

COMPARAÇÃO DA RECONSTRUÇÃO TOMOGRÁFICA ATRAVÉS DA ENTROPIA MÁXIMA
E DA RETROPROJEÇÃO FILTRADA

F. J. P. ABDALA, N. C. ROBERTY*, D. M. SIMPSON

Programa de Engenharia Biomédica COPPE/UFRJ

* Programa de Engenharia Nuclear COPPE/UFRJ

RESUMO

A reconstrução tomográfica com poucas projeções é investigada comparando o método de máxima entropia (MART) com o de retroprojeção filtrada. Foram feitas simulações com e sem a presença de ruído e também com a presença de objeto de alta densidade no interior do crânio.

INTRODUÇÃO

O problema de reconstrução tomográfica a partir de projeções está bem estabelecido, e admite uma solução precisa quando temos um grande número de projeções [2][7]. Entretanto podem haver situações onde desejamos limitar a dose ao paciente e/ou o tempo de aquisição dos dados, resultando em um menor número de projeções. Nestes casos, o método de retroprojeção convoluída resulta na obtenção de imagens com muitos artefatos e pouca resolução.

O presente trabalho apresenta uma comparação do desempenho do método de retroprojeção filtrada (filtro rampa e rampa x hamming), com o método de máxima entropia, implementada na forma do algoritmo MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) e aproximação da base natural por uma base retangular.

TEORIA

A seguir são mostrados alguns conceitos necessários para o entendimento da reconstrução tomográfica utilizando o critério de máxima entropia. Entre estes conceitos estão o de base natural e o da entropia.

Base Natural

O conceito de base natural está relacionado à descrição da malha formada pela geometria dos feixes das projeções. Esta malha de pixels irregulares assim formada é chamada de uma partição natural e seus elementos são pixels naturais

[5][6]. Se o algoritmo de reconstrução pretende ser consistente com a geometria da aquisição de dados, a escolha da base natural assegura a melhor compatibilidade entre os valores medidos e reconstruídos.

Um elemento da base natural pode ser caracterizado pela posição de seu centróide e pelo valor de sua área. Entretanto optamos pela aproximação de cada pixel natural por um conjunto de pixels retangulares com o objetivo de simplificar o problema.

Entropia e MART

A entropia aqui utilizada é uma medida da quantidade de informação [4] contida na imagem. Sendo p_e a probabilidade de que um fóton tenha sido removido no elemento natural e , a entropia da partição é dada pela equação 1.

$$S = - \sum_e p_e \ln(p_e) \quad (1)$$

A derivação do algoritmo MART é feita fazendo-se uso da construção da função de Bregman, [3][5][6] (equação 2).

$$D(p, q) = f(p) - f(q) - \langle \nabla f(q), p - q \rangle \quad (2)$$

onde p e q são duas distribuições de probabilidade possíveis para representação da imagem, e f é uma função que pode ser tomada como o negativo da entropia. O algoritmo MART derivado da equação acima, basicamente produz a correção da imagem inicial de modo a satisfazer as medidas realizadas, como mostra a equação 3:

$$\rho_e^{(i+1)} = \rho_e^{(i)} \frac{h_{d,e}}{\sum_{e \in C_j} \rho_e^{(i)} a_e} \quad (3)$$

onde, $h_{d,e}$ = medida no detector d no angulo e

- a_e = valor da área do pixel natural e.
 C_j = conjunto de pixels naturais lidos pelo detetor d.

Retroprojeção Convoluída

A retroprojeção convoluída é o método de reconstrução utilizado em quase todos os tomógrafos comerciais. A descrição deste método pode ser vista em vasta literatura, por ex. [2],[7]. Foram utilizados os filtros Rampa e Rampa multiplicado pela janela Hamming, para melhor comparação visual com o MART.

MÉTODO DE SIMULAÇÃO

A simulação do experimento consistiu em :

- 1- Dada uma imagem tomográfica digitalizada, 256x256 pixels, obter as projeções (paralelas) somando-se o valor dos pixels nas direções especificadas.
- 2- Aplicar o algoritmo MART.
- 3- Aplicar a retroprojeção convoluída.
- 4- Comparar as reconstruções com a imagem original.

