

КФТИ

ХФТИ 92-48

**Харьковский  
физико-технический институт**

**С.Д.Прийменко, Н.А.Хижняк**

**ИМПЕДАНСНЫЙ ЛИНЕЙНЫЙ ВИБРАТОР ПРИ НАЛИЧИИ  
КРУГОВОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЭКРАНА**

**Препринт**

**Харьков - 1992**

УДК 621.372.822:621.384.64

ПРИЙМЕНКО С.Д., ХИЖНЯК Н.А. Импедансный линейный вибратор при наличии кругового цилиндрического экрана: Препринт ХФТИ 92-48. Харьков: ХФТИ, 1992. — 15 с.

Выведено уравнение импедансного линейного вибратора в присутствии кругового цилиндрического экрана. Методом усреднения получено решение этого уравнения для симметричной и антисимметричной компонент тока с учетом их взаимной связи. Найденные асимптотические выражения позволяют в единой форме описывать случай как резонансного, так и нерезонансного рассеяния при произвольном режиме возбуждения. Полученные результаты могут найти применение при расчете устройств СВЧ, атенной и ускорительной техникой, использующих цилиндрические экраны, нагруженные импедансным линейным вибратором.

Список лит. — 12 назв.

Публикуемые результаты получены в рамках научно-исследовательской работы "Интегральные уравнения макроскопической электродинамики и их использование в задачах стационарной и нестационарной дифракции", финансируемой ГКНТ Украины.

© Харьковский физико-технический институт (ХФТИ), 1992.

Одной из ключевых задач электродинамики является задача рассеяния электромагнитных волн на линейном вибраторе. Вибратор в свободном пространстве изучен достаточно полно. Вибратор же при наличии экрана, в частности цилиндрического экрана, нуждается в обширных исследованиях. основополагающие результаты для идеально проводящего линейного вибратора в прямоугольном цилиндрическом экране приведены в [1]. Импедансный линейный вибратор в экране такой же формы исследован в [2]. Идеально проводящий вибратор в присутствии кругового цилиндрического экрана, в режиме как внутреннего, так и внешнего возбуждения последнего рассмотрен в [3]. В работе [4] для идеально проводящего вибратора в прямоугольном и круговом цилиндрических экранах обобщенным методом последовательных приближений учтена связь между симметричной и антисимметричной компонентами тока. В настоящей публикации выведено уравнение импедансного линейного вибратора в цилиндрическом экране, которое в [2] использовалось без надлежащего обоснования. Методом усреднения получено решение этого уравнения для симметричной и антисимметричной компонент тока с учетом их взаимной связи.

Рассмотрим рассеяние электромагнитной волны на импедансном вибраторе при наличии кругового цилиндрического экрана. На внутренней и внешней поверхности экрана касательная составляющая напряженности электрического поля равна нулю. Импедансный вибратор представляет собой тело с регулярной поверхностью, на которой заданы импедансные граничные условия [5]. Уравнение для напряженности электрического поля в рассматриваемой системе записывается в виде [1]

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{(-1)}{i\omega} (\text{grad div} + k^2) \int_{V'} \hat{G}_3(\vec{r}, \vec{r}') \vec{j}(\vec{r}') d\vec{r}', \quad (1)$$

где  $\vec{E}(\vec{r})$  - результирующая напряженность электрического поля в точке  $\vec{r}$ ;  $\vec{E}_0(\vec{r})$  - напряженность стороннего электрического поля;  $\vec{j}(\vec{r}')$  -

- объемная плотность электрического тока, наводимого в вибраторе;  
 $\hat{G}_3(\vec{r}, \vec{r}')$  - электрическая тензорная функция Грина для векторного потенциала кругового цилиндрического экрана.

В системе координат, связанной с поверхностью вибратора, допускаем следующее представление для  $\vec{j}(\vec{r}')$ :

$$\vec{j}(\vec{r}') = \vec{j}(\vec{r}'_s(x^2, x^3)) \cdot \mathcal{L}(\vec{\xi}), \quad (2)$$

где  $x^2, x^3$  - криволинейные координаты поверхности;  $\vec{\xi}$  - координата, направленная по нормали к поверхности;  $\vec{r}'_s(x^2, x^3)$  - радиус-вектор, определяющий текущую точку;  $\vec{j}(\vec{r}'_s(x^2, x^3))$  - вектор, лежащий в плоскости, касательной к поверхности в точке  $\vec{r}'_s$ .

С учетом (2) записываем (I) в виде

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{(-i)}{i\omega} (\text{grad div} + k^2) \int_S \hat{G}_3(\vec{r}, \vec{r}'_s) \vec{j}(\vec{r}'_s) d\vec{r}'_s, \quad (I.1)$$

где  $\int_S$

$$\vec{j}(\vec{r}'_s) = \int_0^{\Xi} \vec{j}(\vec{r}') d\xi,$$

а  $\Xi$  определяется формой вибратора.

$\hat{G}_3(\vec{r}, \vec{r}')$  можем записать в виде [6] + [8]

$$\hat{G}_3(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I} \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \hat{G}_3^{(0)}(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (3)$$

где  $\hat{I}$  - единичный тензор;  $\hat{G}_3^{(0)}(\vec{r}, \vec{r}')$  - регулярная тензорная функция.

Подставим (3) в (I.1) и разобьем интеграл, включающий функцию Грина свободного пространства, на два интеграла: интеграл по поверхности  $S_0$  и интеграл по поверхности  $S - S_0$  ( $S_0$  - участок поверхности в окрестности точки  $\vec{r}'_s$ ). Область  $S_0$  выбираем столь малой, чтобы ее можно было заменить соответствующей областью касательной (в точке  $\vec{r}'_s$ ) плоскости. Обозначим через  $\vec{n}(\vec{r}'_s)$  нормаль к  $S_0$  в точке  $\vec{r}'_s$  и введем единичный вектор  $\vec{n}(\vec{r}') = \vec{n}(\vec{r}'_s, \Delta)$ , который совпадает по направлению с  $\vec{n}(\vec{r}'_s)$  и получается из него смещением на расстояние  $\Delta$  от  $S_0$  по нормали  $\vec{n}(\vec{r}'_s)$  ( $\Delta$  намного меньше размеров рассеивающего тела и длины волны)

