

РМ 9301654



ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.В. Аржанников, С.Л. Синицкий, А.П. Яловец

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ
О ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО
ЭЛЕКТРОНОВ СРЕДНИХ ЭНЕРГИЙ

ИЯФ-91-115

ПРЕПРИНТ 91-115



НОВОСИБИРСК

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.В. Аржанников, С.Л. Свиницкий, А.П. Яловец

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ
О ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО
ЭЛЕКТРОНОВ СРЕДНИХ ЭНЕРГИЙ**

ПРЕПРИНТ 91-115

**НОВОСИБИРСК
1991**

**Решение задачи о прохождении через вещество
электронов средних энергий**

А.В. Аржанников, С.Л. Сеницкий, А.П. Яловец

**Институт ядерной физики
630090, Новосибирск 90, СССР**

АННОТАЦИЯ

Разработана методика решения на ЭВМ задачи о движении в веществах электронов с энергиями 10–100 кэВ, что может быть положено в основу теоретического описания достаточно сложных физических явлений, протекающих с участием таких электронов. Обоснованность принятого подхода к решению задачи и правильность используемых физических формул и числовых множителей проверена путем сопоставления результатов тестовых расчетов с экспериментальными результатами, описанными в литературе.

ВВЕДЕНИЕ

Применение высокоэнергетичных электронных пучков для решения научных и прикладных задач требует экспериментальных и теоретических исследований полей излучения для источников и поглотителей различных конфигураций и свойств. В начале 80-х годов можно было считать хорошо изученным вопрос о прохождении через вещество электронов с начальной энергией более 0,1 МэВ. Имелось большое число экспериментальных данных (см., напр. [1-3]); были получены сечения взаимодействия быстрых электронов с атомами и разработаны надежные методы расчета полей излучения электронов в веществе [4-6]. Но в последующие годы появилось довольно много задач, где необходимо было знать закономерности прохождения в веществе электронов с существенно меньшими энергиями: от 5 до 100 кэВ. Примером такой задачи является применение многофольгового анализатора [7-9] для диагностики в пучково-плазменном эксперименте [10].

Для нахождения энергетического спектра электронов по результатам измерений с помощью многофольгового анализатора необходимо знать их распределения по глубине поглотителя после термализации, если они инжектировались в вещество в виде моноэнергетического пучка. Обычно эти распределения находятся из модельных расчетов, которые основаны на решении задачи переноса электронов в веществе каким-либо методом. В частности, ими могут быть метод Монте-Карло [4-5] и многошаговый метод [6, 11].

Главной трудностью в решении задачи переноса электронов в твердом теле при энергиях в области десятков кэВ и ниже является отсутствие точной информации о сечении взаимодействия электронов с веществом,

и поэтому возникает вопрос о возможности использования в расчетах литературных данных по сечениям в указанном диапазоне энергий. Затруднения возникают, прежде всего, из-за малого числа экспериментальных данных в области низких энергий, а также из-за значительного различия в данных, полученных разными авторами. По этой причине часть данной работы отведена обсуждению применяемых в расчете сечений взаимодействия электронов в области энергий $5 \div 100$ кэВ и сравнению полученных нами расчетных результатов с данными различных авторов.

Здесь уже упоминалось, что для расчета переноса электронов в веществе применяется, в основном, два метода: метод Монте-Карло и многошаговый метод, основанный на решении кинетического уравнения интегрального типа. Многошаговый метод успешно реализован для решения задачи переноса электронов в многослойной мишени как в одномерной [12], так и в двумерной геометриях [13]. Как показано в [12, 13], данный метод позволяет с хорошей точностью рассчитывать интегральные и дифференциальные характеристики поля излучения электронов в веществе. Кроме того, многошаговый метод требует существенно меньших затрат машинного времени, чем Монте-Карло. Можно отметить и другие достоинства этого метода: во-первых, отсутствие статистической погрешности позволяет рассчитывать показания детекторов с малыми телесными углами регистрации по общему алгоритму без изменения объема вычислений; во-вторых, рассчитанные распределения не нуждаются в сглаживании и имеют аналитическое представление, что делает удобным их практическое использование. Перечисленные достоинства метода послужили основанием для его применения к исследованию прохождения электронов через вещество в области энергий $10 \div 100$ кэВ.

Таким образом, данная работа посвящена разработке и всесторонней проверке программы для расчета на ЭВМ переноса электронов средних энергий. При этом особое внимание обращено на проверку применимости используемых в расчете сечений путем сравнения рассчитанных результатов с известными экспериментальными данными. В работе приводятся основные расчетные выражения и описание программы на языке Фортран-IV.

1. РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

Для нахождения поля излучения быстрых электронов многошаговым методом решается кинетическое уравнение интегрального типа, которое учитывает как флуктуации потерь энергии в неупругих столкновениях

быстрых электронов с атомами (через флуктуации в пробегах), так и изменение направления импульса в упругих соударениях [12]:

$$f(z, u; T) = \int_{4\pi} d\vec{\Omega}' G(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}', z, \bar{s}, T) \int_0^\infty ds \omega(s, \Delta; T + \Delta) f(z - u's, u'; T + \Delta) + \int_T^{T+\Delta} S(z, u, T') dT' + \int_T^{T+\Delta} S^{(2)}(z, u, T') dT'. \quad (1.1)$$

Здесь z —координата, $u = \cos(\theta)$, где θ —угол между направлением импульса и осью Oz , f —плотность частиц с кинетической энергией T в фазовом пространстве $\{z, u\}$, $\omega(s; \Delta, T)$ —плотность вероятности пройти частицей путь s , если она потеряет энергию Δ , $G(\vec{\Omega}; \vec{\Omega}', \bar{s})$ —плотность вероятности рассеяния частицы из направления $\vec{\Omega}'$ в $\vec{\Omega}$, если она пройдет путь $\bar{s} = \Delta/B(T)$, B —удельные потери энергии, $\vec{\Omega}'$ и $\vec{\Omega}$ —орты, совпадающие с направлением импульса электрона в начале и конце пути \bar{s} , S —функция плотности источников быстрых электронов, $S^{(2)}$ —функция плотности вторичных электронов, явный вид которой будет дан ниже.

Связь функции f с дифференциальной плотностью потока $\Psi(z, u, T)$ может быть представлена в виде:

$$\Psi(z, u, T) = \frac{f(z, u, T)}{B(T)}. \quad (1.2)$$

Функция плотности рождения вторичных электронов $S^{(2)}$ имеет вид:

$$S^{(2)} = \int_{2T}^{T_M} dT' \Sigma_M(T' \rightarrow T) \int d\vec{\Omega}' \cdot \delta[(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}') - \cos \theta_2(T', T)] \Psi(z, u, T'), \quad (1.3)$$

где θ_2 —угол между импульсами первичного и вторичного электронов, Σ_M —сечение Мёллера [14].

Уравнение (1.1) позволяет последовательно, начиная с максимальной энергии инжектированного в мишень электрона T_{max} , определить функцию f при всех промежуточных значениях T вплоть до пороговой энергии T_n , при которой электроны считаются термализованными.

Решение уравнения (1.1) проводилось методом разложения искомой функции в ряды Фурье-Лежандра, в результате чего оно переходит в систему рекуррентных соотношений для коэффициентов ряда.

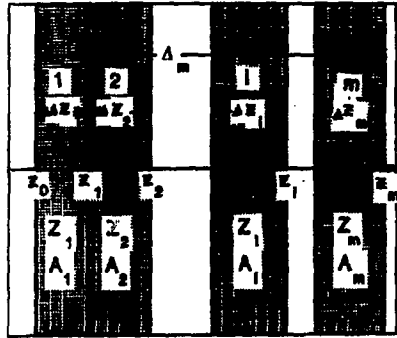


Рис. 1. Геометрия решаемой задачи. z_0 и z_m —свободные поверхности мишени; i —номер слоя; z_i, A_i —атомный номер и атомное массовое число i -го слоя мишени; m —полное число слоев; Δz_i —толщина i -го слоя; Δ_m —суммарная толщина мишени.

Геометрия решаемой задачи представлена на рис. 1. Так как максимальное число членов ряда Фурье-Лежандра, использованное в реальных расчетах, не превышает 10, то это накладывает ограничение на минимальную толщину слоя: по этой причине она составляет величину $\sim 0.1R_0$, где R_0 —пробег электрона с максимальной энергией в веществе, из которого состоит слой.

