(E3)$ перехода из первого октупольного состояния в основное состояние, для октупольно деформированных ядер. Подчеркивается сильная зависимость результатов от вида потенциальной энергии ядра, рассматриваемой как функция его деформации.

Wydaje Instytut Energii Atomowej - OINTEA
Nakład 60+20 egz. Ark. wyd. 2,9; ark. druk. 10,
Zezwolenie GP. II/441/967/83 z dnia 1983.07.19.

SPIS TRESCI

1.	WSTEP	1
2.	RUCH KOLEKTYWNY	4
2.1.	Postac hamiltonianu	4
2.2.	Energie i funkcje własne	5
2.3.	Przejscia elektromagnetyczne	6
3.	ENERGIA POTENCJALNA	10
3.1.	Metoda makroskopowo-mikroskopowa	10
3.2.	Czesc makroskopowa energii	11
3.3.	Czesc mikroskopowa energii	14
3.3.1.	Model wewnętrznej struktury jadra	15
3.3.1.1.	Potencjal Nilssona	16
3.3.1.2.	Potencjal Woodsa-Saxona	19
3.3.2.	Poprawka powłokowa	20
3.3.3.	Poprawka korelacji par	22
3.4.	Energia typu jednoczastkowego	25
4.	PARAMETRY MASOWE	27
5.	WIELKOSCI MIERZONE I ICH INTERPRETACJA	29
5.1.	Wielkości charakteryzujące deformacje i własności rotacyjne jadra	30
5.2.	Energia wzbudzeń oktopolowych	31
5.2.1.	Energia stanu 1^-	31
5.2.2.	Energia stanu 0^+	31
5.3.	Zredukowane prawdopodobieństwo przejść oktopolowych ..	33

6. WYNIKI OBLICZEN	34
6.1. Energia potencjalna	34
6.1.1. Energia otrzymana z użyciem modelu Nilssona	35
6.1.2. Energia otrzymana z użyciem modelu Woods-Saxona	42
6.2. Elektryczny moment kwadrupolowy	44
6.3. Energia wzbudzenia i prawdopodobieństwo przejść	47
7. Dyskusja	54
7.1. Efekty deformacji wyższych multipolowości	54
7.2. Efekty zależności parametrów masowych od deformacji	57
8. Wnioski	63
DODATKI	
D1. Wyznaczenie średnich deformacji ϵ_4 i ϵ_5	66
D2. Oscylator harmoniczny	70
LITERATURA	72

1. WSTEP

Problem deformacji oktupolowej jąder jest ściśle związany z problemem interpretacji stanów kolektywnych o ujemnej parzystości. Pierwszy taki stan został zaobserwowany ponad 35 lat temu [Ste54] i zinterpretowany jako wibracyjny stan oktupolowy [Chr54, Lan60]. Obecnie znanych jest wiele takich stanów. Ich energia (a także zredukowane prawdopodobieństwo przejść $B(E3)$ do stanu podstawowego) dają się dość dobrze opisać w przybliżeniu przypadkowej fazy (RPA), traktującym te wzbudzenia jako drgania o małej amplitudzie jądra, w oktupolowym stopniu swobody q_3 , wokół stanu równowagi posiadającego symetrię odbiciową ($q_3^0 = 0$) (zob. [Nee70, Sol71] i prace cytowane tam). Opis ten, dobry dla wielu jąder z obszaru ziem rzadkich i aktynowców, załamuje się jednak dla jąder z otoczenia radu. Stany o ujemnej parzystości tych jąder wykazują osobliwe własności. Najniższy z nich posiada wyjątkowo niską energię (energia stanu 1^- jądra ^{224}Ra , która wynosi 216 keV, jest w ogóle najniższą, znaną dotychczas energią wzbudzenia stanu nierotacyjnego) i ma osobliwą także systematykę izotopową, polegającą na silnej zależności energii wzbudzenia od liczby neutronów, wokół liczby $N \approx 136$ (np. [Kur78, She80, Kur81, Zyl86]). Osobliwością tych widm jest również duża ich "anharmoniczność": stosunek energii drugiego stanu 0^+ do energii pierwszego stanu 1^- znacznie się różni od 2 (zob. tabl. 5.1).

Osobliwości te sugerują dużą anharmoniczność energii potencjalnej V , jako funkcji oktupolowego stopnia swobody, aż do wystąpienia statycznej oktupolowej deformacji równowagi: $q_3^0 \neq 0$.

W wielu pracach teoretycznych, jakie pojawiły się po roku 1980, otrzymano taką anharmoniczność (np. [Gyu81, MŚ181, Lea82, Naz84, Bon86, Rob87, Roz88, Sob88]). Jej stopień jednak znacznie się różni w wynikach różnych prac. W szczególności, w pracach

[Roz88, Sob88] zwrócono uwagę na dużą rolę deformacji wyższych multipolowości: $\lambda = 5$ i 7 na stopień anharmoniczności energii V w jej zależności od deformacji oktupolowej. Uwzględnienie tych multipolowości zwiększa "miętkość" energii na deformację oktupolową, powiększając stopień jej anharmoniczności.

Głównym celem niniejszej pracy jest zbadanie jak dobrze można opisać wspomniane wyżej osobliwości widm najniższych stanów wzbudzonych jąder z otoczenia radu, używając dostępnych obecnie w obliczeniach energii potencjalnej V . Wobec dużych różnic pomiędzy energiami otrzymanymi w różnych pracach, ważnym także celem jest dyskusja czułości widm na zmiany tej energii. Oprócz energii stanów kolektywnych, obliczone są także zredukowane prawdopodobieństwa przejść elektromagnetycznych między nimi, które są jeszcze czulszymi funkcjami potencjału V , niż energie wzbudzenia tych stanów. Dla tych wielkości jednak brak jest na razie wyników doświadczalnych dla jąder z rozważanego obszaru, które są jądrami nietrwałymi (praktycznie istnieje tylko jedna liczba, zob. rozdz.5).

Rozważane są jądra parzysto-parzyste.

Do opisu stanów kolektywnych stosujemy stosunkowo prosty model. Traktujemy je mianowicie jako sprzężone ze sobą drgania kwadrupolowe i oktupolowe o dużej amplitudzie. Duża amplituda oznacza tu możliwość nieharmoniczności drgań, w odróżnieniu od drgań opisywanych metodą RPA [Nee70, Sol71].

Inna metoda rozważenia nieharmoniczności drgań użyta była w pracy [Pie83]. Ogólny model sprzężonych drgań kwadrupolowych i oktupolowych podany został w pracy [Roh82], a dogodna baza do diagonalizacji odpowiedniego hamiltonianu zaproponowana została w pracy [Roh80]. (Zob. także artykuł [Roh88], gdzie podany został bardzo szeroki przegląd badań teoretycznych nad wzbudzeniami

oktupolowymi jader). Rozwiązania jednak, dyskutowane w pracy [Roh82], polane zostały tylko w przypadku prostej energii potencjalnej V (pojedynczy i podwójny oscylator harmoniczny).

Przyjęty przez nas model zaniedbuje oddziaływanie drgań jądra z jego obrotem. Oddziaływanie takie badane było w pracy [Roh83]. Zwrócono tam uwagę, że pojawienie się statycznej deformacji oktupolowej nie zmniejsza wpływu tego oddziaływania na widmo stanów wzbudzonych. Samą wielkość tego wpływu trudno jest jednak obecnie ocenić, z powodu zbyt skąpych danych doświadczalnych.

W rozprawie niniejszej przedstawione są oryginalne wyniki autora, otrzymane w ostatnich latach, oraz opisany jest sposób ich uzyskania. Część wyników przedstawiana była już wcześniej [Bön84, Bön85a, Roz86, Bar86, Bön86, Bön86a, Bön87, Sob87], część zaś przedstawiona jest tutaj po raz pierwszy.

2. RUCH KOLEKTYWNY

Jak wspomniano we wstępie, celem niniejszej pracy jest rozważenie drgań jądra o dużej amplitudzie. Ważne jest bowiem by unikać założeń o harmonicznosci ruchu. Mają to być sprzężone ze sobą drgania kwadrupolowe i oktopolowe powierzchni jądra.

2.1. Postać hamiltonianu

Klasyczna postać hamiltonianu, opisującego sprzężone ze sobą drgania kwadrupolowe i oktopolowe jest

$$H_{coll} = \frac{1}{2} \left[B_{q_2 q_2} \dot{q}_2^2 + 2 B_{q_2 q_3} \dot{q}_2 \dot{q}_3 + B_{q_3 q_3} \dot{q}_3^2 \right] + V(q_2, q_3) \quad (2.1)$$

gdzie q_2 i q_3 są zmiennymi, opisującymi odpowiednio kwadrupolowy i oktopolowy stopień swobody, \dot{q}_2 i \dot{q}_3 - odpowiednimi prędkościami, a $V(q_2, q_3)$ - energią potencjalną jądra. Funkcje $B_{q_i q_j}$ ($i, j = 2, 3$) są parametrami masowymi. Stanowią one składowe tensora masowego (lub tensora inercji) opisującego bezwładność, inercję jądra względem odpowiedniego jego deformowania. Ze wzoru (2.1) widać, że sprzężenie drgań może zachodzić zarówno poprzez energię potencjalną $V(q_2, q_3)$ jak i poprzez energię kinetyczną, gdy $B_{q_2 q_3} \neq 0$.

Skwantowanie klasycznego hamiltonianu (2.1) (np. [Hof72]) daje

$$\hat{\mathcal{H}}_{coll} = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{1}{\sqrt{|B|}} \left[\frac{\partial}{\partial q_2} \frac{B_{q_3 q_3}}{\sqrt{|B|}} \frac{\partial}{\partial q_2} + \frac{\partial}{\partial q_2} \frac{B_{q_2 q_3}}{\sqrt{|B|}} \frac{\partial}{\partial q_3} + \frac{\partial}{\partial q_3} \frac{B_{q_2 q_3}}{\sqrt{|B|}} \frac{\partial}{\partial q_2} + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial q_3} \frac{B_{q_2 q_2}}{\sqrt{|B|}} \frac{\partial}{\partial q_3} \right] + V(q_2, q_3) \quad (2.2)$$

gdzie $|B| = B_{q_2 q_2} B_{q_3 q_3} - B_{q_2 q_3}^2$ jest wyznacznikiem macierzy zbudowanej ze składowych tensora $B_{q_i q_j}$.

2.2. Energie i funkcje własne

Energie i funkcje własne kwantowego hamiltonianu kolektywnego $\hat{\mathcal{H}}_{coll}$ znajdujemy z równania

$$\hat{\mathcal{H}}_{coll} \Phi_\alpha = E_\alpha \Phi_\alpha \quad (2.3)$$

gdzie α jest zespołem liczb kwantowych określającym kolektywną funkcję własną. Technicznie dokonujemy tego diagonalizując $\hat{\mathcal{H}}_{coll}$ w bazie funkcji własnych $\Psi_{n_x}(x)$ $\Psi_{n_y}(y)$ dwuwymiarowego oscylatora harmonicznego

$$\hat{H}_{osc} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] + \frac{1}{2} C_{xx} x^2 + \frac{1}{2} C_{yy} y^2 \quad (2.4)$$

gdzie μ , C_{xx} i C_{yy} są stałymi. Stałe te oraz zmienne $x = x(q_2, q_3)$ i $y = y(q_2, q_3)$ dobieramy tak, aby hamiltonian \hat{H}_{osc} najlepiej przybliżał $\hat{\mathcal{H}}_{coll}$ w okolicy minimum energii potencjalnej. Szczegółowy opis tego doboru podany jest w pracy [Ner81].

Funkcje własne $\Phi_\alpha(q_2, q_3)$ hamiltonianu (2.3) można więc zapisać jako liniowe kombinacje funkcji bazowych

$$\Phi_\alpha(q_2, q_3) = \sum_{n_x, n_y} C_{n_x, n_y}^\alpha \Psi_{n_x}[x(q_2, q_3)] \Psi_{n_y}[y(q_2, q_3)] \quad (2.5)$$

gdzie Ψ_{n_x} i Ψ_{n_y} są funkcjami własnymi oscylatorów odpowiadających zmiennej x i zmiennej y .

2.3. Przejścia elektromagnetyczne

Przejścia elektromagnetyczne są czułym testem dla struktury stanów, między którymi one zachodzą. Wielkościami, do których wchodzi cała struktura tych stanów są zredukowane prawdopodobieństwa przejść. Nimi więc zajmiemy się.

Zarówno w kwadrupolowych jak i oktupolowych drganiach, jakie rozważamy, ograniczamy się do modów o zerowym rzucie momentu pędu na oś symetrii jądra, $K = 0$. O obrocie jądra zakładamy, że jest powolny względem drgań (adiabatyczność) i nie oddziałuje z nimi. Na każdym stanie wibracyjnym buduje się wtedy w sposób prosty pasmo rotacyjne.

Ponieważ dla każdej multipolowości przejścia interesuje nas przejście o największym prawdopodobieństwie, ograniczamy się do przejść elektrycznych. Zredukowane prawdopodobieństwo przejścia elektrycznego o multipolowości λ pomiędzy stanem o momencie pędu I_1 zbudowanym na stanie wibracyjnym α a stanem o momencie pędu I_2 na stanie wibracyjnym β wynosi (np. [BM69, RS80])

$$B(E\lambda; \alpha I_1 \rightarrow \beta I_2) = \frac{2\lambda + 1}{16\pi} (\lambda 0 I_1 0 | I_2 0)^2 \langle \Phi_\beta | Q_{\lambda 0} | \Phi_\alpha \rangle^2, \quad (2.6)$$

gdzie $(\lambda 0 I_1 0 | I_2 0)$ jest współczynnikiem Clebscha-Gordana, Φ_α i Φ_β są funkcjami falowymi stanów α i β , zaś $Q_{\lambda 0}(q)$ jest elektrycznym wewnętrznym momentem multipolowym jądra przy jego deformacji q .

Moment ten opisuje (elektryczną) strukturę wewnętrzną jądra i wyraża się przez rozkład gęstości protonów $\rho_p(r)$ w jądrze

$$Q_{\lambda 0}(q) = \int_{\tau} \rho_p(r) \hat{q}_{\lambda 0}(r) d\tau, \quad (2.7)$$

gdzie całka jest po całej objętości jądra τ , a $\hat{q}_{\lambda 0}(\mathbf{r})$ jest operatorem momentu o multipolowości λ

$$\hat{q}_{\lambda 0}(\mathbf{r}) = 2 r^\lambda P_\lambda(\cos\theta) \quad (2.8)$$

Rozkład gęstości protonów powinno się obliczać mikroskopowo. Badania jednak pokazują (np. [Ner74]), że $Q_{\lambda 0}(q)$ zmienia się stosunkowo mało gdy mikroskopowy rozkład $\rho_p(\mathbf{r})$ zastąpi się rozkładem jednorodnym $\rho_p^o(\mathbf{r})$ o ostrym brzegu, czyli

$$\rho_p^o(\mathbf{r}) = \begin{cases} \rho_p^o & \text{przy } r(\theta) \leq R(\theta) \\ 0 & \text{przy } r(\theta) > R(\theta) \end{cases} \quad (2.9)$$

gdzie $R(\theta)$ opisuje powierzchnię jądra o zadanej deformacji q , a

$$\rho_p^o = \frac{3Ze}{4\pi R_o^3} \quad (2.10)$$

oraz $R_o = 1.2 A^{1/3}$ fm. Takie przybliżenie na $\rho_p(\mathbf{r})$ stosujemy w naszej pracy.

Dla przejścia kwadrupolowego ze stanu 2^+ zbudowanego na n -tym stanie wibracyjnym jądra o dodatniej parzystości do k -tego stanu 0^+ , ze wzoru (2.6) dostajemy

$$B(E2; 2_n^+ \rightarrow 0_k^+) = \frac{1}{16\pi} \langle \Phi_k^{(++)} | Q_{20} | \Phi_n^{(++)} \rangle^2 \quad (2.11)$$

gdyż $\langle 2020 | 00 \rangle = 1/\sqrt{5}$.

Dla przejścia oktopolowego ze stanu 3^- zbudowanego na n -tym

stanie o ujemnej parzystości; do k-tego stanu 0^+ otrzymujemy

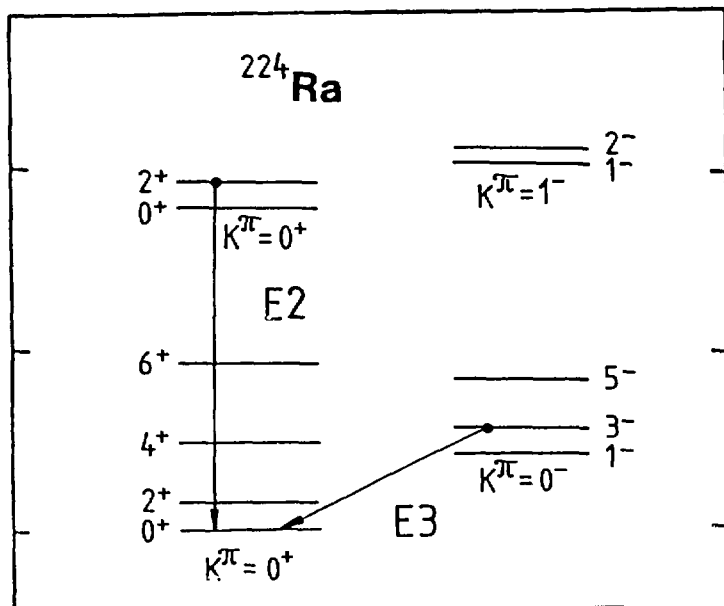
$$B(E3; 3_n^- \rightarrow 0_k^+) = \frac{1}{16\pi} \langle \Phi_k^{(+)} | Q_{30} | \Phi_n^{(-)} \rangle^2 \quad (2.12)$$

gdyż $(3030|00) = 1/\sqrt{7}$.

Wreszcie, dla przejścia oktopolowego z n-tego stanu 0^+ do stanu 3^- zbudowanego na k-tym stanie wibracyjnym dostaje się

$$B(E3; 0_n^+ \rightarrow 3_k^-) = \frac{7}{16\pi} \langle \Phi_k^{(-)} | Q_{30} | \Phi_n^{(+)} \rangle^2 \quad (2.13)$$

gdyż $(3000|30) = 1$. Dla łatwości porównań, na schematycznych rysunkach, na których będziemy zaznaczali tylko naturę wibracyjną poziomów (nie podając struktury rotacyjnej) będziemy pomijali ten degeneracyjny czynnik 7, dając na $B(E3)$ tylko $1/7$ wartości podanej przez wzór (2.13).



Rysunek 2.1

Najniższe kolektywne stany wzbudzone dla jądra ^{224}Ra otrzymane eksperymentalnie (zobacz np. [Kur80]). Przykłady przejść elektromagnetycznych E2 i E3, którymi zajmujemy się w niniejszej pracy oznaczyliśmy strzałkami.

Dla ilustracji, pokazujemy na rys. 2.1 przykłady dwóch

przejść, które obliczamy, naniesione na eksperymentalne widmo najniższych stanów kolektywnych jądra ^{224}Ra , zaczerpnięte z pracy [Kur80].

Zredukowane prawdopodobieństwa przejść wygodnie jest wyrażać w jednostkach Weisskopfa (W.u.), czyli jednocząstkowych (s.p.). Jednostki te dają oszacowanie zredukowanych prawdopodobieństw przejść elektromagnetycznych pomiędzy stanami jednocząstkowymi. Dla przejść elektrycznych wynoszą one (np. [BM69, RS80])

$$B_W(E\lambda) \equiv B_{\text{s.p.}}(E\lambda) = \frac{(0.12)^{2\lambda}}{4\pi} \left(\frac{3}{\lambda+3} \right)^2 A^{2\lambda/3} e^{2_b\lambda} \quad (2.14)$$

W oszacowaniu tym promień jądra przyjęty był jako: $R_0 = 1.2 A^{1/3}$ fm. Prawdopodobieństwo przejścia kolektywnego, wyrażone w jednostkach jednocząstkowych, daje orientację co do stopnia kolektywności przejścia.

3. ENERGIA POTENCJALNA

3.1. Metoda makroskopowo-mikroskopowa

Kolektywna energia potencjalna wyliczana jest zwykle tzw. metodą makroskopowo-mikroskopową. Polega ona na przedstawieniu tej energii jako sumy dwóch części

$$V(Z,N,def) = E^{macr}(Z,N,def) + E^{micr}(Z,N,def) \quad (3.1)$$

Część makroskopowa E^{macr} opisuje gładką, uśrednioną po efektach powłokowych, zależność energii od liczby protonów Z , neutronów N oraz od kształtu (deformacji: def) jądra. Opisywana jest ona zwykle za pomocą modelu kroplowego lub jego ulepszeń. Część mikroskopowa E^{micr} uwzględnia strukturę powłokową jądra. Przy jej obliczaniu wykorzystuje się energie jednocząstkowych poziomów energetycznych uzyskanych za pomocą potencjału Nilssona czy Woodsa-Saxona.

Metodę makroskopowo-mikroskopową zaproponował w roku 1963 Świątecki [Świ64]. Pierwsze obszerne obliczenia energii oparte na tej metodzie wykonane zostały przez Myersa i Świąteckiego [MS66].

Pewnym ulepszeniem metody makroskopowo-mikroskopowej jest uzupełnienie jej prostym warunkiem zgodności [Ner77]. Wymaga on, by deformacja jądra w części makroskopowej energii była równa deformacji gęstości materii generowanej przez potencjał jednocząstkowy występujący w części mikroskopowej, a nie deformacji samego potencjału jak to jest zwykle przyjmowane. Wyniki badań nad wpływem warunku zgodności na obliczaną energię potencjalną przedstawione zostały szczegółowo w pracy [Bön87].