Умножим векторно (I.1) на  $\vec{n}(\vec{r})$  и перейдем к пределу при  $\vec{r} \rightarrow \vec{r}_s$ ,

т.е.  $\Delta \rightarrow 0$  и  $S_0 \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \vec{n}(\vec{r}_s) \times \vec{E}(\vec{r}_s) &= \vec{n}(\vec{r}_s) \times \vec{E}_0(\vec{r}_s) + \frac{(-1)}{i\omega} \vec{n}(\vec{r}_s) \times \text{grad}_s(\vec{r}_s) \oint_S \frac{\partial}{\partial n(\vec{r}_s)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{e^{ik|\vec{r}_s - \vec{r}'_s|}}{|\vec{r}_s - \vec{r}'_s|} (\vec{n}(\vec{r}_s) \cdot \vec{j}(\vec{r}'_s)) d\vec{r}'_s + \frac{(-1)}{i\omega} \vec{n}(\vec{r}_s) \times \text{grad}_s(\vec{r}_s) \text{div}_s(\vec{r}_s) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \oint_S \frac{e^{ik|\vec{r}_s - \vec{r}'_s|}}{|\vec{r}_s - \vec{r}'_s|} \hat{I}_s \cdot \vec{j}(\vec{r}'_s) d\vec{r}'_s + \frac{(-1)k^2}{i\omega} \vec{n}(\vec{r}_s) \times \oint_S \frac{e^{ik|\vec{r}_s - \vec{r}'_s|}}{|\vec{r}_s - \vec{r}'_s|} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \hat{I}_s \cdot \vec{j}(\vec{r}'_s) d\vec{r}'_s + \frac{(-1)}{i\omega} \vec{n}(\vec{r}_s) \times \oint_S (\text{grad}_s(\vec{r}_s) \text{div}_s(\vec{r}_s) + \\ &+ k^2) \hat{G}_3^{(0)}(\vec{r}_s, \vec{r}'_s) \cdot \vec{j}(\vec{r}'_s) d\vec{r}'_s, \end{aligned}$$

(4)

где  $\oint$  - символ двумерного поверхностного интеграла в смысле главного значения;  $\text{grad}_s, \text{div}_s$  - операторы  $\text{grad}$  и  $\text{div}$ , действующие на поверхностные координаты;  $\hat{I}_s$  - единичный тензор в поверхностных координатах.

Используя импедансные граничные условия [5]

$$\vec{n}(\vec{r}_s) \times \vec{E}(\vec{r}_s) = \vec{n}(\vec{r}_s) \times \hat{Z}(\vec{r}_s) \cdot \vec{j}(\vec{r}_s), \quad (5)$$

где

$$\hat{Z}(\vec{r}_s) = \begin{bmatrix} Z^{22}(\vec{r}_s) & Z^{23}(\vec{r}_s) \\ Z^{32}(\vec{r}_s) & Z^{33}(\vec{r}_s) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

получаем в тензорных обозначениях

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{e}^{\alpha} \sqrt{|\mathcal{Q}|} e_{\alpha\beta} n^{\beta} Z^{\gamma\delta} \mathcal{Q}_{\gamma\delta} j^{\delta} &= \oint_S \vec{e}^{\alpha} \sqrt{|\mathcal{Q}|} e_{\alpha\beta} n^{\beta} E_0^{\delta} + \\ + \frac{(-1)}{i\omega} \oint_S \vec{e}^{\alpha} \sqrt{|\mathcal{Q}|} e_{\alpha\beta} n^{\beta} \mathcal{Q}^{\gamma\beta} \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} \oint_S \frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} \frac{e^{ik|\vec{r}_s - \vec{r}'_s|}}{|\vec{r}_s - \vec{r}'_s|} > \\ \Rightarrow n^{\alpha} \mathcal{Q}_{\alpha\beta} j^{\beta} \int_S \sqrt{\mathcal{Q}_{22}\mathcal{Q}_{33} - \mathcal{Q}_{23}^2} dx^2 dx^3 + \frac{(-1)}{i\omega} \oint_S \vec{e}^{\alpha} > \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \sqrt{|g|} e_{\epsilon 1 \gamma} n^{\epsilon} q^{\gamma \beta} \frac{\partial^2}{\partial x^{\beta} \partial x^{\epsilon}} \oint_S \frac{e^{ik|\bar{r}_s - \bar{r}'_s|}}{|\bar{r}_s - \bar{r}'_s|} I^{\bar{\epsilon}'} q_{\bar{x}' \bar{\gamma}'} j^{\bar{\zeta}'} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \sqrt{q_{22} q_{33} - q_{23}^2} dx^2 dx^3 + \frac{(-1)}{i\omega} q^{\bar{\epsilon} \zeta} \sqrt{|g|} e_{\epsilon 1 \gamma} n^{\epsilon} q^{\gamma \beta} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \left[ \frac{\partial \Gamma_{\bar{\epsilon} \bar{\zeta}}^{\bar{\zeta}}}{\partial x^{\beta}} + \Gamma_{\bar{\epsilon} \bar{\zeta}}^{\bar{\zeta}} \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} \right] \oint_S I^{\bar{\epsilon}'} q_{\bar{x}' \bar{\gamma}'} j^{\bar{\zeta}'} \sqrt{q_{22} q_{33} - q_{23}^2} dx^2 dx^3 + \\
&+ \frac{(-1)k^2}{i\omega} q^{\bar{\epsilon} \zeta} \sqrt{|g|} e_{\epsilon 1 \gamma} n^{\epsilon} \oint_S \frac{e^{ik|\bar{r}_s - \bar{r}'_s|}}{|\bar{r}_s - \bar{r}'_s|} [I^{\bar{\zeta}'} + G_3^{(0)} j^{\bar{\zeta}'}] \Rightarrow \\
&\Rightarrow q_{\bar{x}' \bar{\gamma}'} j^{\bar{\zeta}'} \sqrt{q_{22} q_{33} - q_{23}^2} dx^2 dx^3 + \frac{(-1)}{i\omega} q^{\bar{\epsilon} \zeta} \sqrt{|g|} e_{\epsilon 1 \gamma} \Rightarrow \\
&\Rightarrow n^{\epsilon} q^{\gamma \beta} \oint_S \frac{\partial^2}{\partial x^{\beta} \partial x^{\epsilon}} G_3^{(0)} I^{\bar{\zeta}'} q_{\bar{x}' \bar{\gamma}'} j^{\bar{\zeta}'} \sqrt{q_{22} q_{33} - q_{23}^2} dx^2 dx^3 + \\
&+ \frac{(-1)}{i\omega} q^{\bar{\epsilon} \zeta} \sqrt{|g|} e_{\epsilon 1 \gamma} n^{\epsilon} q^{\gamma \beta} \oint_S \left[ \frac{\partial \Gamma_{\bar{\epsilon} \bar{\zeta}}^{\bar{\zeta}}}{\partial x^{\beta}} + \Gamma_{\bar{\epsilon} \bar{\zeta}}^{\bar{\zeta}} \frac{\partial}{\partial x^{\beta}} \right] \Rightarrow \\
&\Rightarrow G_3^{(0)k\bar{x}'} q_{\bar{x}' \bar{\gamma}'} j^{\bar{\zeta}'} \sqrt{q_{22} q_{33} - q_{23}^2} dx^2 dx^3. \quad (7)
\end{aligned}$$