Для удобства, величины, входящие в (1.1), приведены к следующим размерностям: $[z]$ —единицы R_0 , $[f]$ =(единицы R_0) $^{-1} = [\omega]$, $\mu = 2\pi/z_M$, $[T]$ = единицы mc^2 , $mc^2=0.511$ МэВ, $[s]$ =(единицы mc^2) $^{-1}$. (единицы R_0) $^{-1}$, $[B]$ —единицы mc^2 /единицы R_0 .

В работе применяются следующие стандартные обозначения: k —номер гармоники ряда Фурье; z_M —период разложения в ряд Фурье; l —номер члена ряда Лежандра; k_0, l_0 —максимальное число членов в рядах Фурье-Лежандра; $f_{kl}, S_{kl}, S_{kl}^{(2)}$ —коэффициенты рядов Фурье-Лежандра; $G_l(z)$ —коэффициент разложения в ряд Лежандра функции рассеяния G для слоя вещества, принадлежащего координате z , $G_{l,k}$ —коэффициент ряда Фурье от функции $G_l(z)$, $\langle s^n \rangle$ —моменты распределения $\omega(s)$, P_l —полиномы Лежандра.

Итак, ниже приводятся расчетные формулы для нахождения коэффициентов $f_{kl}(T)$, а также формулы для расчета некоторых характеристик

поля излучения быстрых электронов, реализованные в данной программе.

Вывод этих формул можно найти в работах [6, 12]:

1.1. Формулы для вычисления пространственно-угловых моментов источника

$$S_{kl}(T) = \frac{1}{2z_M} \int_{-z_M}^{+z_M} dz e^{-i\mu kz} \frac{2l+1}{2} \int_{-1}^1 du P_l(u) S(z, u, T) \quad (1.4)$$

Наиболее часто в практических задачах встречается однонаправленный, локализованный в пространстве источник $S(z, u, T) = \delta(z - z_q) \times \delta(u - u_q) \cdot y(T)$, где z_q —координата источника, $u_q = \cos \theta_q$, θ_q —угол между начальным импульсом электрона и осью oz , $y(T)$ —энергетический спектр падающих частиц.

В этом случае

$$S_{kl}(T) = \frac{1}{2z_M} e^{-i\mu k z_q} \frac{2l+1}{2} P_l(u_q) y(T). \quad (1.5)$$

Если пучок падает на мишень извне, то в расчетах полагают $z_q = z_0$.

1.2. Рекуррентные формулы для $f_{kl}(T)$

$$f_{kl}(T) = \sum_{k'=0}^{k_0} [G_{l,k-k'} \tilde{f}_{k'l}(T) + G_{l,k+k'}^* f_{k'l}^*(T)(1 - \delta_{k',0})] + \int_T^{T+\Delta} dT' S_{kl}^{(2)}(T'), \quad (1.6)$$

$$\tilde{f}_{kl}(T) = i^{-l} \tilde{\varphi}_{kl}(T), \quad (1.7)$$

$$\tilde{\varphi}_{kl}(T) = (2l+1) \sum_{l'=0}^{l_0} E_{ll'}(k) \cdot \varphi_{kl'}(T + \Delta) + \int_T^{T+\Delta} dT' \cdot Q_{kl}(T'), \quad (1.8)$$

$$\tilde{\varphi}_{kl}(T + \Delta) = i^l f_{kl}(T + \Delta), \quad (1.9)$$

$$Q_{kl}(T) = i^l S_{kl}(T), \quad (1.10)$$

$$G_{l,k} = V_k^{(0)} + \sum_{i=1}^{i_m} G_i^{(i)} \cdot V_k^{(i)}, \quad (1.11)$$

$$V_k^{(0)} = \left[\delta_{k0} \left(1 - \frac{\Delta_M}{2z_M} \right) - (1 - \delta_{k0}) \frac{1}{\pi k} \sin \frac{\mu k \Delta_M}{2} \cos \frac{\mu k (z_0 + z_M)}{2} \right] + \\ + i(1 - \delta_{k0}) \frac{1}{\pi k} \sin \frac{\mu k \Delta_M}{2} \sin \frac{\mu k (z_0 + z_M)}{2}. \quad (1.12)$$

$$V_k^{(i)} = \left[\delta_{k0} \frac{\Delta z_i}{2z_M} + (1 - \delta_{k0}) \frac{1}{\pi k} \sin \frac{\mu k \Delta z_i}{2} \cos \frac{\mu k (z_{i-1} + z_i)}{2} \right] - \\ - i(1 - \delta_{k0}) \frac{1}{\pi k} \sin \frac{\mu k \Delta z_i}{2} \sin \frac{\mu k (z_{i-1} + z_i)}{2}, \quad (1.13)$$

$$S_{ki}^{(2)}(T) = \int_{zT}^{T_M} dT' \frac{\Sigma_M(T' \rightarrow T)}{B(T)} P_i(\cos \theta_2(T', T)) f_{ki}(T'). \quad (1.14)$$

Явный вид $E_{iN}(k)$ и $G_i^{(i)}$ приведены в приложениях I и II.

1.3. Расчетные формулы для некоторых функционалов потока.

а) Полное число частиц —

$$N_0 = 2z_M f_{00}. \quad (1.15)$$

б) Распределение потерянной быстрыми электронами энергии по толщине мишени —

$$D(z) = \sum_{k=0}^{k_0} (2 - \delta_{k0}) [\operatorname{Re} D_k \cos \mu k z - \operatorname{Im} D_k \sin \mu k z], \quad (1.16)$$

где

$$D_k = \begin{cases} 2 \int_{T_n}^{T_{max}} dT f_{k0}(T), & \text{без учета разнн.} \\ 2 \int_{T_n}^{T_{max}} dT f_{k0}(T) - 2 \int_{T_n}^{T_{max}/2} dTT S_{k0}^{(2)}(T), & \text{с учетом разнн.} \end{cases} \quad (1.17)$$

Для улучшения сходимости ряда (1.16) в случае локализованного в пространстве источника рассчитывается распределение $\tilde{D}(z) = D(z) + B(T_{max})H(z)$, где

$$H(z) = \begin{cases} 1, & z < z_q \\ 0, & z > z_q \end{cases} \quad (1.18)$$

В этом случае $\tilde{D}(z)$ рассчитывается по (1.16) с коэффициентами $\tilde{D}_k = D_k + B(T_{max})H_k$, где

$$H_k = \frac{\delta_{k0}}{2} \left(1 + \frac{z_q}{z_M} \right) + \frac{1 - \delta_{k0}}{2\pi k} [\sin \mu k z_q + i(\cos \mu k z_q - (-1)^k)] \quad (1.19)$$

с) Распределение термализованных электронов —

$$N(z) = \sum_{k=0}^{k_0} (2 - \delta_{k0}) (\operatorname{Re} N_k \cos \mu k z - \operatorname{Im} N_k \sin \mu k z), \quad (1.20)$$

где

$$N_k = \begin{cases} 2f_{k0}(T_n), & \text{без учета размножения} \\ 2f_{k0}(T_n) - 2 \int_{T_n}^{T_{max}} dT S_{k0}^{(2)}(t), & \text{с учетом размножения.} \end{cases} \quad (1.21)$$

d) Вычисление энергетического распределения частиц, летящих в интервале углов $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, на глубине z

$$y(T; z, \theta_1, \theta_2) = \sum_{l=0}^{l_0} u_l y_l(T), \quad (1.22)$$

где

$$u_l = \int_{u_1}^{u_2} u P_l(u) du, \quad (1.23)$$

$$y_l(T) = \sum_{k=0}^{k_0} (2 - \delta_{k0}) [\operatorname{Re} Y_{kl}(T) \cos \mu k z - \operatorname{Im} Y_{kl}(T) \sin \mu k z], \quad (1.24)$$

$$Y_{kl}(T) = \frac{f_{kl}(T)}{B(T)}. \quad (1.25)$$

В формулах b), c), d) размерность $[D] = \text{ед. } mc^2/\text{ед. } R_0$, $[N] = I/\text{ед. } R_0$, $[y] = I/\text{ед. } mc^2$.