3.2. Część makroskopowa energii

Do opisu makroskopowej części energii stosowany był przez wiele lat model kropłowy [MS67]. Następnie próbowano ulepszyć ten model wprowadzając tzw. model kropelkowy uwzględniający rozmycie powierzchni jądrowej, różnicę w rozkładzie gęstości protonów i neutronów w jądrze oraz krzywiznę powierzchni jądra [MS74, M77]. Od kilku lat najczęściej stosowany jest model uwzględniający skończony zasięg oddziaływania jądrowego, który nazywany jest modelem Krappego-Nixa lub modelem Yukawy z członem wykładniczym (Yukawa-plus-exponential). Stosuje on oddziaływanie typu Yukawy i jest szczegółowo opisany w pracy [Kra79].

Część energii zależna od deformacji, która nas najbardziej interesuje, ma w tym modelu następującą postać:

$$E_Y^{macr} = E_{surf} + E_{Coul} + E_{sdc} \quad (3.2)$$

gdzie kolejne człony odpowiadają energii powierzchniowej, kulombowskiej i poprawce do energii kulombowskiej związanej z rozmyciem powierzchni (surface diffuseness Coulomb correction).

Wyrażają się one następującymi wzorami:

$$E_{surf} = - \frac{a_s (1 - \kappa I^2)}{8\pi r_o^2 a^3} \iint \left(\frac{|r-r'|}{a} - 2 \right) \frac{e^{-\frac{|r-r'|}{a}}}{|r-r'|} d^3r d^3r' \quad (3.2a)$$

$$E_{Coul} = \frac{1}{2} \left[\frac{3 e Z}{4\pi r_o^3 A} \right]^2 \iint \frac{1}{|r-r'|} d^3r d^3r' \quad (3.2b)$$

$$E_{\text{Sdc}} = -\frac{1}{2} \left[\frac{3 e Z}{4\pi r_0^3 A} \right]^2 \iiint \left(1 + \frac{|r-r'|}{a_{\text{den}}} \right) \frac{e^{-\frac{|r-r'|}{a_{\text{den}}}}}{|r-r'|} d^3r d^3r'. \quad (3.2c)$$

W tych wzorach występują następujące parametry liczbowe:

a_s - współczynnik energii powierzchniowej,

a - zasięg sił jądrowych,

κ - współczynnik asymetrii protonowo-neutronowej,

a_{den} - zasięg funkcji Yukawy symulującej rozkład gęstości materii w jądrze.

Wartości parametrów r_0 , a , a_s , κ i a_{den} występujących w powyższych wzorach dopasowane zostały do takich wielkości eksperymentalnych jak masy i rozmiary (promień) jąder oraz wysokości barier. Procedura dopasowania opisana została np. w pracy [Mö186]. Uzyskano tam następujące wartości parametrów:

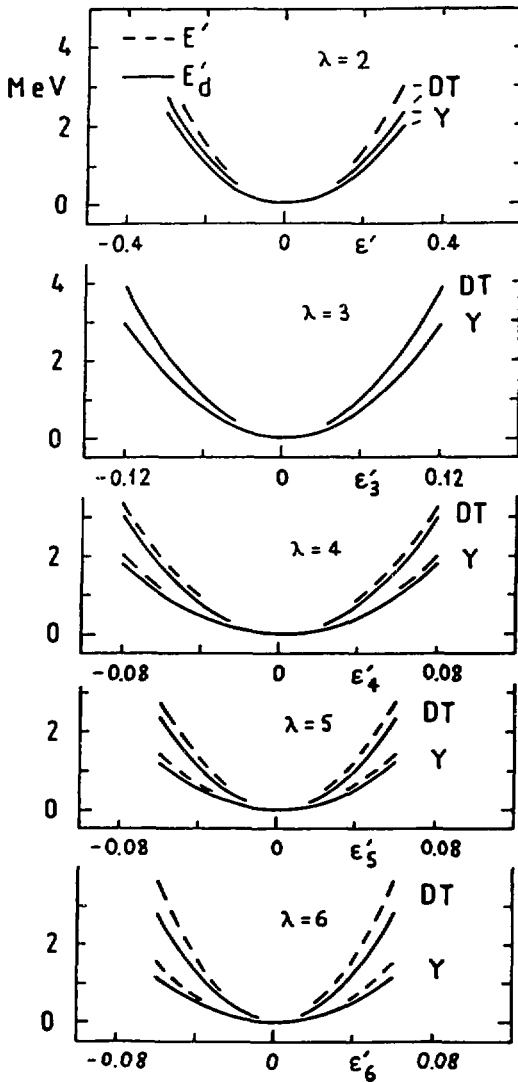
$$r_0 = 1.16 \text{ fm}, \quad a = 0.68 \text{ fm}, \quad a_s = 21.13 \text{ MeV},$$

(3.2d)

$$\kappa = 2.3, \quad a_{\text{den}} = 0.99/\sqrt{2} \text{ fm}.$$

Rys. 3.1, zaczerpnięty z pracy [Bön87], ilustruje zależność energii makroskopowej E' od deformacji ϵ_λ dla przypadku deformacji o różnej multipolowości $\lambda = 3$ - 6. Energia została obliczona w modelu Yukawy z członem wykładniczym (Y) oraz w modelu kropelkowym (DT). Widać, że w modelu (Y) energia przyrasta znacznie wolniej z deformacją, niż w modelu (DT). Różnica jest tym większa im wyższy jest stopień multipolowości λ . Ma to wyraźny wpływ na wartość deformacji równowagi i energii deformacji, a

także na wartość energii drgań kolektywnych otrzymanych przy użyciu tych dwóch modeli.



Rysunek 3.1

Zależność makroskopowej energii skalowanej E'_d i nieskalowanej E' (zobacz wzory 3.3 i 3.4) w modelu kropelkowym (DT) i w modelu z oddziaływaniem Yukawy (Y) jako funkcja parametrów deformacji ϵ'_λ dla $\lambda = 2, 3, 4, 5$ i 6 [Bön87].

Rysunek 3.1 ilustruje także rolę prostego warunku zgodności, wspomnianego w rozdz. 3.1, w zależności energii makroskopowej od deformacji. Linia kreskowana pokazana jest energia otrzymana bez stosowania warunku zgodności, a linia ciągła energia uwzględniająca ten warunek. Innymi słowy, linia przerywana oznaczona jest energia otrzymana bez skalowania deformacji, tj. gdy deformacja gęstości ϵ'_λ (od której wprost zależy energia makroskopowa)

przyjęta jest jako równa deformacji potencjału ϵ_λ

$$\epsilon_\lambda^d = \epsilon_\lambda \quad . \quad (3.3)$$

Linia ciągłą oznaczona zaś jest energia otrzymana przy stosowaniu skalowania

$$E_d(\epsilon_\lambda) = E[\epsilon_\mu^d(\epsilon_\lambda)] \quad , \quad (3.4)$$

gdzie zależność deformacji gęstości od deformacji potencjału, $\epsilon_\mu^d(\epsilon_\lambda)$, obliczana jest już w ramach modelu mikroskopowego jądra. Na rys. 3.1 widać, że uwzględnienie warunku zgodności osłabia, ("spłaszcza") zależność energii makroskopowej od deformacji. Efekt ten rośnie powoli ze wzrostem multipolowości λ , poczynając od $\lambda=3$ (pewien wyjątek stanowi tu multipolowość $\lambda=2$). Jest on jednak stosunkowo nieduży, w porównaniu do różnicy jaką daje użycie modelu Yukawy z członem wykładniczym zamiast modelu kropelkowego. Zachodzi to szczególnie dla multipolowości $\lambda=3$, która w niniejszej pracy interesuje nas najbardziej. Jest to jeden z powodów, dla którego w obecnej pracy zastosowaliśmy zwykłą metodę makroskopowo-mikroskopową, bez warunku zgodności.

3.3. Część mikroskopowa energii

Część mikroskopowa energii jest sumą poprawki powłokowej i poprawki "pairing". Paragraf ten zawiera zatem szczegółowy opis sposobu obliczania obydwu poprawek. Ponieważ jednak obie one opierają się na modelu wewnętrznej struktury jądra, zaczynamy od dyskusji tej struktury.

3.3.1. Model wewnętrznej struktury jądra

W pierwszym przybliżeniu jądro można traktować jako zbiór nieoddziaływających ze sobą nukleonów, umieszczonych w pewnym uśrednionym potencjale. Niektóre dane doświadczalne określają do pewnego stopnia potencjał jednocząstkowy. Są to m.in.: poziomy jednocząstkowe jąder nieparzystych, liczby magiczne, spiny jąder nieparzystych i momenty magnetyczne. Na przykład, w celu uzyskania prawidłowych liczb magicznych, do potencjału należy dołączyć oddziaływanie spin-orbita.

Hamiltonian jednocząstkowy opisujący ruch nukleonu ma postać

$$H = \frac{p^2}{2m} + V \quad , \quad (3.5)$$

gdzie za potencjał przyjmuje się

$$V = V_1 - \lambda \frac{\hbar}{2mc^2} \frac{\sigma \cdot (\nabla V_1 \times p)}{\hbar} + V_c \quad . \quad (3.5a)$$

Tutaj V_1 jest potencjałem centralnym, człon drugi opisuje oddziaływanie spin-orbita a człon trzeci

$$V_c = e \rho_c \int \frac{dr^3}{|r - r'|} \quad , \quad \rho_c = 3Ze / (4\pi R_0^3) \quad (3.5b)$$

jest potencjałem kulombowskim, występującym przy obliczaniu poziomów energetycznych dla protonów. W zależności od tego, jaki potencjał V_1 jest przyjęty do obliczeń, taką nazwę nosi cały potencjał średni. Najczęściej używanymi potencjałami jednocząstkowymi są: potencjał Nilssona, potencjał Woodsa-Saxona oraz potencjał generowany przez oddziaływanie Yukawy. W naszej pracy

używane były tylko dwa z nich, a mianowicie potencjał Nilssona i potencjał Woodsa-Saxona. One to też zostały opisane poniżej.

3.3.1.1. Potencjał Nilssona

Obliczenia mikroskopowej części energii oparte zostały w niniejszej pracy głównie na potencjale Nilssona. W całej pracy interesują nas tylko kształty jądra (a więc i kształty potencjału) zachowujące osiową symetrię. Jako oś symetrii obieramy oś Oz.

Potencjał Nilssona jest tradycyjnie zapisany we współrzędnych przeskalowanych

$$\xi = x \sqrt{\frac{M \omega_{\perp}}{\hbar}} \quad , \quad \eta = y \sqrt{\frac{M \omega_{\perp}}{\hbar}} \quad , \quad \zeta = z \sqrt{\frac{M \omega_z}{\hbar}} \quad , \quad (3.6)$$

gdzie x, y, z są zwykłymi współrzędnymi kartezjańskimi, M jest masą nukleonu, a \hbar stałą Plancka. Częstość drgań ω_z wzdłuż osi symetrii oraz częstość drgań ω_{\perp} w płaszczyźnie prostopadłej do niej sparametryzowane są następująco:

$$\omega_{\perp} = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2} \epsilon_2 \right) \quad , \quad \omega_z = \omega_0 \left(1 - \frac{2}{3} \epsilon_2 \right) \quad . \quad (3.7)$$

Potencjał Nilssona jest sumą potencjału anizotropowego oscylatora harmonicznego i członu korekcyjnego [Nil69]

$$V = V_{osc} + V_{corr} \quad , \quad (3.8)$$

Część oscylatorowa dana jest wyrażeniem

$$V_{\text{osc}} = \frac{1}{2} \hbar \omega_0(\varepsilon_\mu) \rho^2 F(\cos\vartheta; \varepsilon_\mu) \quad (3.8a)$$

Tutaj ρ jest długością wektora wodzącego

$$\rho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 \quad (3.8b)$$

a funkcja F opisująca zależność potencjału od kąta ϑ zawartego między wektorem wodzącym i osią symetrii jądra ma postać

$$F(\cos\vartheta; \varepsilon_\mu) = 1 + 2\varepsilon_1 P_1(\cos\vartheta) - \frac{2}{3}\varepsilon_2 P_2(\cos\vartheta) + 2 \sum_{\lambda=3}^{\lambda_{\text{max}}} \varepsilon_\lambda P_\lambda(\cos\vartheta) \quad (3.8c)$$

gdzie P_λ są wielomianami Legendre'a, ε_μ ($\mu = 2, 3, \dots, \lambda_{\text{max}}$) - parametrami deformacji jądra, a parametr ε_1 wyznaczany jest z warunku zachowania położenia środka masy jądra.

Zależność częstości oscylatora ω_0 od deformacji wyznaczana jest z warunku zachowania objętości zawartej wewnątrz powierzchni ekwipotencjalnej, przy jej deformowaniu. Warunek ten daje (np. [Bön87])

$$\omega_0(\varepsilon_\mu) = \bar{\omega}_0 \left(1 + \frac{1}{3}\varepsilon_2\right)^{-\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{2}{3}\varepsilon_2\right)^{-\frac{1}{6}} \left[\frac{1}{2} \int_{-1}^1 F^{-\frac{3}{2}}(x; \varepsilon_\mu) dx \right] \quad (3.9)$$

gdzie $\bar{\omega}_0 = \omega_0(0)$.

Niezależną od deformacji częstość oscylatora $\bar{\omega}_0$, wyznacza się ze związku

$$\hbar\omega_{on} \approx \frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{M \langle r^2 \rangle_n} (3n)^{-\frac{1}{3}} \quad (3.10)$$

gdzie n (które odgrywa tutaj także rolę wskaźnika) oznacza tu liczbę protonów Z lub neutronów N w jądrze, a $\langle r^2 \rangle_n$ średnią wartość kwadratu promienia rozkładu ich gęstości. Jeśli przyjąć jednakową wartość $\langle r^2 \rangle$ dla protonów i neutronów w jądrze

$$\langle r^2 \rangle_Z = \langle r^2 \rangle_N = \frac{3}{5} R_o^2 = \frac{3}{5} r_o^2 A^{2/3} \quad (3.11)$$

to dostajemy

$$\hbar\omega_{on} = \frac{5}{4} \frac{\hbar^2}{Mr_o^2} (3n)^{1/3} A^{-2/3} \quad (3.12)$$

gdzie A jest liczbą masową; przy $r_o = 1.2$ fm, daje to

$$\hbar\omega_{on} = 41.0 A^{-1/3} (1 \pm I)^{1/3} \text{ MeV} \quad (3.13)$$

gdzie I jest względnym nadmiarem neutronów: $I = (N-Z)/A$.

Ograniczając się do członu liniowego w I , dostajemy ostatecznie związek wykorzystywany w naszych obliczeniach

$$\hbar\omega_{on} \approx 41.0 A^{-1/3} (1 \pm \frac{1}{3} I) \text{ MeV} \quad (3.14)$$

gdzie znak plus odpowiada przypadkowi neutronów a minus - protonów.

Wreszcie człon korekcyjny w potencjale Nilssona (3.8) przyjmowany jest w postaci [Nil69]

$$V_{\text{corr}} = -\hbar\omega_0 \kappa \left[21s + \mu(l^2 - \langle l^2 \rangle_N^2) \right] , \quad (3.15)$$

gdzie l jest operatorem orbitalnego momentu pędu nukleonu a s - operatorem jego spinu. Wyrażenie

$$\langle l^2 \rangle_N = \frac{1}{2} N(N+3) , \quad (3.16)$$

stanowiące średnią wartość operatora l^2 na stanach N -tej powłoki oscylatorowej ($N = 0, 1, 2, \dots$) powoduje, że środek "ciężkości" powłoki nie zmienia się mimo dodania członu korekcyjnego V_{corr} do potencjału anizotropowego oscylatora harmonicznego V_{osc} .

W poszczególnych obszarach jąder zdeformowanych parametry potencjału κ i μ dopasowane są do eksperymentalnych wartości wielkości jednocząstkowych takich jak energia, rzut momentu pędu na oś symetrii jądra i parzystość.

3.3.1.2. Potencjał Woodsa-Saxona

Pewna część wyników niniejszej pracy oparta została na potencjale Woodsa-Saxona. W tym przypadku potencjał V_1 ze wzoru (3.5a) ma postać:

$$V_1(r) = - \frac{V_0}{1 + \exp \frac{\text{dist}(r,S)}{a}} , \quad (3.17)$$

gdzie S jest powierzchnią jądra, $\text{dist}(r,S)$ jest odległością punktu o współrzędnych r od tej powierzchni, natomiast a jest parametrem rozmycia potencjału. Jeżeli punkt opisany przez r leży na zewnątrz

powierzchni, to $\text{dist}(r,S) > 0$, jeżeli wewnątrz, to $\text{dist}(r,S) < 0$. Współczesna wersja potencjału Woodsa-Saxona opisana została szczegółowo w pracy [Ćwi87]. Porównanie własności stanów jednocząstkowych otrzymanych w tym potencjale z własnościami stanów obliczonych w potencjale Nilssona przedyskutowane zostało w pracy [Ben89].

3.3.2. Poprawka powłokowa

Powszechnie stosowanym obecnie sposobem obliczania poprawki powłokowej jest metoda Strutińskiego [Str67] (zobacz także [Bra72, Sob77]). Metoda ta daje poprawne wyniki w obszarze jąder znanych doświadczalnie a głębsze uzasadnienie fizyczne znajduje w teorii Hartree'ego-Focka [Gyu82].

Przy braku oddziaływań powodujących korelacje par ("pairing"), poprawka powłokowa zdefiniowana jest jako różnica między sumą energii jednocząstkowych, a tą samą sumą po uśrednieniu (wygładzeniu)

$$\delta E_{\text{powł}} = \sum e_{\nu} - \langle \sum e_{\nu} \rangle . \quad (3.18)$$

W metodzie Strutińskiego gładka część sumy energii jednocząstkowych $\langle \sum e_{\nu} \rangle$, jest dla określonej liczby cząstek N równa

$$\bar{E}(N) = \langle \sum e_{\nu} \rangle = \int_0^N \bar{e}(n) \, dn , \quad (3.19)$$

gdzie $\bar{e}(n)$ jest gładką funkcją opisującą średnie zachowanie energii jednocząstkowych e_{ν} w funkcji liczby cząstek n .

Funkcja odwrotna do $\bar{e}(n)$ jest gładką funkcją ilości cząstek

$\bar{n}(e)$ zależna od energii. Przyrost tej funkcji na jednostkę energii jest gładką funkcją gęstości cząstek

$$2 \bar{g}(e) = \frac{d \bar{n}(e)}{de} \quad (3.20)$$

Dokładna gęstość poziomów jednocząstkowych

$$g(e) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \delta(e-e_{\nu}) \quad (3.21)$$

zawiera gładko zmieniającą się gęstość poziomów $\bar{g}(e)$ i część $\delta g(e)$ opisująca fluktuacje związane z występowaniem struktury powłokowej. Rozwijając funkcję δ w szereg wielomianów Hermite'a i pozostawiając tylko kilka pierwszych (wolno oscylujących) wielomianów otrzymujemy gładko zmieniający się wkład do dokładnej gęstości poziomów $g(e)$.

Stosując taką procedurę otrzymujemy następujący wzór opisujący gładką gęstość poziomów

$$\bar{g}(e) = \frac{1}{\gamma \sqrt{\pi}} \sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-u_{\nu}^2} \sum_{m=0}^{2p} c_m H_m(u_{\nu}) \quad (3.22)$$

gdzie $u_{\nu} = (e - e_{\nu})/\gamma$, p określa rząd przybliżenia gładkiej gęstości poziomów $g(e)$, a współczynniki c_m są różne od zera tylko dla parzystych m i wynoszą:

$$c_m = \frac{(-1)^{m/2}}{2^m (m/2)!} \quad (3.23)$$

Czynnik γ , występujący w (3.22), ma wymiar energii i określa zasięg "wygładzania" gęstości poziomów.

Korzystając z równania (3.20) możemy ilość cząstek przy gładkim rozkładzie poziomów zapisać w postaci

$$\bar{n}(e) = 2 \int_{-\infty}^e \bar{g}(e') de' . \quad (3.24)$$

Warunek zachowania liczby nukleonów

$$N = \bar{n}(\bar{\lambda}) = 2 \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} \bar{g}(e') de' , \quad (3.25)$$

wyznacza górną granicę całki $\bar{\lambda}$, która jest energią Fermiego przy wygładzonym rozkładzie gęstości poziomów. W ten sposób energia gładka $\bar{E}(N)$ możemy otrzymać ze wzoru

$$\bar{E}(N) = 2 \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} e \bar{g}(e) de , \quad (3.26)$$

który jest wygodniejszy w praktyce od wzoru (3.19). Wstawiając tak wyliczoną gładką energię do równania (3.18) otrzymamy poprawkę powłokową $\delta E_{\text{powł}}$.

Ponieważ wielkości γ i p nie mają określonego sensu fizycznego, to wartość poprawki powłokowej powinna być mało czuła na zmiany tych wielkości. Stanowi to warunek na odpowiedni wybór wartości γ i p . W niniejszej pracy przyjęto $\gamma=1.2 \hbar\omega_0$ i $p=3$ [Nil69].

3.3.3. Poprawka "pairing"

Opis wielu własności jądra staje się realistyczny dopiero po uwzględnieniu oddziaływania resztkowego krótkiego zasięgu, które nie daje się włączyć do średniego pola opisywanego przez potencjał jednocząstkowy. Korelacje między nukleonami wywołane tym

oddziaływaniem opisywane są zwykle w przybliżeniu Bardeena-Coopera-Schrieffera (BCS) [Bar57, Bel59].