В вышезаписанном соотношении индексы вида  $\bar{\epsilon}$  относятся к точке  $\bar{r}_s$ ,  $\bar{\epsilon} = 2, 3$ ;  $\bar{\zeta}'$  относятся к  $\bar{r}'_s$ ,  $\bar{\zeta}' = 2', 3'$ ; индексы вида  $\bar{x}$  могут принимать значения от 1 до 3 и относятся к точке  $\bar{r}'_s$ ;  $\bar{x}'$  изменяются от 1' до 3' и относятся к точке  $\bar{r}'_s$ ;  $n^{\epsilon}$  — компоненты единичного вектора  $\vec{n}(\bar{r}_s)$  в базисе  $\vec{e}_2, \vec{e}_3$ , который связан с  $\bar{r}'_s$ ;  $q_{ik}$  — компоненты метрического тензора, заданного в подвижной системе координат на поверхности вибратора;  $e_{ijk}$  — компоненты тензора Леви-Чивита;  $\Gamma_{jk}^i$  — символы Кристоффеля второго рода.

Согласно (7) импедансный вибратор при наличии кругового цилиндрического экрана описывается системой двух скалярных интегральных уравнений Фредгольма второго рода, в отличие от идеально проводящего вибратора, которому соответствует система скалярных интегральных уравнений Фредгольма первого рода [3].

Рассмотрим первое уравнение полученной системы ( $\bar{\epsilon} = 2$ ) в случае импедансного криволинейного вибратора круглого сечения. Поверхность  $S$  разбиваем на боковую и торцевую поверхность. Боковая

поверхность представляет собой трубчатую поверхность [9], которая образована движением круга постоянного радиуса вдоль оси криволинейного вибратора, когда центр круга совмещен с осью. В отношении торцевой поверхности полагаем, что торцы имеют плоскую форму и что кромки у торцов скруглены. Считаем, что радиус вибратора намного меньше длины волны

$$\frac{a}{\lambda} \ll 1, \quad (8)$$

ось вибратора изгибается достаточно плавно

$$\frac{a}{\rho_k} \ll 1, \quad (9)$$

где  $\rho_k$  - радиус кривизны оси.

В силу (8) и (9), пренебрегая вкладом в результирующее поле в точке  $\vec{r}_s$  торцевых токов по сравнению с аксиальным током, учитывая соотношение

$$j^2(\vec{r}_s) \ll j^3(\vec{r}_s'), \quad (10)$$

можем первое уравнение системы (7) записать в виде

$$\begin{aligned} Z_{(ф)}^{33}(x^3) j^3(x^2, x^3) &= E_{o(ф)}^3(x^2, x^3) + \frac{(-i)}{i\omega} [\varphi^{33} \frac{\partial^2}{\partial(x^3)^2} + k^2] \Rightarrow \\ \Rightarrow \int_{-L'}^{+L'} dx^3 \sqrt{\varphi_{33'}} \int_0^{2\pi} a dx^{2'} G_{\varepsilon(ф)}^{33'}(x^2, x^3; x^{2'}, x^{3'}) j_{(ф)}^{3'}(x^{2'}, x^{3'}), \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$G_{\varepsilon(ф)}^{33'}(x^2, x^3; x^{2'}, x^{3'}) = \frac{e^{ik|\vec{r}_s(x^2, x^3) - \vec{r}_s'(x^{2'}, x^{3'})|}}{|\vec{r}_s(x^2, x^3) - \vec{r}_s'(x^{2'}, x^{3'})|} I_{(ф)}^{33'}(x^3, x^{3'}) + G_{\varepsilon(ф)}^{(o)33'}(x^2, x^3; x^{2'}, x^{3'}),$$

$$L' = \frac{L}{\sqrt{\varphi_{33'}}},$$

а  $j_{(ф)}^i$ ,  $I_{(ф)}^{ij}$  - физические компоненты вектора и тензора.

Благодаря (8)+(10) импедансные граничные условия (5) для тонкого вибратора переходят в независимые граничные условия [2] и в (11) используется только компонента  $Z_{(ф)}^{33}(x^3)$  тензора  $\hat{Z}(x^2, x^3)$ , взятая в электростатическом приближении.

