



ПРЕПРИНТ - 92 - 23/272

НИИЯФ - МГУ -- 92 - 23 - 272.

КВАЗИАДИАБАТИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ  
ЭНЕРГИЧНЫХ ЧАСТИЦ  
В ДИПОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

---

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА, ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ  
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

---

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

В. Д. Ильин, С. Н. Кузнецов, Б. Ю. Ликов

КВАЗИАДИАБАТИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ЭНЕРГИЧНЫХ ЧАСТИЦ  
В ДИПОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Препринт НИИЯФ МГУ 92 - 23/272

Москва  
1992

Рассматривается движущаяся система координат для дипольного магнитного поля, в которой отсутствуют обратимые вариации магнитного момента в области явного нарушения условий применимости адиабатического приближения и достаточно просто описывается нарушение магнитного момента. Обсуждается построение системы координат, свойства определяющей ее движение центральной траектории, границы применимости, основные следствия и приложения.

QUASI-ADIABATIC MOTION OF ENERGETIC PARTICLES IN A DIPOLE MAGNETIC FIELD

V. D. Ilyin, S. N. Kuznetsov, B. Yu. Yushkov

A moving coordinate system for a dipole magnetic field, in which reversible variations of magnetic moment for the range of obvious violations of adiabatic conditions are absent, and the description of magnetic moment violations is relatively simple, is considered. Constructing of a coordinate system, features of the central trajectory, determining its motion, the application range, the main application field and consequences are discussed.

**ВВЕДЕНИЕ.** Задача о движении заряженных частиц в поле магнитного диполя впервые была поставлена и решена Штермером /1/, однако метод, носящий его имя, дает точное решение только в частных случаях, а в общем виде позволяет определить лишь возможные (разрешенные) области движения. Для описания движения частиц достаточно малых энергий эффективна адиабатическая теория /2-4/, являющаяся основой современной физики плазмы и космофизики и позволяющая исследовать движение частиц без непосредственного решения уравнений движения с помощью понятий ведущего центра и магнитного момента. Согласно представлениям данной теории ларморовское вращение частицы является круговым только в дрейфующей (подвижной) системе координат. Однако обычно (например, при рассмотрении движения частиц радиационных поясов) этим обстоятельством - с большей или меньшей степенью обоснованности - пренебрегают. Легко показать, что для энергичных частиц скорость дрейфа не может считаться малой по сравнению со скоростью самой частицы, а движение системы координат, в которой частица совершает круговое движение, не сводится к азимутальному (магнитному) дрейфу, что подтверждается численными экспериментами /5,6/. Недостаточно изучен до настоящего времени и вопрос о границах применимости адиабатической теории и о характере разрушения ее представлений с ростом энергии, имевшиеся оценки являются преимущественно качественными. Отметим, что для энергичных частиц несправедливо и само предположение о независимости движения по различным степеням свободы. Вследствие возникновения резонансов между ларморовским вращением и высшими гармониками продольных колебаний возможно нарушение первого адиабатического инварианта - магнитного момента /1/.

В настоящей работе рассматривается движение частиц в дипольном магнитном поле в области магнитных жесткостей, соответствующей нарушению условий применимости адиабатического приближения. Показано, что при соответствующем выборе системы координат можно использовать представления адиабатической теории во всей области финитного штермеровского движения. При этом сводятся к минимуму обратимые колебания магнитного момента и удовлетворительно описываются его необратимые изменения. Обсуждаются свойства данной модели и границы ее применимости.

**1. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ.** Для конкретности в дальнейшем рассматривается движение протонов в стационарном магнитном дипольном поле при  $\dot{E} = 0$ . Движение частицы с массой  $m$ , скоростью  $v$  и зарядом  $e$  в таком поле определяется уравнением Лоренца

$$\begin{cases} \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{e}{mc} [\vec{v} \times \vec{B}] \\ \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями  $\vec{v}_0$  и  $\vec{r}_0$  при  $t = 0$ . Численное интегрирование этого уравнения проводилось методом Рунге-Кутты 4-го порядка с обычными мерами контроля точности  $\sim 8\%$ . На начальные условия при инжекции налагались дополнительные требования, обеспечивавшие принадлежность частиц к заданному ансамблю (т.е. одно и то же значение постоянной Штермера  $\gamma$ ) и определяемые интегралом Штермера, записанным в следующем виде  $\sim 5,6$ :

$$\frac{r}{C_{st}} = \frac{\cos^2 \lambda}{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \sin^2 \alpha} \sin \phi \cos^3 \lambda}, \quad (2)$$