Stosując metodę BCS otrzymujemy dla energii stanu podstawowego następujące wyrażenie:

$$E_{\text{BCS}} = \sum_{\nu} 2 e_{\nu} v_{\nu}^2 - G \left[\sum_{\nu} u_{\nu} v_{\nu} \right]^2 - G \sum_{\nu} v_{\nu}^4 . \quad (3.27)$$

gdzie współczynnik v_{ν}^2 określa prawdopodobieństwo obsadzenia poziomu ν przez nukleon

$$v_{\nu}^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{e_{\nu} - \lambda}{E_{\nu}} \right], \quad u_{\nu}^2 = 1 - v_{\nu}^2 \quad (3.28)$$

oraz

$$E_{\nu} = \left[(e_{\nu} - \lambda)^2 + \Delta^2 \right]^{1/2} , \quad (3.28a)$$

jest energią kwazicząstki odpowiadającej stanowi $|\nu\rangle$, przy czym parametr Δ zdefiniowany jest równaniem

$$\Delta = G \sum_{\nu} u_{\nu} v_{\nu} , \quad (3.29)$$

i ma sens połowy przerwy energetycznej obserwowanej w widmach jąder parzysto-parzystych. Wielkość λ interpretuje się jako energię Fermiego układu N nukleonów (protonów lub neutronów). Obie wielkości Δ i λ wyznacza się z równań BCS

$$2/G = \sum_{\nu} 1/E_{\nu} , \quad (3.30)$$

$$N = 2 \sum_{\nu} v_{\nu}^2 , \quad (3.31)$$

z których pierwsze nosi nazwę równania na przerwę energetyczną Δ .

Wkład oddziaływania "pairing" E_{pair} do energii stanu podstawowego E_{BCS} , wzór (3.27), wynosi

$$E_{\text{pair}} = 2 \left(\sum_{k=1}^N e_k v_k^2 - \sum_{k=1}^{\frac{1}{2}N} e_k \right) - \frac{\Delta^2}{G} - G \left(\sum_{k=1}^N v_k^4 - \sum_{k=1}^{\frac{1}{2}N} 1 \right), \quad (3.32)$$

tzn. jest różnicą między energią tego stanu przy obecności oddziaływania, a jego energią przy braku oddziaływania. Przyjęliśmy tu, że oddziaływanie "pairing" zachodzi tylko w stanach od najniższego do N-tego, gdzie N jest liczbą nukleonów (neutronów lub protonów).

Poprawkę "pairing" określa się podobnym do (3.18) wzorem

$$\delta E_{\text{pair}} = E_{\text{pair}} - \langle E_{\text{pair}} \rangle \quad (3.33)$$

Srednią energię korelacji par $\langle E_{\text{pair}} \rangle$ obliczamy zastępując we wzorze (3.32) sumowanie po poziomach energetycznych całkowaniem po energii, przy wygładzonym rozkładzie gęstości poziomów. To znaczy, dla dowolnej funkcji energii $f(e_k)$, bierzemy

$$\langle \sum f(e_k) \rangle = \int_{\bar{\lambda}-\Omega}^{\bar{\lambda}+\Omega} f(e) \bar{g}(e) de, \quad (3.34)$$

gdzie 2Ω jest przedziałem energii wokół powierzchni Fermiego $\bar{\lambda}$, który obsadzony jest przez N cząstek, czyli

$$2 \int_{\bar{\lambda}-\Omega}^{\bar{\lambda}+\Omega} \bar{g}(e) de = N \quad (3.34a)$$

Jeśli przyjąć, dla prostoty, stałą gęstość poziomów w tym

przedziale energii, to dostaje się [Bol72]

$$\langle E_{\text{pair}} \rangle = - \frac{N^2}{16 \bar{g}} \left\{ \left[1 + \left(\frac{4 \bar{g} \bar{\Delta}}{N} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\} + \frac{1}{2} \bar{g} G \bar{\Delta} \arctg \left[\frac{N}{4 \bar{g} \bar{\Delta}} \right] \quad (3.35)$$

gdzie $\bar{g} = \bar{g}(\bar{\lambda})$ jest gęstością poziomów na powierzchni Fermiego, a natężenie sił "pairing" G związane jest z wygładzoną szczeliną energetyczną $\bar{\Delta}$ wzorem

$$\frac{1}{G} = \bar{g} \ln \left\{ \left[1 + \left(\frac{N}{4 \bar{g} \bar{\Delta}} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{N}{4 \bar{g} \bar{\Delta}} \right\} \quad (3.35a)$$

Przy obliczaniu $\langle E_{\text{pair}} \rangle$, \bar{g} wylicza się metodą Strutińskiego z rozkładem poziomów, otrzymanego w użytym potencjale jednocząstkowym, a $\bar{\Delta}$ ze wzorów fenomenologicznych, np. z formuły

$$\bar{\Delta} = 12/\sqrt{A} \text{ MeV} \quad (3.36)$$

Ponieważ wartość wyrażenia $N/(4 \bar{g} \bar{\Delta})$ jest dość duża (ok. 10), wzór (3.35) można z dobrym przybliżeniem uprościć [Nil69]

$$\langle E_{\text{pair}} \rangle = - \frac{1}{2} \bar{g} \bar{\Delta}^2 \quad (3.37)$$

3.4. Energia typu jednocząstkowego

W tej pracy korzystaliśmy (dla dyskusji) również z metody obliczeń powierzchni energii potencjalnej zaproponowanej przez Mottelсона i Nilssona [Mot59], a później uogólnionej przez Bèsa i Szymańskiego [Bès61] oraz Sobiczewskiego [Sob67]. Prostota tej

metody pozwoliła na wykonanie obszernych rachunków w latach 60-tych. Dziś metoda ta jest rzadziej stosowana.

Mottelson i Nilsson zaproponowali mianowicie, by deformację równowagi jądra $\{q_\lambda^0\}$ wyliczać jako deformację, przy której energia jądra obliczana jest jako suma energii jednocząstkowych protonów E_Z i neutronów E_N oraz energii kulombowskiej E_C

$$E = E_Z + E_N + E_C, \quad (3.38)$$

gdzie

$$E_{Z(N)} = \sum_{\nu=1}^{\nu_F} 2e_\nu. \quad (3.38a)$$

W tym równaniu e_ν oznacza energię stanu jednocząstkowego opisanego zespołem liczb kwantowych ν otrzymaną np. za pomocą potencjału Nilssona, a ν_F jest zespołem liczb kwantowych odnoszących się do poziomu Fermiego.

Bès i Szymański [Bès61] udoskonaliли tę metodę na przypadek obecności oddziaływań krótkiego zasięgu typu "pairing" a Sobiczewski [Sob67] stosował funkcje falowe rzutowane na dobrą liczbę cząstek, zamiast zwykłej funkcji BCS. Okazało się, że przeprowadzone tą metodą teoretyczne obliczenia kwadrupolowych deformacji równowagi, dawały (m.in. w obszarze aktywności) dobrą zgodność z doświadczeniem.

Energia, która używana była przez Bèsa i Szymańskiego jest po prostu energią E_{BCS} , podana we wzorze (3.27). Oznaczać ją będziemy symbolem

$$V^{BS} \equiv E_{BCS}. \quad (3.39)$$

4. PARAMETRY MASOWE

Najczęściej stosowana metoda mikroskopowych obliczeń parametru masowego jest metoda wymuszonego ruchu kolektywnego [Ing54, Ing56]. Metoda ta stosowana jest także w niniejszej pracy i omówimy ją w niniejszym rozdziale. Ostatnio dyskutowana jest także w literaturze metoda współrzędnej generującej (zobacz [Sta89, Sta89a] oraz prace cytowane tam).

Metoda wymuszonego ruchu kolektywnego opiera się na przybliżeniu adiabatyczności (powolności) ruchu kolektywnego w stosunku do ruchu jednocząstkowego. Ruch kolektywny opisywany jest przez powolną zmianę parametrów kolektywnych jądra q_i , np. jego deformacji (czy kątów obrotu względem układu laboratoryjnego). Energia kinetyczna, związana z tym ruchem pozwala wyznaczyć bezwładność (inercję) jądra względem tego ruchu, tzn. parametry masowe (czy momenty bezwładności). Dostaje się [Ing54, Ing56, Bel59]

$$B_{q_i q_j} = 2 \hbar^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\langle 0 | \partial / \partial q_i | m \rangle \langle m | \partial / \partial q_j | 0 \rangle}{\xi_m - \xi_0} \quad (4.1)$$

gdzie q_i i q_j są zmiennymi kolektywnymi, a ξ_0 i ξ_m stanowią odpowiednio energię stanu podstawowego $|0\rangle$ i m -tego stanu wzbudzonego $|m\rangle$. Sumowanie przebiega po wszystkich stanach wzbudzonych.

Po włączeniu oddziaływania "pairing" opisanego w przybliżeniu BCS, wzór (4.1) można napisać w postaci (np. [Bra72, Kan76, Pom77, Sob79])

$$B_{q_i q_j} = 2\hbar^2 \sum_{\nu, \omega} \frac{\langle \nu | \frac{\partial \hat{H}}{\partial q_i} | \omega \rangle \langle \omega | \frac{\partial \hat{H}}{\partial q_j} | \nu \rangle}{(E_\nu + E_\omega)^3} (u_\nu v_\omega + u_\omega v_\nu)^2 + P_{q_i q_j}, \quad (4.2)$$

gdzie

$$P_{q_i q_j} = \frac{\hbar^2}{4} \sum_{\nu} \frac{1}{E_\nu^5} \left[\Lambda_\nu^i \Lambda_\nu^j - \Delta \left(\Lambda_\nu^i \langle \nu | \frac{\partial \hat{H}}{\partial q_j} | \nu \rangle + \Lambda_\nu^j \langle \nu | \frac{\partial \hat{H}}{\partial q_i} | \nu \rangle \right) \right], \quad (4.2a)$$

oraz

$$\Lambda_\nu^i = \frac{\partial \lambda}{\partial q_i} \Delta + \frac{e_\nu - \lambda}{2\Delta} \frac{\partial \Delta^2}{\partial q_i},$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial q_i} = (a c_i + \Delta^2 b d_i) / D, \quad \frac{\partial \Delta^2}{\partial q_i} = 2\Delta^2 (a d_i - b c_i) / D,$$

$$a = \sum_{\nu} \frac{e_\nu - \lambda}{E_\nu^3}, \quad b = \sum_{\nu} \frac{1}{E_\nu^3}, \quad D = a + \Delta b,$$

$$c_i = \sum_{\nu} \frac{(e_\nu - \lambda) \langle \nu | \frac{\partial \hat{H}}{\partial q_i} | \nu \rangle}{E_\nu^3}, \quad d_i = \sum_{\nu} \frac{\langle \nu | \frac{\partial \hat{H}}{\partial q_i} | \nu \rangle}{E_\nu^3}.$$

Tutaj \hat{H} oznacza hamiltonian jednocząstkowy, a E_ν jest energią kwazicząstki w stanie $|\nu\rangle$, podana wzorem (3.28a). Człon $P_{q_i q_j}$ pochodzi z zależności λ i Δ od deformacji q . Całkowity parametr masowy jądra składa się z sumy wielkości (4.2) oddzielnie liczonych dla protonów i neutronów.

5. WIELKOSCI MIERZONE I ICH INTERPRETACJA

Przed przedstawieniem i dyskusją wyników teoretycznych, zbierzemy tutaj wyniki doświadczalne związane z badanymi przez nas wielkościami. Przedstawiamy je w tabl. 5.1 dla parzysto-parzystych izotopów radu i toru. Są to wielkości charakteryzujące deformację jądra oraz jego własności rotacyjne (Q_0 , β_2^0 , E_{2^+} i E_{4^+}/E_{2^+}), energia najniższego stanu o ujemnej parzystości 1^- i najniższego stanu wzbudzonego 0^+ .

Tablica 5.1

Wartości doświadczalne wielkości charakteryzujących deformację jądra oraz jego wzbudzenia kolektywne dla izotopów radu i toru.

Z	N	A	Q_0	β_2^0	E_{2^+}	E_{4^+}/E_{2^+}	E_{1^-}	$E_{0_2^+}$	$E_{0_2^+}/E_{1^-}$
-	-	-	[b]	-	[keV]	-	[keV]	[keV]	-
88	130	218	3.27	0.094					
	132	220			177.	(2.68)	(412)		
	134	222	6.74	0.192	111.	2.71	242	(914)	3.77
Ra	136	224	6.33	0.179	84.4	2.97	216	916	4.24
	138	226	7.18	0.202	67.7	3.12	254	825	3.25
	140	228	7.77	0.217	59.	3.14	474	721	1.52
90	132	222	5.48	0.152					
	134	224			93.	(3.01)	(246)		
	136	226	8.30	0.228	72.2	3.13	230	805	3.50
Th	138	228	8.43	0.230	57.8	3.23	328	832	2.54
	140	230	8.99	0.244	53.2	3.27	508	635	1.25
	142	232	9.66	0.261	49.4	3.28	714	730	1.02
	144	234	8.93	0.240	48.	3.33			

5.1. Wielkości charakteryzujące deformacje i własności rotacyjne jądra

Wielkością charakteryzującą najbardziej bezpośrednio deformację jądra w jego stanie podstawowym jest wewnętrzny (elektryczny) moment kwadrupolowy Q_0 . Wyznaczany on jest z mierzonego prawdopodobieństwa przejścia wzbudzenia Coulombowskiego najniższego stanu 2^+ lub czasu życia tego stanu. Dla jąder dobrze zdeformowanych, jego związek ze zredukowanym prawdopodobieństwem przejścia $B(E2)$ ze stanu podstawowego do pierwszego stanu 2^+ jest

$$Q_0 = \left[\frac{16\pi}{5} \frac{B(E2)^\dagger}{e^2} \right]^{1/2}, \quad (5.1)$$

gdzie e jest ładunkiem elementarnym. Wartości Q_0 podane w tabl. 5.1 są otrzymane ze związku (5.1) i pochodzą z kompilacji [Ram87].

Zakładając jednorodny, z ostrą powierzchnią, rozkład ładunku, możemy wyznaczyć z niego także stosowany przez nas parametr deformacji kwadrupolowej β_2^0

$$\beta_2^0 = \sqrt{5\pi} \frac{Q_0}{3 Z R_0^2}, \quad (5.2)$$

gdzie Z jest liczbą atomową a R_0 równomiernym promieniem jądra. Do wyliczenia tego wzięty został promień $R_0 = 1.2 A^{1/3}$ fm.

Energia pierwszego stanu wzbudzonego 2^+ jądra zdeformowanego (parzysto-parzystego) charakteryzuje jego moment bezwładności, zgodnie ze wzorem

$$E_{1^+} = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1) \quad , \quad (5.3)$$

gdzie J jest momentem bezwładności, a I - momentem pędu. Stosunek E_{4^+}/E_{2^+} mówi jak bliskie jest jądro idealnego, sztywnego rotora dla którego $E_{4^+}/E_{2^+} = 3.33$.

Z tabl. 5.1 widać, że jądra radu, poczynając od $N=136$, a jądra toru już od $N=134$, mają $E_{4^+}/E_{2^+} \geq 3$, tzn. są dobrymi rotorami.

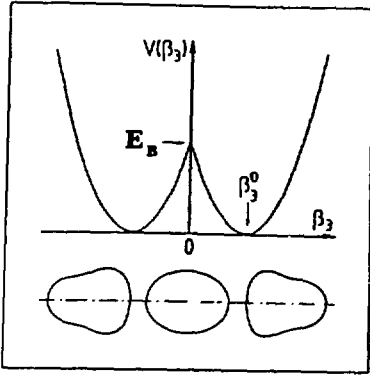
5.2. Energia wzbudzeń oktopolowych

5.2.1. Energia stanu 1^-

Energia najniższego stanu 1^- ma dla obydwu pierwiastków najmniejszą wartość przy $N=136$. Dla radu energia ta (216 keV) jest najniższą energią nierotacyjnego stanu kolektywnego w całej tablicy nuklidów. Przy odchodzeniu od $N=136$, wartość E_{1^-} dość szybko rośnie.

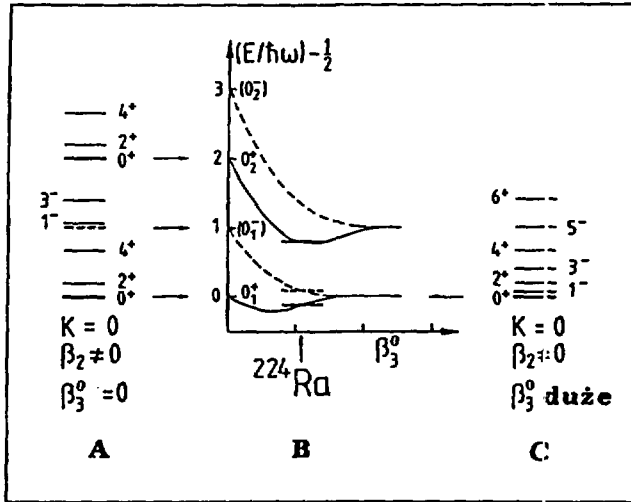
5.2.2. Energia stanu 0_2^+

Energia najniższego stanu wzbudzonego 0_2^+ zależy od liczby neutronów N dużo słabiej niż E_{1^-} , powodując, że stosunek $E_{0_2^+}/E_{1^-}$ zmienia się szybko z N . Wartość jego jest dla N bliskich 136 dużo większa od 2 (dla ^{224}Ra jest większa od 4), co wskazuje na silną anharmoniczność drgań oktopolowych tych jąder. Do interpretacji takiej skłania prosty model podwójnego oscylatora harmonicznego w oktopolowym stopniu swobody β_3 , której potencjał podany jest na rys. 5.1a, a odpowiednie kształty jądra zilustrowane są na rys. 5.1b. Rysunek 5.2 (B) ilustruje zależność widma otrzymanego z tym potencjałem od wartości β_3^0 [Mer61].



Rysunek 5.1

Potencjał podwójnego oscylatora harmonicznego i kształty odpowiadające jego minimom: $\beta_3 = +\beta_3^0$ i $-\beta_3^0$ (przy $\beta_2^0 \neq 0$).



Rysunek 5.2

Ilustracja zależności widma otrzymanego z podwójnego oscylatora harmonicznego z rys. 5.1 od wartości β_3^0 (patrz tekst).

W przypadku gdy minimum energii występuje przy $\beta_3^0 = 0$, potencjał jest potencjałem pojedynczego oscylatora harmonicznego i drgania oktopolowe są harmoniczne (zakładamy niezależny od deformacji parametr masowy B_3). Odpowiada to (po dodaniu rotacji) przypadkowi A widma na rys. 5.2. Stan dwufononowy 0_2^+ ma dwa razy większą energię od stanu jednofononowego 0_1^- (który po uwzględnieniu rotacji sam nie jest obserwowany, patrz np. [Roh82], lecz tylko "zbudowane na nim" stany $1^-, 3^-, \dots$). Gdy deformacja β_3^0 jest

duża, minima przy $+\beta_3^0$ i $-\beta_3^0$ są oddzielone dużą barierą oktupolową E_B , kolejne stany wibracyjne parzyste i nieparzyste degenerują się i dla każdego stanu wibracyjnego dostajemy pełne widmo rotacyjne o przeplatających się parzystościach (przypadek C na rys. 5.2). Część środkowa B rysunku objaśnia całe przejście pomiędzy przypadkami A i C oraz pokazuje jednocześnie, że wyniki doświadczalne wskazują na sytuację pośrednią, a mianowicie, że drgania oktupolowe mają charakter silnie anharmoniczny, z niezbyt jednak dużą barierą E_B . Obliczenia mikroskopowe potencjału (np. rys. 6.4) wydają się potwierdzać taką sytuację.

5.3. Zredukowane prawdopodobieństwo przejść oktupolowych

Wielkością jeszcze bardziej czułą od energii wzbudzenia, na zastosowany w obliczeniach potencjał i parametry masowe, jest zredukowane prawdopodobieństwo przejścia oktupolowego $B(E3)$. Niestety, jest ono bardzo trudne do zmierzenia dla dyskutowanych jader (nie trwałe) i dostępna jest tylko wartość dla ^{226}Ra . Wynosi ona: $B(E3)_{\downarrow} = 52 \text{ W.u. [Wol89]}$.

6. WYNIKI OBLICZEN

6.1. Energia potencjalna

W niniejszym paragrafie podamy wyniki obliczeń energii potencjalnej, otrzymane przy użyciu kilku modeli stosowanych w ostatnich latach. Chodzi tu zarówno o modele do opisu części gładkiej energii jak i modele do opisu wewnętrznej struktury jądra. Wyniki zilustrowane będą dla przypadku głównych jąder omawianego obszaru, tj. jąder radu i toru. Dla każdego wyniku będziemy starali się omówić oddzielnie szczegóły jego otrzymania oraz użyte oznaczenia. Pewnym ułatwieniem może być jednak podanie w jednym miejscu (tabl. 6.1) zestawu oznaczeń i niektórych szczegółów obliczeń.

Tabela 6.1

Objaśnienie oznaczeń poszczególnych wariantów energii potencjalnej. Symbol V^{BS} objaśniony jest wzorami (3.27) i (3.39).