1.4. Расчет спектра тормозного излучения из однородной мишени в прямом направлении.

Для расчета спектра тормозного излучения из мишени использовалось макроскопическое дифференциальное сечение рождения гамма-квантов (см. [15]):

$$\frac{d\sigma}{dK} = \frac{NA}{A} \rho_m \frac{d\sigma(K, T)}{dK} \frac{1}{\pi \langle \nu^2 \rangle} \exp\left(-\frac{\nu^2}{\langle \nu^2 \rangle}\right), \quad (1.26)$$

где K —энергия квантов, N_A —число Авогадро, A —молярная масса вещества, ρ_m —массовая плотность, ν —угол между импульсом электрона и рожденного кванта.

Выражение для $\langle \nu^2 \rangle$ в области энергий электрона меньших, чем 5 МэВ приводится в [16], а при $T > 5$ МэВ — в [17], и имеет следующий вид:

$$\langle \nu^2 \rangle = \begin{cases} I/(T+I), & \text{при } T_e = 0,511T \leq 5 \text{ МэВ;} \\ \left(0,25 \frac{T+I-K}{T+I} + q(Z)\right) \frac{\ln(T+I)}{I+T}, & \text{при } T_e > 5 \text{ МэВ,} \end{cases} \quad (1.27)$$

где

$$q(Z) = 0,5046 + 7,49 \cdot 10^{-4} Z - 1,78 \cdot 10^{-6} Z^2$$

Дифференциальное сечение $\frac{d\sigma}{dK}$, входящее в формулу(1.26), представляется в виде:

$$\frac{d\sigma}{dK} = Z^2 \frac{10^{-27}}{K} \Sigma(K, T), \quad (1.28)$$

где

$$\Sigma(K, T) = \begin{cases} \Sigma_T / \beta^2(T), & \text{при } 0,01 \leq T_e \leq 2 \text{ МэВ} \\ \text{Формулы Бете-Гайтлера,} & \text{при } T_e > 2 \text{ МэВ} \end{cases} \quad (1.29)$$

$\beta = v_e/c$, v_e —скорость электрона.

Для $\Sigma(K, T)$ в работе [18] приводятся таблицы.

В тексте программы реализована лишь первая часть формулы (1.29), что дает возможность рассчитать спектр γ -квантов для энергий электронов не выше 2 МэВ (см. п.2.14).

Расчетные формулы для спектра вышедших из мишени квантов $N_\gamma(K)$ имеют вид:

$$N_{\gamma}(K) = \frac{0.602 \cdot 10^{-3} Z^2 \cdot R_0}{AK} \int_{T_n}^{T_{max}} dT \Sigma(K, T) \sum_{l=0}^{l_0} I_l(K, T) \sum_{n=0}^{n_0} (2 - \delta_{n0}) \times \\ \times \operatorname{Re} \left[X_n(K) \frac{f_{nl}(T)}{B(T)} \right], \quad (1.30)$$

$$I_l(K) = \frac{1}{\pi \langle v^2 \rangle} \int_0^1 du \cdot P_l(u) \cdot \exp \left[-\frac{\arccos \nu^2}{\langle v^2 \rangle} \right], \quad (1.31)$$

$$X_n(K) = \int_{z_0}^{z_M} dz \cdot \exp \left[-\mu(K, z)(z_M - z_0) R_0 + i \frac{\pi n z}{z_M} \right] \quad (1.32)$$

Здесь $\mu(K, z)$ массовый коэффициент ослабления квантов.

В случае однородной мишени μ от z не зависит. Этот случай и реализован в описываемой программе.

2. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

Программа для расчета переноса быстрых электронов в веществе написана на языке Фортран IV и имеет модульную структуру.

Ввод информации осуществляется с помощью оператора NAMELIST, что позволяет задавать стандартные значения параметров расчета.

В программе имеются также пустые подпрограммы DIS4, DIS5, DIS6, которые позволяют проводить необходимые дополнительные вычисления без изменения всей программы.

Ниже приводятся описание модулей программы, смысл идентификаторов, инструкция по составлению заданий.

2.1. Описание COMMON блоков

Данный параграф посвящен описанию общих блоков, значений идентификаторов и их типов.

В приведенном ниже фортрановском тексте перечислены имена всех общих блоков с их списками и описаны типы переменных:

```
COMPLEX A0, A1, AN, AD, QN, QD, AAA
COMMON AAA (300)
*/BLGS/ NG. XG(20), YG(20)
```

*/BLFLU/ EN, VI2
 */BLREG/ IFD, IQ2, IGRAN, IPRINT, ISDOS, IABSDT, ISPEKT,
 * ICOF, IGAM, IPOLE
 */BL0/ A0(10,10), A1(10,10)
 /BL1/ ZM, L0,K0
 2/BL2/ TMIN, TMAX,DT
 3/BL3/ NSL, JK, JMAX
 4/BL4/ IM, Z0, DZ(5), R0(5)
 5/BL5/ AN(10), AD(10), QN(10), QD(10)
 6/BLDIS/ IDIS4, IDIS5, IDIS6, IDIS7, IDIS8
 7/BLPAR/ JJJ0, NPAR(20), PAR(20)
 8/BLGAM/SIGMA(13, 21), AMU(25, 2), D

Идентификаторы, перечисленные в этом тексте, имеют следующие значения:

AAA—рабочий массив, который может быть использован программистом при написании подпрограмм DIS4÷DIS6;

NG, XG, YG—соответственно количество узлов, значения узлов и значения коэффициентов в квадратурной формуле Гаусса;

EN, VI2—константы (вычисляются в подпрограмме ELUCT0);

A0, A1—коэффициенты Фурье-Лежандра f_{kl} и $\Psi_{kl} = \frac{f_{kl}}{B}$ соответственно. В массивах A0(L, K) и A1(L, K) индексы, соответствующие k и l , переставлены местами по отношению к f_{kl} и Ψ_{kl} так, что первый индекс массивов $L = l + 1$, где l —номер члена ряда Лежандра, а второй индекс $K = k + 1$, где k —номер Фурье гармоники.

ZM—период разложения искомой функции в ряд Фурье (в единицах R_0);

L0, K0—максимальное число членов в ряде Лежандра и Фурье ($L_0 \leq 10, K_0 \leq 10$);

TMIN, TMAX—нижняя и верхняя граница спектра падающих частиц по энергии (TMIN=TMAX соответствует моноэнергетическому источнику);

DT—шаг по энергии Δ ;

NSL—номер слоя, в котором находится источник быстрых электронов;

JMAX—максимальное число шагов по энергии ($JMAX \leq 49$);

JK—число первых шагов по энергии, которые для узконаправленных источников должны вычисляться в приближении бесконечной среды ($JK \leq JMAX$);

IM—количество слоев мишени i_m ;

Z0—координата передней поверхности мишени в расчетной системе координат;

DZ—значения толщин слоев;

R0—значения пробегов электронов с начальной энергией **TMAX** в веществе слоев;

AN, AD—коэффициенты Фурье N_k и D_k (формулы (1.21) и (1.17));

QN, QD—интегральные члены соответственно в (1.21) и (1.17) (только при значении параметра $IQ2=1$);

IDIS4, IDIS5, ...—признаки включения в работу подпрограмм **DIS4, DIS5** и т.д. (см. 2.17);

JJJO—общее число вариантов в задании;

NPAP, PAR—используемые в работе основной программы переменные, использование которых разрешено программисту;

SIGMA—массив, элементам которого присвоены значения σ_k , причем первой строке этого массива присвоены значения отношения K/T , а первому столбцу—значения T . Элемент массива **SIGMA(1,1)** не содержит никакой информации. Пример заполнения массива **SIGMA** можно найти в подпрограмме **GSIGAM**.

AMU—массив, элементам первой строки которого присваиваются значения энергии, а элементам второй строки—соответствующие значения массовых коэффициентов ослабления квантов (формула 1.32);

D—константа, значение которой вычисляется в подпрограмме **GAMM0**.