где  $C_{st}$  - штермеровская единица длины,  $\lambda$  - геомагнитная широта,  $\alpha$  - питч-угол,  $\phi$  - ларморовская фаза, определяемая в локальной системе координат, связанной с магнитным полем, и отсчитываемая по направлению вращения протона  $\sim 6$ /. Направлению магнитного дрейфа соответствует  $\phi = \pi/2$ . Для протонов в геомагнитном поле  $C_{st} = 5,93 \cdot 10^4 / p$ ,  $p$  - импульс в МэВ/с,  $c$  - скорость света. Уравнение (2) описывает финитное движение во внутренней разрешенной области при  $\gamma \geq 1$ . При  $\sin \alpha = 0$  или  $\sin \phi = 0$  уравнение (2) определяет силовую линию

$$L_0 = C_{st} \sqrt{2\gamma}. \quad (3)$$

игравшую в дальнейшем существенную роль ( $L_0$  - экваториальное расстояние до силовой линии, измеренное в радиусах Земли). В качестве основного параметра данной задачи можно рассматривать параметр адиабатичности  $\chi$ , определяемый как отношение полного ларморовского радиуса частицы  $\rho$  (при  $\alpha = \pi/2$ ) к радиусу кривизны силовой линии  $R_C$  на экваторе  $\sim 9$ /:

$$\chi = \frac{\rho}{R_C}. \quad (4)$$

Для протонов в геомагнитном дипольном поле  $\chi = 5,04 \cdot 10^{-5}$  пс  $L^2$ . Легко показать, что  $\chi \gamma^2 = 0,75$ . Отношение  $\rho/R_C$  зависит от широты и максимально на экваторе, поэтому подчеркнем, что под параметром адиабатичности  $\chi$  имеется в виду именно его экваториальное значение.

**2. МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ.** Численное интегрирование уравнения (1) показывает, что при  $\chi \gg \sin \alpha_0$ , где  $\alpha_0$  - экваториальный питч-угол,

магнитный момент частицы в нулевом приближении  $\mu = mv^2 \sin^2 \alpha / 2B$  испытывает значительные (до нескольких порядков) вариации в приэкваториальной области, затухающие по мере приближения к точкам отражения. В дальнейшем под  $\mu$  мы обычно будем подразумевать его переменную часть  $\mu \sim \sin^2 \alpha / B$ . При  $\chi \gg 0.13$  наряду с обратимыми (т.е. связанными с ларморовским вращением) колебаниями  $\mu$  наблюдаются и необратимые изменения за время движения между зеркальными точками, приводящие к изменению высоты точек отражения /3,6/.

Учет следующих порядков разложения  $\mu$  по параметру адиабатичности  $\chi$  приводит к весьма сложным выражениям /3,6/, однако они не обеспечивают сколь-нибудь значимого прогресса /6/.

Другой возможный подход состоит в учете скорости дрейфа  $\vec{v}_D$  при вычислении  $\mu$ . Для азимутального дрейфа в дипольном поле /6/:

$$\mu = \frac{m}{2B} \left| \vec{v} - \vec{v}_D \right|^2 = \frac{mv^2}{2B} \left[ \sin^2 \alpha - \chi \sin \alpha \sin \phi (1 + \cos^2 \omega) f(\lambda) + \frac{\chi^2}{4} (1 + \cos^2 \omega)^2 f^2(\lambda) \right], \quad (5)$$

где

$$f(\lambda) = \frac{\cos^5 \lambda (1 + \sin^2 \lambda)}{(1 + 3 \sin^2 \lambda)^2} \quad (6)$$

- широтная зависимость скорости дрейфа. Однако и это представление не обеспечивает постоянства  $\mu$ , причем амплитуда колебаний растет с увеличением  $\chi$ . Такой результат не является неожиданным: в адиабатической теории предполагается, что в дипольном поле скорость дрейфа направлена исключительно перпендикулярно меридиональной плоскости, что и отражено в соответствующих формулах. Однако из факта движения ведущего центра частицы вдоль силовой линии (т.е. криволинейного движения с переменным радиусом) однозначно следует существование наряду с азимутальной и радиальной компоненты перпендикулярной скорости движения ведущего центра.

