ES9300011

Ciemat 702
Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas - ESPAÑA

Instituto de Investigación Básica

EFICIENCIAS DE RECUENTO EN SISTEMAS CON DOS, TRES O CUATRO FOTOMULTIPLICADORES

Grau Malonda, A.

MADRID, 1993

Ciemat 702
Sp ISSN 614-087-X

EFICIENCIAS DE RECUENTO EN SISTEMAS CON DOS, TRES O CUATRO FOTOMULTIPLICADORES

por:

A. Grau Malonda

CENTRO DE INVESTIGACIONES
ENERGETICAS, MEDIOAMBIENTALES Y TECNOLOGICAS

MADRID,1993

CLASIFICACION DOE Y DESCRIPTORES

440102
SCINTILLATION COUNTING
EFFICIENCY
LIQUID SCINTILLATORS
COINCIDENCE METHODS
PHOTOMULTIPLIERS
ELECTRON CAPTURE DECAY
ELECTRON CAPTURE RADIOISITOPES
DISTRIBUTION FUNCTIONS
MATHEMATICAL MODELS

Toda correspondencia en relación con este trabajo debe dirigirse al Servicio de Información y Documentación, Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas, Ciudad Universitaria, 28040-MADRID, ESPAÑA.

Las solicitudes de ejemplares deben dirigirse a este mismo Servicio.

Los descriptores se han seleccionado del Thesauro del DOE para describir las materias que contiene este informe con vistas a su recuperación. La catalogación se ha hecho utilizando el documento DOE/TIC-4602 (Rev. 1) Descriptive Cataloguing On-Line, y la clasificación de acuerdo con el documento DOE/TIC.4584-R7 Subject Categories and Scope publicados por el Office of Scientific and Technical Information del Departamento de Energía de los Estados Unidos.

Este trabajo se ha recibido para su impresión en Junio de 1.992

Depósito Legal nº M-478-1993
ISBN 84-7834-173-0
ISSN 614-087-X
NIPO solicitado

IMPRIME CIEMAT

INDICE

EFICIENCIA DE RECUENTO POR CENTELLEO LIQUIDO. SISTEMAS CON DOS, TRES Y CUATRO FOTOMULTIPLICADORES

1. INTRODUCCION

La calibración de radionucleidos mediante la técnica de centelleo líquido se ha realizado con sistemas de detección dotados con dos fotomultiplicadores trabajando en coincidencia y suma.

El desarrollo de fotomultiplicadores con mayores rendimientos cuánticos ha permitido en los últimos años el diseño de sistemas espectrométricos dotados con tres fotomultiplicadores, que se muestran capaces de permitir la calibración absoluta de los nucleidos beta, especialmente los de baja energía máxima.

En un futuro, se prevé el desarrollo de sistemas con cuatro fotomultiplicadores situados en un plano, frente a frente, dos a dos, formando ángulos de 90º entre cada dos. Este tipo de sistemas es más fácil de construir y además permite medir muestras por efecto de Cherenkov, con mayor eficiencia que otros sistemas en los que los ángulos formados por los fotomultiplicadores son mayores de 90º.

En el presente trabajo se deducen las fórmulas que dan la eficiencia de recuento para sistemas con dos, tres y cuatro fotomultiplicadores. En todos los casos se deduce la eficiencia de recuento en función de la probabilidad de no detección, y en función de las diferentes distribuciones de electrones en el fotocátodo. Las fórmulas obtenidas a partir de la probabilidad de no detección son muy prácticas ya que reducen notablemente el cálculo de eficiencias de recuento. En cambio las otras expresiones son útiles cuando se estudian distribuciones espectrales.

La fórmula de la eficiencia de recuento para dos fotomultipicadores ha sido deducida y aplicada incorrectamente por una serie de investigadores: Swank 1958, Guinn 1958, Birks 1964, Smith y col. 1956, Watt y col.1964 y Horrocks 1961, 1974. Se debe a Jordan 1971 la comprobación por cálculo de que las fórmulas empleadas por estos autores al sumar distribuciones de probabilidad para obtener la eficiencia de recuento discrepaba del valor de la eficiencia obtenida a partir de la probabilidad de no detección. La primera demostración matemática de la igualdad de las fórmulas matemáticas de la eficiencia de recuento obtenidas a partir de la probabilidad de no detección y de la suma de las probabilidades de las diferentes distribuciones electrónicas la dió Grau Malonda 1982.

Dos modelos se han descrito hasta ahora para obtener la eficiencia de recuento de un sistema dotado con tres fotomultiplicadores, Broda y col. 1988 y Grau y col. 1988. Aunque la hipótesis de partida son muy diferentes, Grau Malonda 1990 ha demostrado que las eficiencias de recuento obtenidas a partir de cada uno de los modelos coinciden.

Las fórmulas dadas en este trabajo corresponden a la eficiencia de recuento para radiaciones electrónicas monoenergéticas.

2. SISTEMAS CON DOS FOTOMULTIPLICADORES

En este apartado se deducirán las eficiencias de recuento de un sistema con dos fotomultiplicadores en tres casos diferentes: cuando sólo uno de los fotomultiplicadores está activo, cuando los dos fotomultiplicadores están activos y se toma la señal siempre que uno de los fotomultiplicadores esté activo y cuando los dos fotomultiplicadores actúan en coincidencia.

2.1 Un sólo fotomultiplicador activo (S_1): A_1 o A_2.

a) Cuando el número medio de fotoelectrones a la salida de cada uno de los fotocátodos es $\bar{n}$, la probabilidad de no detección es $e^{-\bar{n}}$. Por lo tanto, la probabilidad de que se emita al menos un fotoelectrón, que en este caso coincide con la eficiencia de recuento, es:

$$\varepsilon = 1 - e^{-\bar{n}}$$

b) La expresión de la eficiencia de recuento, cuando se considera la suma de probabilidades para las distintas distribuciones electrónicas, requiere obtener la probabilidad de que el fotomultiplicador A_1 emita al menos un fotoelectrón cuando el total de fotoelectrones distribuídos entre los dos fotomultiplicadores del sistema es n. El número de formas en que se pueden distribuir n electrones entre los dos fotomultiplicadores es 2^n. De estas distribuciones, darán lugar a detección aquellas en las que en el fotomultiplicador A_1 emita al menos un fotoelectrón. Como no habrá detección cuando todos los fotoelectrones los emita el fotomultiplicador A_2, el número de los casos favorables a la detección de A_1 serán $2^n - 1$, y la probabilidad de que la distribución dé lugar a detección, será:

$$D(n) = \frac{2^n - 1}{2^n} = 1 - 2^{-n}$$

y la eficiencia de recuento será:

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} P\ (n,\ 2\bar{n})\ (1 - 2^{-n})$$

En la que $P(n, 2\bar{n})$ es la probabilidad de obtener exactamente n electrones cuando la medida es $2\bar{n}$

.