Считая  $j^3(\vec{r}_s)$ ,  $E_o^3(\vec{r}_s)$  величинами неизменными в азимутальном направлении аппроксимируя поверхностный аксиальный ток линейным током на оси, приходим к уравнению импедансного криволинейного вибратора при наличии кругового цилиндрического экрана

$$Z(e)J_e(e) = E_{oe}(e) + \frac{(-1)}{i\omega} \left[ \frac{\partial^2}{\partial e^2} + k^2 \right] \int_{-L}^{+L} de' G_{\text{зее}}(e, e') J_e(e'), \quad (12)$$

где

$$G_{\text{зее}}(e, e') = \int_0^{2\pi} dx^2 \frac{e^{ik[R_2(0, e) - R_2'(x^2, e)']}}{|R_2(0, e) - R_2'(x^2, e')|} \cdot I_{ee'}(e, e') + G_{\text{зее}}^{(0)}(e, e'), \quad (13)$$

$$J_e(e) = 2\pi a \cdot j_e(e), \quad (14)$$

$$Z(e) = \frac{Z_{ee}(e)}{2\pi a}, \quad (15)$$

а  $J_e(e)$ ,  $G_{\text{зее}}(e, e')$  – аксиальные физические компоненты вектора и тензора, в которых в качестве аргумента используется натуральный параметр осевой линии вибратора  $e$ .\*

Для линейного импедансного вибратора (12) переходит в интегральное уравнение вида

$$Z(e)J_e(e) = E_{oe}(e) + \frac{(-1)}{i\omega} \left( \frac{d^2}{de^2} + k^2 \right) \int_{-L}^{+L} G_{\text{зее}}(e, e') J_e(e') de', \quad (16)$$

где

$$G_{\text{зее}}(e, e') = \frac{e^{ikR(e, e')}}{R(e, e')} \cdot I_{ee} + G_{\text{зее}}^{(0)}(e, e'), \quad (17)$$

а  $R(e, e') = \sqrt{(e - e')^2 + a^2}$ .

Регулярное слагаемое  $\frac{(-1)}{i\omega} \left( \frac{d^2}{de^2} + k^2 \right) \int_{-L}^{+L} G_{\text{зее}}^{(0)}(e, e') J_e(e') de'$  в (16) учитывает влияние стенок кругового цилиндрического экрана. При  $G_{\text{зее}}^{(0)}(e, e') = 0$  и  $Z(e) = 0$  (16) преобразовывается в известное уравнение Локлингтона линейного идеально проводящего вибратора в свободном пространстве.

Выделим в (16) симметричные (s) и антисимметричные (a) функции [10]

$$E_{oe}^{(s)}(e) = \frac{1}{2} [E_{oe}(e) + E_{oe}(-e)], \quad (18.1)$$

$$E_{oe}^{(a)}(e) = \frac{1}{2} [E_{oe}(e) - E_{oe}(-e)], \quad (18.2)$$

$$J_e^{(s)}(e) = \frac{1}{2} [J_e(e) + J_e(-e)], \quad (18.3)$$

$$J_e^{(a)}(e) = \frac{1}{2} [J_e(e) - J_e(-e)], \quad (18.4)$$

\* Отметим, что соотношения (3), (4) работы [3] должны быть записаны в виде выражений (4), (12) настоящей публикации, взятых с нулевой левой частью.

$$G_{\text{зее}}^{(s)}(e, e') = \frac{1}{2} [G_{\text{зее}}(e, e') + G_{\text{зее}}(-e, -e')] = \frac{e^{ikR(e, e')}}{R(e, e')} + {}^{(s)}G_{\text{зее}}^{(o)}(e, e'), \quad (18.5)$$

$$G_{\text{зее}}^{(a)}(e, e') = \frac{1}{2} [G_{\text{зее}}(e, e') - G_{\text{зее}}(-e, -e')] = {}^{(a)}G_{\text{зее}}^{(o)}(e, e'). \quad (18.6)$$

Согласно (18.5) и (18.6) симметричная компонента функции Грина  $G_{\text{зее}}^{(s)}(e, e')$  в уравнении линейного импеданного вибратора обусловлена как функцией Грина свободного пространства  $e^{ikR(e, e')}/R(e, e')$ , так и симметричной компонентой регулярной функции Грина кругового цилиндрического экрана  ${}^{(s)}G_{\text{зее}}^{(o)}(e, e')$ , антисимметричная же компонента  $G_{\text{зее}}^{(a)}(e, e')$  описывается только  ${}^{(a)}G_{\text{зее}}^{(o)}(e, e')$ , т.е. целиком связана с наличием экрана.

Опуская индекс  $e$  для тока и напряженности электрического поля, полагая импеданс постоянным вдоль вибратора, переписываем (16) в виде системы двух связанных интегральных уравнений относительно симметричной  $J^{(s)}(e)$  и антисимметричной  $J^{(a)}(e)$  компонент тока:

$$\left(\frac{d^2}{de^2} + k^2\right) \int_{-L}^{+L} \frac{e^{ikR(e, e')}}{R(e, e')} J^{(s)}(e') de' = i\omega E_0^{(s)}(e) + F^{(s)}[e|J^{(s)}] + (-1)i\omega Z J^{(s)}(e) + F^{(s)}[e|J^{(a)}], \quad (19.1)$$

$$\left(\frac{d^2}{de^2} + k^2\right) \int_{-L}^{+L} \frac{e^{ikR(e, e')}}{R(e, e')} J^{(a)}(e') de' = i\omega E_0^{(a)}(e) + F^{(a)}[e|J^{(a)}] + (-1)i\omega Z J^{(a)}(e) + F^{(a)}[e|J^{(s)}], \quad (19.2)$$

где  $F[e|J]$  - зависящие от переменной  $e$  функционалы:

$$F^{(s)}[e|J^{(s)}] = (-1) \left(\frac{d^2}{de^2} + k^2\right) \int_{-L}^{+L} {}^{(s)}G_{\text{зее}}^{(o)}(e, e') J^{(s)}(e') de', \quad (20.1)$$

$$F^{(s)}[e|J^{(a)}] = (-1) \left(\frac{d^2}{de^2} + k^2\right) \int_{-L}^{+L} {}^{(s)}G_{\text{зее}}^{(o)}(e, e') J^{(a)}(e') de', \quad (20.2)$$

$$F^{(a)}[e|J^{(a)}] = (-1) \left(\frac{d^2}{de^2} + k^2\right) \int_{-L}^{+L} {}^{(a)}G_{\text{зее}}^{(o)}(e, e') J^{(a)}(e') de', \quad (20.3)$$

$$F^{(a)}[e|J^{(s)}] = (-1) \left(\frac{d^2}{de^2} + k^2\right) \int_{-L}^{+L} {}^{(a)}G_{\text{зее}}^{(o)}(e, e') J^{(s)}(e') de'. \quad (20.4)$$

Отметим, что при отсутствии экрана, когда функционалы вида

$F^{(s)}[e|J]$  ,  $F^{(a)}[e|J]$  равны нулю, (19.1)+(19.2) переходят в систему двух несвязанных интегральных уравнений

$$\left(\frac{d^2}{de^2} + k^2\right) \int_{-l}^{+l} \frac{e^{ikR(e,e')}}{R(e,e')} J^{(s)}(e') de' = i\omega E_0^{(s)}(e) + (-1)i\omega Z \cdot J^{(s)}(e), \quad (21.1)$$

$$\left(\frac{d^2}{de^2} + k^2\right) \int_{-l}^{+l} \frac{e^{ikR(e,e')}}{R(e,e')} J^{(a)}(e') de' = i\omega E_0^{(a)}(e) + (-1)i\omega Z \cdot J^{(a)}(e), \quad (21.2)$$

т.е. взаимное влияние симметричной и антисимметричной компонент тока линейного импедансного вибратора определяется присутствием экрана и в свободном пространстве места не имеет.

