



сообщения
Объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

P11-93-249

Г.А.Емельяненко, Т.Т.Рахмонов

КВАЗИОБОБЩЕННЫЕ МАТРИЧНЫЕ
ПРОЦЕССЫ И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ
БЛОЧНО-ТРЕХДИАГОНАЛЬНЫХ МАТРИЦ
ОБЩЕГО ВИДА

1993

I. Введение. В настоящей работе вводятся квазиобобщённые^{х)} матричные процессы и изучаются на их основе представления блочно-трёхдиагональных матриц общего вида при различных комбинациях их нулевых ведущих блочно-угловых миноров^{хх)}.

Пусть C - невырожденная блочно-трёхдиагональная матрица общего вида

$$C = \begin{pmatrix} Q_1 & Z_2 & & & & \\ P_2 & Q_2 & Z_3 & & & \\ & P_3 & Q_3 & Z_4 & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & P_{m-1} & Q_{m-1} & Z_m \\ & & & & P_m & Q_m & \end{pmatrix}, \text{ где} \quad (I.I)$$

$\{Q_j\}_{j=1}^m$ - диагональные элементы-блоки матрицы C , являющиеся в общем случае квадратными матрицами различных размерностей, а $\{P_j, Z_j\}_{j=2}^m$ - под (над)-диагональные элементы-блоки матрицы C , являющиеся в общем случае прямоугольными матрицами, минимальные размерности которых определяются размерностями соответствующих квадратных матриц $\{Q_{j-1}\}$ и $\{Q_j\}_{j=2}^m$.

Отметим^{ххх)} что в случае обращения в нуль некоторых из ведущих верхних (нижних) блочно-угловых миноров невырожденных матриц $C(I.I)$ в работах /I+4/ были введены следующие обобщённые матричные (процессы) - последовательности вида:

х) Под квазиобобщёнными матричными процессами мы понимаем в этой работе процессы вида (2.I), (2.2), которые структурно совпадают с обобщёнными матричными процессами вида (I.2), (I.3), но являются непрерывными в отличие от последних.

хх) Под ведущими $\{\Delta_1^j\}_{j=1}^m$ - верхними и $\{\Delta_2^j\}_{j=1}^m$ - нижними блочно-угловыми минорами C (I.I), как и в /I+4/, понимаются определители ведущих усечённых подматриц, начинающихся с Q_1 и Q_m соответственно.

ххх) Если обращается в нуль один Δ_1^{k-1} - верхний ведущий блочно-угловой минор матрицы C (I.I), то $\det(\Lambda_k) = 0$. При $\det(G_k) = 0$ в нуль обращается один Δ_{k+1}^m - нижний ведущий блочно-угловой минор C (I.I).

Если $\det(\Lambda_{\beta}) \neq 0$, то $\Lambda_{\beta+1} = q_{\beta+1} \cdot p_{\beta}^{-1} \cdot \Lambda_{\beta}^{-1} \cdot z_{\beta}$, $\Lambda_2 = q_1$, $(\det(q_{\beta}) \neq 0)$, $\beta = 2, \dots, m$. (I.2)

Если $\det(\Lambda_{\beta}) = 0$ для любого β из $(3 \leq \beta \leq m-1)$, то $\Lambda_{\beta+1} = ?$, но $\Lambda_{\beta+2} = q_{\beta+2}$, где $\det(q_{\beta+2}) \neq 0$.

Если $\det(G_{\beta}) \neq 0$, то $G_{\beta-1} = q_{\beta-1} \cdot z_{\beta}^{-1} \cdot G_{\beta}^{-1} \cdot p_{\beta+1}$, $G_{m-1} = q_m$, $(\det(q_m) \neq 0)$, $\beta = m-1, \dots, 1$. (I.3)

Если $\det(G_{\beta}) = 0$ для любого β из $(2 \leq \beta \leq m-2)$, то $G_{\beta-1} = ?$, но $G_{\beta-2} = q_{\beta-2}$, где $\det(q_{\beta-2}) \neq 0$.