Список в блоке **[BLREG]** задает режим работы программы:

IFD=0—расчет проводится в приближении непрерывного замедления;

IFD=1—учитываются флуктуации электронов в пробеге;

IQ2=0—расчет без размножения электронов;

IQ2=1—с учетом размножения;

IGRAN=1—учет границ мишени есть;

IGRAN=0—границы не учитываются (бесконечная среда);

IPRINT=0—печать только вводимой информации;

IPRINT=1—печать всей исходной информации;

ISDOS=0—коррекция дозы не проводится (в (1.19) $H_k = 0$);

ISDOS=1—коррекция дозы выполняется (H_k рассчитывается по (1.19));

IABSDT=0—нет печати абсолютных значений $D(z)$ и $N(z)$;

IABSDT=1—печатаются распределения $D(z)$ и $N(z)$ в абсолютных единицах по слоям в **IABSDT** точках ($IABSDT \leq 20$);

ISPEKT=0—не печатается спектр отраженных и прошедших частиц;

ISPEKT > 0—печатается спектр отраженных и прошедших частиц, начиная с энергией **TMAX-DT-ISPEKT**;

ICOF=0—не печатаются коэффициенты **AD, AN, QD, QN**;

ICOF=1—печатаются эти коэффициенты;

IPOLE—пустой параметр;

IGAM=0—спектр тормозного излучения за мишенью не рассчитывается и на печать не выдается;

IGAM > 1—спектр тормозного излучения печатается в **IGAM** точках (**IGAM ≤ 40**).

Стандартные значения переменных следующие:

IFD=1, IQ2=0, IGRAN=1, IPRINT=0, ISDOS=1, IABSDT=0, ISPEKT=0, ICOF=0, IGAM=0, JJJ0=1, JK=10, JMAX=49, ZM=1, L0=10, K0=10, Z0=-.5, NSL=1, IM=1, IDIS4=IDIS5=IDIS6...=IDIS8=0.

Значения этих параметров может быть изменено при составлении задания на счет (см. 2.).

Стандартное значение **NG=15**. Количество узлов Гаусса и их значения задаются в подпрограмме **BLDAT** с помощью оператора **DATA**.

2.2. Подпрограмма **BANK**

Для уменьшения объема работы при подготовке исходных данных создана подпрограмма **BANK**, которая содержит константы наиболее часто встречающихся на практике веществ. Информация о каждом веществе занимает 20 байт и расположена в следующем порядке: идентификатор вещества (**SUBST**), эффективный порядковый номер для расчета энергетических потерь (**ZB**), эффективный порядковый номер для расчета сечения упругого рассеяния (**ZS**), эффективный потенциал ионизации в эВ (**VI**).

Для элементов идентификатор совпадает со стандартным химическим обозначением элемента.

Идентификация сложных веществ:

H2O—вода;

CO2—углекислый газ;

SIO2—двуокись кремния;

LAWS—лавсан;

PLEX—плексиглас.

При обращении к подготовке задается идентификатор вещества **SUBST** после чего **ZB, ZS, VI** принимают нужные значения, причем значение потенциала ионизации **VI** будет в МэВ.

Если нужное вещество в подпрограмме BANK отсутствует, то выдается соответствующее сообщение и работа программы прекращается.

В этом случае необходимо занести в BANK нужные константы.

2.3. Подпрограмма—функция BETE служит для вычисления удельных потерь энергии по формуле Бете—Блоха (см.3.1).

Подпрограмма использует константы EN, VI2, которые вычисляются в подпрограмме FLUCT0.

При обращении задается значение энергии частицы T в единицах mc^2 . После обращения к подпрограмме—функции идентификатор BETE получает значение удельных потерь в единицах mc^2 /единицы R_0 .

2.4. Подпрограмма—функция WAY вычисляет значения пробега (в $г/см^2$) частицы с начальной энергией T_0 (в ед. mc^2) в веществе с порядковым номером Z , массовым числом A и потенциалом ионизации VI (МэВ).

2.5. Подпрограмма FLUCT0

Содержит два дополнительных входа DOWN и FLUCT.

Подпрограмма DOWN вычисляет степени \bar{s} , а подпрограмма FLUCT вычисляет моменты распределения $\omega(s; T, \Delta)$ по формулам П1.6 (см. Приложение I).

Обращение к подпрограмме DOWN происходит при расчете переноса электронов в приближении непрерывного замедления ($IFD=0$), а к подпрограмме FLUCT при расчете переноса с учетом флуктуаций в пробегах ($IFD=1$).

2.6. Подпрограмма SPEZ

Служит для вычисления матрицы E_{ij} по формулам, приведенным в Приложении I.

2.7. Подпрограмма GRAN1

Подпрограмма GRAN1 служит для вычисления значений $V_k^{(0)}$ и $V_k^{(i)}$ по формулам (1.12) и (1.13).

2.8. Подпрограмма GAUDS0

Содержит дополнительный вход GAUDS, который служит для расчета угловых моментов $G_i^{(i)}$ по формулам Приложения II.

2.9. Подпрограмма Q2

Служит для расчета пространственно-угловых моментов источника вторичных электронов по формуле (1.14).

2.10. Подпрограмма WRIT1

Содержит дополнительный вход READ1, и служит для записи в массив AA пространственно-угловых моментов спектра электронов на всех шагах по энергии.

2.11. Подпрограмма REKUR

Служит для вычисления коэффициентов $f_{kl}(T)$ по формулам (1.6)÷ (1.9).

2.12. Подпрограмма DATA0

Служит для ввода и обработки исходной информации и ее вывода на печать.

2.13. Подпрограмма SOUR0

Предназначена для ввода данных об источнике быстрых электронов. Данная подпрограмма является универсальной для таких функций источников быстрых электронов, у которых разделяются переменные.

Пространственные моменты вычисляются при обращении к подпрограммам-функциям типа SOURK, а угловые—при обращении к подпрограммам-функциям типа SOURL.

Множество подпрограмм-функций SOURK, SOURK2, ..., SOURL1, SOURL2... дает возможность проводить решение задач для широкого класса источников, встречающихся на практике.

Включение той или иной подпрограммы-функции типа SOURK производится с помощью ключа ISK, аналогично для SOURL—с помощью ISL.

Так, например, ISK=0 соответствует локализованному в пространстве источнику (формула (1.5)), при ISK=1 будет вызываться SOURK1, при ISK=2 — SOURK2 и т.д. Аналогично, при ISL=0 рассчитываются угловые моменты для изотропного источника, при ISL=1 вызывается подпрограмма-функция SOURL1, которая рассчитывает угловые моменты для мононаправленного источника (формула (1.5)) и т.д.

В данной программе модули SOURK1, SOURK2, SOURL2 пустые и могут быть использованы программистом для решения конкретных задач.

В этих подпрограммах массив ZQ используется для описания пространственной части источника, а U0—для описания угловой части. Так, например, при стандартном значении ISK=0 смысл ZQ(1) есть глубина в г/см² залегания источника в мишени (стандартное значение ZQ(1)=.0, т.е. источник находится на поверхности мишени). При стандартном значении ISL=1 смысл U0(1)—косинус угла между начальным импульсом электрона и осью OZ.

Энергетическое распределение источника табулируется с постоянным шагом, значение которого присваивается DTU, а значения спектра присваиваются элементам массива Y. После ввода значений спектра происходит его нормировка и печатается нормировочный множитель.

Подпрограмма SOUR0 содержит дополнительный вход SOUR, при обращении к которому происходит вычисление интегрального члена в (1.8).

2.14. Подпрограмма GAMM0

Служит для ввода исходных данных, необходимых для расчета выхода тормозного излучения.

Здесь EG1 и EG2—нижняя и верхняя границы рассчитываемого спектра тормозного излучения; ZB и AB—порядковый номер и массовое число мишени.

Для уменьшения объема вводимой информации в подпрограмме GSIGAM создан банк данных для Σ_T и μ для наиболее часто встречающихся в практических расчетах веществ—углерода, алюминия и меди.

Подпрограмма GAMM0 имеет дополнительный вход DIS3, при обращении к которому вычисляется вклад в спектр тормозного излучения от электронов с энергией, соответствующей шагу J (формула (1.30)).

Значения I_i рассчитываются при обращении к подпрограмме GYL (формула (1.31), $X_n(K)$ —при обращении к подпрограмме GAMXK.

Вычисление $\frac{1}{K} \frac{dI}{dK}$ производится к подпрограмме GSIG. При обращении к DIS3 на последнем шаге, когда J=JMAX, выдается на печать снабженный комментариями спектр тормозного излучения.