Принимая во внимание, что вблизи поверхности тонкого импедансного вибратора особенность ядер интегральных уравнений (19.1), (19.2) носит квазистационарный характер, выделим ее в явном виде [2]. Тогда система уравнений (19.1), (19.2) для тока в линейном импедансном вибраторе, произвольно расположенном относительно кругового цилиндрического экрана, сводится к системе ~~интегральных~~ дифференциальных уравнений с малым параметром

$$\frac{d^2 J^{(s)}(e)}{de^2} + k^2 J^{(s)}(e) = \lambda \left\{ i\omega E_0^{(s)}(e) + F_0^{(s)}[e|J^{(s)}] + \tilde{F}_0^{(s)}[e|J^{(s)}] + F^{(s)}[e|J^{(s)}] + F^{(s)}[e|J^{(a)}] + (-1)i\omega Z \cdot J^{(s)}(e) \right\}, \quad (22.1)$$

$$\frac{d^2 J^{(a)}(e)}{de^2} + k^2 J^{(a)}(e) = \lambda \left\{ i\omega E_0^{(a)}(e) + F_0^{(a)}[e|J^{(a)}] + \tilde{F}_0^{(a)}[e|J^{(a)}] + F^{(a)}[e|J^{(a)}] + F^{(a)}[e|J^{(s)}] + (-1)i\omega Z \cdot J^{(a)}(e) \right\}, \quad (22.2)$$

где  $\lambda = \frac{1}{2} [2l/a]^{-1}$  - малый параметр ( $\lambda \ll 1$ ).

В (22.1)  $F_0^{(s)}[e|J^{(s)}]$  ,  $\tilde{F}_0^{(s)}[e|J^{(s)}]$  ,  $F^{(s)}[e|J^{(s)}]$  - функционалы, зависящие от переменной  $e$  и представляющие собой симметричную компоненту собственного поля вибратора, которое обусловлено симметричной компонентой тока  $J^{(s)}$ .  $F_0^{(s)}[e|J^{(s)}]$  носит локальный характер и определяется функцией Грина уравнения Лапласа  $\frac{1}{R(e,e')}$ ;  $\tilde{F}_0^{(s)}[e|J^{(s)}]$  - нелокальное поле, связанное с эффектом запаздывания и определяемое функцией Грина уравнения Гельмгольца  $e^{ikR(e,e')}/R(e,e')$ ;  $F^{(s)}[e|J^{(s)}]$  -

- поле вибратора, многократно отраженное от стенок экрана;  $F^{(s)}[e|J^{(a)}]$  описывается (20.2), является симметричной компонентой собственного поля вибратора, отраженного от стенок экрана и возбуждаемого антисимметричной компонентой тока.

В случае несвязанного вибратора, т.е. вибратора, который не касается экрана, вышеупомянутые функционалы имеют вид [3]:

$$F_o^{(s)}[e|J^{(s)}] = (+1) \int_{-L}^{+L} \left[ \frac{d^2 J^{(s)}(e')}{de'^2} + k^2 J^{(s)}(e') \right] \frac{1}{R(e, e')} de' - 2 \frac{dJ^{(s)}(e)}{de} \frac{1}{R(e, e')} \Big|_{e'=-L}^{e'+L} - J^{(s)}(e) \frac{d}{de} \frac{1}{R(e, e')} \Big|_{e'=-L}^{e'+L}, \quad (23.1)$$

$$\tilde{F}_o^{(s)}[e|J^{(s)}] = \int_{-L}^{+L} \left[ \frac{d^2 J^{(s)}(e')}{de'^2} + k^2 J^{(s)}(e') \right] \frac{e^{ikR(e, e')}}{R(e, e')} de' + (+1) \frac{dJ^{(s)}(e)}{de} \frac{e^{ikR(e, e')}}{R(e, e')} \Big|_{e'=-L}^{e'+L}, \quad (23.2)$$

$$F^{(s)}[e|J^{(s)}] = (+1) \frac{dJ^{(s)}(e)}{de} G_{\partial e e}^{(s)}(e', e) \Big|_{e'=-L}^{e'+L} - \int_{-L}^{+L} \left[ \frac{d^2 J^{(s)}(e')}{de'^2} + k^2 J^{(s)}(e') \right] de' \Rightarrow \Rightarrow {}^{(s)}G_{\partial e e}^{(s)}(e', e) de'. \quad (23.3)$$

Функционалы в (22.2)  $F_o^{(a)}[e|J^{(a)}]$ ,  $\tilde{F}_o^{(a)}[e|J^{(a)}]$ ,  $F^{(a)}[e|J^{(a)}]$  являются антисимметричными компонентами собственного поля вибратора, обусловленного антисимметричной составляющей тока, и получаются из (23.1)+(23.3) заменой  $J^{(s)} \Rightarrow J^{(a)}$ ;  $F^{(a)}[e|J^{(s)}]$  - антисимметричная компонента поля вибратора, отраженного от экрана и возбуждаемого симметричной составляющей тока согласно (20.4).