На основе этих определений при условиях

I₂) $[\det(\Lambda_k) = 0$ для любого k из $(3 \leq k \leq m-1)$, но $\{\det(\Lambda_{\beta} \neq 0)\}_{\beta=2}^{k-1}$, $\{\det(\Lambda_{\beta} \neq 0)\}_{\beta=k+2}^{m+1}$]

либо

I₃) $[\det(G_k) = 0$ для любого k из $(2 \leq k \leq m-2)$, но $\{\det(G_{\beta} \neq 0)\}_{\beta=m-k+1}^{m-1}$, $\{\det(G_{\beta} \neq 0)\}_{\beta=0}^{k-2}$]

были получены следующие матрично-факторизованные представления

C (I.1):

Представление I.1 (при условии I₂)

$$C(A) = \begin{bmatrix} E_1 \\ (-\beta)E_2 \\ \dots \\ (-\beta)E_{k-1} \\ 0_k E_k \\ 0_{k+1} E_{k+1} \\ \dots \\ (-\beta)E_{k+2} \\ \dots \\ (-\beta)E_{m-1} \\ (-\beta)E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_{k-1} \\ E_k \dots E_m \\ E_{k+1} \\ \dots \\ E_{k+2} \\ \dots \\ E_{m-1} \\ E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \\ \dots \\ \Lambda_{k-1} \\ \begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} \\ \dots \\ \Lambda_{k+2} \\ \dots \\ \Lambda_m \\ \Lambda_{m+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_{k-1} \\ E_k \\ A E_{k+1} \\ \dots \\ A E_{k+2} \\ \dots \\ A E_{m-1} \\ A E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(-c) \\ E(-c) \\ \dots \\ E(-c) \\ E_{k-1} \\ 0_k \\ E_{k+1} \\ \dots \\ E(-c) \\ E(-c) \\ \dots \\ E(-c) \\ E_m \end{bmatrix} \quad (I.4)$$

где

$$B_j = z_{k+1} \cdot \prod_{\beta=k+2}^j c_{\beta} \cdot \Lambda_{j+1}^{-1}, \quad j = k+1, k+2, \dots, m; \quad A_i = \Lambda_i^{-1} \cdot \prod_{\beta=k+2}^i p_{\beta} \cdot p_{k+1}, \quad i = k+1, k+2, \dots, m; \quad (I.5)$$

$$\theta_k = \sum_{\beta=k+1}^m (B_{\beta} \cdot \Lambda_{\beta+1} \cdot A_{\beta}), \quad c_{\beta+1} = -(\Lambda_{\beta+1}^{-1} \cdot z_{\beta+1}), \quad \beta_{\beta+1} = -(p_{\beta+1} \cdot \Lambda_{\beta+1}^{-1}), \quad 1 \leq \beta \leq k-1; \quad k+2 \leq \beta \leq m-1.$$

При этом $(q_k - \theta_k) = G_{k-1}$, если $\{\det(G_{\beta}) \neq 0\}_{\beta=k}^{m-1}$.

Представление I.2 (при условии I.0)

$$\begin{pmatrix} E_1(\hat{A}_1) \\ E_{k-2/k-1}(\hat{A}_{k-2}) \\ E_{k-1/k} \hat{O} \\ E_{k/k+1} \hat{O} \\ E_{k+1/k+2}(\hat{A}_{k+1}) \\ \dots \\ E_{m-2/m-1}(\hat{A}_{m-2}) \\ E_{m-1/m}(\hat{A}_{m-1}) \\ E_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ \dots \\ E_{k-2} \\ E_{k-1} \\ \hat{A}_1 \dots \hat{A}_{k-1} E_k \\ \dots \\ E_{k+1} \\ \dots \\ E_{m-1} \\ E_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_0 \\ \dots \\ G_{k-3} \\ G_{k-1} \\ \begin{pmatrix} (q_k - \hat{\theta}_k) z \\ p_{k+1} & q_k \end{pmatrix} \\ \dots \\ G_{k+1} \\ \dots \\ G_{m-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \hat{B}_1 \\ E_2 \hat{B}_2 \\ \dots \\ E_{k-1} \hat{B}_{k-1} \\ E_k \\ \dots \\ E_{k+1} \\ \dots \\ E_{m-1} \\ E_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ \dots \\ (-\hat{C}_2) E_2 \\ \dots \\ (-\hat{C}_k) E_{k-1} \\ \dots \\ \hat{O} E_k \\ \dots \\ \hat{O} E_{k+1} \\ \dots \\ (-\hat{C}_{k+2}) E_{k+2} \\ \dots \\ (-\hat{C}_{m-1}) E_{m-1} \\ (-\hat{C}_m) E_m \end{pmatrix} = C(G) \quad (I.6)$$