2.2. Dos fotomultiplicadores en suma (S_2): $A_1 + A_2$.

a) La probabilidad de que no detecte A_1, cuando el número medio de electroens esperado a la salida de cada fotocátodo es $\bar{n}$, es $e^{-\bar{n}}$ y la probabilidad de que no detecte A_2 es también $e^{-\bar{n}}$. Cuando ninguno de los dos fotomultiplicadores detecte, no habrá señal a la salida del sistema de recuento, la probabilidad de que ésto ocurra es $e^{-\bar{n}}.e^{-\bar{n}} = e^{-2\bar{n}}$, ya que los sucesos son independientes.

Por lo tanto, la probabilidad de detección o eficiencia de recuento será:

$$\varepsilon = (1 - e^{-\bar{n}})^2$$

b) En este caso siempre que haya emisión de fotoelectrones habrá detección ya que basta que uno de los fotomultiplicadores dé señal para que se cuente el evento. Así pues:

$$D\ (n) = 1$$

y

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} P\ (n.\ 2\bar{n})$$

2.3 Dos fotomultiplicadores en coincidencia (D): $A_1 A_2$.

a) La probabilidad de que uno de los fotomultiplicadores no dé señal es $e^{-\bar{n}}$, y que dé señal

$(1-e^{-\bar{n}})$, por lo tanto, la probabilidad de que tanto A_1 como A_2 den una señal simultánea, o lo que es equivalente, la eficiencia de recuento es:

$$\varepsilon = (1 - e^{-\bar{n}})^2$$

b) No habrá señal a la salida del sistema cuando uno o ambos fotomultiplicadores no emitan electrones. Cuando A_1 no emita electrones el número de distribuciones será 1, y lo mismo puede decirse para A_2. El número de distribuciones posibles es 2^n y el número de casos favorables $2^n - 2$. Por lo tanto:

$$D(n) = 1 - 2^{2-n}$$

y la eficiencia de recuento es:

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P(n, 2\bar{n})\,(1 - 2^{2-n})$$

3. SISTEMAS CON TRES FOTOMULTIPLICADORES

Cuando un sistema está formado por tres fotomultiplicadores, el número de combinaciones de los fotomultiplicadores en los que no actúa la coincidencia es de tres: (S_1) A_1 o A_2 o A_3, (S_1) $A_1 + A_2$, (S_3) $A_1 + A_2 + A_3$; el número de combinaciones en los que los fotomultiplicadores actúan en coincidencia dos a dos es : (D_1) $A_1 A_2$, (D_2) $A_1 A_2 + A_1 A_3$, (D_3) $A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_2 A_3$; por último, hay una sola combinación en la que entran los tres fotomultiplicadores en coincidencia: (T) $A_1 A_2 A_3$.

En los siguientes apartados se deducirán las eficiencias de recuento de las combinaciones antes mencionadas.

3.1 Un sólo fotomultiplicador activo (S_1): A_1.

a) Si el número medio de fotoelectrones esperados a la salida de los tres fotocátodos es $3\bar{n}$ y se supone que tanto la distribución de la luz como la respuesta de cada uno de los fotocátodos es idéntica, el número medio de fotoelectrones a la salida de A_1 será $e^{-\bar{n}}$ y la eficiencia de detección será:

$$\varepsilon = 1 - e^{-\bar{n}}$$

b) Si el número total de electrones emitidos es n éstos se pueden distribuir entre los fotomultiplicadores en 3^n maneras distintas. No habrá detección en A_1 cuando los electrones se distribuyan entre A_2 y A_3, por tanto, el número de casos no favorables a la detección en A_1 es $3^n - 2^n$. Por consiguiente:

$$D\,(n) = \frac{3^n - 2^n}{3^n} = 1 - 3^{-n}\,2^n$$

y la eficiencia de detección será:

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} P\,(n,\,3\bar{n})\,(1 - 3^{-n}\,2^n)$$

3.2 Dos fotomultiplicadores en suma S_2: $A_1 + A_2$.

a) El procedimiento general es:

$$\begin{aligned}\varepsilon = P\,(A_1 \cup A_2) &= P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = \\ &= 2\,(1 - e^{-\bar{n}}) - (1 - e^{-\bar{n}})^2 = 1 - e^{-2\bar{n}}\end{aligned}$$

ya que $P\,(A_1) = (1 - e^{-\bar{n}})$ y $P\,(A_1 \cap A_2) = (1 - e^{-\bar{n}})^2$.

b) El número total de distribuciones posibles es 3^n. No habrá detección en A_1 o en A_2 cuando todos los electrones los emita A_3; por tanto, el número de distribuciones favorables a la detección es $3^n - 1$. Con lo que:

$$D(n) = \frac{3^n - 1}{3^n} = 1 - 3^{-n}$$

y

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} P\,(n,\ 3\bar{n})\,(1 - 3^{-n})$$

3.3 Tres fotomultiplicadores en suma S_3: $A_1 + A_2 + A_3$.

a) La probabilidad de no detección para un solo fotomultiplicador es $e^{-\bar{n}}$ y para los tres fotomultiplicadores es $e^{-3\bar{n}}$. Por tanto, la probabilidad de detección o eficiencia de recuento es:

$$\varepsilon = 1 - e^{-3\bar{n}}$$

b) Siempre que se emita un electrón o más tendremos detección ya que éste se emitirá en A_1 en A_2 o en A_3, por consiguiente:

$$D\,(n) = 1$$

y la eficiencia de recuento es:

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} P\,(n,\ 3\bar{n})$$

3.4 Dos fotomultiplicadores en coincidencia D_1: $A_1\,A_2$.

a) La probabilidad de detección del fotomultiplicador A_1 es $1 - e^{-\bar{n}}$ y lo mismo para A_2. Por tanto, la probabilidad de detectar simultáneamente en A_1 y en A_2 es:

$$\varepsilon = (1 - e^{-\bar{n}})^2$$

b) El número de distribuciones de n electrones entre los tres fotomultiplicadores del sistema es 3^n. No habrá detección cuando uno o los dos fotocátodos de A_1 o A_2 no emitan electrones. Cuando A_1 no emite electrones el número de distribuciones de electrones entre A_2 y A_3 será 2^n, y lo mismo valdrá para cuando sea A_2 el que no emita electrones y éstos se emitan por A_2 y A_3. Por tanto, el número de distribuciones no favorables a la detección será:

$$N_{NF} = 2.2^n - 1$$

el término -1 tiene en cuenta que se ha contado dos veces la situación en la que ninguno de los fotocátodos de A_1 o A_2 emita electrones. Así pues:

$$D(n) = \frac{3^n - (2.2^n - 1)}{3^n} = 1 - 3^{-n}\,(2^{n+1} - 1)$$

y

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P\,(n, 3\bar{n})\left[1 - 3^{-n}\,(2^{n+1} - 1)\right]$$