Систему (22.1), (22.2) будем решать методом последовательных приближений. В нулевом приближении не учитываем связи между  $J^{(s)}(e)$  и  $J^{(a)}(e)$ , полагаем  $F^{(s)}[e|J^{(a)}]$ ,  $F^{(a)}[e|J^{(s)}]$  равными нулю и сводим (22.1), (22.2) к системе несвязанных уравнений

$$\frac{d^2 J_o^{(s)}(e)}{de^2} + k^2 J_o^{(s)}(e) = \alpha \{ i\omega E_o^{(s)}(e) + F_o^{(s)}[e|J_o^{(s)}] + \tilde{F}_o^{(s)}[e|J_o^{(s)}] + F^{(s)}[e|J_o^{(s)}] + (-1) i\omega Z \cdot J_o^{(s)}(e) \}, \quad (22.1.1)$$

$$\frac{d^2 J_o^{(a)}(e)}{de^2} + k^2 J_o^{(a)}(e) = \alpha \{ i\omega E_o^{(a)}(e) + F_o^{(a)}[e|J_o^{(a)}] + \tilde{F}_o^{(a)}[e|J_o^{(a)}] + F^{(a)}[e|J_o^{(a)}] + (-1) i\omega Z \cdot J_o^{(a)}(e) \}. \quad (22.2.1)$$

Используя метод усреднения [2], с учетом граничных условий

$$J(-L) = 0, \quad (24.1)$$

$$J(+L) = 0 \quad (24.2)$$

получаем

$$J_0^{(s)}(e) = \frac{(-1)\alpha \frac{i\omega}{k}}{\sin 2\kappa L - \alpha W^{(s)}(ka, 2\kappa L)} \left\{ \sin \kappa(L-e) \int_{-L}^e E_0^{(s)}(e') \sin \kappa(L+e') de' + \right. \\ \left. + \sin \kappa(L+e) \int_e^L E_0^{(s)}(e') \sin \kappa(L-e') de' \right\}, \quad (25)$$

$$J_0^{(a)}(e) = \frac{(-1)\alpha \frac{i\omega}{k}}{\sin 2\kappa L - \alpha W^{(a)}(ka, 2\kappa L)} \left\{ \sin \kappa(L-e) \int_{-L}^e E_0^{(a)}(e') \Rightarrow \right. \\ \Rightarrow \sin \kappa(L-e') de' + \sin \kappa(L+e) \int_e^L E_0^{(a)}(e') \sin \kappa(L-e') de' \left. \right\}, \quad (26)$$

где

$$W^{(s)}(ka, 2\kappa L) = \int_{-L}^L [G_{\partial ee}^{(s)}(e', \xi)|_{e'=-L} + G_{\partial ee}^{(s)}(e', \xi)|_{e'=L}] \sin \kappa(L-\xi) d\xi, \quad (25.1)$$

$$W^{(a)}(ka, 2\kappa L) = \int_{-L}^L [G_{\partial ee}^{(s)}(e', \xi)|_{e'=-L} + (-1)G_{\partial ee}^{(s)}(e', \xi)|_{e'=L}] \sin \kappa(L-\xi) d\xi, \quad (26.1)$$

$$\kappa = k + \alpha, \quad (27)$$

$$\alpha = \frac{\alpha}{2k} i\omega Z. \quad (27.1)$$

Для нахождения тока в первом приближении подставим  $J_0^{(a)}(e)$  в (20.2) и  $J_0^{(s)}(e)$  в (20.4). Заменим в (22.1), (22.2)  $E_0^{(s)}(e)$  и  $E_0^{(a)}(e)$  напряженностью эффективного стороннего поля

$$\bar{E}_0^{(s)}(e) = E_0^{(s)}(e) + \frac{1}{i\omega} F^{(s)}[e|J_0^{(a)}], \quad (28)$$

$$\bar{E}_0^{(a)}(e) = E_0^{(a)}(e) + \frac{1}{i\omega} F^{(a)}[e|J_0^{(s)}]. \quad (29)$$

Тогда симметричная и антисимметричная компоненты тока в первом приближении являются решениями уравнений

$$\frac{d^2 J_1^{(s)}(e)}{de^2} + k^2 J_1^{(s)}(e) = \alpha \{ i\omega \bar{E}_0^{(s)}(e) + F_0^{(s)}[e|J_1^{(s)}] + \tilde{F}_0^{(s)}[e|J_1^{(s)}] + \\ + F^{(s)}[e|J_1^{(s)}] + (-1)i\omega Z J_1^{(s)}(e) \}, \quad (22.1.2)$$

$$\frac{d^2 J_1^{(a)}(e)}{de^2} + k^2 J_1^{(a)}(e) = \alpha \{ i\omega \bar{E}_0^{(a)}(e) + F_0^{(a)}[e|J_1^{(a)}] + \tilde{F}_0^{(a)}[e|J_1^{(a)}] + \\ + F^{(a)}[e|J_1^{(a)}] + (-1)i\omega Z J_1^{(a)}(e) \}. \quad (22.2.2)$$

$J_1^{(s)}(e)$  получим, подставив в (25) выражение для напряженности эффективного стороннего поля (28)

$$J_1^{(s)}(e) = \frac{(-1)\alpha \frac{i\omega}{k}}{\sin 2\kappa L - \alpha W^{(s)}(ka, 2\kappa L)} \left\{ \sin \kappa(L-e) \int_{-L}^e E_0^{(s)}(e') \sin \kappa(L+e') de' + \right.$$

$$+ \sin \kappa(L+e) \int_e^L E_0^{(s)}(e') \sin \kappa(L-e') de' \} + (-1) \left(\frac{d}{\kappa}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{i\omega}{[\sin 2\kappa L - \mathcal{L}W^{(s)}(\kappa a, 2\kappa L)][\sin 2\kappa L - \mathcal{L}W^{(a)}(\kappa a, 2\kappa L)]} \cdot \Phi[e|E_0^{(a)}], \quad (30)$$

где

$$\Phi[e|E_0^{(a)}] = \sin \kappa(L-e) \int_e^L de' \sin \kappa(L+e') \left(\frac{d^2}{de'^2} + \kappa^2\right) \int_{-L}^L d\eta G_{\eta\eta}^{(a)}(e', \eta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [\sin \kappa(L-\eta) \int_{-L}^{\eta} d\xi E_0^{(s)}(\xi) \sin \kappa(L+\xi) + \sin \kappa(L+\eta) \int_{-L}^{\eta} d\xi E_0^{(a)}(\xi) \sin \kappa(L-\xi)] +$$

$$+ \sin \kappa(L+e) \int_e^L de' \sin \kappa(L-e') \left(\frac{d^2}{de'^2} + \kappa^2\right) \int_{-L}^L d\eta G_{\eta\eta}^{(a)}(e', \eta) [\sin \kappa(L-\eta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{\eta}^L d\xi E_0^{(a)}(\xi) \sin \kappa(L+\xi) d\xi + \sin \kappa(L+\eta) \int_{\eta}^L d\xi E_0^{(s)}(\xi) \sin \kappa(L-\xi)]. \quad (31)$$

Асимметричную компоненту тока в первом приближении  $J_1^{(a)}(e)$  находим из (30) путем формальной замены  $E_0^{(s)} \Leftrightarrow E_0^{(a)}$ ,  $W^{(s)} \Leftrightarrow W^{(a)}$ .