Symbol	Część makroskopowa energii	Część mikroskopowa energii	Niezależne parametry	Parametry minimalizujące energie
$V^D(\epsilon_{24}, \epsilon_{35})$	model kropelkowy parametry z pracy [MS74]	potencjał Nilssona parametry "A=225" z pracy [Nil69]	ϵ_2, ϵ_3	$\tilde{\epsilon}_4$ i $\tilde{\epsilon}_5$ ze średnich ścieżek (zob. Dodatek D1)
$V^Y(\epsilon_{24}, \epsilon_{35})$	model Krappego-Nixa (Yukawa-plus-exponential) [Kra79]	potencjał Nilssona parametry "A=225" z pracy [Nil69]	ϵ_2, ϵ_3	$\tilde{\epsilon}_4$ i $\tilde{\epsilon}_5$ ze średnich ścieżek (zob. Dodatek D1)
$V^{BS}(\epsilon_{24}, \epsilon_{35})$		potencjał Nilssona parametry "A=225" z pracy [Nil69]	ϵ_2, ϵ_3	$\tilde{\epsilon}_4$ i $\tilde{\epsilon}_5$ ze średnich ścieżek (zob. Dodatek D1)
$V_{mod}^Y(\epsilon_2, \epsilon_3)$ min: ϵ_4, ϵ_5	model Krappego-Nixa (Yukawa-plus-exponential) [Kra79]	potencjał Nilssona zmodyfikowane parametry "A=225" [Roz86]	ϵ_2, ϵ_3	ϵ_4 i ϵ_5
$V_{mod}^Y(\epsilon_2, \epsilon_4)$ $\epsilon_3=0$	model Krappego-Nixa (Yukawa-plus-exponential) [Kra79]	potencjał Nilssona zmodyfikowane parametry "A=225" [Roz86]	ϵ_2, ϵ_4	
$V_{mod}^{BS}(\epsilon_2, \epsilon_3)$ min: ϵ_4, ϵ_5		potencjał Nilssona zmodyfikowane parametry "A=225" [Roz86]	ϵ_2, ϵ_3	ϵ_4 i ϵ_5
$V_{mod}^{BS}(\epsilon_2, \epsilon_4)$ $\epsilon_3=0$		potencjał Nilssona zmodyfikowane parametry "A=225" [Roz86]	ϵ_2, ϵ_4	
$V_{WS}^Y(\beta_2, \beta_3)$ min: β_4	model Krappego-Nixa (Yukawa-plus-exponential) [Kra79]	potencjał Woodsa-Saxona z pracy [Sob88]	β_2, β_3	β_4
$V_{WS}^Y(\beta_2, \beta_3)$ min: β_4, β_7	model Krappego-Nixa (Yukawa-plus-exponential) [Kra79]	potencjał Woodsa-Saxona z pracy [Sob88]	β_2, β_3	$\beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7$

6.1.1. Energia otrzymana z użyciem modelu Nilssona

Parametry κ i μ występujące w jednocząstkowym potencjale Nilssona zależą od badanego obszaru jąder [Nil69]. Ponieważ interesują nas jądra lekkich aktynowców, wybraliśmy najbardziej odpowiedni zestaw parametrów κ i μ , tzw. parametry "A=225" z podstawowej w tej dziedzinie pracy [Nil69]. Przyjmują one następujące wartości:

$$\begin{aligned} \kappa_p &= 0.0590 & , & & \kappa_n &= 0.0635 & , \\ \mu_p &= 0.639 & , & & \mu_n &= 0.346 & , \end{aligned} \quad (6.1)$$

gdzie wskaźnik "p" odnosi się do protonów, a "n" do neutronów.

Równania BCS rozwiązaliśmy z natężeniem sił "pairing" bliskim wartości z pracy [Bön85a]

$$Z^{2/3} G_p = 0.290 \hbar \omega_0^p , \quad (6.2a)$$

$$N^{2/3} G_n = 0.290 \hbar \omega_0^n , \quad (6.2b)$$

gdzie $\hbar \omega_0^{n(p)}$ oznaczają częstotliwości oscylatorowe (wzór (3.13)) odpowiednio dla neutronów (n) i protonów (p).

Dwuwymiarową siatkę deformacji wybraliśmy w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \epsilon_{24} &: & -0.30 & (0.10) & 0.40 & , \\ \epsilon_{35} &: & 0.00 & (0.08) & 0.32 & , \end{aligned} \quad (6.3)$$

gdzie liczby w nawiasach oznaczają odległości między sąsiednimi węzłami siatki wzdłuż współrzędnych ϵ_{24} i ϵ_{35} , które zdefiniowaliśmy w następujący sposób (np. [Mö172, Bar81]):

$$\epsilon_{24} \equiv (\epsilon_2, \tilde{\epsilon}_4) \quad (6.4)$$

i

$$\epsilon_{35} \equiv (\epsilon_3, \tilde{\epsilon}_5) \quad (6.5)$$

W tych wzorach ϵ_2 i ϵ_3 są niezależnymi parametrami deformacji, natomiast $\tilde{\epsilon}_4$ i $\tilde{\epsilon}_5$ oznaczają średnie dla (badanego obszaru jąder) wartości parametrów deformacji ϵ_4 i ϵ_5 , które minimalizują energię potencjalną. W celu wyznaczenia $\tilde{\epsilon}_4$ przeanalizowaliśmy pełną energię potencjalną przy $\epsilon_3 \equiv 0$ (z makroskopową częścią energii z pracy [Mye77]); wyznaczając natomiast parametr $\tilde{\epsilon}_5$, który odgrywa już nieco mniejszą rolę od $\tilde{\epsilon}_4$, badaliśmy samą energię makroskopową (model kropelkowy z pracy [Mye77]). Dalsze szczegóły metody znajdowania średnich ścieżek $\tilde{\epsilon}_4$ i $\tilde{\epsilon}_5$ można znaleźć w dodatku D1.

Na tak dobranej siatce deformacji obliczyliśmy powierzchnie energii potencjalnej w trzech wariantach: $V^D(\epsilon_{24}, \epsilon_{35})$, $V^Y(\epsilon_{24}, \epsilon_{35})$ i $V^{BS}(\epsilon_{24}, \epsilon_{35})$.

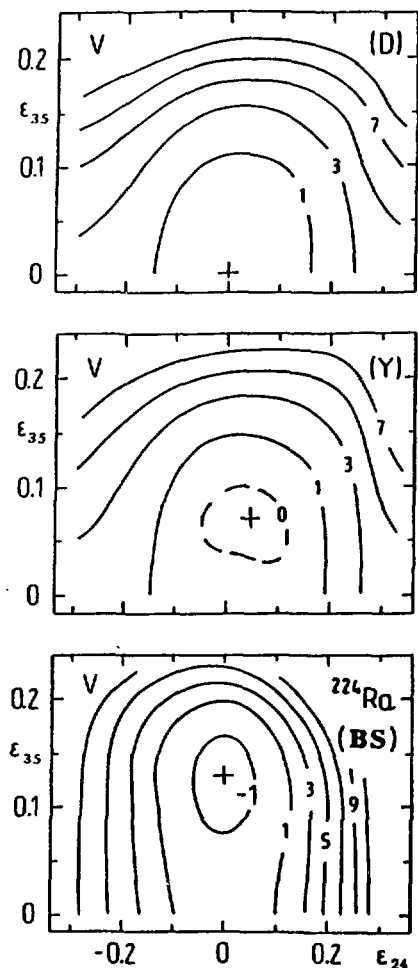
Energia V^D obliczona jest przy opisie części gładkiej modelem kropelkowym [MS74], a energia V^Y - przy opisie tej części modelem Krappego-Nixa [Kra79]. Energia V^{BS} , obliczona ze wzoru (3.27), jest typu jednocząstkowego.

Rys. 6.1 przedstawia wyniki dla jądra ^{224}Ra . Widać, że energie otrzymane w tych trzech wariantach różnią się między sobą w sposób istotny. Minimum energii w wariacie (D) wypada przy $\epsilon_{35} \approx 0$, zaś w wariantach pozostałych - przy $\epsilon_{35} \neq 0$. Wysokość bariery "oktupolowej" E_B , określona jako

$$E_B = V(\epsilon_2^0, 0) - V(\epsilon_2^0, \epsilon_3^0) \quad (6.6)$$

jest w wariacie (D) zerowa, w (Y) mała, a w (BS) duża. Wielkość ta jest ważną cechą energii potencjalnej, gdyż jest istotnie

związana z energią wzbudzenia stanów oktupolowych, jak zilustrowane to było w rozdz. 5.



Rysunek 6.1

Mapy energii $V(\epsilon_{24}, \epsilon_{35})$ dla jądra ^{224}Ra w trzech wariantach: (D), (Y) i (BS). Liczbami na konturach zaznaczyliśmy wartości energii w MeV. Dla każdego wariantu krzyż oznacza położenie minimum energii potencjalnej [Sob87]. Współrzędne tych minimum są:

$$\begin{aligned} \text{(D): } & \epsilon_{24}^{\circ} \approx 0, \quad \epsilon_{35}^{\circ} \approx 0, \\ \text{(Y): } & \epsilon_{24}^{\circ} \approx 0.05, \quad \epsilon_{35}^{\circ} \approx 0.07, \\ \text{(BS): } & \epsilon_{24}^{\circ} \approx 0, \quad \epsilon_{35}^{\circ} \approx 0.14, \end{aligned}$$

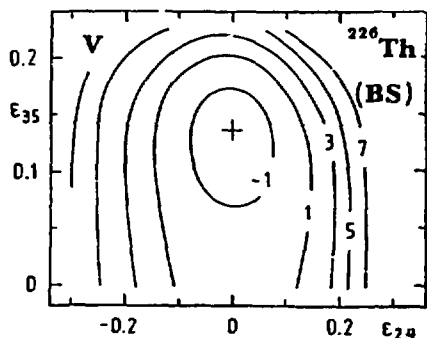
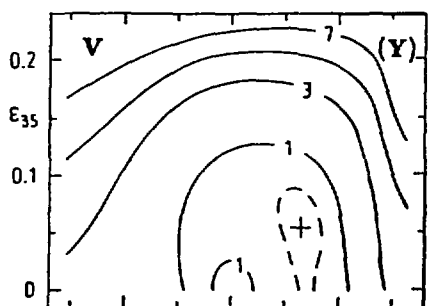
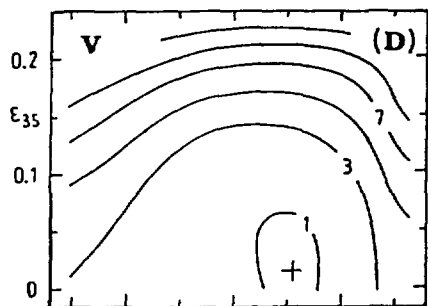
natomiast wysokości bariery E_B w kierunku ϵ_{35} wynoszą około:

$$\begin{aligned} \text{(D): } & 0 \text{ MeV}, \\ \text{(Y): } & 0.3 \text{ MeV}, \\ \text{(BS): } & 1.6 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Istotną wadą energii z rys. 6.1 jest to, że nie odtwarzają one znacznej deformacji kwadrupolowej jądra ^{224}Ra , otrzymanej w doświadczeniu (tabl. 5.1). Dla większej liczby izotopów radu, porównanie deformacji obliczonej ze zmierzoną, dokonane będzie w (następnym) paragrafie 6.2.

Dodanie dwóch protonów do jądra zmienia przebieg energii potencjalnej, niezbyt jednak silnie. Widać to z rys. 6.2, sporządzonego dla ^{226}Th . Pojawia się tu deformacja kwadrupolowa

w wariantach (D) i (Y), powiększa się też bariera oktupolowa w wariacie (Y). Deformacja kwadrupolowa jest jednak wciąż za mała.



Rysunek 6.2

To samo co na rys. 6.1 tylko dla jadra ^{226}Th [Sob87]. Współrzędne minimów energii (deformacje równowagi) wynoszą:

$$(D): \epsilon_{24}^{\circ} \approx 0.11, \quad \epsilon_{35}^{\circ} \approx 0.02,$$

$$(Y): \epsilon_{24}^{\circ} \approx 0.13, \quad \epsilon_{35}^{\circ} \approx 0.06,$$

$$(BS): \epsilon_{24}^{\circ} \approx 0, \quad \epsilon_{35}^{\circ} \approx 0.14,$$

natomiast wysokości bariery E_B w kierunku ϵ_{35} wynoszą około:

$$(D) : \quad 0 \text{ MeV},$$

$$(Y) : \quad 0.1 \text{ MeV},$$

$$(BS) : \quad 1.8 \text{ MeV}.$$

Nieodtworzenie doświadczalnej deformacji kwadrupolowej jąder z otoczenia radu przez energię potencjalną obliczoną ze standardowymi parametrami potencjału Nilssona "A=225" stworzyło potrzebę modyfikacji tych parametrów. Modyfikowano je tak, by możliwie dobrze odtworzyć widmo jednocząstkowe jąder nieparzystych badanego obszaru, szczególnie spiny stanu podstawowego, znane obecnie doświadczalnie [Ahm83, Ahm88]. Modyfikacji tej dokonano w pracach

[Roz86, Roz86a]. W wyniku otrzymano następujące wartości:

$$\begin{aligned} \kappa_p &= 0.0580 & , & & \kappa_n &= 0.0526 & , \\ \mu_p &= 0.630 & , & & \mu_n &= 0.457 & . \end{aligned} \quad (6.7)$$

Z parametrami tymi obliczona została energia potencjalna V w tych samych trzech wariantach: (D), (Y) i (BS) co w przypadku standardowych parametrów "A=225". Oznaczone są one przez V_{mod}^D , V_{mod}^Y i V_{mod}^{BS} (zobacz też tabl. 6.1). Obliczenia wykonane zostały w bogatszej, trójwymiarowej przestrzeni deformacji: $(\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4)$. Użyto następującej siatki punktów:

$$\begin{aligned} \epsilon_2 &: & -0.20 & (0.05) & 0.30 \\ \epsilon_3 &: & 0.00 & (0.04) & 0.24 \\ \epsilon_4 &: & -0.12 & (0.04) & 0.24 \end{aligned} \quad (6.8)$$

Dla części tego obszaru przeprowadzono minimalizację pełnej energii w deformacji ϵ_5 . Minimalizacji tej dokonano w tych punktach deformacji $(\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4)$, które są bliskie linii odpowiadającej dnu doliny energii w płaszczyźnie (ϵ_2, ϵ_3) , a więc w obszarze najważniejszym dla ruchu kolektywnego w zmiennych ϵ_2 i ϵ_3 .

Równania BCS rozwiązaliśmy przy użyciu następujących wyrażeń na natężenia sił "pairing" [Bön85a]:

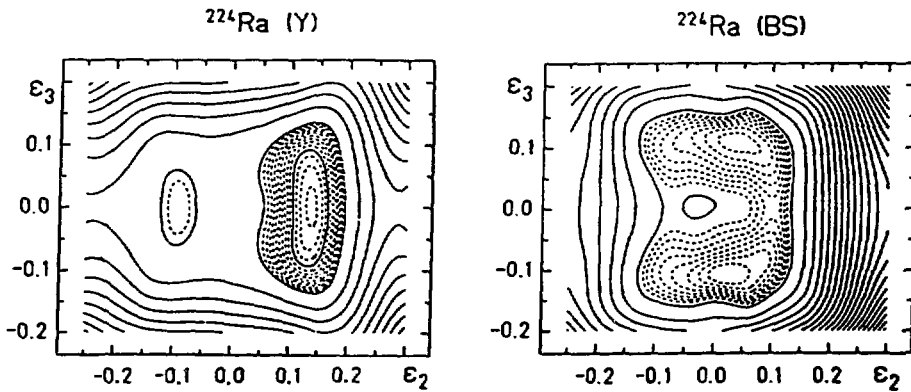
$$\text{dla protonów} \quad Z^{2/3} G_p = 0.290 \hbar \omega_o^p \quad (6.9a)$$

i

$$\text{dla neutronów} \quad N^{2/3} G_n = 0.284 \hbar \omega_o^n \quad (6.9b)$$

Jako przykład wyników przedstawiamy na rys. 6.3 powierzchnie energii potencjalnej $V_{\text{mod}}^Y(\epsilon_2, \epsilon_3)$ i $V_{\text{mod}}^{BS}(\epsilon_2, \epsilon_3)$ dla jądra ^{224}Ra . Porównanie tych energii z energiami z rys. 6.1 pokazuje, że

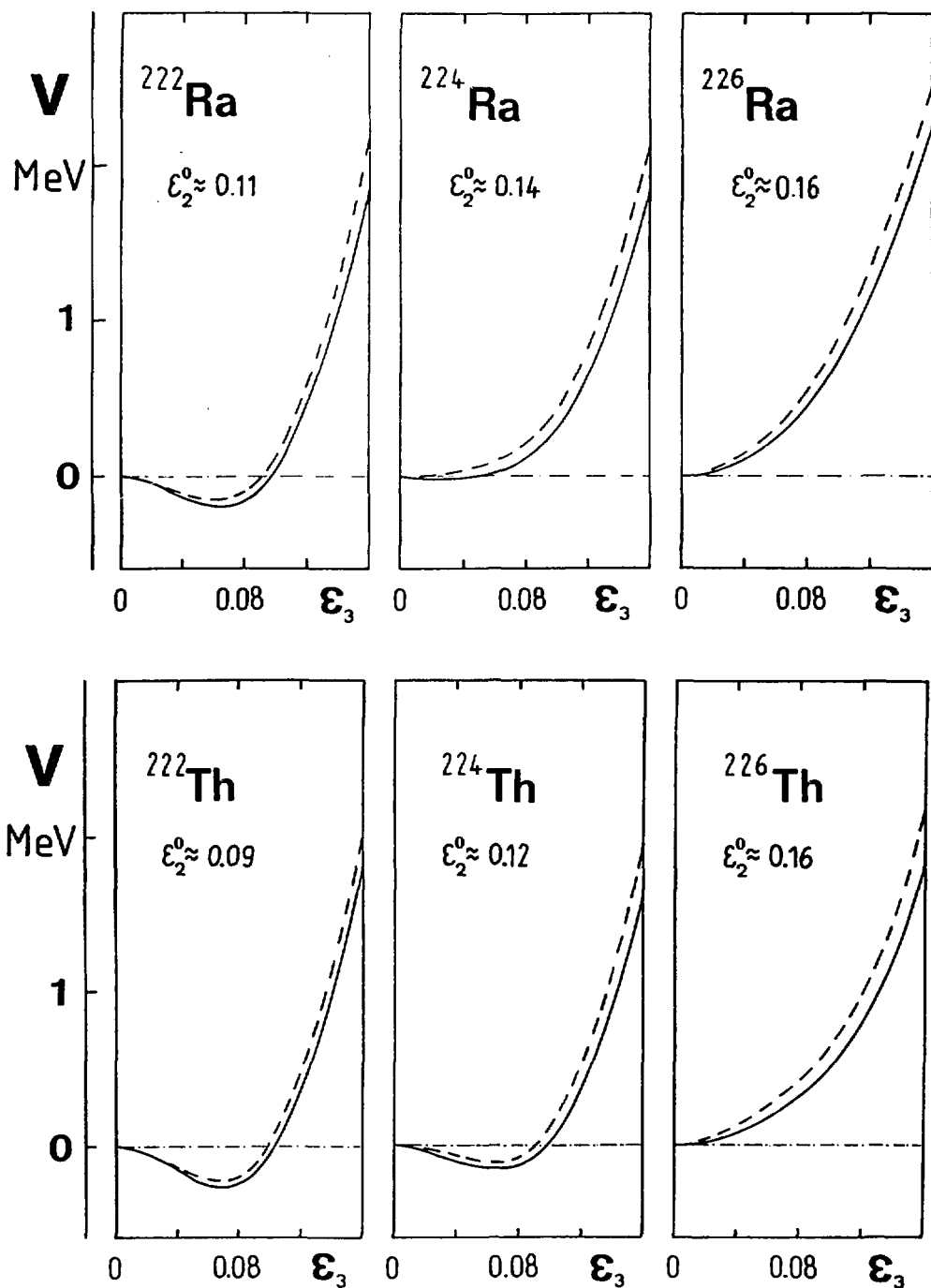
obecnie otrzymuje się większą deformację kwadrupolową, lepiej odtwarzającą wartość doświadczalną. [Dla wariantu (Y) odtwarzanie to jest prawie dokładne, jak widoczne to będzie na rys. 7.1]. Bariera oktupolowa zaś E_B jest obecnie niższa. Dla wariantu (BS) wynosi ona ok. 0.5 MeV (uprzednio 1.6 MeV), a dla wariantu (Y) w ogóle jej brak (uprzednio ok. 0.3 MeV). Wydaje się, że obniżenie to związane jest właśnie z większą deformacją kwadrupolową, która czyni oddziaływanie oktupolowe mniej efektywnym.



Rysunek 6.3

Powierzchnie energii potencjalnej $V_{\text{mod}}^Y(\epsilon_2, \epsilon_3)$ i $V_{\text{mod}}^{\text{BS}}(\epsilon_2, \epsilon_3)$ dla jądra ^{224}Ra . Odstępy między ciągłymi liniami stałej energii wynoszą 1 MeV, a między przerywanymi 100 keV [Bar86].

Rys. 6.4 pokazuje przebieg energii V_{mod}^Y w zależności od deformacji oktupolowej ϵ_3 , dla jąder $^{222-226}\text{Ra}$ i $^{222-226}\text{Th}$. Jest to energia zminimalizowana względem pozostałych stopni swobody: $\epsilon_2, \epsilon_4, \epsilon_5$. Dla ilustracji roli deformacji ϵ_5 , pokazany jest także wynik, w którym ten stopień swobody nie był uwzględniany. Widać dużą anharmoniczność potencjału dla jąder ^{222}Ra i ^{222}Th . Wysokość bariery oktupolowej E_B , będąca pewną miarą tej anharmoniczności, jest największa jednak dla liczby neutronów $N=134$ (Ra) lub nawet $N=132$ (Th), a nie dla $N=136$, jak sugerowałaby wartość energii 1^- (tabl. 5.1).



Rysunek 6.4

Energia potencjalna V_{mod}^Y w zależności od ϵ_3 i zminimalizowana względem ϵ_2 i ϵ_4 (linia przerywana) oraz dodatkowo względem ϵ_5 (linia ciągła) dla jąder $^{222}\text{Ra} - ^{226}\text{Ra}$ i $^{222}\text{Th} - ^{226}\text{Th}$. W środkowej części rysunku podane są, dla orientacji, przybliżone wartości kwadrupolowej deformacji równowagi ϵ_2^0 .