3.5 Fotomultiplicadores en doble coincidencia y suma con un elemento común D_2: $A_1\,A_2 + A_1\,A_3$.

a) La eficiencia de recuento se obtiene directamente de la expresión:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= P\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3)\right] = P\,(A_1 \cap A_2) + P\,(A_1 \cap A_3) - \\ &- P\,(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 2\,(1 - e^{-\bar{n}})^2 - (1 - e^{-\bar{n}})^3 = \\ &= 1 - e^{-\bar{n}} - e^{-2\bar{n}} + e^{3\bar{n}} \end{aligned}$$

b) No habrá detección cuando los n electrones emitidos procedan de los fotocátodos de los fotomultiplicadores A_2 y A_3 o cuando todos procedan exclusivamente del fotocátodo de A_1. La primera situación se da en 2^n distribuciones mientras que la segunda sólo da lugar a una distribución. Así pues el número de casos no favorables será:

$$N_{NF} = 2^n + 1$$

Como el número de distribuciones posibles de los n electrones entre los tres fotocátodos es 3^n, la probabilidad de que la generación de n fotoelectrones entre los fotocátodos de lugar a una cuenta a la salida del sistema de recuento es:

$$D(n) = \frac{3^n - (2^n + 1)}{3^n} = 1 - 3^{-n}\,(2^n + 1)$$

y

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P\,(n,\ 3\bar{n})\left[1 - 3^{-n}\ (2^n+1)\right]$$

3.6 Suma triple de coincidencias dobles D_3: $A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_2 A_3$.

a) La eficiencia de recuento en función de la probabilidad de no detección se obtiene de la relación:

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= P\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_3)\right] = P\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3)\right] + \\
&+ P\,(A_1 \cap A_3) - P\left\{\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3)\right] \cap (A_2 \cap A_3)\right\} = \\
&= P\,(A_1 \cap A_2) + P\,(A_1 \cap A_3) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P\,(A_2 \cap A_3) - \\
&- P\,(A_1 \cap A_2 \cap A_3) - P\,(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \\
&= 3\,(1 - e^{-\bar{n}})^2 - 2\,(1 - e^{-\bar{n}})^3 = 1 - 3e^{-2\bar{n}} + 2e^{-3\bar{n}}
\end{aligned}$$

b) No habrá detección cuando los n electrones procedan todos de uno de los fotomultiplicadores. Como son tres el número de fotomultiplicadores, el número de distribuciones no favorables será 3 y el número de posibles 3^n. Por lo tanto:

$$D(n) = \frac{3^n - 3}{3^n} = 1 - 3^{1-n}$$

y la eficiencia de recuento vendrá dada por:

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P\,(n,\ 3\bar{n})\ (1 - 3^{1-n})$$

3.7 Sistema con tres fotomultiplicadores en coincidencia T: $A_1 A_2 A_3$.

a) La expresión que permite calcular la eficiencia de recuento en función de la probabilidad de no detección es:

$$\varepsilon = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = (1 - e^{-\bar{n}})^3 =$$
$$= 1 - 3\, e^{-\bar{n}} + 3\, e^{-2\bar{n}} - e^{-3\bar{n}}$$

b) No habrá detección cuando uno o dos de los fotomultiplicadores no detecten. En el caso de que un fotomultiplicador no detecte los n electrones se pueden distribuir de 2^n maneras entre los otros dos fotomultiplicadores, en éstas se incluirán las dos distribuciones en las que uno de los fotomultiplicadores emite todos los n electrones. Por tanto, el número de casos no favorables es $3(2^n - 1)$ y el de favorables $3^n - 3(2^n - 1)$. Luego:

$$D(n) = 1 - 3^{1-n} (2^n - 1)$$

y la eficiencia de recuento se obtendrá a partir de la expresión:

$$\varepsilon = \sum_{n=3}^{\infty} P(n, 3\bar{n}) \left[1 - 3^{1-n} (2^n - 1\right]$$

4. <u>SISTEMA CON CUATRO FOTOMULTIPLICADORES.</u>

Cuando un sistema de detección está formado por cuatro fotomultiplicadores, las formas de combinar las salidas de los fotomultiplicadores aprovechando las coincidencias y las sumas da lugar a un elevado número de respuestas. Las combinaciones de los fotomultiplicadores cuando no actúa la coincidencia son: $(S_1)\ A_1$, $(S_2)\ A_1 + A_2$, $(S_3)\ A_1 + A_2 + A_3$ y $(S_4)\ A_1 + A_2 + A_3 + A_4$.

Las coincidencias dobles combinadas con la suma dan lugar a las siguientes respuestas: $(D_1)\ A_1 A_2$, $(D_2)\ A_1 A_2 + A_3 A_4$, $(D_3)\ A_1 A_2 + A_1 A_3$, $(D_4)\ A_1 A_2 + A_2 A_3 + A_3 A_4$, $(D_5)\ A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_2 A_4$, $(D_6)\ A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_1 A_4$, $(D_7)\ A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_1 A_4 + A_2 A_3$, $(D_8)\ A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_4 A_2 + A_4 A_3$, $(D_9)\ A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_1 A_4 + A_2 A_3 + A_2 A_4$ y $(D_{10})\ A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_1 A_4 + A_2 A_3 + A_2 A_4 + A_3 A_4$. Las coincidencias triples combinadas con la suma de señales producen las siguientes salidas: $(T_1)\ A_1 A_2 A_3$, $(T_2)\ A_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 A_4$ $(T_3)\ A_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 A_4 + A_1 A_3 A_4$ y $(T_4)\ A_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 A_4 + A_2 A_3 A_4 + A_1 A_3 A_4$. Por último los cuatro fotomultiplicadores se pueden conectar en coincidencia cuádruple: $(Q)\ A_1 A_2 A_3 A_4$.

A continuación se deducen las fórmulas para calcular la eficiencia de recuento de cada una de las combinaciones de los fotomultiplicadores descritas.

4.1 Un sólo fotomultiplicador activo $S_1: A_1$.

a) La probabilidad de detección para un sólo fotomultiplicador es:

$$\varepsilon = P(A_1) = 1 - e^{-\bar{n}}$$

b) Si n es el número total de fotoelectrones generados, el número de distribuciones posibles entre los cuatro fotomultiplicadores es 4^n. El número de distribuciones favorables se obtiene a partir del de no favorables, que corresponden a todas las distribuciones de electrones entre los tres fotomultiplicadores no activos, o sea, 3^n. Así pues:

$$D(n) = \frac{4^n - 3^n}{4^n} = 1 - 4^{-n}\ 3^n$$

y la eficiencia de recuento será:

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ (1 - 4^{-n}\ 3^n)$$

4.2 Dos fotomultiplicadores en suma $S_2: A_1 + A_2$.

a) La eficiencia de recuento en función de la probabilidad de no detección viene dada por:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = \\ &= 2(1 - e^{-\bar{n}}) - (1 - e^{-\bar{n}})^2 = 1 - e^{-2\bar{n}} \end{aligned}$$

b) No habrá señal a la salida cuando los n electrones emitidos se distribuyan entre A_3 y A_4. El número de distribuciones no favorables a la detección es 2^n y el número de favorables $4^n - 2^n$. Por consiguiente:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}\ 2^n$$

y la eficiencia de recuento será:

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} P\ (n,\ 4\bar{n})\ \ (1 - 4^{-n}\ 2^{n})$$

4.3 Tres fotomultiplicadores en suma S_3: $A_1 + A_2 + A_3$.

a) La eficiencia de recuento se puede escribir en función de la probabilidad de no detección mediante el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= P\left(A_1 \cup A_2 \cup A_3\right) = P\ (A_1 \cup A_2) + P\ (\ A_3) - P\left[(A_1 \cup A_2) \cap A_3\right] = \\ &= P\ (A_1) + P\ (A_2) + P\ (A_3) - P\ (A_1 \cap A_2) - P\ (A_1 \cap A_3) - \\ &- P\left(A_2 \cap A_3\right) + P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 3\ (1 - e^{-\bar{n}}) - \\ &- 3\ (1 - e^{-\bar{n}})^2 + (1 - e^{-\bar{n}})^3 = 1 - e^{-3\bar{n}}\end{aligned}$$

b) No habrá detección cuando los n electrones los emita el fotomultiplicador A_4. Como el número de distribuciones de los n electrones entre los cuatro fotomultiplicadores es 4^n.

$$D(n) = \frac{4^n - 1}{4^n} = 1 - 4^{-n}$$

y la eficiencia de recuento es:

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} P\ (n,\ 4\bar{n})\ \ (1 - 4^{-n})$$

4.4 Cuatro fotomultiplicadores en suma S_4: $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$.

a) La eficiencia de recuento se obtiene directamente de la expresión:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon &= P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) - \\
&- P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - P(A_1 \cap A_4) - P(A_2 \cap A_3) - \\
&- P(A_2 \cap A_4) - P(A_3 \cap A_4) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_4) + \\
&+ P(A_1 \cap A_3 \cap A_4) + P(A_2 \cap A_3 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \\
&= 4(1 - e^{-\bar{n}}) - 6(1 - e^{-\bar{n}})^2 + 4(1 - e^{-\bar{n}})^3 - (1 - e^{-\bar{n}})^4 = 1 - e^{-4\bar{n}}
\end{aligned}
$$

b) Siempre que se emita al menos un electrón por cualquiera de los fotocátodos de los fotomultiplicadores se producirá detección, por lo tanto:

$$D(n) = 1$$

y

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^{\infty} P(n, 4\bar{n})$$

4.5 Dos fotomultiplicadores en coincidencia $D_1: A_1 A_2$.

a) La eficiencia de recuento viene dada por la expresión:

$$\varepsilon = P(A_1 \cap A_2) = (1 - e^{-\bar{n}})^2$$

b) El número total de distribuciones posibles de n electrones entre los cuatro fotomultiplicadores es 4^n. No habrá detección cuando A_1 no emita electrones y éstos se distribuyan entre A_2, A_3 y A_4; el número de distribuciones será 3^n. El mismo razonamiento es válido cuando A_2 no emita electrones y éstos se distribuyan entre A_1, A_3 y A_4. Ello da un total de 2.3^n distribuciones. Pero en estas distribuciones se han contado dos veces aquellas en que ni A_1 ni A_2 han emitido electrones, o sea, 2^n. Así pues, el número de distribuciones favorables es:

$$N_F = 4^n - 2.3^n + 2^n$$

con lo que:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}(2.3^n - 2^n)$$

y la eficiencia de recuento es:

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P\,(n,\,4\bar{n}) \left[1 - 4^{-n}\left(2.3^{n} - 2^{n}\right)\right]$$

4.6 Suma doble de coincidencias dobles D_2: $A_1 A_2 + A_3 A_4$.

a) La eficiencia de recuento en función de la probabilidad de no detección es:

$$\varepsilon = P\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_3 \cap A_4)\right] = P\,(A_1 \cap A_2) + P\,(A_3 \cap A_4) - P\,(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) =$$
$$= 2\,(1 - e^{-\bar{n}})^2 - (1 - e^{-\bar{n}})^4 = 1 - e^{-2\bar{n}} + 4\,e^{3\bar{n}} - e^{4\bar{n}}$$

b) No habrá detección cuando los electrones emitidos procedan de las parejas de fotomultiplicadores: $A_1 A_4$, $A_2\, A_3$ o $A_2\, A_4$. Si los n electrones se reparten entre los fotomultiplicadores $A_1\, A_3$ el número de distribuciones no favorables es 4.2^n. Pero en estas distribuciones se ha contado dos veces la distribución en la que los n electrones están en A_1, en A_2, en A_3 o en A_4. Por lo tanto, el número de casos no favorables es $4.2^n - 4$, con lo que:

$$D(n) = 1 - 4^{1-n}\,(2^n - 1)$$

Así pues:

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P\,(n,\,4\bar{n}) \left[1 - 4^{1-n}\left(2^{n} - 1\right)\right]$$

4.7 Suma doble de coincidencias dobles con un fotomultiplicador común D_3: $A_1 A_2 + A_1 A_3$.

a) La eficiencia de recuento en función de la probabilidad nula de detección es:

$$\varepsilon = P\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3)\right] = P(A_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap A_3) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) =$$
$$= 2(1 - e^{-\bar{n}})^2 - (1 - e^{-\bar{n}})^3 = 1 - e^{-\bar{n}} - e^{2\bar{n}} + e^{-3\bar{n}}$$

b) No habrá detección cuando los n electrones procedan de A_1, cuando ningún electrón proceda de A_1 o cuando se repartan entre A_1 y A_4. En el primer caso el número de distribuciones es una, en el segundo 3^n y en el tercero 2^n. Por lo tanto, el número de distribuciones electrónicas favorables a la detección es:

$$N_F = 4^n - (3^n + 2^n - 1)$$

luego:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}(3^n + 2^n - 1)$$

y

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n}) \left[1 - 4^{-n}\left(3^n + 2^n - 1\right)\right]$$

4.8 Suma triple de coincidencias dobles D_4: $A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4$.

a) La eficiencia de recuento, en función de la probabilidad nula de detección, se obtiene a partir de la siguiente fórmula:

$$\varepsilon = P\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4)\right] = P(A_1 \cap A_2) + P(A_2 \cap A_3) +$$
$$+ P(A_3 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) - P(A_2 \cap A_3 \cap A_4) =$$
$$= 3(1 - e^{-\bar{n}})^2 - 2(1 - e^{-\bar{n}})^3 = 1 - 3e^{-2\bar{n}} + 2e^{-3\bar{n}}$$

b) No habrá detección cuando los electrones se distribuyan entre los fotomultiplicadores A_1 y A_3, A_1 y A_4 o A_2 y A_4. El número de distribuciones no favorables a la detección será $3.2^n - 2$. Hay que restar 2 a 3.2^n ya que las distribuciones en las que todos los electrones proceden a A_1 o de A_4 se han contado dos veces. Por lo tanto:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}(3 \,.\, 2^n - 2)$$

y la expresión para la eficiencia de recuento es:

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n}) \left[1 - 4^{-n}\left(3.2^n - 2\right)\right]$$

4.9 Suma triple de coincidencias dobles D_5: $A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_1 A_4$.

a) La eficencia de recuento se obtiene de la expresión:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \left[P(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_4)\right] = P(A_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap A_3) + \\ &+ P(A_1 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_4) - \\ &- P(A_1 \cap A_3 \cap A_4) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \\ &= 3(1 - e^{-\bar{n}})^2 - 3(1 - e^{-\bar{n}})^3 + (1 - e^{-\bar{n}}) = \\ &= 1 - e^{-\bar{n}} - e^{-3\bar{n}} + e^{-4\bar{n}}\end{aligned}$$

b) No habrá detección en los dos casos siguientes: primero cuando A_1 no emita ningún electrón, o lo que es equivalente, cuando los n electrones se distribuyan entre los fotomultiplicadores A_1, A_3 y A_4; o también, cuando A_1 emita los n electrones. Así pues, el número de distribuciones no favorables es $3^n + 1$, con lo que:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}(3^n + 1)$$

y por consiguiente:

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n}) \left[1 - 4^{-n}\left(3^n + 1\right)\right]$$

4.10 Suma cuadruple de coincidencias dobles D_6: $A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_1 A_4 + A_2 A_3$.

a) La eficiencia de recuento en función de la probabilidad de no detección es:

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= P\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_4) \cup (A_2 \cap A_3)\right] = \\
&= P(A_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_4) + P(A_2 \cap A_3) - \\
&- 3\,P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_3 \cap A_4) + \\
&+ P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = 4\,(1 - e^{-\bar{n}})^2 - 5\,(1 - e^{-\bar{n}})^3 + \\
&+ 2\,(1 - e^{-\bar{n}})^4 = 1 - 2\,e^{-2\bar{n}} + e^{-4\bar{n}}
\end{aligned}$$

b) No habrá señal cuando todos los electrones proceden de A_1. Tampoco habrá señal cuando todos los electrones procedan de las parejas de fotomultiplicadores A_2 y A_4 o A_3 y A_4. En este último caso, el número de distribuciones no favorables a la detección será $2\,.2^n - 1$. Hay que recordar que la distribución en la que todos los electrones procedan de A_4 se cuenta dos veces en el producto 2.2^n. Así pues:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}\, 2^{n+1}$$

y la eficiencia de recuento será:

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n}) \left[1 - 4^{-n}\, 2^{n+1}\right]$$

4.11 Suma quíntuple de coinciencias dobles D_8: $A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_1 A_4 + A_2 A_3 + A_2 A_4$.

a) La eficiencia de recuento se obtiene a partir de la expresión:

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \left[P\,(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_4) \cup (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4)\right] = \\
&= 5\,(1 - e^{-\bar{n}})^2 - 6\,(1 - e^{-\bar{n}})^3 + 2\,(1 - e^{-\bar{n}})^4 = \\
&= 1 - e^{-2\bar{n}} - 2\,e^{-3\bar{n}} + e^{-4\bar{n}}
\end{aligned}$$

b) No habrá señal a la salida del sistema de detección cuando los n electrones procedan solamente de los fotomultiplicadores A_3 y A_4, o cuando todos los n electrones procedan solamente del fotomultiplicador A_1 o del A_2. El número de distribuciones no favorables a la detección es:

$$N_{NF} = 2^n + 2$$

luego:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}(2^n + 2)$$

y por lo tanto:

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P\,(n,\ 4\bar{n}) \left[1 - 4^{-n}\,(2^n + 2)\right]$$

4.12 Suma séxtuple de coincidencias dobles D_9: $A_1A_2 + A_1A_3 + A_1A_4 + A_2A_3 + A_2A_4 + A_3A_4$.

a) La eficiencia de recuento a partir de de la probabilidad de no detección es:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= P\left[(A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_4) \cup (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4) \cup\right.\\ &\quad \left.\cup\ (A_3 \cap A_4)\right] = 6\,(1 - e^{-\bar{n}})^2 - 8\,(1 - e^{-\bar{n}})^3 + 3\,(1 - e^{-\bar{n}})^4 =\\ &= 1 - 4e^{-3\bar{n}} + 3e^{-4\bar{n}}\end{aligned}$$

b) No habrá detección cuando los n electrones producidos provengan de uno solo de los cuatro fotomultiplicadores del sistema. El número de casos no favorables a la producción de señal es por lo tanto de cuatro. Luego:

$$D(n) = 1 - 4^{1-n}$$

y

$$\varepsilon = \sum_{n=2}^{\infty} P\,(n,\ 4\bar{n})\,(1 - 4^{1-n})$$

4.13 Tres fotomultiplicadores en coincidencia T_1: $A_1A_2A_3$.

a) La eficiencia de recuento en función de la probabilidad de no detección se obtiene directamente:

$$\varepsilon = P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_3) = (1 - e^{-\bar{n}})^3 = 1 - 3\ e^{-\bar{n}} + 3\ e^{-2\bar{n}} - e^{3\bar{n}}$$

b) No habrá detección cuando los n electrones procedan de cada uno de los siguientes conjuntos de fotomultiplicadores: $A_1\ A_3\ A_4$, $A_2\ A_3\ A_4$ o $A_1\ A_2\ A_4$. Al contar el número total de estas distribuciones se habrá contado dos veces las distribuciones en las que los n electrones procedan de $A_1\ A_4$, $A_2\ A_4$, $A_3\ A_4$; por lo tanto, al número total de distribuciones entre tres fotomultiplicadores habrá que restar el de distribuciones entre dos fotomultiplicadores y añadir una distribución más que corresponde al caso en el que los n electrones proceden del fotomultiplicador A_4. Así pues, el número de casos no favorables a la detección es:

$$N_{NF} = 3.\ 3^n - 3.\ 2^n + 1$$

luego:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}(3^{n+1} - 3.\ 2^n + 1)$$

y

$$\varepsilon = \sum_{n=3}^{\infty} P\ (n,\ 4\bar{n})\ \left[1 - 4^{-n}\ (3^{n+1} - 3.\ 2^n + 1)\right]$$