Если значение параметра IGAM=0, то при обращении к GAMM0 и DIS3 никаких действий не производится и никакой информации для этого модуля готовить не требуется.

2.15. Подпрограмма GRIN1

Служит для организации цикла по энергии. Параметр цикла— J . Подпрограмма типа DIS служит для расчета различных распределений потока по формулам, приведенным в параграфах 1.3 и 1.4.

Перед обращением к этим подпрограммам элементы массива A0 содержат коэффициенты $f_{k1}(T)$ а элементы массива A1 — $\Psi_{k1} = f_{k1}(T)/B(T)$.

2.16. Подпрограммы DIS0, DIS1, DIS2

Подпрограмма DIS0 служит для вычисления коэффициентов D_k и N_k (формулы (1.17) и (1.21)).

При обращении к подпрограмме DIS1 производится вычисления и выдача на печать распределений $D(v)$ и $N(x)$ как в относительных, так и в абсолютных единицах, если только параметр IABSDT не равен нулю.

Вызываемая подпрограммой DIS1, подпрограмма-функция DOTE производит непосредственное вычисление по формулам (1.16) и (1.20) значений D и N в заданных точках z .

Подпрограмма DIS2 формирует таблицу отраженного от мишени и прошедшего через нее спектра быстрых электронов и выдачу ее на печать. Здесь же вычисляются интегральные коэффициенты отражения и пропускания.

Подпрограмма DSYT вычисляет спектр быстрых электронов на заданной глубине поглотителя в заданном телесном угле. При этом расчет коэффициентов u_i в ряде (1.22) производится при обращении к подпрограмме DSUL.

Стандартные значения u_1 и u_2 для спектра отраженных частиц—1, .0, для спектра прошедших частиц—0,1.

2.17. Подпрограммы DIS4, DIS5, DIS6

Как уже упоминалось выше, эти подпрограммы являются пустыми и позволяют программисту производить вычисления характеристик потока, нереализованных в данной программе, без внесения каких-либо изменений в основную программу.

Общее правило написания подпрограмм DIS(N), где (N)=4, 5, 6, следует из приведенного ниже текста:

```
SUBROUTINE DIS (N) (J)
```

Описание типов переменных и общих блоков,

приведенных в параграфе 2.1.
IF (IDIS(N). EQ. 0) RETURN
Текст подпрограммы
RETURN
END

Переменная $IDIS(N)$ является ключом для работы подпрограммы $DIS(N)$. Стандартные значения $IDIS(N)=0$ задаются в подпрограмме $DATA0$.

При написании подпрограммы разрешается использовать массивы $NPAR$, PAR и комплексный массив AAA , но нужно иметь в виду, что значения элементов массива AAA при работе основной программы не сохраняются.

2.18. Инструкция по составлению задания

В общем случае задание к программе состоит из трех частей.

Первая часть задания состоит в определении исходных значений списка $LDAT0$. Список оператора $NAMELIST[LDAT0]$ находится в подпрограмме $DATA0$. Все параметры списка за исключением $SUBST$ и DZ имеют стандартные значения (параграф 2.1.).

Значение толщины слоев задается в массовых толщинах $г/см^2$.

Вторая часть задания относится к заданию информации об источнике быстрых электронов и состоит в определении величин списка $SOURC$. Значения $TMIN$ и $TMAX$, DTY задаются в $[МэВ]$, а Y —в $[МэВ^{-1}]$.

Для моноэнергетического источника нужно задать значения $TMIN$ и $TMAX$ одинаковыми, а значения DTY и Y при этом игнорируются.

Третья часть задания необходима лишь в случае, если значение параметра $IGAM \neq 0$. При составлении этой части задания определяются величины списка $LGAM$. Оператор $NAMELIST [LGAM]$ находится в подпрограмме $GAMM0$.

Значения $EG1$ и $EG2$ задаются в $кэВ$, стандартные значения $EG1=10$ $кэВ$, $EG2$ принимает значение $TMAX$.

Значения элементов первой строки массива AMU задаются в $кэВ$, а второй—в $(г/см^2)^{-1}$ (см. п.2.1).

Ниже приводятся примеры составления задания.

Пример 1. Рассчитать распределения поглощенной энергии и термализованных электронов в алюминиевой мишени толщиной 0.3 $г/см^2$ при нормальном падении на нее моноэнергетических электронов с энергией 1 $МэВ$.

Рассчитать спектр отраженных и прошедших частиц, спектр тормозного излучения, вышедшего из мишени.

Выдать на печать абсолютные значения дозы и термализованных электронов в 20 точках.

Задание:

```
& LDAT0 SUBT(1)='AL', DZ(1)=.3, IABSDT=20, IGAM=40
& END
& SOURC TMIN=1., TMAX=1. & END
& LGAM ZB=13., AB=27 & END
```

Пример 2. Рассчитать те же величины, что в примере 1, но без расчета выхода тормозного излучения, в двухслойной мишени из флюксияла толщиной 0.2 г/см^2 и меди толщиной 0.3 г/см^2 в случае монохроматического, мононаправленного источника с энергией 1 МэВ.

Учесть размножение электронов.

Задание:

```
& LDAT0 SUBST(1)='PLEX', SUBST(2)='CU',
      DZ(1)=.2, DZ(2)=.3, IM=2,
      IABSDT=20, IQ2=1
& END
& SOURC TMIN=1., TMAX=1. & END
```

3. ВЫБОР ФИЗИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ

3.1. Описание процесса торможения

При описании функции $\omega(s; \Delta, T)$ — условной вероятности пройти электрону путь s при его начальной энергии T и потерях энергии больших чем Δ в результате его многочисленных столкновений с атомами вещества, мы полагаем, что в отдельном акте столкновения электрон теряет малую порцию своей энергии $\Delta' \ll \Delta$, т.е. вероятность потерять электрону в отдельном акте столкновения энергию $\Delta' = \Delta$ считается пренебрежимо малой величиной. В этом случае при определении функции $\omega(s; \Delta, T)$ может быть использовано распределение электронов по пробегу s , который они проходят до тех пор, пока их энергетические потери не превысят величину Δ . Эта функция распределения вероятностей пробега в общем виде была найдена в работе [19]. В приближении

же, когда применима теория флуктуаций энергетических потерь Ландау, как показано в [20], функция $\omega(s; \Delta, T)$ удовлетворяет соотношению:

$$\omega(s; \Delta, T) = \varphi_L(\lambda) \frac{d\lambda}{ds}, \quad (3.1)$$

где $\varphi_L(\lambda)$ —функция Ландау, λ —безразмерный параметр (см. [21]). Условие применимости теории Ландау — $I \ll \Delta \ll T$ где I —потенциал ионизации атома среды, может быть удовлетворено при $T < 100$ кэВ лишь для веществ с малым атомным номером Z . В связи с этим для $Z > 10$ и $10 < T < 100$ кэВ функция $\omega(s; \Delta, T)$, вообще говоря, должна быть подправлена по отношению к выражению (3.1).

При решении задачи о переносе электронов использованы моменты $\langle s^n \rangle$ по распределению ω . При этом в случае, когда функция распределения вероятностей ω выражается через функцию Ландау, момент $\langle s^1 \rangle$, соответствующий среднему пробегу электронов при потере энергии больше Δ , заметно превышает значение $\bar{s} = \Delta/V(T)$, где V/T —описывается известной формулой Бете–Влоха (см. ниже). Для того, чтобы обойти эту нестыковку, в тексте программы первый момент $\langle s^1 \rangle$ не вычисляется по общей схеме, а ему присваивается значение \bar{s} .

Формула Бете–Влоха для средних потерь энергии электрона в случае, когда энергия измеряется в единицах mc^2 , а толщина материала в единицах R_0 записывается в виде:

$$B(T) = \frac{dE}{dx} = -0.3003 \frac{Z}{A} R_0 \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \frac{T(T+2)}{2I^2} + \bar{f} \right], \quad (3.2)$$

где $\bar{f} = 1 - \beta^2 - 0.6931 \frac{2T+1}{(T+1)^2} + \frac{1}{8} \left(\frac{T}{T+1} \right)$, см., например [22]. Точность описания этой формулой средних потерь проверялась в работе [23] путем сравнения с результатами эксперимента для алюминия. Авторы работы оценивают погрешность определения энергетических потерь для электронов в диапазоне 10–100 кэВ по этой формуле на уровне 2–3% для малых и средних Z , но 5–10% для больших Z .