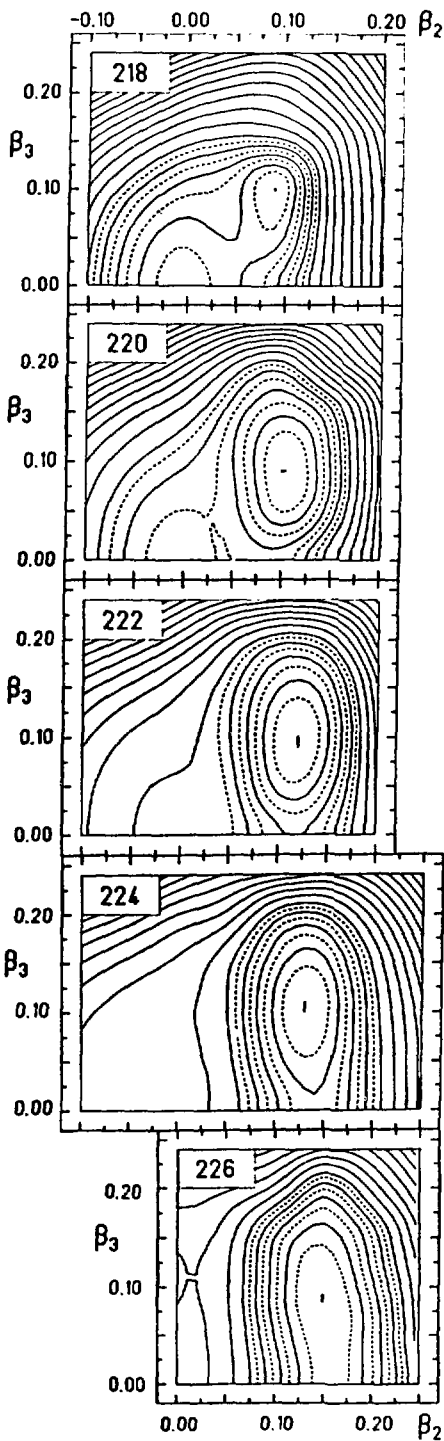
Widać także, że deformacja ϵ_5 zwiększa miękkość potencjału na drgania oktupolowe. Warto dodać, że energia V_{mod}^D (nie ilustrowana tu dla oszczędności miejsca), podobnie jak V^D nie prowadzi do powstania bariery oktupolowej. Pochodzi to z dużej sztywności energii modelu kropelkowego [MS74] na deformację oktupolową.

6.1.2. Energia otrzymana z użyciem potencjału Woodsa-Saxona

W niniejszym paragrafie zilustrujemy energię potencjalną V otrzymana z użyciem potencjału Woodsa-Saxona, który wydaje się najbardziej realistyczny spośród prostszych potencjałów jedno-cząstkowych stosowanych obecnie. Ilustracja zaczerpnięta jest z pracy [Sob88], której specyfika jest analiza energii w wielo-wymiarowej przestrzeni deformacji. Jest to mianowicie przestrzeń sześciowymiarowa $\{\beta_\lambda\}$, $\lambda=2,3,4,5,6,7$. Pokazano tam przy tym, że wpływ wyższych multipolowości λ na V jest już zaniedbywalny.

Rys. 6.5 pokazuje mapy V dla izotopów radu: $^{218-226}\text{Ra}$. Jako gładka część energii użyta jest energia modelu Krappego-Nixa. Widać, że jądro ^{218}Ra jest praktycznie sferyczne (lokalne minimum przy $\beta_2 \neq 0$ jest bardzo płytkie), zaś dalsze jądra są coraz silniej zdeformowane.

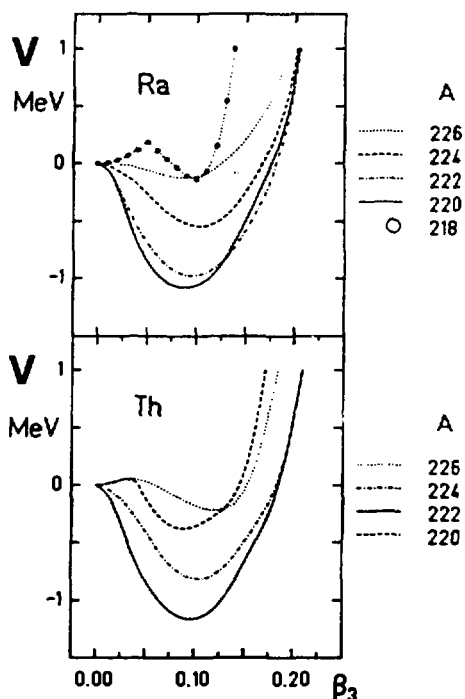
Wysokość i kształt bariery oktupolowej pokazane są na rys.6.6. Widać, że najwyższa bariera otrzymana jest przy liczbie neutronów $N=132$, a nie $N=136$ jakby to sugerował doświadczalny wynik na energię stanu 1^- (tabl. 5.1). Jest to więc wynik podobny do otrzymanego w przypadku potencjału Nilssona ze zmodyfikowanymi parametrami "A=225": V_{mod}^Y (poprzedni par.). Wysokości barier oktupolowych są tutaj jednak wyższe niż tam, na co istotny wpływ ma nie tylko odmiennność potencjału jednocząstkowego, lecz także zastosowana tu wielowymiarowość przestrzeni deformacji.



Rysunek 6.5

Powierzchnie energii potencjalnej $V_{WS}^Y(\beta_2, \beta_3)$ dla kilku izotopów radu. W każdym punkcie deformacji (β_2, β_3) energia potencjalna jest zminimalizowana względem parametrów deformacji β_λ ($\lambda = 4 - 7$). Odstępy między ciągłymi liniami ekwipotencjalnymi wynoszą 0.5 MeV (kreskowane linie dzielą tę różnicę na połowę) [Sob88].

Wydaje się, że wyniki zilustrowane w niniejszym paragrafie są najbardziej realistyczne z otrzymanych dotychczas i dlatego zastosujemy je do obliczeń energii wzbudzeń oktopolowych i prawdopodobieństw oktopolowych przejść (par. 6.3 i 6.4).



Rysunek 6.6

Energia potencjalna V_{WS}^Y dla kilku izotopów radu i toru jako funkcja β_3 . Dla każdego β_3 energia jest zminimalizowana względem pozostałych parametrów deformacji β_λ ($\lambda = 2, 4, 5, 6, 7$) [Sob88].

6.2. Elektryczny moment kwadrupolowy

Wewnętrzny moment jądra o najniższej multipolowości (kwadrupolowy) jest jedną z podstawowych jego charakterystyk i odtworzenie jego wartości eksperymentalnej jest jednym z podstawowych sprawdzianów poprawności opisu struktury wewnętrznej jądra.

W niniejszym paragrafie zilustrujemy jak rozważone przez nas powyżej warianty energii potencjalnej pozwalają odtworzyć moment kwadrupolowy Q_0 i jaki jest wpływ użytej przestrzeni deformacji na jakość tego odtworzenia. Ilustracji dokonujemy dla izotopów radu. Wyniki teoretyczne podajemy dla wariantów (Y) i (BS) energii potencjalnej.

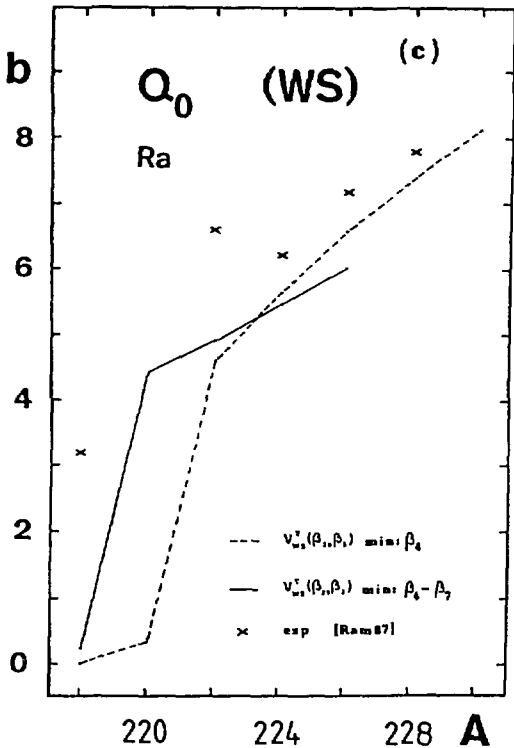
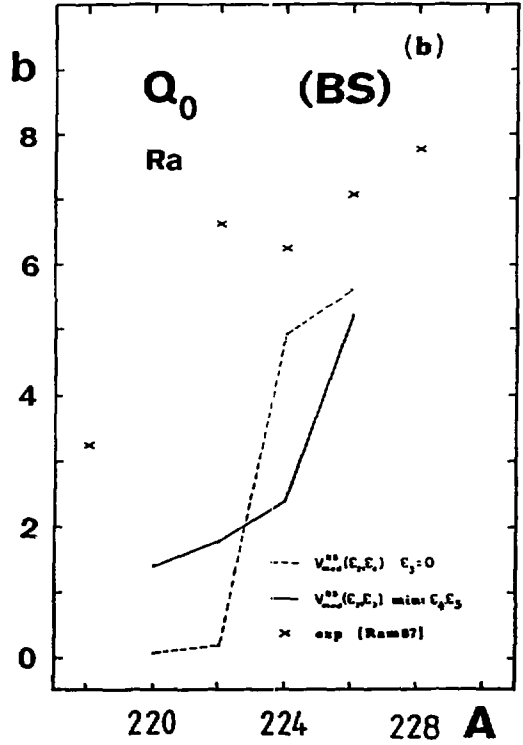
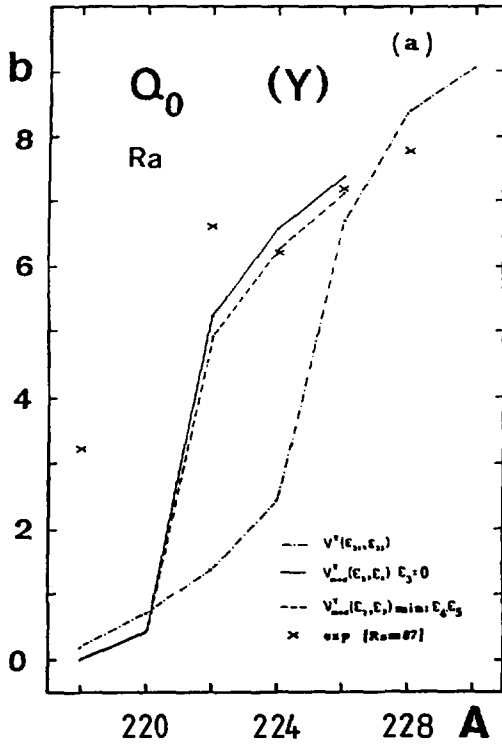
Już z bardzo powierzchownej analizy wyników (np. rys. 5.1 i 5.2) widać, że wariant (D) nie odtwarza deformacji kwadrupolowej rozważanych jąder i opuszczamy go w niniejszej ilustracji.

Teoretyczne wartości elektrycznego momentu kwadrupolowego jądra w jego stanie podstawowym Q_0 , obliczamy ze wzoru

$$Q_0 = \langle \Phi_0 | Q_{20} | \Phi_0 \rangle = \int |\Phi_0(q_2, q_3)|^2 Q_{20}(q_2, q_3) dq_2 dq_3, \quad (6.10)$$

gdzie $\Phi_0(q_2, q_3)$ jest (kolektywna) funkcja falowa stanu podstawowego jądra, a zależność (statycznego) momentu kwadrupolowego od deformacji jądra obliczana jest ze wzoru (2.7). Moment Q_0 , wyznaczony ze wzoru (6.10), uwzględnia efekty dynamiczne jądra w jego stanie podstawowym, tj. efekty związane z drganiami zerowymi. Efekty te na ogół są nieduże (szczególnie dla jąder dobrze zdeformowanych) i Q_0 jest bliskie wartości statycznej $Q_0^0 = Q_{20}(q_2^0, q_3^0)$, tj. wartości obliczonej wprost dla deformacji równowagi jądra. Efekty dynamiczne dyskutowane były np. w pracach [Ner81, Roz86a].

Rys. 6.7 podaje porównanie wyników doświadczalnych z teoretycznymi. Wartości doświadczalne wzięte są z tabl. 5.1, a teoretyczne obliczone ze wzoru (6.10). Z części (a) rysunku widać, że wariant obliczeń ze standardowymi parametrami Nilssona "A=225" (V^Y) zupełnie nie odtwarza Q_0 dla lekkich izotopów radu. Obliczenia ze zmodyfikowanymi parametrami (V_{mod}^Y) robią to znacznie lepiej. Tutaj także jednak deformacja Q_0 pojawia się nieco za późno, ze wzrostem liczby neutronów N. Rozszerzenie przestrzeni deformacji od $\{\epsilon_2, \epsilon_4\}$ do $\{\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5\}$ daje stosunkowo nieduże efekty. Większe efekty tego rozszerzenia dostaje się w variancie (BS) obliczeń. Interesujące jest, że w obszarze przejściowym, znaczne efekty dostaje się nawet od deformacji wysokich multipolowości, jak β_5 , β_6 , β_7 , co widoczne jest w wynikach otrzymanych z potencjałem Woods-Saxona (część (c) rysunku). Wyniki te najlepiej odtwarzają Q_0 , szczególnie w obszarze przejściowym, co podkreśla największą realistyczność tych wyników.



Rysunek 6.7

Elektryczne momenty kwadrupolowe Q_0 dla izotopów radu otrzymane dla różnych wariantów energii potencjalnej. Dane eksperymentalne pochodzą z pracy [Ram87].

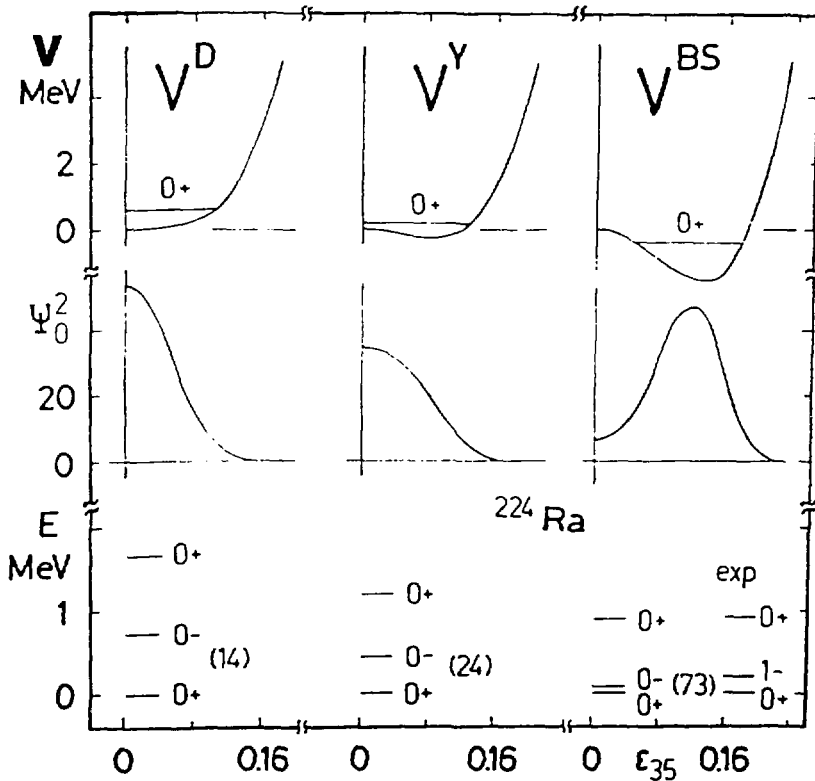
6.3. Energie wzbudzenia i zredukowane prawdopodobieństwa przejść

W niniejszym paragrafie podamy energie najniższych stanów wzbudzonych oraz zredukowane prawdopodobieństwa przejść $B(E2)$ i $B(E3)$ pomiędzy nimi, obliczone dla izotopów radu i toru przy różnych wersjach energii potencjalnej. Koncentrujemy się właśnie na dyskusji wpływu przebiegu energii potencjalnej na te wielkości, przyjmując uproszczoną postać tensora masowego $B_{q_i q_j}$. Zakładamy mianowicie

$$B_{q_2 q_2} = B_{q_3 q_3} = 300 \hbar^2 / \text{MeV} \quad , \quad B_{q_2 q_3} = 0 \quad , \quad (6.11)$$

gdzie $q_2 = \epsilon_{24}$, ϵ_2 lub β_2 oraz $q_3 = \epsilon_{35}$, ϵ_3 lub β_3 . Składowe tensora masowego nie zależą więc od deformacji, składowe diagonalne (kwadrupolowa i oktopolowa) są równe, a składowa mieszana znika. To ostatnie oznacza, że drgania kwadrupolowe i oktopolowe mogą się sprzęgać tylko przez energię potencjalną. W rozdz. 7 przedyskutujemy jednak oddzielnie zależność parametrów masowych od deformacji (otrzymaną w przybliżeniu wymuszonego ruchu kolektywnego) i wpływ tej zależności na energie wzbudzenia i prawdopodobieństwa przejść. Same wartości, przyjęte we wzorze (6.11), oparte są na tych obliczeniach, a częściowo także na obliczeniach pracy [Bar81].

Na początek przedstawmy ilustrację wpływu różnego stopnia anharmoniczności potencjału w oktopolowym stopniu swobody (ϵ_{35}) na kształt widma stanów wzbudzonych. Pokazuje to rys. 6.8, zaczerpnięty z pracy [Bön84]. Przedstawia on przekrój powierzchni energii z rys. 6.1 wzdłuż osi ϵ_{35} ($\epsilon_{24} \approx 0$), kwadrat funkcji falowej stanu podstawowego Ψ_0^2 oraz energie E dwóch najniższych stanów wzbudzonych. Widać, że stosunkowo mała anharmoniczność potencjału V^D pozostawia widmo prawie harmonicznym. Spora anharmoniczność



Rysunek 6.8

Przekroje energii potencjalnej V z rys. 6.1 i kwadratu funkcji falowej stanu podstawowego ψ_0^2 wzdłuż zmiennej oktopolowej ϵ_{35} , widmo dwóch najniższych stanów wzbudzonych (wibracyjnych) 0^- i 0^+ oraz zredukowane prawdopodobieństwo przejścia $B(E3)$ ze stanu 0^- do stanu podstawowego wyrażone w jednostkach Weisskopfa (w nawiasach), dla trzech wariantów energii V : (D), (Y) i (BS) dla ^{224}Ra . Dla porównania podano także widmo eksperymentalne. Poziomy obliczone oznaczone są liczbami K^π , a doświadczalne I^π [Bön84].

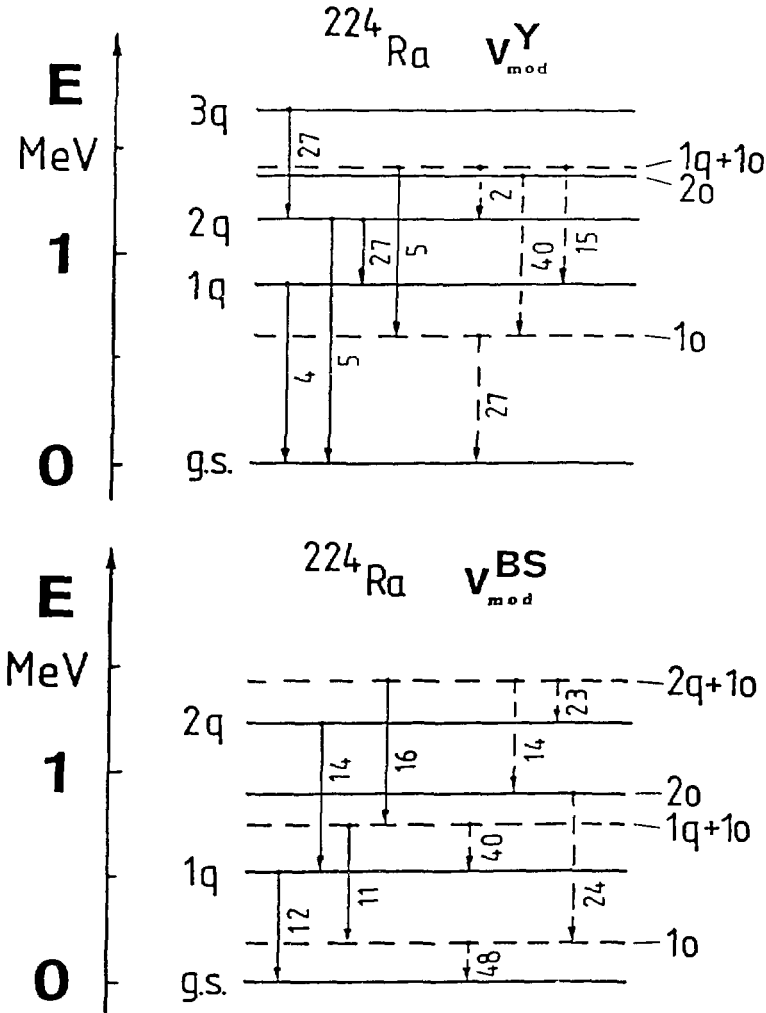
potencjału V^Y , polegająca na pojawieniu się minimum energii (o głębokości ok. 0.3 MeV) przy $\epsilon_{35} \approx 0.07$ daje już widoczny efekt w widmie, ale wciąż niezbyt silny. Dopiero głębokie minimum (ok. 1.6 MeV głębokości) przy $\epsilon_{35} \approx 0.13$, pojawiające się w potencjale V^{BS} , powoduje anharmoniczność widma porównywalną z doświadczeniem. Także w tym przypadku prawdopodobieństwo przejścia $B(E3) = 73$ W.u. staje się duże (ok. 5 razy większe niż w przypadku V^D), co wiąże się z lokalizacją (dopiero w tym przypadku) funkcji falowej ψ_0

w (oktupolowym) minimum przy $\epsilon_{35} \neq 0$.