4.14 Suma doble de coincidencias triples T_2: $A_1\ A_2\ A_3 + A_1\ A_2\ A_4$.

a) La eficiencia de recuento viene dada por:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= P\left[(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_2 \cap A_4)\right] = P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_3) + \\ &+ P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_4) - P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \\ &= 2\ (1 - e^{-\bar{n}})^3 - (1 - e^{-\bar{n}})^4 = 1 - 2\ e^{-\bar{n}} + 2\ e^{-3\bar{n}} - e^{-4\bar{n}}\end{aligned}$$

b) No habrá contribución a la detección cuando todos los electrones procedan de los fotomultiplicadores $A_2\ A_3\ A_4$, $A_1\ A_3\ A_4$ o $A_1\ A_2$. El número de distribuciones de electrones para tres fotomultiplicadores es 3^n y para dos, 2^n. El término 2^n procede de que las distribuciones en la que los n electrones se reparten entre el par de fotomultiplicadores $A_3\ A_4$ se ha contado dos veces en la expresión 2.3^n. No contribuyen tampoco a la detección las distribuciones de los n electrones entre los fotomultiplicadores A_1 y A_2 cuyo número es 2^n. Ahora bien, las distribuciones en las que todos los electrones los emite A_1 o A_2 ya se han contado anteriormente, así que el número de distribuciones nuevas es $2^n - 2$. Por consiguiente, el número total de distribuciones no favorables a la detección es:

$$N_{NF} = 2.\ 3^n - 2^n + 2^n - 2 = 2.\ 3^n - 2$$

con lo que:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}\,(2.\ 3^n - 2)$$

y, por tanto:

$$\varepsilon = \sum_{n=3}^{\infty} P\ (n,\ 4\bar{n})\ \left[1 - 4^{-n}(2.\ 3^n - 2)\right]$$

4.15 Suma triple de coincidencias triples T_3: $A_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 A_4 + A_1 A_3 A_4$.

a) La eficiencia de recuento se obtiene fácilmente a partir de la probabilidad de no detección.

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= P\left[(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_2 \cap A_4) \cup (A_1 \cap A_3 \cap A_4)\right] = \\
&= P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_4) + P\ (A_1 \cap A_3 \cap A_4) - \\
&- 2\ P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = 3\ (1 - e^{-\bar{n}})^3 - 2\ (1 - e^{-\bar{n}})^4 = \\
&= 1 - e^{-\bar{n}} - 3\ e^{-2\bar{n}} + 5\ e^{-3\bar{n}} - 2\ e^{-4\bar{n}}
\end{aligned}$$

b) No contribuyen a la detección las distribuciones en las que los n electrones proceden de los conjuntos de fotomultiplicadores siguientes: $A_2 A_3 A_4$, $A_1 A_2$, $A_1 A_3$ o $A_1 A_4$. Hay que tener en cuenta que la distribución en la que todos los electrones los emite un sólo fotomultiplicador se repite tres veces para A_1 y dos veces para cada uno de los tubos A_2, A_3 o A_4.

De ahí que:

$$N_{NF} = 3^n + 3.\,2^n - 5$$

con lo que:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}\,(3^n + 3.\,2^n - 5)$$

y, por lo tanto:

$$\varepsilon = \sum_{n=3}^{\infty} P\,(n,\ 4\bar{n})\,\left[1 - 4^{-n}\,(3^n + 3.2^n - 5)\right]$$

4.16 Suma cuadruple de coincidencias triples T_4: $A_1\,A_2\,A_3 + A_1\,A_2\,A_4 + A_2\,A_3\,A_4 + A_1\,A_3\,A_4$.

a) La eficiencia de recuento viene dada por:

$$\varepsilon = P\left[(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_2 \cap A_4) \cup (A_2 \cap A_3 \cap A_4) \cup (A_1 \cap A_3 \cap A_4\right] =$$
$$= 4\,(1 - e^{-\bar{n}})^3 - 3\,(1 - e^{-\bar{n}})^4 = 1 - 6\ e^{2\bar{n}} + 5\ e^{-3\bar{n}} - 3\ e^{-4\bar{n}}$$

b) No habrá detección cuando todos los electrones procedan de una de las parejas de fotomultiplicadores siguientes: $A_1\,A_2$, $A_1\,A_3$, $A_1\,A_4$, $A_2\,A_3$, $A_2\,A_4$ o $A_3\,A_4$. Si se cuentan todas las distribuciones correspondientes a las anteriores parejas de fotomultiplicadores se contarán tres veces las distribuciones en las que todos los electrones proceden de un sólo fotomultiplicador: A_1, A_2, A_3 o A_4. Por lo tanto el número de casos no favorables a la detección es:

$$N_{NF} = 6.\,2^n - 8$$

con lo que:

$$D(n) = 1 - 4^{-n}\,(6.\,2^n - 8)$$

y

$$\varepsilon = \sum_{n=3}^{\infty} P\,(n,\ 4\bar{n})\ \left[1 - 4^{-n}\ (6.\ 2^{n} - 8)\right]$$

4.17 Coincidencia cuadruple Q: $A_1\, A_2\, A_3\, A_4$.

a) La eficiencia de recuento se obtiene directamente de la probabilidad de no detección:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= P\ (A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = (1 - e^{-\bar{n}})^4 = \\ &= 1 - 4\ e^{-\bar{n}} + 6\ e^{-2\bar{n}} - 4\ e^{-3\bar{n}} + e^{-4\bar{n}} \end{aligned}$$

b) Vamos a calcular directamente el número de casos favorables a la detección. Si los cuatro fotomultiplicadores fueran indiscernibles, el número de distribuciones de n electrones discernibles entre los cuatro fotomultiplicadores vendría dado por el número de Bernoulli de segunda especie:

$$S_n^4$$

Si suponemos que los fotomultiplicadores son discernibles, habrá 4! distribuciones de los mismos, con lo que el número de posibles distribuciones de los n electrones entre los cuatro fotomultiplicadores, de manera que todos los fotocátodos emitan al menos un fotoelectrón, será:

$$4\,!\ S_n^4$$

Como:

$$S_n^4 = \frac{1}{4\,!} \sum_{k=0}^{4} (-1)^{4-k} \binom{4}{k} k^n$$

El número de casos favorables será:

$$N_F = \sum_{k=0}^{4} (-1)^{4-k} \binom{4}{k} k^n$$

Por lo tanto:

$$\varepsilon = \sum_{n=4}^{\infty} P\ (n,\ 4\bar{n}) \sum_{k=o}^{4} (-1)^{4-k} \binom{4}{k} k^n\ 4^{-n} =$$

$$= \sum_{n=4}^{\infty} P\ (n,\ 4\bar{n}) \left[1 - 4^{-n} \left(4.\ 3^n - 6.\ 2^n + 4\right)\right]$$

REFERENCIAS

J.B. BIRKS (1964), "The Theory and Practice of Scintillation Counting". Pergamon Press, pág. 185.

R. BRODA, K. POCHWALSKI y T. RODOSZEWSKI (1988), Appl. Radiat.Isot. 39, 159.

A. GRAU MALONDA y B.M. COURSEY (1988), Appl. Radiat. Isot. 39, 1191.

A. GRAU CARLES y A. GRAU MALONDA (1989), Anales de Física B85, 160.

A. GRAU MALONDA (1990), "Poissonian and binomial models in radionuclide metrology by liquid scintillation counting". CIEMAT 677, Madrid.