3.2. Описание процесса рассеяния

Для описания процесса упругого рассеяния электронов на ядрах атомов мишени использовано выражение для сечения, даваемое формулой Резерфорда, с учетом экранирования ядра электронами оболочек, а также релятивистских и спиновых эффектов [24]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 e^4}{(pv)^2 (1 - \cos \Theta + 2\eta)^2} K(\Theta). \quad (3.3)$$

Здесь Θ —угол рассеяния электрона, Z —заряд ядра, p и v —импульс и скорость электрона, η —параметр экранирования, который описывается выражением

$$\eta = \frac{\chi_0^2}{4} \left\{ 1 + 4\alpha\chi_0 \left[\frac{1 - \beta^2}{\beta} \ln \chi_0 + \frac{0.231}{\beta} + 1.448\beta \right] \right\}, \quad (3.4)$$

где

$$\chi_0 = \frac{\hbar}{p} \frac{\kappa Z^{1/3}}{0.885\alpha_0}, \quad \kappa \simeq 1, \text{ (см. [24])}, \quad \alpha = Z/137. \quad (3.5)$$

Выражение для множителя $K(\Theta)$, учитывающего релятивистские и спиновые поправки было получено в [25] и дается следующей формулой

$$K(\Theta) = 1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \pi\alpha\beta(1 - \sin \frac{\theta}{2}) \sin \frac{\theta}{2}. \quad (3.6)$$

Заметим, что экспериментально установлено (см. [26]), что при энергиях электрона меньше чем 20 кэВ параметр η хорошо описывается формулой первого борновского приближения: $\eta = \chi_0^2/4$.

В свою очередь коэффициент κ , стоящий в выражении (3.5), определялся в работе [26] путем подгонки рассчитанных угловых распределений кратного рассеяния к экспериментально измеренным, что определило его для различных элементов от С до Al в виде $\kappa=0.7 \div 1.0$. Для алюминия в области энергий близких 20 кэВ его величина равна 0.8. Поскольку для этого коэффициента нет надежных данных для всего диапазона энергий от 10 до 100 кэВ, то в расчетах мы, как правило, использовали его значение $\kappa=1$.

Учет вклада в рассеяние по углу неупругих столкновений электрона с атомами производится в расчетах обычным образом—заменой в формуле (3.3) множителя Z^2 на $Z(Z+1)$ и домножением формулы для сечения на дополнительный множитель вида $(1+\epsilon)$ где ϵ —поправка Фано (см. [25])

$$\epsilon = \frac{5 - \ln 0.16 Z^{2/3} (1 + 3.33 \frac{\alpha}{\beta})}{(Z+1) \ln 4\eta}. \quad (3.7)$$

4. ТЕСТОВЫЕ РАСЧЕТЫ

Для оценки оправданности применения разработанной схемы компьютерных расчетов при описании торможения и рассеяния электронных потоков в веществах для энергий частиц в диапазоне 10–100 кэВ нами были проведены сопоставления полученных результатов в расчетах с имеющимися в литературе экспериментальными данными.

4.1. Сопоставление по коэффициенту отражения

Поскольку коэффициент отражения электронов от барьера существенно определяется сечением рассеяния их на средние и большие углы и в меньшей степени процессом торможения электронов, то проверка соответствия расчетного коэффициента отражения экспериментально измеренному позволяет сделать вывод о правильности выбора формул (3.3)–(3.7), описывающих процесс рассеяния, включая выбор параметра κ . На рис. 2 представлен расчетный коэффициент отражения электронов от полубесконечного барьера из алюминия Γ в зависимости от их исходной энергии E . Непрерывной линией показана расчетная зависимость $\Gamma(E)$ без учета рождения вторичных электронов, пунктирной — с учетом этого процесса. Экспериментальные данные, обозначенные крестами, взяты из работы [27], треугольниками — из [28], кружком — из [29] и квадратом — из [30]. Из рисунка видно, что в диапазоне энергий 10–30 кэВ результаты наших расчетов хорошо согласуются с измеренными в эксперименте значениями коэффициента отражения. При более низких энергиях там, где теоретические кривые для двух подходов к описанию рождения электронов начинают сильно расходиться, экспериментальные результаты разных авторов также сильно различаются, что не позволяет сделать однозначный выбор теоретической модели. По-видимому, при использовании разработанной программы для расчетов коэффициентов отражения электронов можно опускать ее фрагменты, предназначенные для учета вторичных частиц. При получении расчетных результатов представленных на рис. 2 параметр κ полагался равным единице. Снижение значения этого параметра до 0.8 изменяет коэффициент отражения всего лишь на 0.01, и, следовательно, расчеты коэффициента отражения не чувствительны к выбору величины параметра κ .

4.2. Сопоставление по угловому распределению прошедших электронов

Расчетное распределение электронов $\frac{dN(\theta)}{d\Omega}$ по углу θ за барьером из алюминия толщиной 485 мкг/см^2 ($0.4 R_0$) представлено на рис. 3 в виде непрерывной линии. Здесь же нанесены экспериментальные точки с указанием разброса, которые взяты нами из работы [31]. К сожалению, авторы этой работы не приводят зависимости $\frac{dN(\theta)}{d\Omega}$ при различных значениях толщины фольги, а лишь представляют зависимость наиболее вероятного угла θ_0 (т.е. угла, при котором выражение $\frac{dN(\theta)}{d\Omega} \sin \theta$ имеет максимальное значение) от исходной энергии электронов. Зависимость наиболее вероятного угла вылета электронов θ_0 из алюминиевой

фольги от ее толщины для двух значений начальной энергии электронов 10 и 20 кэВ представлена на рис. 4. Представленные на рисунке результаты получены в расчетах, не учитывающих рождение вторичных электронов. Непрерывной линией показаны результаты расчетов с $\kappa = 1$, а штриховой — $\kappa = 0.8$. Экспериментальные результаты, которые были взяты из работы [31], нанесены на рис. 4 треугольниками и крестами соответственно для энергий электронов 10 и 20 кэВ. Из рисунка видно, что в области больших толщин фольг ($0.1-0.6 R_0$) теоретические кривые лежат близко к экспериментальным точкам, причем кривая, полученная при $\kappa = 1$, лучше описывает экспериментальные результаты, чем при $\kappa = 0.8$. Однако при толщинах фольг меньше чем $0.1 R_0$ расчетные зависимости сильно отклоняются от экспериментальных данных, что связано с ограниченным числом гармоник в используемом ряде Фурье ($K_0=10$) также, как и с числом полиномов Лежандра ($L_0=10$). Ограниченность числа Фурье-гармоник не позволяет построить описание структуры столь тонкого барьера с необходимой точностью, в свою очередь десятка полиномов Лежандра оказывается недостаточно для корректного описания углового распределения при среднемкватричном угле меньше чем 10° . Что касается барьеров большой толщины ($d > 0.6 R_0$), то для этого случая как расчеты, так и эксперимент указывают на установление в потоке электронов равновесного углового распределения с наиболее вероятным углом θ_0 близким к 35° для алюминия. В целом, можно утверждать о достаточной точности избранного метода описания процесса рассеяния электронов по углу при их движении в материалах.

4.3. Сопоставление по пропусканию электронов через барьеры различной толщины

Сопоставление расчетных коэффициентов пропускания через алюминиевые фольги различной толщины при различной начальной энергии электронов с экспериментальными результатами, взятыми из работы [27], представлено на рис. 5. Точки, обозначенные \bullet , \times , \odot , $+$, Δ и \square — соответствуют экспериментам при начальной энергии электронов 10, 15, 20, 25, 30 и 35 кэВ. Как видно из рисунка, хорошее совпадение расчетных данных с экспериментальными наблюдается в диапазоне энергии 10–20 кэВ и затем при дальнейшем увеличении энергии данные начинают довольно значительно расходиться в свою пользу. Это несоответствие расчетных данных с экспериментальными может быть связано как с неточностями эксперимента (толщина фольги измерялась с точностью 10%, коэффициенты пропускания $\approx 7\%$), так и с неточностями в описании энергетических потерь электронов по формуле Бете–Блоха (неточности в описании рассеяния сказались бы на коэффициенте отражения и угловых распределениях).