Результирующий ток в первом приближении для несвязанного импедансного вибратора при наличии кругового цилиндрического экрана можем записать в виде

$$J_1(e) = J_1^{(s)}(e) + J_1^{(a)}(e). \quad (32)$$

Рассмотрим (32) в нулевом приближении

$$J_0(e) = J_0^{(s)}(e) + J_0^{(a)}(e). \quad (32.1)$$

Согласно (25) введем эффективное симметричное напряжение, приложенное к импедансному вибратору

$$V_{\text{эф}0}^{(s)}(e) = \sin \kappa(L-e) \int_{-L}^L E_0^{(s)}(e') \sin \kappa(L+e') de' + \sin \kappa(L+e) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_e^L E_0^{(s)}(e') \sin \kappa(L-e') de'. \quad (33)$$

Антисимметричное напряжение  $V_{\text{эф}0}^{(a)}(e)$  в соответствии с (26) получим из (33) заменой  $E_0^{(s)} \Rightarrow E_0^{(a)}$ . С учетом (18.1), (18.2) результирующее напряжение при  $e$  и  $-e$

$$V_{\text{эф}0}(e) = V_{\text{эф}0}^{(s)}(e) + V_{\text{эф}0}^{(a)}(e), \quad (34)$$

$$V_{\text{эф}0}(-e) = V_{\text{эф}0}^{(s)}(e) - V_{\text{эф}0}^{(a)}(e). \quad (35)$$

Определим эффективный адмитанс вибратора в точке  $e$  [II]

$$Y_{\text{эф.о}}(e) = \frac{J_0(e)}{V_{\text{эф.о}}(e)} \quad (36)$$

Используя результаты работы [12], получаем

$$\begin{aligned} V_{\text{эф.о}}(e) &= \frac{(-1) \alpha \frac{ik}{k}}{[\sin 2kL - \alpha W^{(s)}(ka, 2kL)][\sin 2kL - \alpha W^{(a)}(ka, 2kL)]} \Rightarrow \\ &\Rightarrow [\sin 2kL - \frac{1}{2} \alpha W^{(s)}(ka, 2kL) (1 - \frac{V_{\text{эф.о}}(-e)}{V_{\text{эф.о}}(e)}) - \frac{1}{2} \alpha W^{(a)}(ka, 2kL) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1 - \frac{V_{\text{эф.о}}(-e)}{V_{\text{эф.о}}(e)})]. \end{aligned} \quad (36.1)$$

Откуда эффективный импеданс вибратора

$$\begin{aligned} Z_{\text{эф.о}}(e) &= \frac{ik}{\alpha \omega} [\sin 2kL - \alpha W^{(s)}(ka, 2kL)][\sin 2kL - \alpha W^{(a)}(ka, 2kL)] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left\{ \sin 2kL - \frac{1}{2} \alpha W^{(s)}(ka, 2kL) \left[ 1 - \frac{V_{\text{эф.о}}^{(s)}(e) - V_{\text{эф.о}}^{(a)}(e)}{V_{\text{эф.о}}^{(s)}(e) + V_{\text{эф.о}}^{(a)}(e)} \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \alpha W^{(a)}(ka, 2kL) \left[ 1 + \frac{V_{\text{эф.о}}^{(s)}(e) - V_{\text{эф.о}}^{(a)}(e)}{V_{\text{эф.о}}^{(s)}(e) + V_{\text{эф.о}}^{(a)}(e)} \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (37)$$

$Z_{\text{эф.о}}(e)$  описывает импедансный вибратор при произвольном режиме его возбуждения для любого значения текущей координаты  $l$ , без учета взаимного влияния симметричной и антисимметричной компонент тока.

Из (37) находим эффективный реактанс вибратора

$$\begin{aligned} \text{Im } Z_{\text{эф.о}}(e) &\approx \frac{k}{\alpha \omega} [\sin 2kl \cdot \text{ch } 2|x|L - \alpha \text{Re } W^{(s)}(ka, 2kL) - \\ &\quad - \alpha \text{Re } W^{(a)}(ka, 2kL)]. \end{aligned} \quad (37.1)$$

Условие равенства нулю  $\text{Im } Z_{\text{эф.о}}(e)$  с точностью до величин второго порядка малости по  $\alpha$

$$\text{ch } 2|x|L \cdot \sin 2kl - \alpha \text{Re } W^{(s)}(ka, 2kL) - \alpha \text{Re } W^{(a)}(ka, 2kL) = 0. \quad (38)$$

В силу малости параметра  $\alpha$  (38) будет выполняться при

$$2kl \approx n\pi \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (39)$$

Для нечетных  $n = 2p + 1$

$$2kl \approx (2p + 1)\pi \quad (p = 0, 1, \dots) \quad (39.1)$$

и в соответствии с (26.1)  $\text{Re } W^{(a)}(ka, 2kL)$  является величиной по-

”

рядка  $\alpha$ , а условие (38) с точностью до величин второго порядка малости по  $\alpha$  принимает вид

$$\operatorname{ch} 2|\alpha|L \cdot \sin 2kL - \alpha \operatorname{Re} W^{(s)}(ka, 2kL) = 0. \quad (38.1)$$

Аналогично для четных  $n = 2p$

$$2kL = 2p\pi, \quad (39.2)$$

при этом согласно (25.1),  $\operatorname{Re} W^{(s)}(ka, 2kL) = O(\alpha)$  и с точностью до величин порядка  $\alpha^2$

$$\operatorname{ch} 2|\alpha|L \cdot \sin 2kL - \alpha \operatorname{Re} W^{(a)}(ka, 2kL) = 0. \quad (38.2)$$

Анализ (37) показывает, что при выполнении (38.1) и (39.2)

$\operatorname{Re} Z_{\text{эф.о}}(l)$  принимает минимальное и максимальное значение соответственно, а так как в данном случае  $\operatorname{Im} Z_{\text{эф.о}}(l)$  равна нулю, то условия (38.1) и (38.2) являются условиями резонанса и антирезонанса [10] импедансного вибратора.