**3. ЦЕНТРАЛЬНАЯ ТРАЕКТОРИЯ И ЕЕ СВОЙСТВА.** Мы построили достаточно простую модель, удовлетворительно описывающую движение частиц в дипольном поле при  $\chi \leq 0.75$  (что соответствует области финитного штермеровского движения) в терминах адиабатической теории. Эта модель, названная нами моделью центральной траектории (ЦТ), позволяет для широкого диапазона магнитных жесткостей и питч-углов найти движущуюся систему координат, в которой частица совершает круговое движение. Определим центральную траекторию как траекторию частицы, инжектированной из центра диполя (или из области вблизи центра) вдоль силовой линии, т.е. с питч-углом  $\alpha = 0$  или

$\alpha = \pi$  - или выходящей при приближении к диполю на силовую линию (т. е. имеющей в области вблизи диполя pitch-угол  $\alpha \approx 0$  или  $\alpha \approx \pi$ ). Упомянутая силовая линия характеризуется  $L_0$  согласно (3). В принципе ЦТ должна проходить через центр диполя, однако реальные возможности численного интегрирования ограничивают минимальное расстояние до диполя. Это обстоятельство не имеет значения, т. к. при инъекции с  $\lambda_{\text{инж}} \lambda \ll 40^\circ$  параметры ЦТ практически не зависят от  $\lambda_{\text{инж}}$ . Понятие ЦТ не имеет эквивалентного аналога в адиабатической теории: частица, инжектированная с  $\alpha = 0$ , в силу сохранения магнитного момента должна всюду иметь  $\alpha = 0$ , однако в этом случае равна нулю и сила Лоренца. Поэтому такая частица должна двигаться прямолинейно, т. е. отклоняясь от силовой линии, и  $\alpha \neq 0$ .<sup>3)</sup>

Численное интегрирование уравнений движения показывает, что ЦТ имеет важную особенность: при движении по ней при  $\lambda \lesssim 60^\circ$   $\phi \approx 90^\circ$ , т. е. частица практически не вращается, при этом  $v_{\perp} \approx v_d$ . На рис. 1 приведены зависимости  $\alpha$  (сплошные линии) и  $\phi$  (пунктир) от  $\lambda$  при  $L_0 = 2.9$  для различных  $\chi$ . Идентичные кривые были получены для соответствующих  $\chi$  и при других энергиях и  $L_0$ .

Для ЦТ получены следующие приближенные выражения:

$$\sin \alpha \sin \phi \approx \chi f(\lambda) \quad (7)$$

$$r(\lambda) = L_0 \cos^2 \lambda \left[ 1 + \frac{\chi^2}{3} f(\lambda) \cos^3 \lambda + \frac{4}{9} \chi^4 f^2(\lambda) \cos^6 \lambda \right] \quad (8)$$

Здесь  $f(\lambda)$  - согласно (5). Формула (8) при некоторых предположениях может быть получена из (2) и (5). Для данного  $\chi$  ЦТ, соответствующая движению к диполю (прямая ЦТ, индекс 1), и ЦТ, соответствующая движению от диполя (обратная ЦТ, индекс 2), не совпадают, при этом на любой широте

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \pi, \quad \phi_1 + \phi_2 = \pi,$$

$$r_1(\lambda) = r_2(\lambda). \quad (9)$$

Эти соотношения отражают определенную симметрию прямой и обратной ЦТ, вытекающую из свойств уравнения (1). Отметим, что для ЦТ справедливо уравнение (2) - в отличие от ведущей силовой линии, не являющейся траекторией какой-либо частицы.

<sup>3)</sup> В принципе необходимо различать случаи коллинеарности  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ , когда  $\alpha = 0$ , и антиколлинеарности ( $\alpha = \pi$ ), чем обычно пренебрегают. Мы также не всегда делаем это, справедливо полагаясь на пронизательность читателя.