Дополнительную проверку правильности модели, описывающей процесс торможения электронов, дает сопоставление энергетических спектров электронов, прошедших алюминиевые фольги различной толщины, при начальной энергии частиц $E=18$ кэВ. На рис. 6 экспериментальные результаты, взятые из работы [32], нанесены непрерывной линией, а результаты наших расчетов с учетом рождения вторичных электронов — штриховой. Рис. 6а соответствует толщине барьера из алюминия 300 мкг/см^2 ($0.25 R_0$), а рис. 6б — 485 мкг/см^2 ($0.4 R_0$). Видно, что расчетные распределения неплохо соответствуют экспериментально измеренным, однако есть небольшое смещение максимума распределения, и у расчетной функции более крутые спады крыльев. Данные отличия, по-видимому, связаны с недостаточной точностью представления распределения электронов по пробегам на каждом шаге, даваемого функцией $\omega(s; \Delta, T)$, которая построена на основе теории Ландау, описывающей флуктуации потерь энергии электронами при торможении их в веществах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом проверочные расчеты показали, что многошаговый метод вполне применим для описания процессов торможения, рассеяния и отражения электронов средних энергий при движении их потока в веществах, по крайней мере, с не очень большим атомным номером. Это

позволило нам, в частности, провести измерения энергетического распределения электронов в интервале 10–50 кэВ, выходящих из плотной плазмы, нагреваемой в соленоиде с помощью мощного РЭП [10].

Кроме того, данный метод представляется вполне подходящим для описания передачи энергии от группы быстрых электронов, возникающих в плазме при релаксации мощного РЭП, к основной массе частиц плотных плазменных сгустков. В этом случае для описания энергетических потерь и процесса рассеяния быстрых электронов следует использовать формулы, описывающие эти эффекты в плазменной среде (см., например, [35]).

Приложение I

Расчетные формулы для $E_{ll'}(k)$ получены в работе [6] и имеют вид:

$$E_{ll'}(k) = \sum_{P=0}^{P_{\max}} (\mu k)^{2P+l-l'} \langle s^{2P+l-l'} \rangle R_{ll'}^{(2P)}, l \geq l', \quad (\text{П1.1})$$

$$E_{ll'}(k) = (-1)^{l-l'} E_{ll'}(k), \quad (\text{П1.2})$$

$$\langle s^{2P+l-l'} \rangle = \int_0^{\infty} ds s^{2P+l-l'} \omega(s; T, \Delta). \quad (\text{П1.3})$$

Значения $R_{ll'}^{(2P)}$ рассчитываются по следующей рекуррентной формуле:

$$R_{ll'}^{(2P)} = \frac{R_{ll'}^{(2P-2)} + 2l' R_{li'l-1}^{(2P-2)}}{2P(2P+2l+1)}, \quad l \geq l' \quad (\text{П1.4})$$

$$R_{ll'}^{(0)} = \begin{cases} \frac{1}{2l+1}, & l = l' \\ \frac{l}{(2l+1)(l-l')} R_{li-1,l'}^{(0)}, & l > l' \end{cases} \quad (\text{П1.5})$$

P_{\max} в (П1.1) находится из условия

$$|(\mu k)^{2P_{\max}} \langle s^{2P_{\max}} \rangle R_{ll'}^{2P_{\max}}| \leq 10^{-5}$$

Для вычисления интеграла (П1.3) применим интерполяционную формулу Лагранжа к описанию функции $\omega(s)$:

$$\begin{aligned} \langle s^n \rangle = & \sum_{i=1}^{i_0} s_i^{(n+3)} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{i-1}{i}\right)^{n+3}}{n+3} (\omega_{i-1} - 2\omega_i + \omega_{i+1}) - \right. \\ & - \frac{1 - \left(\frac{i-1}{i}\right)^{n+2}}{n+2} \left[\left(2 + \frac{1}{i}\right) \omega_{i-1} - 4\omega_i + \left(2 - \frac{1}{i}\right) \omega_{i+1} \right] + \\ & \left. + \frac{1 - \left(\frac{i-1}{i}\right)^{n+1}}{n+1} \left[\left(1 + \frac{1}{i}\right) \omega_{i-1} - 2 \left(1 - \frac{1}{i^2}\right) \omega_i + \left(1 - \frac{1}{i}\right) \omega_{i+1} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П1.6})$$

Здесь i_0 —числу узлов, в которых определено значение функции ω ;

$$\omega_i = \omega(s_i); \quad h_i = s_{i+1} - s_i = h_0, \quad \text{для } \forall i.$$

Приложение II

Расчет угловых моментов $G_i^{(i)}$ проводили по формулам, приведенным в работе [33].

Эти формулы получены с использованием дифференциального сечения упругого рассеяния, учитывающего экранировку [24, 25, 34]

$$G_i^{(I)} = \exp(-s_i^{(i)} \bar{s}) \quad (\text{II.2.1})$$

$$s_i^{(i)} = \frac{0.3Z_i(Z_i + 1)}{A_i} R_0 \frac{C_i'}{T(T+2)\beta^2} \quad (\text{II.2.2})$$

$$C_i' = (1 + \varepsilon) \left[C_i + 2\pi\alpha\beta l - (\beta^2 + \pi\alpha\beta) \sum_{n=1}^i \frac{1}{n} \right] \quad (\text{II.2.3})$$

$$\varepsilon = \begin{cases} 0, & T\varepsilon = 0.511T < 10\text{кэВ} \\ \frac{5 - \ln(a+B/\beta)}{a_1 \ln(4\eta)}, & T\varepsilon > 10\text{кэВ} \end{cases} \quad (\text{II.2.4})$$

$$\eta = \begin{cases} \frac{\chi_0^2}{4}, & T\varepsilon < 10\text{кэВ} \\ \frac{\chi_0^2}{4} \left[1 + \frac{a_2 \chi_0 ((1-\beta^2) \ln \chi_0 + 1.448\beta^2 + 0.231)}{\beta} \right], & T\varepsilon > 10\text{кэВ} \end{cases} \quad (\text{II.2.5})$$

где

$$\chi_0 = \frac{a_2}{(T+1)\beta},$$

$$a = 0.167Z_i^{-2/3}, \quad B = 3.33a\alpha, \quad \alpha = Z_i/137,$$

$$a_1 = Z_i + 1, \quad a_2 = 0.825 \cdot 10^{-2} Z_i^{1/3}, \quad a_3 = 4\alpha,$$

$$C_{i+1} = \left(2 + \frac{1}{l}\right) (1 + 2\eta) C_i - \left(1 + \frac{1}{l}\right) C_{i-1} - \left(2 + \frac{1}{l}\right) \left(1 + \frac{1}{\eta + 1}\right),$$

$$C_0 = 0, C_1 = \ln \frac{1 + \eta}{\eta} - \frac{1}{1 + \eta}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rester D. N., Derrickson J.N.* J. Appl. Phys., 1971, v42, N2, p714.
2. *Tabato T. and c.* Phys. Rev., 1971, v.B3, p572.
3. *Jaksehik J., Jungst K.P.* Nucl Instrum. and Meth. 1970, 79, N2, 240.
4. *Berger M.* Monte-Carlo Calculation of the Penetration and Diffusion of Fast Charged Particles—In: Methods of Computational Physics v1. NY., Academic Press, 1963, p.135–217.
5. *Аккерман А.Ф., Никитушев Ю.М., Ботвин В.А.* Решение методом Монте-Карло задач переноса быстрых электронов в веществе, 1972, Алма-Ата, "Наука"
6. *Evdokimov O.B and Yalovets A.P.* Nucl. Sci. and Eng., 1974, v.5, p.67.
7. *Дергобузов К.А., Евдокимов О.Б., Кононов В.А., Ягушкин И.И.* ПТЭ, 1975, I, 29.
8. *Аржанников А.В., Астрелин В.Т., Драгунов В.П.* Препринт ИЯФ 77-102, Новосибирск, 1977.
9. *Аржанников А.В., Астрелин В.Т.* ПМТФ, 1979, N6, 4.
10. *Arzhannikov A.V., Burdakov A.V. Koidan V.S., Meshkov O.I., Postupaev V.V., Sinitsky S.L. and Vyacheslavov L.N.* Proc. Intern. Conf. on Plasma Physics, Lausanne, 1984, Invited Papers, v.1, p.285.
11. *Воробьев А.А., Яловец А.П.* Атомная энергия, 1974, т.36, вып.3, с.208.
12. *Кононов Б.А., Степанов Ю.М., Яловец А.П.* Атомная энергия, 1974, т.42, вып.4, с.326.
13. *Яловец А.П.* Известия ВУЗов СССР, Физика, 1983, N9, (деп).
14. *Möller C.* Ann. Phys., 1932, N14, p.531.
15. *Ferdinande H., Klug G.R., Vanle Vijoer and Jacobs R.* Nucl. Instrum. and Methods, 1971, v.91, p.135–140.
16. *Lawson J.P.* Proc. Phys. Soc., 1950, A63, p.653 (London).
17. *Stearns M.* Phys. Rev., 1949, v 76, p.836.