$$\begin{cases} \hat{A}_j = p \cdot \prod_{k=j+1}^{K-1} \hat{C}_k \cdot G_{j-1}^{-1}, \quad j=1, 2, \dots, K-1; & \hat{B}_i = G_{i-1}^{-1} \cdot \prod_{k=i+1}^{K-1} \hat{B}_k \cdot z, \quad i=1, 2, \dots, K-1; \\ \hat{C}_k = \sum_{\beta=1}^{k-1} (\hat{A}_\beta \cdot G_{\beta-1} \cdot \hat{B}_\beta), \quad \hat{C}_{\beta+1} = -(G_{\beta+1}^{-1} \cdot p_{\beta+1}), \quad \hat{B}_{\beta+1} = -(z \cdot G_{\beta+1}^{-1}), \quad 1 \leq \beta \leq k-2, \quad k+2 \leq \beta \leq m-1. \end{cases} \quad (I.7)$$

При этом $(q_k - \hat{\theta}_k) = \Lambda_{k+1}$, если $\{\det(\Lambda_\beta) \neq 0\}_{\beta=2}^K$.

В (I.4)+(I.7) последовательности матриц $\{\Lambda\}$ и $\{G\}$ определены в соответствии с (I.2)+(I.3).

2. Квазиобобщённые матричные процессы и множество матрично-факторизованных представлений блочно-трёхдиагональных матриц общего вида

Как следует из определений (I.2)+(I.3) обобщённые матричные процессы для $\{\Lambda\}$ и $\{G\}$ и, следовательно, представления I.I; I.2 для C (I.I) обладают специфической особенностью, которая придаёт им наряду с теоретической несомненную практическую значимость.

На самом деле. При реальных вычислениях на ЭВМ процессов $\{\Lambda\}$ и $\{G\}$ (I.2)+(I.3) накопление наследственной (в частности из-за округлений на ЭВМ) погрешности при получении представлений I.I+I.2 будет превышать соответственно на K -шаге.

Далее возобновление прерванных вычислительных процессов вновь начинается с заданных q_{k+1} и q_{k-1} -матриц соответственно.

В настоящей же работе мы получим (с целью полноты исследования) и другие (типа (I.2), (I.3)) матричные процессы $\{\Lambda\}$ и $\{G\}$ и представления для C (I.I) при различных комбинациях нулевых ведущих блочно-угловых миноров у C (I.I). Отличительная особенность полученных здесь представлений для $\{\Lambda\}$ и $\{G\}$ (и в целом результатов этой работы) заключается в общем случае в их большей теоретичес-

кой (чем практической) значимости. Кроме того, использование результатов настоящей работы может иметь особый практический смысл при разработке, например, численных алгоритмов решения спектральной проблемы для (блочно) трёхдиагональных матриц.

Итак, введём квазиобобщённые матричные (процессы) – последовательности вида

Определение 2.1

Если $\det(\Lambda_\beta) \neq 0$ для всех $2 \leq \beta \leq m+1$, то $\Lambda_{\beta+1} = Q_{\beta+1} P_{\beta}^{-1} \Lambda_{\beta}^{-1} Z_{\beta}$, $\Lambda_{\beta} = Q_{\beta} (\det(Q_{\beta}) \neq 0)$, $\beta = 2, \dots, m$.