Para simulação utilizamos 256 detetores e um número de projeções de 63 ou 31 (ver resultados), cobrindo 360 graus. A reconstrução em um ambiente ruidoso, foi simulada com a adição, nas projeções, de números randômicos com distribuição normal de média zero e desvio padrão 0.02. A incorporação do ruído à projeção foi feita de modo que a quantidade de ruído adicionada fosse dependente desta, de tal forma que quanto maior a atenuação medida maior a quantidade de ruído incorporado, simulando-se assim um processo Poisson como mostra a equação 4 [8].

$$h_{\text{ruído}} = h_{\text{original}} + N(\mu, \sigma^2)h_{\text{original}} \quad (4)$$

O cálculo do erro foi feito utilizando-se a equação 5 [8].

$$d = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n^2} (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n^2} (x_i - \bar{x})^2} \right)^{1/2} \quad (5)$$

onde

- x - imagem original
 \hat{x} - imagem reconstruída.
 \bar{x} - valor médio da imagem original.
 n^2 - número de pixels da imagem.

O computador utilizado foi uma estação de trabalho SUN SPARC STATION 2.

RESULTADOS

As simulações com e sem ruído e 63 projeções apresentaram os seguintes resultados, figura 1 e figura 4.

	sem ruído	com ruído	tempo (s)
MART	0,1707	0,2690	34/iteração
Rampa	0,8862	0,8308	28
Ham	0,3603	0,3600	28

figura 1. Erros na reconstrução. A relação sinal ruído nas projeções é de 2,88 dB, e o erro no MART foi calculado após 4 iterações.

As simulações com 31 projeções sem ruído apresentaram os seguintes resultados. Como aparece na figura 2 e na figura 5.

	31 projeções
MART	0,2029
Ham	0,3661

Figura 2. Erros de reconstrução com 31 projeções e sem adição de ruído. O erro no MART foi calculado após 4 iterações.

A reconstrução de um objeto de alto contraste (por ex. uma bala) é de bastante importância clínica. Para esta simulação utilizamos um objeto de valor 3000 contra 255 que é o valor máximo da imagem original. As reconstruções apresentaram os resultados das figuras 3 e 6.

	erro com artefato
MART	0,1732
Ham	0,8688

Figura 3. Erros na presença de um objeto de alto contraste no interior do crânio. Reconstrução com 31 projeções e erro no MART calculado após 8 iterações.

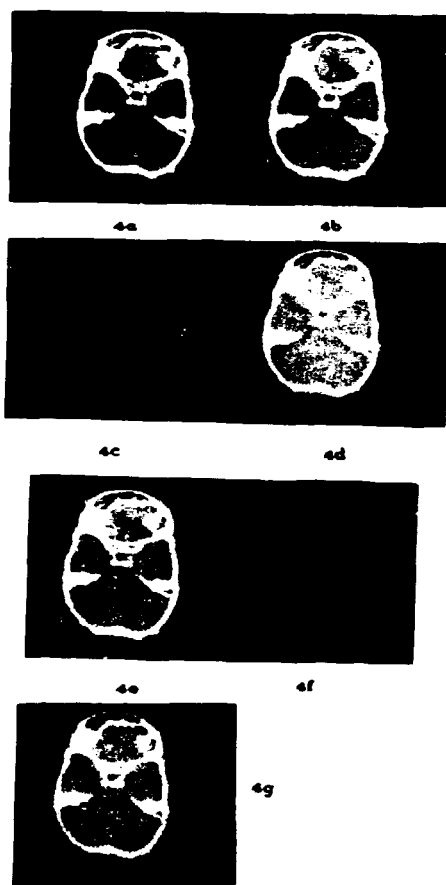


Figura 4. Reconstrução com 63 projeções com e sem a presença de ruído. 4a) objeto original. Reconstruções sem ruído. 4b) MART após 4 iterações, 4c) retroprojeção filtro Rampa, 4d) retroprojeção filtro Rampa x Hamming. Reconstrução com ruído. 4e) MART após 4 iterações, 4f) retroprojeção com filtro Rampa, e 4g) retroprojeção com filtro Rampa x Hamming.