V.P. GUINN (1958), "Liquid Scintillation Counting". Edit. C.G. Bell y P.N. Hayes, Pergamon Press, N.Y. pág. 175.

P. JORDAN (1971), Nucl. Instrum. Meth. 97, 107.

D.L. HORROCKS y M.H. STUDIER (1961), Anal. Chem. 33, 615.

D.L. HORROCKS (1974), "Applications of Liquid Scintillation Counting". Academic Press, N.Y. pág. 26.

C.C. SMITH, H.H. SELINGER y J. STEIN (1956), J. Res. Nat. Bur. Std. 57, 251.

R.K. SWANK (1958), "Liquid Scintillation Counting". Edit. C.G. Bell y F.N. Hayes, Pergamon Press, Londres, pág. 35.

D.E. WATT y D. RAMSDEN (1964), "High Sensitivity Counting Techniques". Pergamon Press, Londres, pág. 155.

TABLA 1

Fórmulas de la eficiencia para sistemas con dos fotomultiplicadores

Modo de operar	Eficiencia	Eficiencia
A_1	$1 - e^{-\bar{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} P(n, 2\bar{n})(1 - 2^{-n})$
$A_1 + A_2$	$1 - e^{-2\bar{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} P(n, 2\bar{n})$
$A_1 \; A_2$	$(1 - e^{-\bar{n}})^2$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 2\bar{n})(1 - 2^{2-n})$

TABLA 2

Fórmulas de la eficiencia para sistemas con tres fotomultiplicadores

Modo de Operar	Eficiencia	Eficiencia
A_1	$1 - e^{-\bar{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} P(n, 3\bar{n})\ (1 - 3^{-n}\ 2^{n})$
$A_1 + A_2$	$1 - e^{-2\bar{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} P(n, 3\bar{n})\ (1 - 3^{-n})$
$A_1 + A_2 + A_3$	$1 - e^{-3\bar{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} P(n, 3\bar{n})$
$A_1\ A_2$	$(1 - e^{-\bar{n}})^2$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 3\bar{n})\ \left[1 - 3^{-n}\ (2^{n+1} - 1)\right]$
$A_1\ A_2 + A_1\ A_3$	$2\ (1 - e^{-\bar{n}})^2 - (1 - e^{-\bar{n}})^3$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 3\bar{n})\ \left[1 - 3^{-n}\ (2^{n} + 1)\right]$
$A_1\ A_2 + A_1\ A_3 + A_2 A_3$	$3\ (1 - e^{-\bar{n}})^2 - 2\ (1 - e^{-\bar{n}})^3$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 3\bar{n})\ (1 - 3^{1-n})$
$A_1\ A_2\ A_3$	$(1 - e^{-\bar{n}})^3$	$\sum_{n=3}^{\infty} P(n, 3\bar{n})\ \left[1 - 3^{1-n}\ (2^{n} - 1)\right]$

TABLA 3

Fórmulas de la eficiencia para sistemas con cuatro fotomultiplicadores

Modo de Operar	Eficiencia	Eficiencia
A_1	$1 - e^{-\bar{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ (1 - 4^{-n}\ 3^n)$
A_1+A_2	$1 - e^{-2\bar{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ (1 - 4^{-n}\ 2^n)$
$A_1+A_2+A_3$	$1 - e^{-3\bar{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ (1 - 4^{-n})$
$A_1+A_2+A_3+A_4$	$1 - e^{-4\bar{n}}$	$\sum_{n=1}^{\infty} P(n, 4\bar{n})$
A_1A_2	$(1 - e^{-\bar{n}})^2$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ \left[1 - 4^{-n}(2.3^n - 2^n)\right]$
$A_1A_2+A_3A_4$	$2\ (1 - e^{-\bar{n}})^2 - (1-e^{-\bar{n}})^4$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ \left[1 - 4^{1-n}(2^n - 1)\right]$
$A_1A_2+A_1A_3$	$2\ (1 - e^{-\bar{n}})^2 - (1-e^{-\bar{n}})^3$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ \left[1 - 4^{-n}(3^n + 2^n - 1)\right]$
$A_1A_2+A_2A_3+A_3A_4$	$3\ (1 - e^{-\bar{n}})^2 - 2(1-e^{-\bar{n}})^3$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ \left[1 - 4^{-n}(3.2^n - 2)\right]$
$A_1A_2+A_1A_3+A_1A_4$	$1 - e^{-\bar{n}} - e^{3\bar{n}} + e^{4\bar{n}}$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ \left[1 - 4^{-n}(3^n + 1)\right]$
$A_1A_2+A_1A_3+A_1A_4+$ $+A_2A_3$	$1 - 2\ e^{-2\bar{n}} + e^{4\bar{n}}$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ (1 - 4^{-n}2^{n+1})$
$A_1A_2+A_1A_3+A_1A_4+$ $+A_2A_3+A_2A_4$	$1 - e^{-2\bar{n}} - 2e^{-3\bar{n}} + 2e^{-4\bar{n}}$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ \left[1 - 4^{-n}(2^n + 2)\right]$
$A_1A_2+A_1A_3+A_1A_4+$ $A_2A_3+A_2A_4+A_3A_4$	$1 - 4e^{-3\bar{n}} + 3e^{-4\bar{n}}$	$\sum_{n=2}^{\infty} P(n, 4\bar{n})\ (1 - 4^{1-n})$

TABLA 3 (cont.)

Modo de Operar	Eficiencia	Eficiencia
$A_1A_2A_3$	$(1-e^{-\bar{n}})^3$	$\sum_{n=3}^{\infty} P(n, 4\bar{n}) \left[1-4^{-n}(3^{n+1}-3.2^n+1)\right]$
$A_1A_2A_3+A_1A_2A_4$	$2(1-e^{-\bar{n}})^3-(1-e^{-\bar{n}})^4$	$\sum_{n=3}^{\infty} P(n, 4\bar{n}) \left[1-4^{-n}(2.3^n-2)\right]$
$A_1A_2A_3+A_1A_2A_4+$ $+A_1A_3A_4$	$3(1-e^{-\bar{n}})^3-2(1-e^{-\bar{n}})^4$	$\sum_{n=3}^{\infty} P(n, 4\bar{n}) \left[1-4^{-n}(3^n+3.2^n-5)\right]$
$A_1A_2A_3+A_1A_2A_4+$ $+A_1A_3A_4+A_2A_3A_4$	$4(1-e^{-\bar{n}})^3-3(1-e^{-\bar{n}})^4$	$\sum_{n=3}^{\infty} P(n, 4\bar{n}) \left[1-4^{-n}(6.2^n-8)\right]$
$A_1A_2A_3A_4$	$(1-e^{-\bar{n}})^4$	$\sum_{n=4}^{\infty} P(n, 4\bar{n}) \left[1-4^{-n}(4.3^n-6.2^n+4)\right]$

CIEMAT-702

Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas.
Instituto de Investigación Básica. Madrid.-

"Eficiencias de recuento en sistemas con dos, tres o cuatro fotomultiplicadores".