При резонансе

$$\frac{V_{\text{эф.о}}^{(a)}(l)}{V_{\text{эф.о}}^{(s)}(l)} \ll 1, \quad (40)$$

$$J_1^{(s)}(l) = O(1), \quad (40.1)$$

$$J_1^{(a)}(l) = O(\alpha), \quad (40.2)$$

т.е. с точностью до величин порядка  $\alpha$  распределение тока вдоль резонансного несвязанного импедансного вибратора носит симметричный характер при произвольном режиме его возбуждения. Последнее обстоятельство для полуволнового импедансного вибратора в прямоугольном волноводе отмечается в [2].

Согласно (40) с точностью до величин порядка  $\alpha$

$$Z_{\text{эф.о}}(l) \approx \frac{ik}{\omega} [\sin 2kL - \alpha W^{(s)}(ka, 2kL)]. \quad (40.3)$$

Из (40.3) следует, что в случае резонанса, при произвольном режиме возбуждения  $Z_{\text{эф.о}}(l)$  совпадает с симметричным эффективным импедансом (терминология работы [12]), которым описывается вибратор в режиме симметричного возбуждения.

При антирезонансе

$$\frac{V_{\text{эф.о}}^{(s)}(e)}{V_{\text{эф.о}}^{(a)}(e)} \ll 1, \quad (4I)$$

$$J_1^{(a)}(e) = O(1), \quad (4I.I)$$

$$J_1^{(s)}(e) = O(\alpha), \quad (4I.2)$$

$$Z_{\text{эф.о}}(e) = \frac{ik}{\alpha \omega} [\sin 2\kappa L - \alpha W^{(a)}(ka, 2\kappa L)], \quad (4I.3)$$

откуда при произвольном режиме возбуждения с точностью до величин порядка  $\alpha$  распределение тока вдоль антирезонансного несвязанного импедансного вибратора носит антисимметричный характер, а  $Z_{\text{эф.о}}(e)$  совпадает с антисимметричным эффективным импедансом, которым описывается вибратор в режиме антисимметричного возбуждения. Отметим, что линейный размер антирезонансного вибратора согласно (38.2) приближенно кратен целому числу длин волн.

Таким образом, выведено уравнение импедансного линейного вибратора в цилиндрическом экране. В случае несвязанного вибратора методом усреднения получено решение этого уравнения для симметричной и антисимметричной компонент тока с учетом их взаимной связи. Показано, что распределение тока вдоль полуволнового несвязанного вибратора носит симметричный, а вдоль волнового вибратора антисимметричный характер вне зависимости от режима возбуждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ужняк Н.А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев: Наукова думка, 1986.
2. Нестеренко М.В. Рассеяние электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами в прямоугольном волноводе: Дис. к. ф.-м. н., Харьков, 1988.
3. Прийменко С.Д., Шапович В.Г., Ужняк Н.А. Линейная антенна произвольной ориентации и положения в цилиндрическом экране: Препринт ХФТИ 91-29. Харьков: ХФТИ, 1991.
4. Ефанов И.М. Рассеяние волн проволочным вибратором и малоразмер-

- ным включением в электродинамических структурах: Дис. к. ф.-м. н., Харьков, 1990.
5. Миллер М.А., Таланов В.И. Использование понятия поверхностного импеданса в теории поверхностных электромагнитных волн // Изв. вузов. Радиофизика. - 1961. - Т.4. № 5. - С. 795-830.
  6. Прийменко С.Д., Папкович В.Г., Хижняк Н.А. О возбуждении круглого волновода точечным источником тока: Препринт ХФТИ 91-27. Харьков: ХФТИ, 1991.
  7. Прийменко С.Д., Папкович В.Г., Хижняк Н.А. Регулярные тензорные функции Грина круглого волновода: Препринт ХФТИ 91-42. Харьков: ХФТИ, 1991.
  8. Прийменко С.Д., Хижняк Н.А. Асимптотические выражения регулярных функций Грина кругового цилиндрического экрана: Препринт ХФТИ 92 - 4. Харьков: ХФТИ, 1992.
  9. Каган В.Ф. Основы теории поверхностей в тензорном изложении. Ч.1. М.- Л.: Гостехиздат, 1947.
  10. King R.W.P. Theory of linear antennas. Cambridge-Massachusetts, 1956.
  11. Хижняк Н.А. Прямоугольные волноводы, нагруженные неоднородностями правильной геометрической формы. // Труды научно-технической школы по СВЧ - электронике. Харьков. Вып.1. 1989.
  12. R.W.P. King, T.T. Wu. The cylindrical antenna with arbitrary driving point. // IEEE Trans. - 1965. - AP - 13, 9. - P. 710-718.

Препринт поступил в редакцию 28.10.92.

Сергей Дмитриевич Приймченко, Николай Антонович Хижняк

ИМПЕДАНСНЫЙ ЛИНЕЙНЫЙ ВИБРАТОР ПРИ НАЛИЧИИ КРУТОВОГО  
ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЭКРАНА

Ответственный за выпуск Л.М.Ракивненко

Редактор, корректор Т.В.Ситнянская

---

Подписано в печать 27.10.92. Формат 60x84/16. Бум.печ. № 1.  
Офсетн.печ. Усл.п.л. 1,2. Уч.-изд.л. 0,9. Тираж 100. Заказ № 577.  
Цена 1 р. 80 к. Индекс 3624.

---

Харьковский физико-технический институт.  
310108, Харьков, ул. Академическая, 1

І р. 80 к.

Индекс 3624

Препринт, 1992, І-І5.