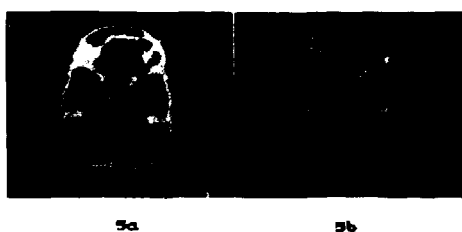


Figura 5. Reconstrução utilizando 31 projeções sem ruído. 5a) MART após 4 iterações, 5b) retroprojeção com filtro Rampa x Hamming.

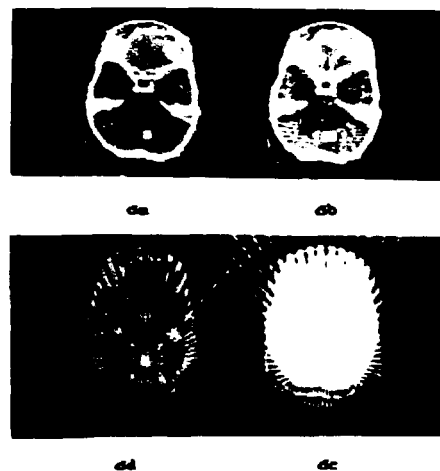


Figura 6. Reconstrução na presença de objeto de alto contraste. Foram utilizadas 31 projeções. 6a) imagem original, 6b) MART após 8 iterações, 6c) retroprojeção com filtro Rampa, 6d) retroprojeção filtro Rampa x Hamming.

DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Os resultados demonstram a superioridade do MART em relação à retroprojeção convolvida com poucas projeções. A simulação com ruído demonstra a robustez do MART, pois com uma relação sinal ruído de apenas 2,66 dB produziu uma reconstrução de bom nível sem qualquer tratamento prévio em suas projeções (caso fosse necessário, poderíamos utilizar o método proposto em [1]). A reconstrução na presença de um objeto de alta densidade, figuras 3 e 6, demonstra como o método é coerente no tratamento das projeções.

Quanto aos aspectos computacionais, os algoritmos de retroprojeção foram mais rápidos além de não iterativos. Já para o MART é necessário calcular os valores das áreas e centroides, apesar destes valores podem ser pré calculados e armazenados em tabela. A aproximação da base natural por pixels retangulares (além da utilização de uma estação de trabalho), levou a uma enorme redução do tempo computacional, permitindo com que o método fosse estudado com mais projeções e de modo competitivo, em termos computacionais, com os métodos tradicionais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e a FAPERJ pelo apoio financeiro, a CEMEq / INCa (Central de Manutenção de Equipamentos Médico-hospitalares / Instituto Nacional de Câncer) pela liberação parcial de horário do primeiro autor e a Pedro Salvaro pela ajuda na programação da SUN.

BIBLIOGRAFIA

1. FURUIE, S.S.: "Tomografia em Imagens com Ruído Poisson: Pré-Processamento das Projeções", *RBE Cadernos de Engenharia Biomédica*, 6(2), 1989.
2. HERMAN, G.T.: "Image Reconstruction from Projections: The Fundamentals of Computerized Tomography", Academic Press, New York, 1980.
3. IUSEM, A.: "Inferência Bayseana e Métodos Iterativos para Reconstrução de Imagens", *VIII Escola de Matemática Aplicada - problemas inversos*, LNCC/CNPq, 1988.
4. JAYNES, E.T.: "On the Rationale of Maximum Entropy Methods", *Proceedings of the IEEE*, 70(9), 1982.
5. REIS, M.L., ROBERTY, N.C.: "Maximum Entropy Algorithms for Image Reconstruction from Projections", *Inverse Problems*, 8(4), 1992.
6. REIS, M.L.: "Base Natural e Entropia em Problemas de Reconstrução de Imagens", Tese de Mestrado, Programa de Engenharia Mecânica COPPE/UFRJ, 1990.
7. SCUDDER, H.J.: "Introduction To computer Aid Tomography", *Proceedings of the IEEE*, 66(6), 1978.
8. YUANMEI, W., WEIXUE, L.: "Multobjective Optimization Approach to Image Reconstruction from Projections", *Signal Processing*, 28(1), 1992.

ENDEREÇO PARA CONTATO

DAVID MARTIN SIMPSON

PROGRAMA DE ENGENHARIA BIOMÉDICA
COPPE/UFRJ
CAIXA POSTAL 88510
CEP. 21845-970 RJ