Rys. 6.9 podaje wyniki dla pełniejszego widma otrzymanego dla ^{224}Ra . Są to energie średnio najniższych stanów oraz prawdopodobieństwa przejść $B(E2)$ i $B(E3)$ między nimi, obliczone z użyciem energii potencjalnej V_{mod}^Y i V_{mod}^{BS} przedstawionej na rys. 6.3. Oba potencjały (a szczególnie V_{mod}^Y) stosunkowo dobrze odtwarzają momenty kwadrupolowe jądra Q_0 , jak było to pokazane na rys. 6.7. Poziomy o dodatniej parzystości oznaczone są linią ciągłą, a o ujemnej - przerywaną. Przejścia $E2$ oznaczone są ciągłą strzałką (z podaną obok wartością $B(E2)$, wyrażoną w jednostkach Weisskopfa), a $E3$ - przerywaną (z podaną obok wartością $B(E3)$, wyrażoną również w jednostkach Weisskopfa). Stan, dla którego przejście $E2$ do stanu podstawowego jest najsilniejsze, oznaczony jest jako pierwszy stan kwadrupolowy ($1q$), stan, dla którego najsilniejsze jest takie przejście do stanu $1q$ - jako drugi stan kwadrupolowy ($2q$) itd. Analogicznie postępujemy dla stanów oktupolowych $1o$, $2o$, itd., biorąc za kryterium wielkość przejścia $E3$. Oprócz stanów kwadrupolowych iq i oktupolowych jo , pojawiają się ich kombinacje $iq + jo$.

Z rys. 6.9. widać, że widma otrzymane z wariantem (Y) i wariantem (BS) potencjału silnie się między sobą różnią. Dla wariantu (Y), widmo oktupolowe nie odbiega wiele od harmonicznego. Także stosunki prawdopodobieństw $B(E3)$ pomiędzy kolejnymi stanami oktupolowymi nie są odległe od stosunków charakterystycznych dla oscylatora harmonicznego (zob. dodatek D.2). Dla potencjału (BS) zaś, widmo oktupolowych stanów i stosunki prawdopodobieństw $B(E3)$ odchylają się silnie od właściwych dla oscylatora. Związane to jest z małą anharmonicznością potencjału (Y) w kierunku zmiennej oktupolowej ϵ_3 , a dużą anharmonicznością potencjału (BS) (zob. rys.6.3). Warte jest zwrócenie uwagi, że przejście $B(E3; 1o \rightarrow g.s.)$ jest silne (27 W.u.) nawet dla przypadku (Y), dla którego

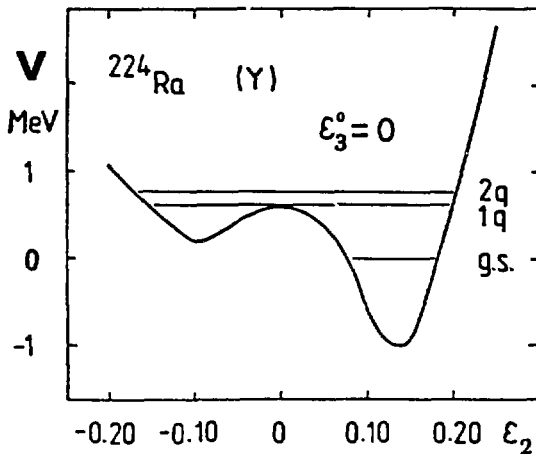
potencjał nie ma minimum przy $\epsilon_3 \neq 0$, tzn. gdy efekt deformacji oktopolowej jest jedynie dynamiczny.



Rys. 6.9

Widmo energetyczne najniższych siedmiu stanów wibracyjnych oraz główne prawdopodobieństwa przejść $B(E2)$ i $B(E3)$ pomiędzy tymi stanami w jednostkach Weisskopfa [W.u.]. Widmo otrzymane jest przy użyciu wariantów V_{mod}^Y i V_{mod}^{BS} energii potencjalnej, przedstawionych na rys. 6.3.

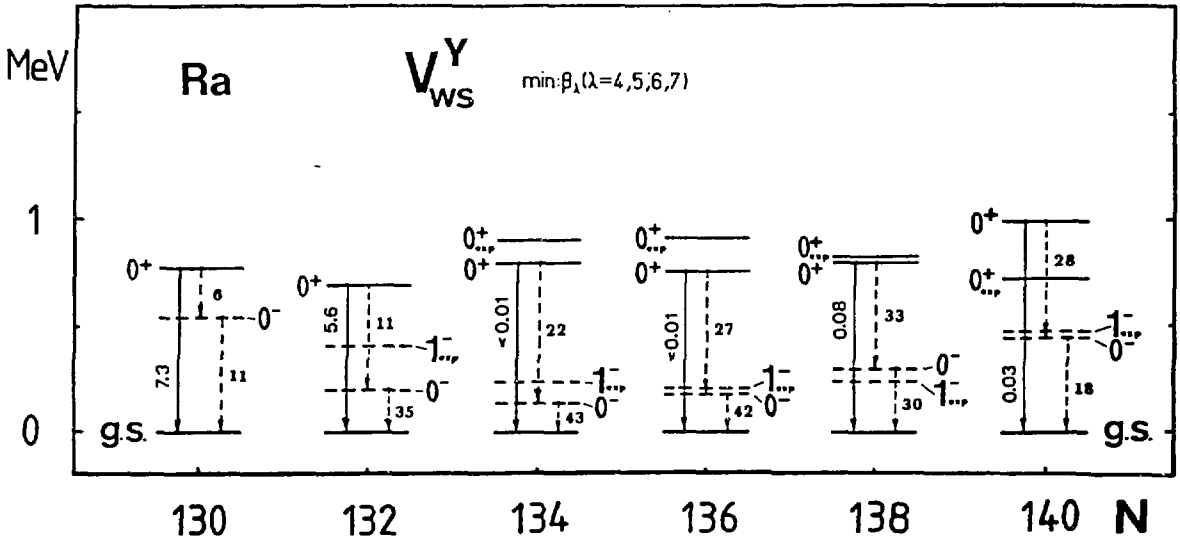
Dla stanów kwadrupolowych mamy sytuację odwrotną. Duża anharmoniczność występuje dla potencjału (γ). Widoczne to jest zarówno w widmie, jak i stosunkach $B(E2)$. Zrozumienie tego ułatwia rys. 6.10 pokazujący przekrój energii (γ) wzdłuż zmiennej kwadrupolowej ϵ_2 . Widać jak bardzo anharmoniczny jest to przebieg, szczególnie w zakresie energii stanów $1q$ czy $2q$. Rys. 6.10 sugeruje w szczególności małe przekrycie funkcji falowych stanu podstawowego i stanu $1q$, a duże stanów $1q$ i $2q$, co odzwierciedla się na rys. 6.9 w wartościach $B(E2)$ dla odpowiednich przejść. Dla wariantu (BS), anharmoniczność energii stanów kwadrupolowych oraz stosunków $B(E2)$ dla przejść między nimi jest już znacznie mniejsza, niż dla wariantu (γ), co jakościowo można zrozumieć z przebiegu energii potencjalnej na rys. 6.3.



Rys. 6.10

Przekrój energii potencjalnej V_{mod}^{γ} przy $\epsilon_3 = 0$. Stan oznaczony przez g.s. jest stanem podstawowym, a stany $1q$ i $2q$ są pierwszymi wzbudzeniami kwadrupolowymi.

Rys.6.11 przedstawia energie dwóch najniższych stanów wzbudzonych i odpowiednie przejścia zredukowane dla 6 izotopów radu. Wyniki te otrzymane zostały przy energii potencjalnej uzyskanej w wielowymiarowej przestrzeni deformacji $\{\beta_{\lambda}\}$, $\lambda = 2 - 7$ (sześć wymiarów), z użyciem potencjału Woodsa-Saxona, przedstawionej na rys. 6.5. Celem rys. 6.11 jest ilustracja zależności energii i prawdopodobieństw przejść między tymi stanami od liczby neutronów. Wyniki te wyjaśniają jednocześnie naturę tych stanów.

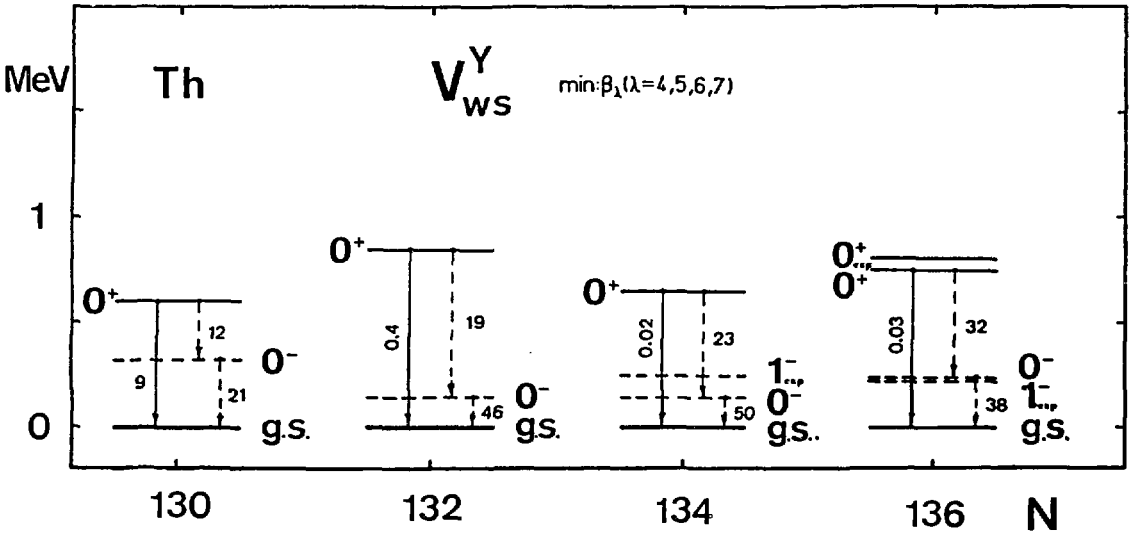


Rysunek 6.11

Energia E oraz zredukowane prawdopodobieństwa przejść $B(E2)$ i $B(E3)$ (w jednostkach Weisskopfa) dla dwóch najniższych stanów wzbudzonych: 0^- i 0^+ , obliczone dla $^{218-228}\text{Ra}$ z użyciem potencjału Woods-Saxona. Poziomy eksperymentalne 1^- i 0^+ podane są również, dla porównania.

Widać, że widmo dla wszystkich sześciu jąder jest anharmoniczne. Najsilniejsza anharmoniczność występuje dla ^{222}Ra i ^{224}Ra . Najsilniejsze jest wtedy również przejście $E3$ z pierwszego stanu oktopolowego 0^- do stanu podstawowego. Wtedy jednocześnie pierwszy parzysty stan wzbudzony 0^+ ma najbardziej oktopolową naturę: przejście oktopolowe z niego na stan 0^- jest duże, a przejście kwadrupolowe na stan podstawowy 0^+ jest znikome. Porównanie energii stanów z doświadczeniem wykazuje dobrą zgodność dla ^{224}Ra , trochę gorszą dla ^{226}Ra i ^{222}Ra , i najgorszą dla ^{220}Ra . Dla ^{228}Ra , energia stanu 1^- jest dobrze odtworzona, natomiast stanu 0^+ - gorzej. Wygląda na to, że energia potencjalna przewiduje za małą deformację kwadrupolową jąder na początku obszaru "wyspy oktopolowej" (co widać bezpośrednio z obliczonego momentu kwadrupolowego Q_0 na rys. 6.7), co z kolei prowadzi do zbyt silnych

efektów oktupolowych. Na końcu zaś wyspy, efekty oktupolowe są jakby zbyt słabe. Widać to dla ^{226}Ra , gdzie energia stanu 0^- jest nieco za duża i, odpowiednio, $B(E3)$ za małe: wynosi ono 30 W.u., podczas gdy eksperyment daje 52 W.u. [Wol89]. Jednak, jak na nasz stosunkowo prosty model, wyniki te są lepsze, tzn. bliższe eksperymentu, niż oczekiwaliśmy.



Rysunek 6.12

To samo, co na rys. 6.11, lecz dla izotopów toru.

Rys. 6.12 podaje ilustrację analogiczną do rys. 6.11, tylko dla toru. Widać znowu, że w środku wyspy oktupolowej (najniższa energia stanu 0^-), pierwszy stan wzbudzony 0^+ ma charakter prawie wyłącznie oktupolowy: duże przejście E3 do pierwszego stanu oktupolowego 0^- i bardzo małe przejście E2 do stanu podstawowego. Na peryferiach wyspy zaś (^{220}Th), stan ten jest już w dużym stopniu kwadrupolowy: mniejsze E3 do stanu 0^- i spore E2 do stanu podstawowego.

7. DYSKUSJA

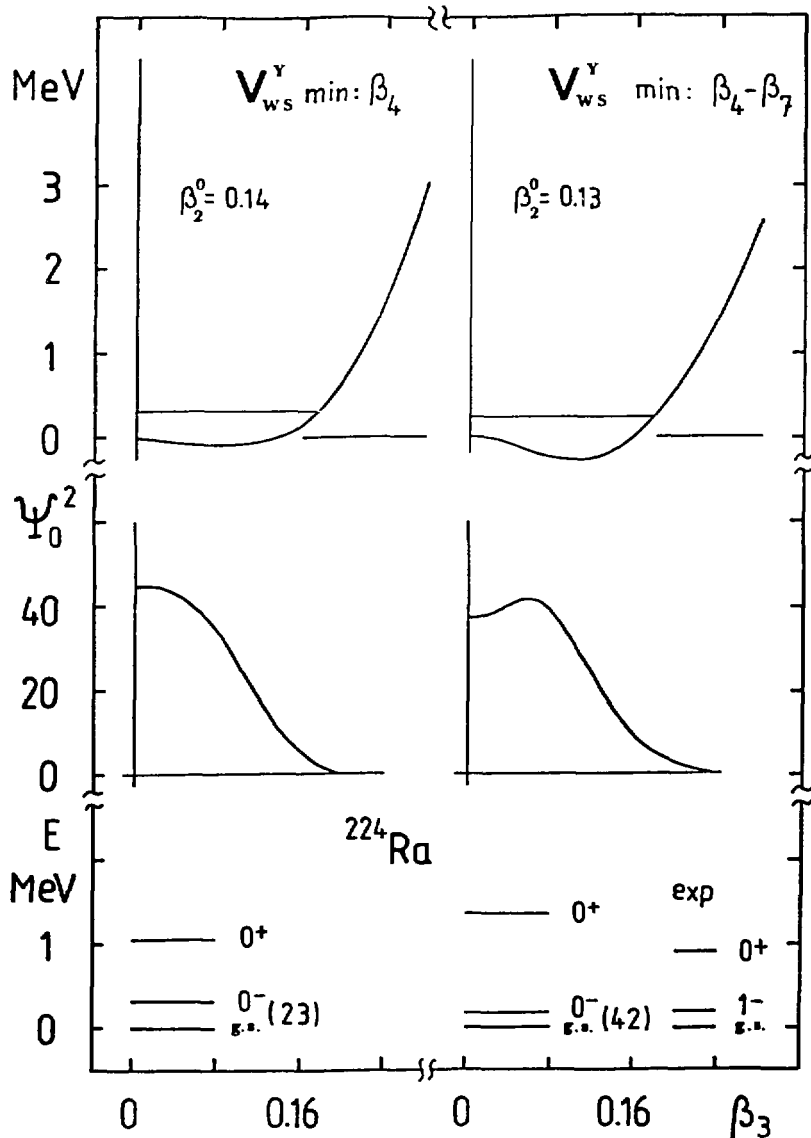
W niniejszym rozdziale przedyskutujemy głównie dwa efekty. Jeden, to efekt uwzględnienia deformacji wyższych multipolowości na własności kolektywne jąder, a drugi to wpływ zależności parametrów masowych od deformacji, na te własności.

7.1. Efekty deformacji wyższych multipolowości

Do ilustracji tych efektów wybieramy najbardziej realistyczny wariant obliczeń, a mianowicie obliczenia oparte na potencjale Woods-Saxona.

Rys. 7.1 przedstawia przekrój energii potencjalnej wzdłuż zmiennej oktopolowej β_3 , otrzymany w dwóch przypadkach, dla jądra ^{224}Ra . Jeden, to przypadek gdy energia obliczana jest w trójwymiarowej przestrzeni deformacji $\{\beta_\lambda\}$, $\lambda = 2, 3, 4$. Drugi, to przypadek sześciowymiarowej przestrzeni deformacji $\{\beta_\lambda\}$, $\lambda = 2 - 7$. Widać, że różnica nie jest duża (w skali rysunku). Uwzględnienie deformacji β_5 i β_7 czyni energię potencjalną bardziej miękką na deformację oktopolową β_3 , zwiększając anharmoniczność przebiegu energii. Prowadzi to jednak do wyraźnej zmiany przebiegu kwadratu funkcji falowej Ψ_0^2 . Prowadzi także do bardzo znacznego wzrostu anharmoniczności widma oraz do dużego (prawie dwukrotnego) wzrostu zredukowanego prawdopodobieństwa przejścia B(E3) ze stanu oktopolowego 0^- do stanu podstawowego, podanego na dole rysunku.

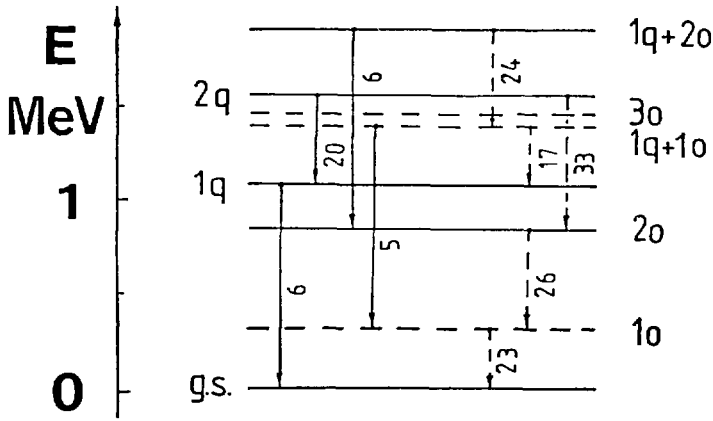
Rys. 7.2 ilustruje wpływ uwzględnienia deformacji β_5 , β_6 i β_7 na energie i zredukowane prawdopodobieństwa przejść pełniejszego układu stanów. Jest to układ siedmiu najniższych stanów wzbudzonych. Widać, że wpływ ten jest istotny dla całego rozważonego widma. W szczególności, obniżeniu ulegają energie stanów oktopolowych, a podwyższeniu - zredukowane prawdopodobieństwa B(E3) przejść między nimi.



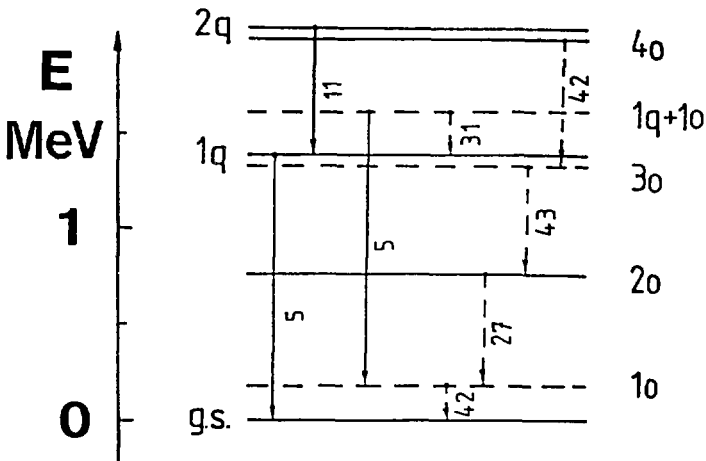
Rysunek 7.1

Przekroje energii potencjalnej V i kwadratu funkcji falowej stanu podstawowego Ψ_0^2 wzdłuż zmiennej oktupolowej β_3 . widmo dwóch najniższych stanów wzbudzonych 0^- i 0^+ oraz zredukowane prawdopodobieństwo przejścia $B(E3)$ ze stanu 0^- do stanu podstawowego wyrażone w jednostkach Weisskopfa (w nawiasach) dla dwóch wariantów energii V , obliczonej dla ^{224}Ra z użyciem potencjału Woods-Saxona. Jeden wariant odpowiada analizie V w 3-wymiarowej przestrzeni $\{\beta_\lambda\}$ ($\lambda=2,3,4$), a drugi - w 6-wymiarowej ($\lambda=2,3,\dots,7$). Wartości deformacji kwadrupolowej β_2^0 , przy której dokonano przekroju, podane są w górnej części rysunku. (Zob. też analogiczny rys. 6.8).

^{224}Ra V_{WS}^{Y} min: β_4



^{224}Ra V_{WS}^{Y} min: $\beta_4 - \beta_7$



Rysunek 7.2

Widmo energetyczne najniższych ośmiu stanów wibracyjnych oraz główne prawdopodobieństwa przejść $B(E2)$ i $B(E3)$ pomiędzy tymi stanami (w jednostkach Weisskopfa). Widmo otrzymane jest w dwóch wariantach energii potencjalnej V , zilustrowanych na rys. 7.1. (Zob. także rys. 6.9. podobny do niniejszego).