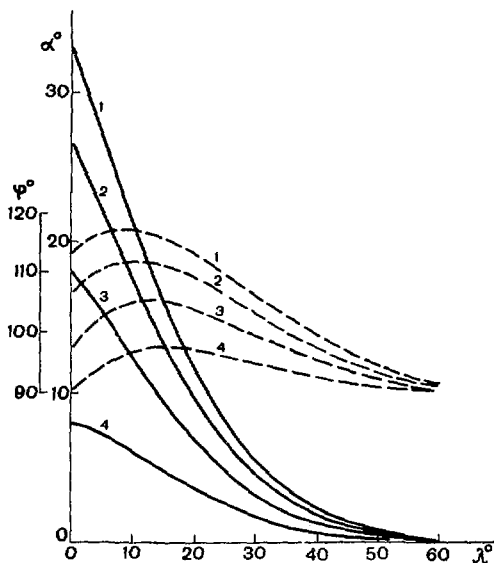


Рис. 1. Широтные зависимости питч-угла и фазы для центральной траектории (кривые 1 -  $E = 800$  MeV,  $\chi = 0.515$ , кривые 2 -  $E = 400$  MeV,  $\chi = 0.403$ , кривые 3 -  $E = 200$  MeV,  $\chi = 0.272$ , кривые 4 -  $E = 50$  MeV,  $\chi = 0.131$ ).

Отличие фазы от  $\pi/2$  свидетельствует о существовании радиальной компоненты скорости частицы, движущейся по ЦТ. Эта компонента обеспечивает приблизительное совпадение ЦТ с силовой линией и вызывает отклонение ЦТ от силовой линии вблизи экватора (см. (8)).

Важными характеристиками ЦТ являются относящиеся к экваториальной (медианной) плоскости значения  $\alpha_0$ ,  $\phi_0$  и  $\Delta L/L_0 = (L(0) - L_0)/L_0$ , являющиеся функциями только  $\chi$ . Таким образом, параметр адиабатичности  $\chi$  является универсальным параметром данной задачи.



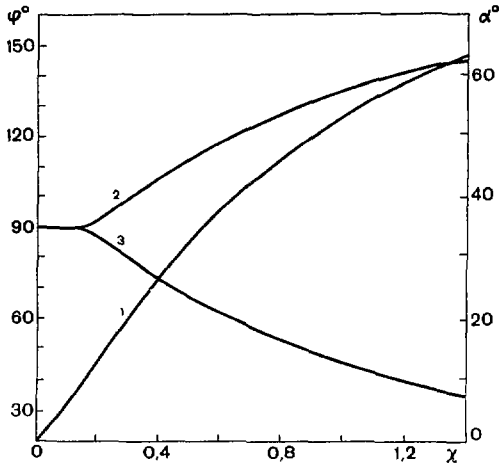


Рис. 2. Экваториальные характеристики центральной траектории

На рис. 2 показаны значения параметров  $\alpha$  и  $\phi$ , полученные при различных энергиях, при этом кривая 1 соответствует  $\alpha_0$ , кривая 2 -  $\phi_{01}$  (прямая ЦТ), а кривая 3 -  $\phi_{02}$  (обратная ЦТ). Приближенные выражения для  $\alpha_0$ ,  $\phi_0$  и  $\Delta L/L_0$  приведены в [3, 6].

При переходе плоскости экватора ЦТ испытывает излом, величина которого  $\theta$  определяется выражением

$$\sin \theta/2 = \sin \alpha_0 \sin (\phi_{01} - \pi/2) \quad (10)$$

При  $\chi = 0.05 - 0.2$  справедлива следующая аппроксимация:

$$\sin \theta/2 = 1.36 \chi^{-0.044} \exp (-0.969/\chi) \quad (11)$$

При  $\chi > 0.13$  частица, двигавшаяся в одном полушарии по ЦТ, при переходе в другое полушарие оказывается уже не на ЦТ и при дальнейшем движении отражается на значимом расстоянии от диполя.