Если $\det(\Lambda_{\mu}) = 0$ для любого μ из ($3 \leq \mu \leq m-1$), то $\Lambda_{\beta+1} = Q_{\beta+1} P_{\beta}^{-1} \Lambda_{\beta}^{-1} Z_{\beta}$, $\Lambda_{\beta} = Q_{\beta}$, $\beta = 2, 3, \dots, \mu-1$;

$$\bar{\Lambda}_{\mu+1} = \begin{pmatrix} \Lambda_{\mu} & Z_{\mu} \\ P_{\mu} & Q_{\mu} \end{pmatrix}, \quad \bar{\Lambda}_{\mu+2} = Q_{\mu+2} \bar{P}_{\mu+1} \bar{\Lambda}_{\mu+1}^{-1} \bar{Z}_{\mu+1}, \quad \text{где } \bar{P}_{\mu+1} = \begin{bmatrix} 0 & & P_{\mu+1} \\ & \ddots & \\ & & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{Z}_{\mu+1} = \begin{bmatrix} 0 & & Z_{\mu+1} \\ & \ddots & \\ & & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.1)$$

$\det(\bar{\Lambda}_{\mu+1}) \neq 0$ и $\bar{\Lambda}_{\beta+1} = Q_{\beta+1} P_{\beta}^{-1} \bar{\Lambda}_{\beta}^{-1} Z_{\beta}$, $\beta = \mu+2, \mu+3, \dots, m$.

Если $\det(G_{\beta}) \neq 0$ для всех $0 \leq \beta \leq m-1$, то $G_{\beta+1} = Q_{\beta+1} Z_{\beta} G_{\beta}^{-1} P_{\beta+1}$, $G_{m-1} = Q_{m-1} (\det(Q_{m-1}) \neq 0)$, $\beta = m, \dots, 1$.

Если $\det(G_{\mu}) = 0$ для любого μ из ($2 \leq \mu \leq m-2$), то $G_{\beta+1} = Q_{\beta+1} Z_{\beta} G_{\beta}^{-1} P_{\beta+1}$, $\beta = m, m-1, \dots, \mu+1$;

$$\bar{G}_{\mu+1} = \begin{pmatrix} G_{\mu} & Z_{\mu+1} \\ P_{\mu+1} & Q_{\mu+1} \end{pmatrix}, \quad \bar{G}_{\mu+2} = Q_{\mu+2} \bar{Z}_{\mu+1} \bar{G}_{\mu+1}^{-1} \bar{P}_{\mu+1}, \quad \text{где } \bar{Z}_{\mu+1} = \begin{bmatrix} Z_{\mu+1} & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{P}_{\mu+1} = \begin{bmatrix} P_{\mu+1} & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (2.2)$$

$\det(\bar{G}_{\mu+1}) \neq 0$ и $\bar{G}_{\beta+1} = Q_{\beta+1} Z_{\beta} \bar{G}_{\beta}^{-1} P_{\beta+1}$, $\beta = \mu-2, \mu-3, \dots, 1$.

В соответствии с введённым определением $\{\Lambda, \bar{\Lambda}\}$ (2.1) и $\{G, \bar{G}\}$ (2.2) имеют, очевидно, место следующие утверждения:

- I. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } \{[\Delta_1^{k-1} = 0 \text{ либо } \Delta_{k+1}^m = 0]\} \text{ – равны нулю только по одному минору} \\ \text{каждого типа, то } \{[\det(\Lambda_k) = 0 \text{ для любого } k \text{ из } (3 \leq k \leq m-1), \text{ но} \\ \{ \det(\Lambda_{\beta}) \neq 0 \}_{\beta=2}^{k-1}, \quad \{ \det(\bar{\Lambda}_{\beta}) \neq 0 \}_{\beta=k+1}^{m+1} \} \text{ либо } [\det(G_k) = 0 \text{ для лю-} \\ \text{бого } k \text{ из } (2 \leq k \leq m-2), \text{ но } \{ \det(G_{\beta}) \neq 0 \}_{\beta=k-1}^{m-1}, \{ \det(\bar{G}_{\beta}) \neq 0 \}_{\beta=0}^{k-1} \} \} . \end{array} \right.$

Справедлива следующая теорема.

Теорема 2.1. Пусть C – невырожденная блочно-трёхдиагональная матрица общего вида (I.1) с прямоугольными элементами-блоками $\{Z_{\beta}, P_{\beta}\}_{\beta=1}^m$ и квадратными блоками $\{Q_{\beta}\}_{\beta=1}^m$ (в общем случае разных размерностей). Пусть также для последовательностей матриц $\{\Lambda, \bar{\Lambda}\}$ (2.1) либо $\{G, \bar{G}\}$ (2.2) выполняется одно из условий I.