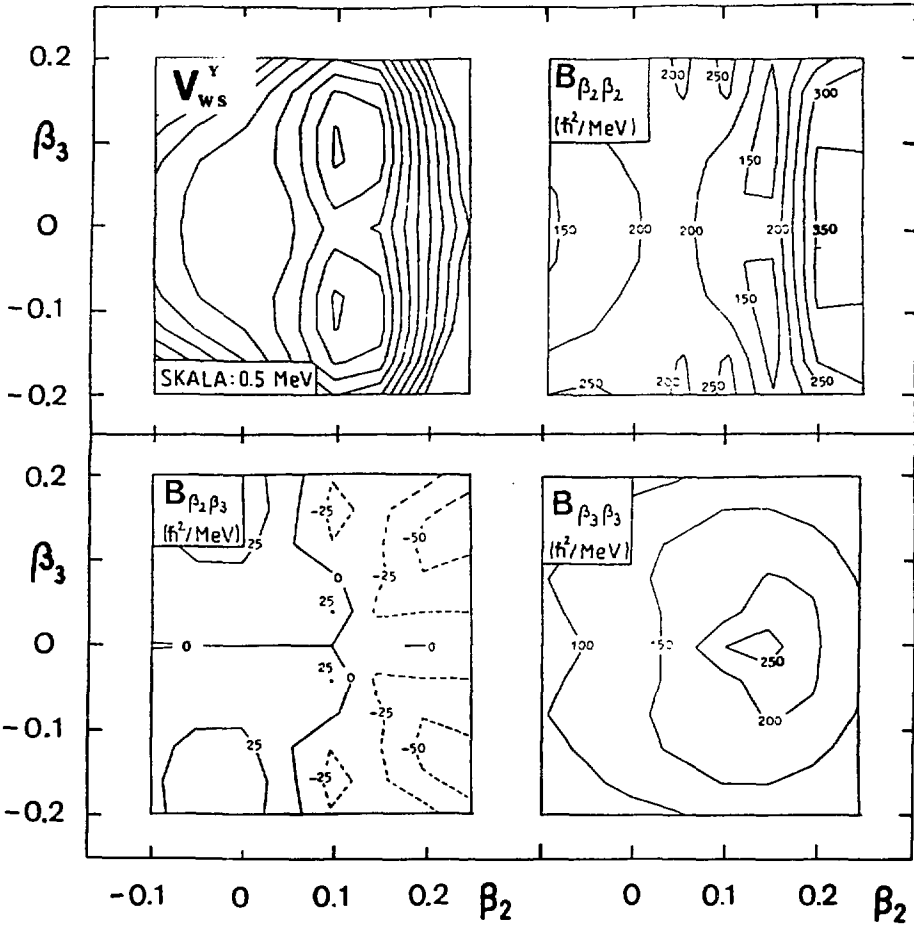
7.2. Efekty zależności parametrów masowych od deformacji

W dotychczasowych obliczeniach, których wyniki przedstawiliśmy w poprzednim rozdziale (rozdz. 6), przyjmowana była niezależność parametrów masowych od deformacji. Przyjrzyjmy się zatem w jakim stopniu założenie to jest spełnione i jak mikroskopowo obliczona zależność tych parametrów od deformacji, wpływa na energie stanów kolektywnych.

Zagadnienie wpływu struktury powłokowej parametrów masowych (a także energii potencjalnej) na własności kolektywne jądra w przypadku ruchów tylko kwadrupolowych badane było szczegółowo w pracy [Gyu82].

Rys. 7.3 podaje zależność od deformacji β_2 i β_3 wszystkich trzech składowych tensora masowego, jakie występują w używanym przez nas hamiltonianie (2.2), obliczonych dla jądra ^{222}Ra . Otrzymane one zostały ze wzoru (4.2), opierając się na potencjale Woodsa-Saxona. Energia potencjalna V , obliczona przy użyciu tego samego opisu struktury wewnętrznej jądra, podana jest również dla pełni obrazu. Zanalizowana jest ona w 6-wymiarowej przestrzeni deformacji $\{\beta_\lambda\}$, $\lambda = 2, 3, \dots, 7$.

Widać, że składowa niediagonalna tensora masowego $B_{\beta_2\beta_3}$ ma wartości znacznie mniejsze od składowych diagonalnych i można ją w pierwszym przybliżeniu zaniedbać. Składowe diagonalne $B_{\beta_2\beta_2}$ i $B_{\beta_3\beta_3}$ nie różnią się zbyt silnie i przyjęcie ich równości można uznać za rozsądne. Wygląda więc na to, że przyjęte przez nas założenie (6.11) oddaje w niezłym przybliżeniu stosunki otrzymane dla wartości mikroskopowych B . Co się tyczy samej wartości $300 \text{ h}^2/\text{MeV}$, to przyjęta ona została ok. 1.5 raza większa od wartości mikroskopowych, otrzymanych w pobliżu deformacji równowagi jądra. Jest to w zgodności z wynikami pracy [Pom77], wskazującej, że

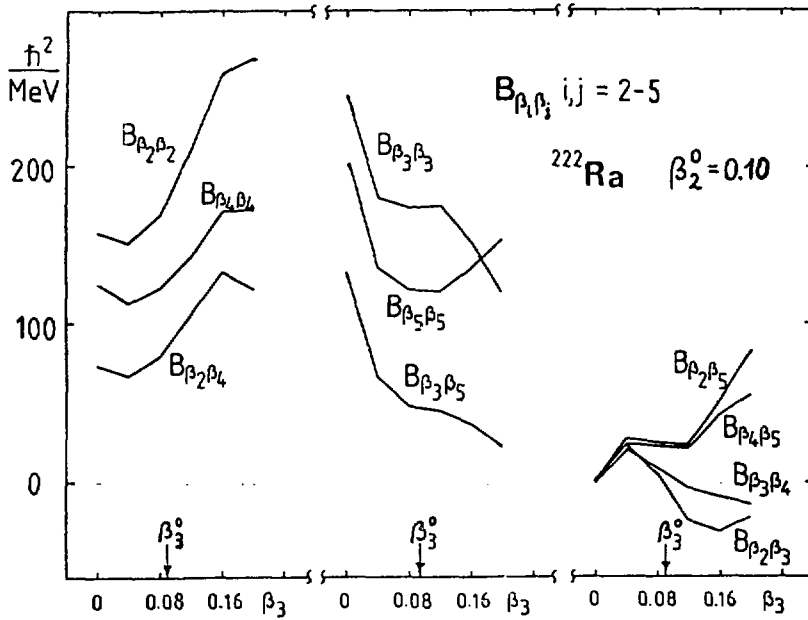


Rysunek 7.3

Mapy konturowe energii potencjalnej V oraz trzech składowych tensora masowego $B_{\beta_i\beta_j}$, obliczone dla jądra ^{222}Ra z użyciem potencjału Woodsa-Saxona. Dla każdego punktu (β_2, β_3) energia V minimalizowana jest względem czterech zmiennych: β_λ , $\lambda = 4 - 7$. Wartości β_λ^0 , realizujące to minimum, użyte były przy obliczeniu $B_{\beta_i\beta_j}$. Odległość w energii między sąsiednimi liniami konturowymi energii V wynosi 0.5 MeV.

wartości mikroskopowe B są za małe by odtworzyć eksperyment. Warto zwrócić uwagę na to, że składowa $B_{\beta_2\beta_2}$ ma większą korelację w swej zależności od deformacji z energią potencjalną V (minimum $B_{\beta_2\beta_2}$ wypada w okolicy minimum V), niż składowa $B_{\beta_2\beta_3}$.

Rys. 7.4 pokazuje zależność od deformacji β_3 wszystkich 10 składowych tensora masowego, odpowiadających multipolowościom $\lambda = 2, 3, 4, 5$. Wartość deformacji kwadrupolowej: $\beta_2 = 0.10$ wzięta jest blisko wartości równowagi. Widać, że wartości składowych diagonalnych maleją ze wzrostem multipolowości ($B_{\beta_4\beta_4} < B_{\beta_2\beta_2}$, $B_{\beta_5\beta_5} < B_{\beta_3\beta_3}$), a wartości składowych nediagonalnych są mniejsze od wartości składowych diagonalnych. Najmniejsze (i zmieniające znak) są składowe nediagonalne sprzęgające multipolowości o przeciwnych parzystościach.

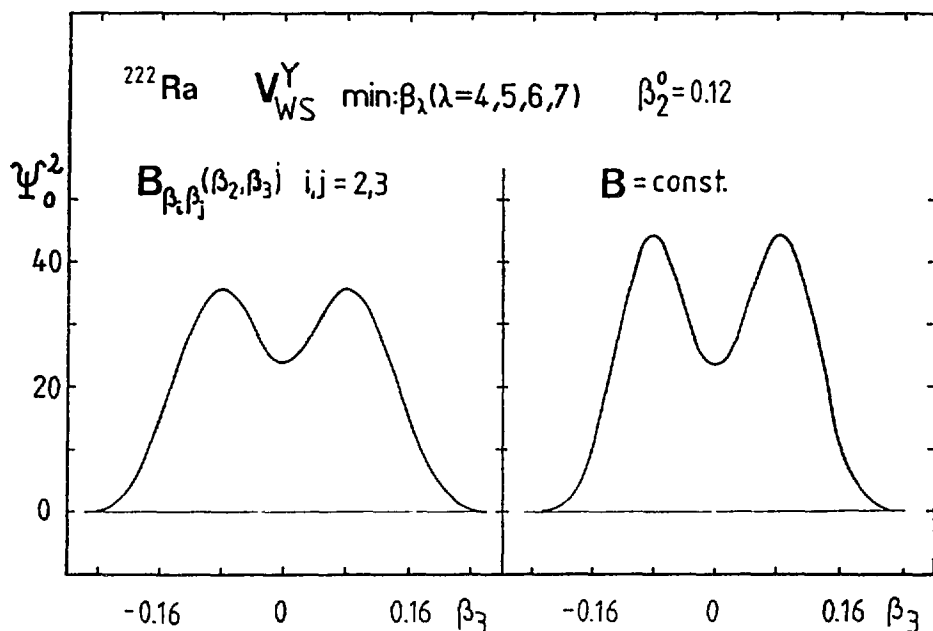


Rysunek 7.4

Zależność od deformacji oktopolowej β_3 dziesięciu składowych tensora masowego $B_{\beta_i\beta_j}$ ($i, j = 2-5$), otrzymanych dla ^{222}Ra . Obliczone one zostały tak jak składowe $i, j = 2, 3$ przedstawione na rys. 7.3, z tym, że tutaj ustalona jest wartość β_2 : $\beta_2 = 0.10$.

Rys. 7.5 ilustruje wpływ zależności parametrów masowych B od deformacji na przebieg kwadratu funkcji falowej stanu podstawowego Ψ_0^2 . Przebieg z lewej strony otrzymany jest z mikroskopowymi parametrami masowymi, przedstawionymi na rys. 7.3, a przebieg

z prawej - ze stałymi parametrami przyjętymi w równ. (6.11). W obu przypadkach użyta jest energia potencjalna podana na rys. 7.3. Widać, że w przypadku B zależnych od deformacji, Ψ_0^2 ma mniej ostre (niższe) maksimum w okolicy deformacji równowagi. Wydaje się, że jest to spowodowane kompensacyjnym działaniem B w stosunku do działania energii potencjalnej V. Parametr masowy B (głównie składowa $B_{\beta_2\beta_2}$, jak to widać z rys. 7.3) ma bowiem minimum w okolicy minimum energii potencjalnej V, a funkcja falowa ma tendencję "uciekania" z obszaru małej masy, do obszaru masy większej.

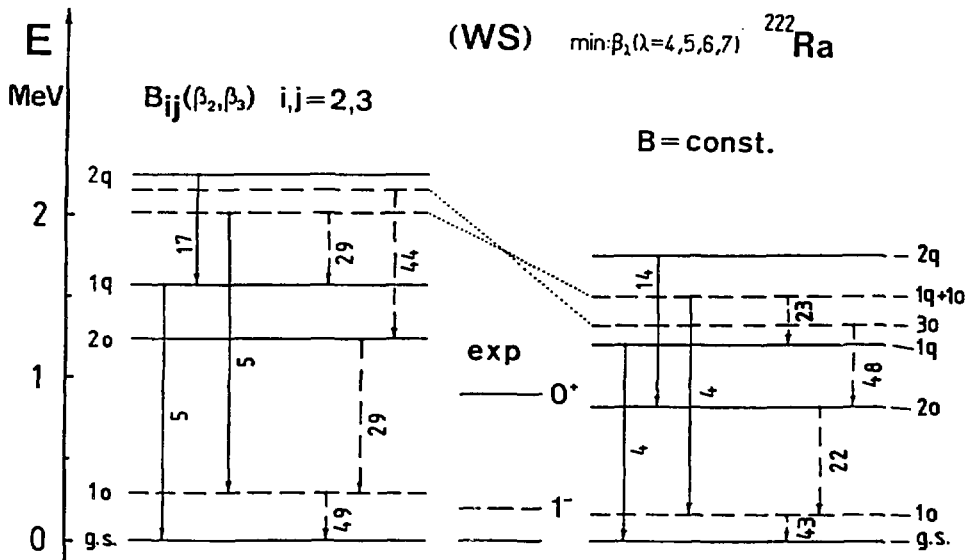


Rysunek 7.5

Porównanie zależności kwadratu funkcji falowej stanu podstawowego Ψ_0^2 od deformacji oktopolowej β_3 , otrzymanej z zależnymi od deformacji oraz stałymi parametrami masowymi.

Wreszcie rys. 7.6 daje porównanie widma stanów kolektywnych jądra ^{222}Ra oraz zredukowanych prawdopodobieństw przejść między nimi, obliczonych z B zależnymi od deformacji, z odpowiednimi

wielkościami policzonymi ze stałymi B. Widać, że dla energii główne efekty polega na przesunięciu widma otrzymanego z mikroskopowymi B w górę. Pochodzi to jednak raczej z mniejszych wartości tych B od przyjętych wartości $300 \hbar^2/\text{MeV}$ w przypadku $B = \text{const}$ (na co zwracaliśmy uwagę powyżej, cytując pracę [Pom77]), niż z zależności mikroskopowych B od deformacji. Pewna zmiana struktury widma (np. zmiana położenia stanu 3_0 względem stanu 1_{q+1_0}) może już jednak pochodzić od zależności B od deformacji.



Rysunek 7.6

Porównanie widma najniższych poziomów oraz zredukowanych prawdopodobieństw przejść między nimi, otrzymanych z mikroskopowymi oraz stałymi parametrami masowymi. Przedstawione wielkości otrzymane zostały z taką samą energią potencjalną V i takimi parametrami masowymi B - jak funkcja falowa Ψ_0^2 podana na rys. 7.5. Dla porównania, zaznaczono również dwa najniższe eksperymentalne stany wzbudzone: 1^- i 0^+ .

Co się tyczy prawdopodobieństw przejść, to rosną one na ogół o kilkanaście procent przy użyciu mikroskopowych B . Wydaje się, że

znowu pochodzi to głównie z mniejszych wartości tych B , a nie z ich zależności od deformacji.

Warto zauważyć, że prawdopodobieństwo przejścia $B(E3)$ z pierwszego stanu oktupolowego 10 na stan podstawowy, otrzymane z mikroskopowymi parametrami masowymi B (49 W.u.) jest bardzo bliskie do wartości (48 W.u.) otrzymanej w pracy [Rob88] w przypadku adiabatycznego, zależnego od czasu przybliżenia Hartree'ego-Focka (ATDHF). Nie jest to dziwne, gdyż zarówno energia potencjalna jak i parametry masowe, otrzymane w tym przypadku, są bliskie naszym.

8. WNIOSKI

Z wyników przedstawionych w ostatnich rozdziałach niniejszej pracy można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Energia najniższych kolektywnych stanów wzbudzonych oraz zredukowane prawdopodobieństwa przejść między nimi są czułymi funkcjami postaci energii potencjalnej jądra.
2. Energia stanów oktupolowych oraz zredukowane prawdopodobieństwo przejścia między nimi $B(E3)$ są szczególnie czułe na wartość deformacji równowagi q_3^0 oraz wysokość bariery "oktupolowej" E_B , która jest pewną miarą anharmoniczności energii potencjalnej V w kierunku zmiennej oktupolowej q_3 , gdy anharmoniczność ta jest duża. Im większe E_B , tym większa anharmoniczność widma oktupolowego i tym większe prawdopodobieństwo $B(E3)$ przejścia z pierwszego stanu wzbudzonego $K^\pi = 0^-$ do stanu podstawowego, a jednocześnie tym "czystsza" natura oktupolowa pierwszego stanu wzbudzonego $K^\pi = 0^+$. Jest on wtedy drugim oktupolowym stanem wzbudzonym jądra.
3. Aby dostać znaczną wartość $B(E3)$, nie jest konieczna obecność statycznej deformacji oktupolowej $q_3^0 \neq 0$. Już czysto dynamiczne efekty deformacji oktupolowej, przy $E_B = 0$, mogą prowadzić do $B(E3)$ rzędu 30 W.u. (zob. np. rys. 6.9).
4. Istotne jest, by energia potencjalna V , używana do obliczeń, analizowana była w dostatecznie bogatej przestrzeni deformacji. Na przykład, uwzględnienie deformacji β_λ , $\lambda = 5, 6, 7$ w tej analizie, może prowadzić do istotnej zmiany widma stanów wzbudzonych i do zwiększenia (nawet dwukrotnego) prawdopodobieństwa $B(E3)$ przejścia z pierwszego stanu $K^\pi = 0^-$ do stanu podstawowego (zob. rys. 7.1).

5. Wszystkie, rozważone przez nas warianty energii potencjalnej dla jąder z otoczenia radu, przewidują jej minimum przy deformacji oktupolowej $q_3^0 \neq 0$. Jednak zarówno głębokość tego minimum, jak i to, dla których jąder ono występuje, zależy od wariantu V.
6. Mimo prostoty zastosowanego przez nas modelu oraz braku parametrów swobodnych, energie kolektywne, obliczone z potencjałem V opartym na modelu Woodsa-Saxona oraz analizowanym w sześciowymiarowej przestrzeni deformacji, dość dobrze zgadzają się z doświadczeniem, szczególnie w środku "wyspy oktupolowej". Na początku tej wyspy, efekty oktupolowe otrzymane w obliczeniach wydają się zawyżone.
7. Na podstawie naszych obliczeń wydaje się, że pierwszy stan wzbudzony $K^\pi = 0^+$, obserwowany w eksperymencie, ma w środku wyspy (np. ^{226}Th) prawie czystą naturę drugiego stanu oktupolowego. Na peryferiach zaś (np. ^{220}Th), zawiera on dużą domieszkę stanu kwadrupolowego.

P O D Z I Ę K O W A N I A

Panu Profesorowi Adamowi Sobiczewskiemu gorąco dziękuję za trud kierowania pracą oraz opiekę w czasie mojego wieloletniego pobytu w Instytucie Problemów Jądrowych w Warszawie.

Moim kolegom - mgr Zygmuntowi Patykowi, dr Januszowi Skalskiemu i mgr Robertowi Smolańczukowi dziękuję za życzliwą pomoc i za podzielenie się ze mną ich doświadczeniami.

Współautorom moich publikacji jestem głęboko zobowiązany za miłą i twórczą współpracę.

Dziękuję również wszystkim moim kolegom z Warszawy i Lublina, którzy przyczynili się do powstania niniejszej pracy.

Wdzięczny jestem mojej żonie Katarzynie za domową atmosferę, bez której trudno by mi było zająć się pracą naukową.

DODATEK D1. Wyznaczenie srednich deformacji $\tilde{\epsilon}_4$ i $\tilde{\epsilon}_5$

Głównym celem niniejszego Dodatku jest podanie pewnych szczegółów obliczenia wariantów: V^D , V^Y i V^{BS} energii potencjalnej V , rozważonych w par. 6.1. Ma on jednak także na celu ilustrację przybliżeń i problemów jakie powstają przy analizie energii V w niskowymiarowej (tutaj: dwuwymiarowej) przestrzeni deformacji. Analizę taką prowadziliśmy tylko w początkowej fazie obliczeń. Później, używając energii analizowanej w przestrzeni wielowymiarowej, unikaliśmy tych problemów.

Obliczenia energii potencjalnej za pomocą jednocząstkowego potencjału Nilssona z parametrami "A=225" przeprowadziliśmy na siatce deformacji $(\epsilon_{24}, \epsilon_{35})$, przy czym

$$\epsilon_{24} \equiv (\epsilon_2, \tilde{\epsilon}_4) \tag{D1.1a}$$

i

$$\epsilon_{35} \equiv (\epsilon_3, \tilde{\epsilon}_5) \tag{D1.1b}$$

(zobacz rozdz. 6.1. niniejszej pracy).

Rozpatrzony został dosyć szeroki obszar jader. Przedstawiony jest on na rys. D1.1.

	130	132	134	136	138						
86	216 _{Rn}	218 _{Rn}	220 _{Rn}	222 _{Rn}	224 _{Rn}		140	142			
88	218 _{Ra}	220 _{Ra}	222 _{Ra}	224 _{Ra}	226 _{Ra}	228 _{Ra}	230 _{Ra}				
								144	146		
	90	222 _{Th}	224 _{Th}	226 _{Th}	228 _{Th}	230 _{Th}	232 _{Th}	234 _{Th}	236 _{Th}		
										148	
		92	226 _U	228 _U	230 _U	232 _U	234 _U	236 _U	238 _U	240 _U	
											150
			94	230 _{Pu}	232 _{Pu}	234 _{Pu}	236 _{Pu}	238 _{Pu}	240 _{Pu}	242 _{Pu}	244 _{Pu}

Rysunek D1.1

Rozpatrywany w niniejszej pracy obszar lekkich aktywnoców, który służył nam do uśrednienia deformacji ϵ_4 i ϵ_5 minimalizujących energię potencjalną $V(\epsilon_2, \epsilon_3)$ poszczególnych jader.