4. КВАЗИ-МОМЕНТ И КВАЗИ-ПИТЧ-УГОЛ. Численное интегрирование уравнения (1) показывает, что при одном и том же  $\chi$  угол  $\alpha^*$  между касательной к ЦТ и вектором скорости некоторой частицы на данной широте монотонно уменьшается от  $\pi/2$  в точке отражения частицы по мере движения к экватору, причем это изменение описывается адиабатическим законом

$$\sin^2 \alpha^* / B = \text{const}, \quad (12)$$

где  $B$  определяется в точке нахождения частицы. В системе координат, связанной с ЦТ, частица вращается по окружности<sup>2)</sup>. Для угла  $\alpha^*$  на любой широте

$$\cos \alpha^* = \cos \alpha \cos \alpha_0 + \sin \alpha \sin \alpha_0 \cos(\phi - \phi_0) \quad (13)$$

где переменные с индексом "0" относятся к ЦТ, без индекса - к самой частице.

Величину  $\mu^* \sim \sin^2 \alpha^* / B$  будем в дальнейшем называть квази-моментом - по аналогии с магнитным моментом, введенным в адиабатической теории, а угол  $\alpha^*$  - квази-питч-углом. Численные расчеты показывают, что квази-момент сохраняется с хорошей точностью (~10-15 %) даже при  $\Delta B/B \sim 0.5$ , т.е. при явном нарушении условий применимости адиабатического приближения. Отметим, что, т.к. квази-момент вычисляется относительно определенной ЦТ, он сохраняется лишь при движении в одном полушарии - с учетом различия прямой и обратной ЦТ. При переходе экватора вследствие излома ЦТ происходит скачкообразное изменение квази-питч-угла и, следовательно, квази-момента. Среднее изменение квази-момента (или квази-питч-угла) определяется величиной излома ЦТ на экваторе (10).

Сохранение квази-момента доказывает, что ЦТ можно рассматривать как эффективную модель траектории ведущего центра, т.е. как движущуюся систему координат, в которой сохраняется аналог магнитного момента и частица совершает круговое движение.

2) Впервые на особую роль траектории, проходящей через диполь, для частиц с  $\gamma \leq 1$  указал Штермер, высказавший предположение, что такая траектория является осью вращения для частиц вблизи диполя, и получивший аналогичное (8) выражение (см. (15.6) из [1]). Однако впоследствии эта идея не получила развития. Численный счет показывает, что вблизи экватора (8) описывает ЦТ лучше, чем формула Штермера.

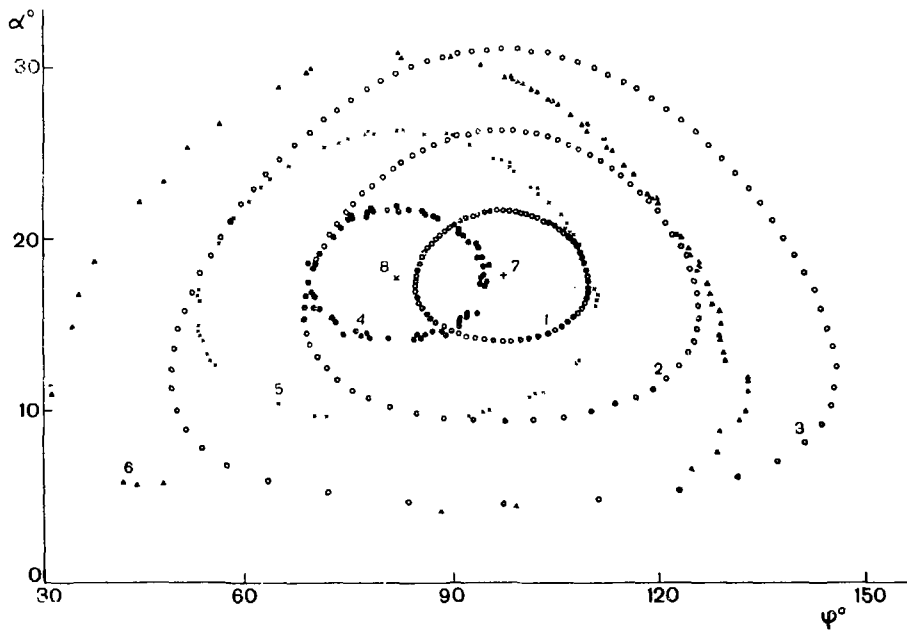
5. КОНУС ПОТЕРЬ. Из определения квази-питч-угла и сохранения квази-момента (12) вытекает ряд простых, но весьма важных следствий. Во-первых, задание экваториальных значений питч-угла и фазы частицы и напряженности магнитного поля однозначно определяет квази-питч-угол, квази-момент и, следовательно, напряженность поля в зеркальной точке, при этом связь между  $\alpha^*$  и  $R_m$  задается известным выражением /4/:

$$\sin \alpha^* = \left[ \left( 4 \frac{R}{R_m} - 3 \right) \left( \frac{R}{R_m} \right)^5 \right]^{-1/4} \quad (14)$$

Во-вторых, частицы с одинаковыми экваториальными  $\alpha^*$  будут иметь и одинаковые  $R_m$ <sup>3)</sup> Таким образом, модель ЦТ позволяет использовать понятие конуса потерь, однако ось конуса отклоняется от вектора напряженности магнитного поля  $\vec{B}$  и совпадает с касательной к соответствующей ЦТ на экваторе, т.е. определяется параметрами  $\alpha_0$  и  $\phi_0$ . Это приводит к появлению зависимости критического угла  $\alpha_c$  в неподвижной системе отсчета от фазы  $\phi$ , причем в силу зависимости  $\alpha_0$  и  $\phi_0$  от  $\chi$  (т.е. от энергии) конусы потерь для различных энергий частиц на данном  $L$  не совпадают. Необходимо отметить, что в связи с различием прямой и обратной ЦТ не тождественны и конусы потерь, соответствующие движению частиц от экватора к Земле (конус высыпания) и от Земли к экватору (конус прихода частиц альbedo). Приведенные выше рассуждения справедливы для любых конусов с фиксированными квази-питч-углами (ниже обсуждаются имеющиеся ограничения).

Отклонение оси конуса потерь от  $\vec{B}$  приводит к нарушению аксиальной симметрии питч-углового распределения частиц. Угол между осями конусов потерь, направленных в противоположные полушария, имеет на экваторе величину порядка  $2\chi$ , что позволяет надеяться на экспериментальное наблюдение этого эффекта для энергичных частиц радиационных поясов Земли даже с помощью детектора с достаточно широкой ( $\sim 20^\circ$ ) апертурой. Необходимыми условиями такого эксперимента является непосредственное измерение углового распределения частиц (например, за счет вращения спутника) в приэкваториальной области.

3) Для данного ансамбля частиц из (2) и (13) следует, что на экваторе частицы будут иметь разные значения  $R$  и, следовательно,  $V$ , однако этот эффект пренебрежимо мал.



II

Рис. 3. Динамика частиц при  $\chi = 0.272$ .

6. ДИНАМИКА НЕАДИАБАТИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ. Сохранение квази-момента за время полупериода продольных колебаний  $\tau_{\perp}/2$  позволяет на качественном уровне рассмотреть динамику частиц при неадиабатическом движении. Для заданной энергии и  $L_0$  через  $\chi$  определяются параметры  $\alpha_0$  и  $\phi_0$  прямой ЦТ, затем для произвольной частицы по экваториальным значениям  $\alpha$  и  $\phi$  вычисляются квази-питч-угол  $\alpha_1^*$  и циклическая фаза  $\xi_1$ , определяющая положение частицы в подвижной системе координат. На рис. 3 показано поведение трех ансамблей частиц при  $\chi = 0.272$  ( $E = 200$  МэВ,  $L_0 = 2.9$ ), инжектированных на экваторе с равномерно распределенными  $\xi_1$  и фиксированными значениями  $\alpha_1^*$ , отсчитываемыми от прямой ЦТ (точка 7) и соответствующими отражениями на  $R_m = 0.6$  (точки 1 при инжекции и точки 4 при возвращении на экватор),  $R_m = 1.0$  (точки 2 и 5) и  $R_m = 1.2$  (точки 3 и 6). Отметим, что для точек 4, 5 и 6  $\alpha_1^*$  и  $\xi_1$  следует отсчитывать от обратной ЦТ (точка 8). Форма кривых на рис. 3, образуемых точками 1 - 6 и являющимися круговыми конусами, обусловлена использованием меркаторской проекции. Данный рисунок иллюстрирует сохранение квази-момента  $\mu^*$  за время  $\tau_{\perp}/2$  и возможность использования понятия конус потерь. С другой стороны, на нем видны скачкообразные изменения квази-момента. При переходе экваториальной плоскости для некоторой частицы квази-питч-угол  $\alpha_1^*$ , измеряемый по экваториальным значениям  $\alpha$  и  $\phi$  относительно обратной ЦТ (движение от диполя к экватору), изменится на  $\alpha_{i+1}^*$ , измеряемый относительно прямой ЦТ (движение от экватора к диполю). В общем случае  $\alpha_1^* \neq \alpha_{i+1}^*$  и  $\mu_1^* \neq \mu_{i+1}^*$ .