18. **Atomic data and Nuclear Data Tables**, 1977, 20, p.175–209.
19. *Кольчужкин А.М., Учайкин В.В.* Введение в теорию прохождения частиц через вещество. Атомиздат, Москва, 1978, с.173.
20. *Есдокимов О.Б., Яловец А.П.* Известия ВУЗов СССР, Физика, 1974, №8.
21. *Ландау Л.Д.* Собрание трудов под ред. Е.М. Лифшица, М.: Наука, 1969, т.1, с.412.
22. *Воробьев А.А., Кононов Б.Ф.* Прохождение электронов через вещество. Изд. Томского университета, Томск, 1966.
23. Тормозная способность электронов и позитронов. Доклад 37 Международной комиссии по радиационным единицам и измерениям. М.: Энергоатомиздат, 1987, с.68, 318
24. *Nigam B.P., Sundaresan M.K., Ta You Wu.* Phys. Rev., v.115, N.3, p.491 (1959).
25. *Mc Kinly W.A., Feshbach H.* Phys. Rev., 74, 1759 (1948).
26. *Cosslett V.E., Thomas R.N.* Brit. J. Appl. Phys., 1964, v.15, p.235.
27. *Вятский А.Я., Кабанов А.И., Кушкир Ю.Н., Трунев В.В., ФТТ*, т.16, N.12, с.2333 (1971).
28. *Darlington E.M. and Cosslett V.E.* J. Phys. D: Appl. Phys., v.5, p.1969 (1972).
29. *Bishop H.E.*, Ph D Thesis University of Cambridge (See [28]).
30. *Cosslett V.E. and Thomas R.N.* Brit. J. Appl. Phys., v.16, p.779 (1965).
31. *Cosslett V.E. and Thomas R.N.* Brit. J. Appl. Phys., v.15, p.883 (1964).
32. *Cosslett V.E. and Thomas R.N.* Brit. J. Appl. Phys., v.15, p.1283 (1964).
33. *Нелипа Н.Ф.* Введение в теорию многократного рассеяния частиц. М.: Атомиздат, 1960.

34. *Spenser L.V. Phys. Rev. 98, 1597 (1955).*

35. *Nardi E., Zinamon Z. Phys. Rev., v.18A, N.3, 1246 (1978).*

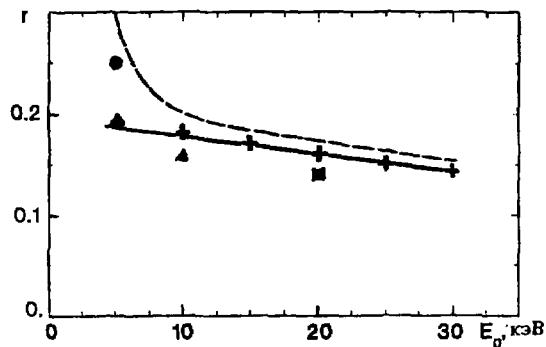


Рис.2. Зависимость от начальной энергии электронов E_0 их коэффициента отражения r от полубесконечного барьера из алюминия. Сплошная и штриховая линии—расчет, точки—эксперимент (см. текст).

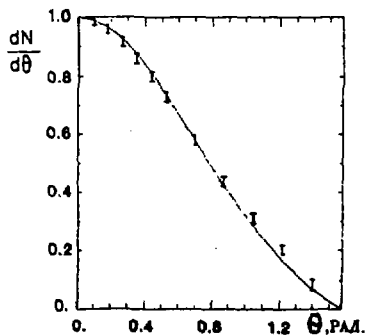


Рис.3. Угловое распределение электронов $dN(\theta)/d\Omega$ в потоке за фольгой из Al с толщиной 485 мкг/см^2 ($0.4 R_0$) при начальной энергии частиц $E_0=20$ кэВ. Линия—расчет, точки—эксперимент.

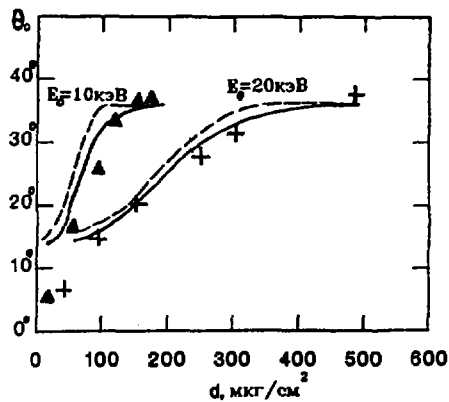


Рис.4. Зависимость от толщины фольги d наиболее вероятного угла вылета электронов θ_0 при двух значениях их начальной энергии: 10 и 20 кэВ. Линии-расчет, точки—эксперимент.

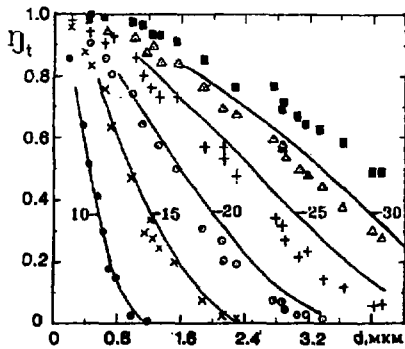


Рис.5. Зависимость коэффициента пропускания электронов η_t с начальной энергией в диапазоне от 10 до 35 кэВ от толщины фольги d .

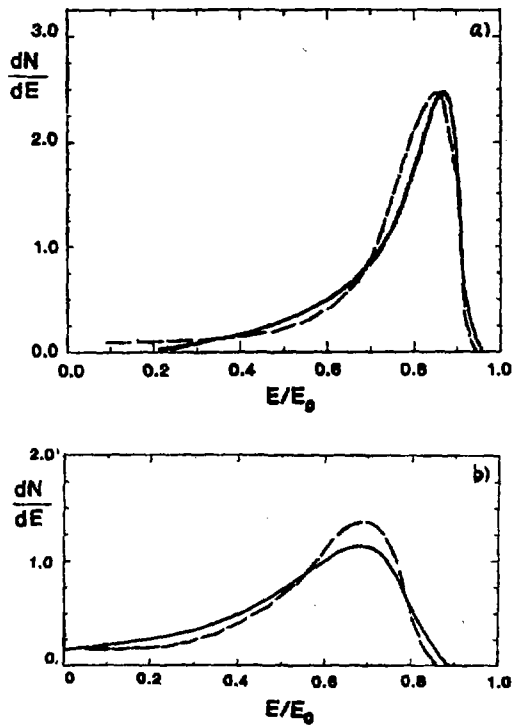


Рис.6. Энергетический спектр электронов $\frac{dN}{dE}$, имевших начальную энергию $E_0=18$ кэВ, на выходе из алюминиевой фольги с толщиной 300 мкг/см^2 ($0.25 R_0$) — а и 485 мкг/см^2 ($0.4 R_0$) — б. Непрерывная линия—эксперимент, штриховая—расчет.

А.В. Аржанников, С.Л. Симицкий, А.П. Яловец

**Решение задачи о прохождении через вещество
электронов средних энергий**

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Работа поступила 10 декабря 1991 г.

Подписано в печать 10.12 1991 г.

Формат бумаги 60x90 1/16 Объем 3,3 печ.л., 3,0 уч.-изд.л.

Тираж 250 экз. Бесплатно. Заказ N 115

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР,

Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.