GRAU MALONDA, A. (1993) 27 pp., 12 refs.

En este trabajo se deducen las fórmulas de las eficiencias de recuento en función de la probabilidad de no detección y en función de las distribuciones electrónicas para sistemas con dos, tres o cuatro fotomultiplicadores. Se supone en todos los casos que la emisión de electrones por el fotocátodo sigue la ley de Poisson. Las fórmulas obtenidas son básicas para calcular la eficiencia de recuento en espectrómetros de centelleo líquido.

CLASIFICACION DOE Y DESCRIPTORES: 440102. Scintillation Counting. Efficiency. Liquid Scintillators. Coincidence Methods. Photomultipliers. Electron Capture Decay. Electron Capture Radioisotopes. Distribution Functions. Mathematical Models.

CIEMAT-702

Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas.
Instituto de Investigación Básica. Madrid.-

"Eficiencias de recuento en sistemas con dos, tres o cuatro fotomultiplicadores".

GRAU MALONDA, A. (1993) 27 pp., 12 refs.

En este trabajo se deducen las fórmulas de las eficiencias de recuento en función de la probabilidad de no detección y en función de las distribuciones electrónicas para sistemas con dos, tres o cuatro fotomultiplicadores. Se supone en todos los casos que la emisión de electrones por el fotocátodo sigue la ley de Poisson. Las fórmulas obtenidas son básicas para calcular la eficiencia de recuento en espectrómetros de centelleo líquido.

CLASIFICACION DOE Y DESCRIPTORES: 440102. Scintillation Counting. Efficiency. Liquid Scintillators. Coincidence Methods. Photomultipliers. Electron Capture Decay. Electron Capture Radioisotopes. Distribution Functions. Mathematical Models.

CIEMAT-702

Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas.
Instituto de Investigación Básica. Madrid.-

"Eficiencias de recuento en sistemas con dos, tres o cuatro fotomultiplicadores".

GRAU MALONDA, A. (1993) 27 pp., 12 refs.

En este trabajo se deducen las fórmulas de las eficiencias de recuento en función de la probabilidad de no detección y en función de las distribuciones electrónicas para sistemas con dos, tres o cuatro fotomultiplicadores. Se supone en todos los casos que la emisión de electrones por el fotocátodo sigue la ley de Poisson. Las fórmulas obtenidas son básicas para calcular la eficiencia de recuento en espectrómetros de centelleo líquido.

CLASIFICACION DOE Y DESCRIPTORES: 440102. Scintillation Counting. Efficiency. Liquid Scintillators. Coincidence Methods. Photomultipliers. Electron Capture Decay. Electron Capture Radioisotopes. Distribution Functions. Mathematical Models.

CIEMAT-702

Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas.
Instituto de Investigación Básica. Madrid.-

"Eficiencias de recuento en sistemas con dos, tres o cuatro fotomultiplicadores".

GRAU MALONDA, A. (1993) 27 pp., 12 refs.

En este trabajo se deducen las fórmulas de las eficiencias de recuento en función de la probabilidad de no detección y en función de las distribuciones electrónicas para sistemas con dos, tres o cuatro fotomultiplicadores. Se supone en todos los casos que la emisión de electrones por el fotocátodo sigue la ley de Poisson. Las fórmulas obtenidas son básicas para calcular la eficiencia de recuento en espectrómetros de centelleo líquido.

CLASIFICACION DOE Y DESCRIPTORES: 440102. Scintillation Counting. Efficiency. Liquid Scintillators. Coincidence Methods. Photomultipliers. Electron Capture Decay. Electron Capture Radioisotopes. Distribution Functions. Mathematical Models.

CIEMAT-702

Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas.
Instituto de Investigación Básica. Madrid.-

"Counting efficiency formulae for two, three or four photomultiplier systems".

GRAU MALONDA, A. (1993) 27 pp., 12 refs.

Counting efficiency formulae as a function of the non-detection probability and the electron distributions for systems with two, three or dour photomultipliers are obtained in this paper. It is assumed that the photocathode electron emission follows the Poisson distribution. The obtained formulae are basic to compute the counting efficiency in liquid scintillation spectrometers.

DOE CLASSIFICATION AND DESCRIPTORS: 440102. Scintillation Counting. Efficiency. Liquid Scintillators. Coincidence Methods. Photomultipliers. Electron Capture Decay. Electron Capture Radioisotopes. Distribution Functions. Mathematical Models.

CIEMAT-702

Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas.
Instituto de Investigación Básica. Madrid.-

"Counting efficiency formulae for two, three or four photomultiplier systems".

GRAU MALONDA, A. (1993) 27 pp., 12 refs.

Counting efficiency formulae as a function of the non-detection probability and the electron distributions for systems with two, three or dour photomultipliers are obtained in this paper. It is assumed that the photocathode electron emission follows the Poisson distribution. The obtained formulae are basic to compute the counting efficiency in liquid scintillation spectrometers.

DOE CLASSIFICATION AND DESCRIPTORS: 440102. Scintillation Counting. Efficiency. Liquid Scintillators. Coincidence Methods. Photomultipliers. Electron Capture Decay. Electron Capture Radioisotopes. Distribution Functions. Mathematical Models.

CIEMAT-702

Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas.
Instituto de Investigación Básica. Madrid.-

"Counting efficiency formulae for two, three or four photomultiplier systems".

GRAU MALONDA, A. (1993) 27 pp., 12 refs.

Counting efficiency formulae as a function of the non-detection probability and the electron distributions for systems with two, three or dour photomultipliers are obtained in this paper. It is assumed that the photocathode electron emission follows the Poisson distribution. The obtained formulae are basic to compute the counting efficiency in liquid scintillation spectrometers.

DOE CLASSIFICATION AND DESCRIPTORS: 440102. Scintillation Counting. Efficiency. Liquid Scintillators. Coincidence Methods. Photomultipliers. Electron Capture Decay. Electron Capture Radioisotopes. Distribution Functions. Mathematical Models.

CIEMAT-702

Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas.
Instituto de Investigación Básica. Madrid.-

"Counting efficiency formulae for two, three or four photomultiplier systems".

GRAU MALONDA, A. (1993) 27 pp., 12 refs.

Counting efficiency formulae as a function of the non-detection probability and the electron distributions for systems with two, three or dour photomultipliers are obtained in this paper. It is assumed that the photocathode electron emission follows the Poisson distribution. The obtained formulae are basic to compute the counting efficiency in liquid scintillation spectrometers.

DOE CLASSIFICATION AND DESCRIPTORS: 440102. Scintillation Counting. Efficiency. Liquid Scintillators. Coincidence Methods. Photomultipliers. Electron Capture Decay. Electron Capture Radioisotopes. Distribution Functions. Mathematical Models.