Изменение квази-момента при пересечении экваториальной плоскости может происходить как в сторону его увеличения (т.е. поднятия точки отражения), так и уменьшения. Так, точки кривой 5, попавшие внутрь кривой 2, отразятся при  $R_m \leq 1.0$  вплоть до  $R_m = 0.6$  (касание кривой 1), точки же вне кривой 2 отразятся при  $R_m \geq 1.0$ . Численный расчет многократных отражений показывает, что для частиц, инжектированных с поверхности Земли, квази-момент имеет тенденцию к увеличению, что согласуется с [10].

7. ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ. Для любой физической модели существенным является вопрос о границах ее применимости. Выше указывалось, что при  $\chi \rightarrow 0$ , а также с ростом широты ЦТ стремится к соответствующей силовой линии  $L_0$ , в пределе непрерывно переходя в нее, поэтому адиабатическую теорию в принципе можно рассматривать как частный случай модели ЦТ при  $\chi \geq 0$ . Верхняя граница применимости данной модели по магнитной жесткости не исследована нами в достаточной степени, однако на основании

численных экспериментов можно утверждать, что в области финитного штермеровского движения ( $\chi < 0.75$ ,  $\gamma > 1$ ) модель справедлива.

Численное моделирование движения частиц за длительное время (20 баунс-периодов) показывает, что существуют две различные популяции частиц: приэкваториальные, распределение которых по экваториальным питч-углам имеет максимум вблизи  $60^\circ$ , и высокоширотные с изотропным распределением. Хотя эти распределения частично перекрываются, перемешивания частиц из различных популяций не происходит. С другой стороны, при инжекции вдоль силовой линии при  $\lambda_{инж} \lesssim 40^\circ$  экваториальные характеристики ЦТ начинают обнаруживать сложную зависимость от  $\lambda_{инж}$ . Это вынуждает ограничить применимость модели ЦТ экваториальными квази-питч-углами  $\alpha^* \lesssim 30^\circ$ .

Более точная оценка этой границы может быть получена из следующих соображений. На экваторе дрейфовая скорость частицы, находящейся на ЦТ,

$$v_{dc} \approx \frac{\chi}{Z} (2 - \chi^2) v, \quad (15)$$

где  $v$  — полная скорость при данной энергии. Для произвольной частицы

$$v_d \approx \frac{\chi}{Z} (2 - \sin^2 \alpha) v \quad (16)$$

Из условия совпадения  $v_d$  и  $v_{dc}$  с точностью не хуже 10% получаем

$$\sin^2 \alpha \lesssim 0.2 + 0.9\chi^2 \quad (17)$$

Отметим, что модель ЦТ хорошо описывает физически важный случай частиц с небольшими экваториальными квази-питч-углами, т.е. частиц, находящихся вблизи конуса потерь и отражающихся вблизи поверхности Земли.

На качественном уровне мы оценили применимость модели ЦТ для реального геомагнитного поля, в качестве которого рассматривалось стационарное поле внутренних источников. Для ускорения счета использовалась интерполяционная программа  $\Delta 1/$ . Частицы инжектировались вдоль силовой линии с поверхности Земли, их движение прослеживалось до вершины силовой линии, где вычислялись значения  $\alpha$ ,  $\phi$  и  $\Delta L$ , и далее до точки отражения. Сравнение экваториальных значений  $\alpha$ ,  $\phi$  и  $\Delta L$  между собой и с соответствующими дипольными значениями в диапазоне  $\chi$  от 0.035 до 0.515 показывает, что параметр адиабатичности  $\chi$  сохраняет свое значение как универсальный параметр данной задачи и в случае реального поля. Усредненные по долготе величины излома ЦТ на экваторе, полученные при сравнении ЦТ в случае инжекции в северном и южном полушариях, хорошо совпа-

даст с дипольными значениями и с величинами, вычисленными по отношению напряженности магнитного поля в вершине силовой линии и в точке отражения. При этом наблюдаются существенные локальные отклонения от дипольных значений, особенно в области Южно-Атлантической аномалии, долготная зависимость и асимметрия "север-юг".