Średnie deformacje $\tilde{\epsilon}_4$ dla rozpatrywanego obszaru jąder otrzymaliśmy z analizy pełnej energii potencjalnej przy deformacji oktupolowej równej zero ($\epsilon_3 \equiv 0$). Makroskopową część tej energii wyliczyliśmy w modelu kropelkowym w wersji przedstawionej w pracy [Mye77]. Rysunek D1.2 przedstawia otrzymaną zależność funkcjonalną $\tilde{\epsilon}_4 = \tilde{\epsilon}_4(\epsilon_2)$, którą można z dużą dokładnością przybliżyć wielomianem czwartego stopnia

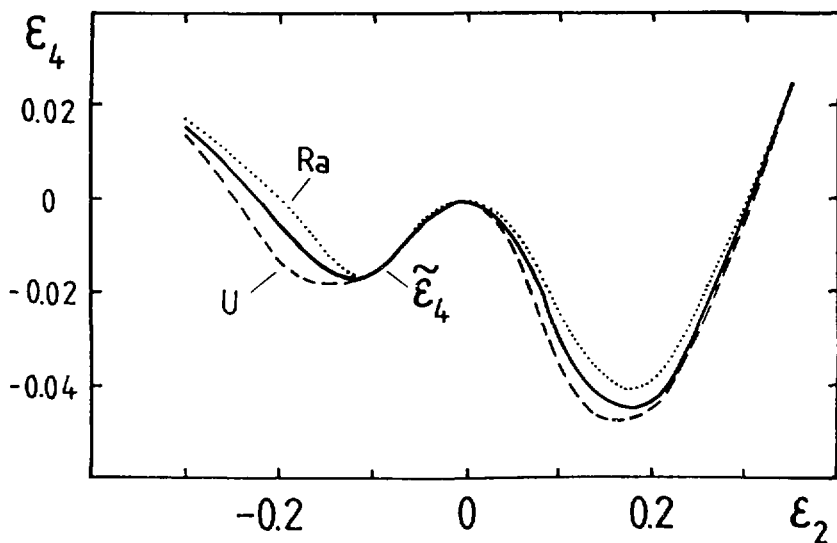
$$\tilde{\epsilon}_4 \approx (A\epsilon_2^2 + B\epsilon_2 + C) \epsilon_2^2 \quad (D1.2)$$

gdzie

$$A = -38.2, \quad B = 30.4, \quad C = -5.7 \quad \text{dla} \quad 0 \leq \epsilon_2 \leq 0.4$$

i

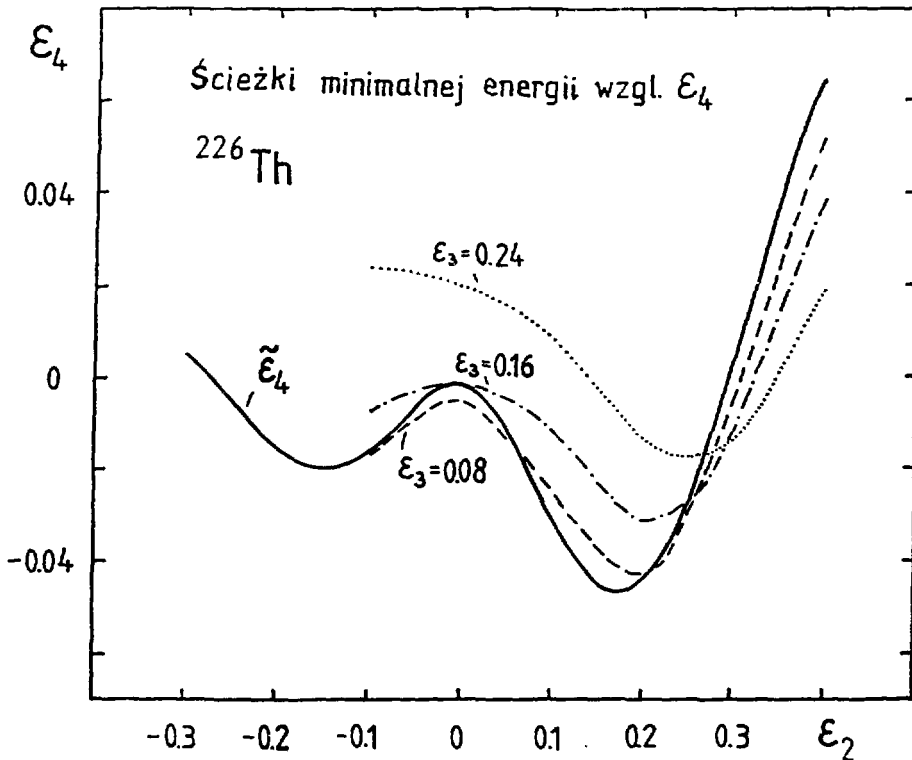
$$A = -46.7, \quad B = -27.0, \quad C = -3.7 \quad \text{dla} \quad -0.3 \leq \epsilon_2 < 0.$$



Rysunek D1.2

Średnia ścieżka $\tilde{\epsilon}_4 = \tilde{\epsilon}_4(\epsilon_2)$ dla rozważonego obszaru lekkich aktywnów rów.

Użycie średniej deformacji $\tilde{\epsilon}_4$, niezależnej od ϵ_3 i wspólnej dla wielu jąder, jest uproszczeniem. Ilustruje to rys. D1.3, gdzie przedstawiliśmy ścieżki $\epsilon_4 = \epsilon_4(\epsilon_2)$ minimalizujące energię potencjalną dla jądra ^{226}Th przy różnych parametrach deformacji ϵ_3 . Funkcja $\epsilon_4 = \epsilon_4(\epsilon_2)$ przy $\epsilon_3 = 0.24$ różni się znacznie od średniej ścieżki $\tilde{\epsilon}_4 = \tilde{\epsilon}_4(\epsilon_2)$ wyznaczonej przy $\epsilon_3 \equiv 0$: tak duże deformacje ϵ_3 , jak te w pobliżu $\epsilon_3 = 0.24$, mają jednak już mały wpływ na interesujące nas wyniki.



Rysunek D1.3

Deformacje $\epsilon_4 = \epsilon_4(\epsilon_2)$ minimalizujące energię potencjalną $V^D(\epsilon_2, \epsilon_4)$ względem ϵ_4 , przy różnych deformacjach oktopolowych ϵ_3 dla jądra ^{226}Th . Porównane są one ze średnią ścieżką $\tilde{\epsilon}_4 = \tilde{\epsilon}_4(\epsilon_2)$ dla całego obszaru lekkich aktywnowców, otrzymana przy $\epsilon_3 = 0$.

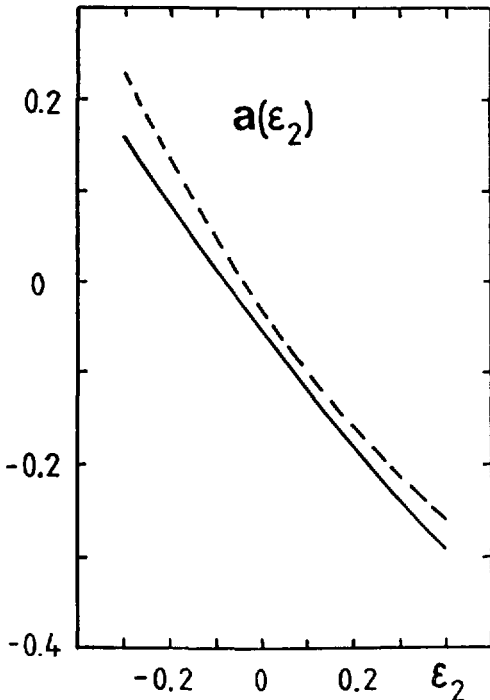
Średnie deformacje $\tilde{\epsilon}_5$, minimalizujące energię potencjalną, otrzymaliśmy z analizy energii makroskopowej modelu kropelkowego z pracy [Mye77]. Wyznaczyliśmy związek funkcyjny $\tilde{\epsilon}_5 = \tilde{\epsilon}_5(\epsilon_3)$, który

przybrał postać

$$\tilde{\varepsilon}_5 = a(\varepsilon_2) \varepsilon_3 \quad . \quad (D1.3a)$$

W tym wzorze $a(\varepsilon_2)$ ma znaczenie tangensa średniego kąta nachylenia doliny w płaszczyźnie $(\varepsilon_3, \varepsilon_5)$ odpowiadającej minimum energii kropelkowej dla danej wartości ε_3 . Otrzymany wynik na funkcję $a(\varepsilon_2)$ przedstawiony jest na rys. D1.4. Funkcję tę można przybliżyć parabola

$$a(\varepsilon_2) \approx 0.1 \varepsilon_2^2 - 0.66 \varepsilon_2 - 0.055 \quad . \quad (D1.3b)$$



Rysunek D1.4

Funkcja $a(\varepsilon_2)$ otrzymana z modelu kropelkowego dla rozważonego obszaru jąder. Linia przerywana przedstawia, dla porównania, tę funkcję dla obszaru cięższych aktynowców, otrzymana w pracy [Ner81].

Opisany sposób otrzymywania punktów siatki deformacji, np. $(\varepsilon_{24}, \varepsilon_{35})$, pozwala ograniczyć rozważania dotyczące wielu multipolowości do dwóch wymiarów, co znacznie skraca czas rachunków numerycznych. Należy traktować to oszacowanie jednak tylko jako pierwsze przybliżenie wyboru parametrów deformacji o wyższych multipolowościach (np. $\lambda = 4$ i 5).

DODATEK D2. Oscylator harmoniczny

Przed przystąpieniem do analizy wibracyjnych widm energii oraz prawdopodobieństw przejść $B(E\lambda)$ dla realistycznych potencjałów kolektywnych warto sobie przypomnieć jakie prawidłowości obowiązują w oscylatorze harmonicznym. Na rys. D2.1 przedstawiliśmy widmo energetyczne oraz relację między prawdopodobieństwami przejść dla jednowymiarowego oscylatora harmonicznego opisanego hamiltonianem

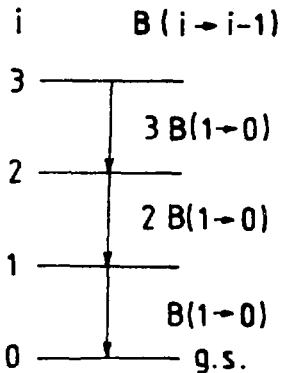
$$\hat{H}_{h.o.} = \frac{\hat{p}^2}{2B} + \frac{1}{2} C \hat{q}^2 \quad (D2.1)$$

Poziomy energetyczne E_i mają równe odległości $\hbar\omega_0$

$$E_i = (i + \frac{1}{2}) \hbar\omega_0 \quad (D2.2)$$

a prawdopodobieństwo przejścia $B(i \rightarrow i-1)$ rośnie liniowo ze wzrostem numeru "i" danego poziomu

$$B(i \rightarrow i-1) = i B(1 \rightarrow 0). \quad (D2.3)$$



Rysunek D2.1

Widmo i prawdopodobieństwa przejścia $B(i \rightarrow i-1)$, $i = 1, 2, 3, \dots$ dla jednowymiarowego oscylatora harmonicznego.

Odległość poziomów $\hbar\omega_0$ i element macierzowy $\langle 1|\hat{q}|0\rangle$ wyrażają się w prosty sposób przez sztywność C potencjału $V = \frac{1}{2} C \hat{q}^2$ i masę (parametr masowy) B

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{B}} \quad . \quad (D2.4)$$

oraz

$$\langle 1|\hat{q}|0\rangle = \left[\frac{\hbar}{\sqrt{B C}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad . \quad (D2.5)$$

Relacja między elementem macierzowym $\langle i|\hat{q}|i-1\rangle$ a $\langle 1|\hat{q}|0\rangle$ jest

$$\langle i|\hat{q}|i-1\rangle = i \langle 1|\hat{q}|0\rangle \quad . \quad (D2.6)$$

co uzasadnia relację (D2.3).

LITERATURA

- Ahm83 - S.A.Ahmad, W.Klempt, P.Neugart, E.W.Otten, K.Wendt, C.Ekström, *Phys.Lett.* **133B** (1983) 47
- Ahm88 - S.A.Ahmad, W.Klempt, R.Neugart, E.W.Otten, P.G.Reinhard, G.Ulm, K.Wendt, *Nucl. Phys.* **A483** (1988) 244
- Bar57 - J.Bardeen, L.H.Cooper, I.L.Schrieffer, *Phys. Rev.* **108** (1957) 1175
- Bar81 - A.Baran, K.Pomorski, A.Łukasiak, A.Sobiczewski, *Nucl. Phys.* **A361** (1981) 83
- Bar86 - R.Baranowski, K.Böning, A.Sobiczewski, Proc. Int. Conf. on Nuclear Structure, Reactions and Symmetries, Dubrovnik, red. R.A.Meyer i V.Paar (World Scientific, Singapore 1986) s.121
- Bel59 - S.T.Belyaev, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **31** (1959) No.11
- Ben89 - R.Bengtsson, J.Dudek, W.Nazarewicz, P.Olanders, *Phys. Scripta* **39** (1989) 193
- Bés61 - D.R.Bés, Z.Szymański, *Nucl. Phys.* **28** (1961) 42
- BM69 - A.Bohr, B.R.Mottelson, **Nuclear Structure**, vol. I (Benjamin, New York 1969)
- Bol72 - M.Bolsterli, E.O.Fiset, J.R.Nix, J.L.Norton, *Phys. Rev.* **C5** (1972) 1050
- Bon86 - P.Bonche, P.H.Heenen, H.Flocard, D.Vautherin, *Phys. Lett.* **B175** (1986) 387
- Bon84 - K.Böning, A.Sobiczewski, Z.Łojewski, B.Nerlo-Pomorska, K.Pomorski, Proc. 7th Int. Conf. on Atomic Masses and Fundamental Constants AMCO-7, red. O.Klepper (Darmstadt 1984) s.368

- Bön85 - K.Böning, A.Sobiczewski, K.Pomorski, *Acta. Phys. Pol.* **B16** (1985) 393
- Bön85a - K.Böning, A.Sobiczewski, B.Nerlo-Pomorska, K.Pomorski, *Phys. Lett.* **B161** (1985) 231
- Bön86 - K.Böning, Z.Patyk, A.Sobiczewski, *Proc. 21th Winter School on Nuclear Structure (Zakopane 1986)*, red. R.Broda i S.Stachura, Raport IFJ No. 1344/PS (Kraków 1986) s.221
- Bön86a - K.Böning, Z.Patyk, A.Sobiczewski, P.Rozmej, *Proc. Int. Symp. on Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei, Heidelberg 1986*, red. H.V.Klapdor (Springer, Berlin 1986) s.42
- Bön87 - K.Böning, Z.Patyk, A.Sobiczewski, B.Nerlo-Pomorska, K.Pomorski, *Acta. Phys. Pol.* **B18** (1987) 47
- Bra72 - M.Brack, J.Damgaard, A.S.Jensen, H.C.Pauli, V.M.Strutiński, C.Y.Wong, *Rev. Mod. Phys.* **44** (1972) 320
- Chr54 - R.F.Christy, nieopublikowane
- Ćwi87 - S.Ćwiok, J.Dudek, W.Nazarewicz, J.Skalski, T.Werner, *Comput. Phys. Commun.* **46** (1987) 379
- Gyu81 - A.Gyurkovich, A.Sobiczewski, B.Nerlo-Pomorska, K.Pomorski, *Phys. Lett.* **105B** (1981) 95
- Gyu82 - A.Gyurkovich, A.Sobiczewski, S.G.Rohoziński, *Nucl. Phys.* **A383** (1982) 77
- Gyu82a - A.Gyurkovich, Praca doktorska (IPJ, Warszawa 1982)
- Hof72 - H.Hofmann, *Z. Phys.* **250** (1972) 14
- Ing54 - D.R.Inglis, *Phys. Rev.* **96** (1954) 1659
- Ing56 - D.R.Inglis, *Phys. Rev.* **103** (1956) 1786
- Kan76 - T.Kaniowska, A.Sobiczewski, K.Pomorski, S.G.Rohoziński, *Nucl. Phys.* **A274** (1976) 151

- Kra79 - H.J.Krappe, J.R.Nix, A.J.Sierk, *Phys. Rev.* **C20** (1979) 992
- Kur78 - W.Kurcewicz, E.Ruchowska, J.Zylicz, N.Kaffrell, N.Trautmann, *Nucl. Phys.* **A304** (1978) 77
- Kur80 - W.Kurcewicz, Rozprawa habilitacyjna (UW, Warszawa 1980)
- Kur81 - W.Kurcewicz, E.Ruchowska, N.Kaffrell, T.Björnstad, G.Nyman, *Nucl. Phys.* **A356** (1981) 15
- Lan60 - A.M.Lane, E.D.Pendlebury, *Nucl. Phys.* **15** (1960) 39
- Lea82 - G.A.Leander, R.K.Sheline, P.Möller, P.Olanders, I.Ragnarsson, A.J.Sierk, *Nucl. Phys.* **A388** (1982) 452
- Mer61 - E.Merzbacher, **Quantum Mechanics** (Wiley, New York 1961) rozdz. 5
- Mö172 - P.Möller, *Nucl. Phys.* **A192** (1972) 529
- Mö181 - P.Möller, J.R.Nix, *Nucl. Phys.* **A361** (1981) 117
- Mö184 - P.Möller, W.D.Myers, W.J.Świątecki, J.Treiner, Proc. 7th Int. Conf. on Atomic Masses and Fundamental Constants, AMCO-7, red. O.Klepper (Darmstadt 1984) s.457
- Mot59 - B.R.Mottelson, S.G.Nilsson, *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.*, **1** (1959) No.8
- MS66 - W.D.Myers, W.J.Świątecki, *Nucl. Phys.* **81** (1966) 1
- MS67 - W.D.Myers, W.J.Świątecki, *Ark. Fys.* **36** (1967) 343
- MS74 - W.D.Myers, W.J.Świątecki, *Ann. Phys. NY* **84** (1974) 186
- Mye77 - W.D.Myers, **Droplet Model of Atomic Nuclei** (IFI/Plenum, New York 1977)
- Mye83 - W.D.Myers, K.H.Schmidt, *Nucl. Phys.* **A410** (1983) 61
- Naz84 - W.Nazarewicz, P.Olanders, I.Ragnarsson, J.Dudek, G.A.Leander, P.Möller, E.Ruchowska, *Nucl. Phys.* **A429** (1984) 269

- Nee70 - K.Neergård, P.Vogel, *Nucl. Phys.* **A149** (1970) 217
- Ner74 - B.Nerlo-Pomorska, Raport INR 1538/VII/PL/B (IBJ, Warszawa 1974); *Nucl. Phys.* **A259** (1976) 481
- Ner77 - B.Nerlo-Pomorska, K.Pomorski, *Nukleonika* **22** (1977) 289
- Ner81 - B.Nerlo-Pomorska, Rozprawa habilitacyjna (UMCS, Lublin 1981)
- Nil69 - S.G.Nilsson, C.F.Tsang, A.Sobiczewski, Z.Szymański, S.Wycech, C.Gustafsson, I.Lamm, P.Möller, B.Nilsson, *Nucl. Phys.* **A131** (1969) 1
- Pie83 - R.Piepenbring, *Phys. Rev.* **C27** (1983) 2968
- Pom77 - K.Pomorski, T.Kaniowska, A.Sobiczewski, S.G.Rohoziński, *Nucl. Phys.* **A283** (1977) 394
- Ram87 - S.Raman, C.H.Malarkey, W.T.Milner, C.W.Nestor Jr., P.H.Stelson, *At. Data Nucl. Data Tables* **36** (1987) 1
- Rob87 - L.M.Robledo, J.L.Egido, J.F.Berger, M.Girod, *Phys. Lett.* **B187** (1987) 223
- Rob88 - L.M.Robledo, J.L.Egido, B.Nerlo-Pomorska, K.Pomorski, *Phys. Lett.* **201B** (1988) 409
- Roh80 - S.G.Rohoziński, W.Greiner, *J. Phys.* **G6** (1980) 969
- Roh82 - S.G.Rohoziński, M.Gajda, W.Greiner, *J. Phys.* **G8** (1982) 787
- Roh83 - S.G.Rohoziński, W.Greiner, *Phys. Lett.* **B128** (1983) 1
- Roh88 - S.G.Rohoziński, *Rep. Prog. Phys.* **51** (1988) 541
- Roz86 - P.Rozmej, K.Böning, A.Sobiczewski, Proc. 24th Int. Winter Meeting on Nuclear Physics, red. I.Iori (Bormio 1986) s.567
- Roz86a - P.Rozmej, Rozprawa habilitacyjna (UMCS, Lublin 1986)
- Roz88 - P.Rozmej, S.Ćwiok, A.Sobiczewski, *Phys. Lett.* **B203** (1988) 197

- RS80 - P.Ring, P.Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer, New York 1980)
- She80 - R.K.Sheline, *Phys. Rev.* **C21** (1980) 1660
- Sob67 - A.Sobiczewski, *Nucl. Phys.* **A93** (1967) 501
- Sob77 - A.Sobiczewski, A.Gyurkovich, M.Brack, *Nucl. Phys.* **A289** (1977) 346
- Sob79 - A.Sobiczewski, *Fiz. Elem. Czastic i At. Jadra* **10** (1979) 1170
- Sob87 - A.Sobiczewski, K.Böning, *Acta. Phys. Pol.* **B18** (1987) 393
- Sob88 - A.Sobiczewski, Z.Patyk, S.Ćwiok, P.Rozmej, *Nucl. Phys.* **A465** (1988) 16
- Sol71 - V.G.Soloviev, *Teoria zloznych jadier* (Nauka, Moskwa 1971)
- Sta89 - A.Staszczak, *Praca doktorska* (UMCS, Lublin 1989)
- Sta89a - A.Staszczak, S.Piłat, K.Pomorski, *Nucl. Phys.* **A504** (1989) 589
- Ste54 - F.Stephens, F.Asaro, I.Perlman, *Phys. Rev.* **96** (1956) 1568
- Str67 - V.M.Strutiński, *Nucl. Phys.* **A95** (1967) 420
- Świ64 - W.J.Świątecki, *Proc. 2nd Int. Conf. on Nuclidic Masses*, red. W.H.Johnson, Jr. (Springer, Vienna 1964) s.58
- Wol89 - H.J.Wollersheim, H.Emling, H.Grein, R.Kulesa, R.S.Simon, C.Fleischmann, J.de Boer, E.Hauber, K.Kaiser, C.Lauterbach, C.Schandera, P.Butler, *GSI Scientific Report 1988* (GSI 89-1, Darmstadt 1989) s.27
- Zyl86 - J.Zylicz, *Proc. Int. Conf. on Nuclear Structure, Reactions and Symmetries*, Dubrovnik, red. R.A.Meyer i V.Paar (World Scientific, Singapore 1986) s.77