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ.** Модель центральной траектории для стационарного дипольного магнитного поля определяет подвижную систему координат, в которой частица совершает круговое движение в случае явного нарушения условий применимости адиабатического приближения, при этом возможно использование аналога понятия магнитный момент во всей области финитного штермеровского движения. Модель ЦТ практически устраняет обратимые колебания магнитного момента, удовлетворительно описывает необратимые изменения  $\mu$  и позволяет прогнозировать динамику частицы за полупериод продольных колебаний. Предсказываемые данной моделью отклонения от адиабатической теории могут наблюдаться экспериментально. Безусловный интерес представляет применение данного подхода к другим конфигурациям магнитного поля.

Авторы благодарят И. В. Амирханова и А. Н. Ильину за плодотворные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Störmer C. The polar Aurora, Oxford Univ. Press, London, New York, 1955.
2. Альвен Х., Фельтхаммер К.-Г.. Космическая электродинамика. М., "Мир", 1967.
3. Нортроп Т., Адиабатическая теория движения заряженных частиц, М., Атомиздат, 1967.
4. Редерер Х., Динамика радиации, захваченной геомагнитным полем. М., "Мир", 1972.
5. Амирханов И. В., Жидков Е. П., Ильина А. Н., Ильин В. Д., Кузнецов С. Н., Юшков Б. Ю., Неадиабатическое движение энергичных протонов в геомагнитном дипольном поле. // Известия АН СССР, сер. физическая, 1988, т. 52, No 12, С. 2422-2424.
6. Амирханов И. В., Ильина А. Н., Ильин В. Д., Юшков Б. Ю., О неадиабатической теории движения заряженных частиц в геомагнитном дипольном поле. // Космические исследования, 1991, т. 29, No. 2, С. 282-288.

7. Чириков Б. В. Проблема устойчивости движения заряженной частицы в магнитной ловушке // Физика плазмы, 1978, т. 4, No. 3, С. 521-541.
8. Амирханов И. В., Жидков Е. П., Ильина А. Н., Ильин В. Д. О некоторых особенностях движения высокоэнергичных протонов радиационных поясов Земли // Космич. исслед., 1988, т. 26, No. 2, С. 263-269.
9. W. R. Webber, The Motion of Low-Rigidity Cosmic Rays in the Earth's Magnetic Field and the Effects of External Fields // J. Geophys. Res., 1963, v. 68, No. 10, p. 3065-3085.
10. Горчаков Е. В., Северинов В. И., Терновская М. В., Некоторые особенности движения заряженных частиц высоких энергий в геомагнитном поле // Геомагнетизм и аэрономия, 1982, т. 22, No. 3, С. 357-361.
11. Kluge G., Lenhart K. G., Numerical Fits for the Geomagnetic Shell Parameter // Computer Physics Commun., 1972, v. 3, p 36-41.



Ильин Владислав Дмитриевич  
Кузнецов Сергей Николаевич  
Ошков Борис Юрьевич

КВАЗИАДИАБАТИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ЭНЕРГИЧНЫХ ЧАСТИЦ  
В ДИПОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Препринт НИИЯФ МГУ 92-23/272  
Работа получена в ОНТИ 27.05.1992

---

Подписано к печати 28.05.92 г  
Печать офсетная. Бумага для множительных аппаратов:  
Формат 60x84/16. Уч.-изд. л. 4,0. Усл. п. л. 1,0.  
Заказ №5206. Тираж 100 экз.  
Бесплатно

---

Отпечатано в бюро офсетной печати  
и множительной техники НИИЯФ МГУ  
119899, Москва ГСП