Тогда для C (I.1) имеет место следующие единственные матрично-факторизованные представления:

x) Здесь и всюду далее 0_{ij} – тождественные нулевые прямоугольные матрицы, размерности которых определяются размерностями соответствующих квадратных матриц $\{q_i, q_j\}$; T – знак транспонирования.

Представление 2.1 (при условии I_1)

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ \frac{(-\hat{\beta}_2)E_2}{(\hat{\beta}_2)E_2} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{k-2,k-2}}{(\hat{\beta})E_{k-1} \begin{pmatrix} E_{k-1} \\ 0_{k-k-1,k} \end{pmatrix}} \\ E_{k+1,k+1} \frac{(-\bar{\beta})E_{k+1,k+1}}{(\bar{\beta})E_{k+2,k+2}} \\ \frac{(-\bar{\beta})E_{m,m}}{(\bar{\beta})E_{m,m}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \\ \Lambda_{k-1} \\ \begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{pmatrix} \\ \bar{\Lambda}_{k+2} \\ \bar{\Lambda}_{k+3} \\ \bar{\Lambda}_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1(-c_2) \\ \frac{E(-c)}{k-2, k-1} \\ \begin{pmatrix} E & 0 \\ E_{k-1,k-1,k} \\ E_k [\bar{c}]_{k+1} \end{pmatrix} \\ E_{k+1, k+2} E(-\bar{c}) \\ \frac{E(-\bar{c})}{m-1, m} \\ E_m \end{pmatrix} = \mathbf{C}(\Lambda, \bar{\Lambda}) \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} \{\hat{\beta}_{\beta+1} = -(p_{\beta+1} \Lambda^{-1})\}_{\beta=1}^{k-2}, \quad \{c_{\beta+1} = -(\Lambda_{\beta+1}^{-1} z_{\beta+1})\}_{\beta=1}^{k-2}, & \{\bar{\beta}_{\beta+1} = -(p_{\beta+1} \bar{\Lambda}^{-1})\}_{\beta=k+1}^{m-1}, \quad \{\bar{c}_{\beta+1} = -(\bar{\Lambda}_{\beta+1}^{-1} z_{\beta+1})\}_{\beta=k+1}^{m-1}, \\ [\hat{\beta}_{k+1} = -[0_{k+1,k-1}, p_{k+1} \begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{pmatrix}^{-1}], & [\bar{c}_{k+1} = -[p_{k+1} \begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0_{k-1,k+1} \\ z_{k+1} \end{pmatrix}]. \end{cases} \quad (2.4)$$

При этом $\det \left(\begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{pmatrix} \right) \neq 0$.

Представление 2.2 (при условии I_2)

$$\begin{pmatrix} E_1(-\hat{\beta}) \\ \frac{E(-\hat{\beta})}{k-2, k-1} \\ E_{k+1,k+1} \frac{(-\hat{\beta})E_{k+2,k+3}}{(\hat{\beta})E_{m-1, m}} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{m,m}}{(\hat{\beta})E_{m,m}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{G}_0 \\ \hat{G}_{k-3} \\ \hat{G}_{k-2} \\ \begin{pmatrix} q_k & z_{k+1} \\ p_k & g_k \end{pmatrix} \\ G_{k+1} \\ G_{m-2} \\ G_{m-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ \frac{(-\hat{c})E_2}{(\hat{c})E_2} \\ \frac{(-\hat{c})E_{k-1,k-1}}{(\hat{c})E_k} \begin{pmatrix} E_k \\ 0_{k+1,k,k+1} \end{pmatrix} \\ \frac{(-\hat{c})E_{k+2,k+2}}{(\hat{c})E_{k+3,k+3}} \\ \frac{(-\hat{c})E_{m,m}}{(\hat{c})E_{m,m}} \end{pmatrix} = \mathbf{C}(\hat{G}, \bar{G}) \quad (2.5)$$

$$\begin{cases} \{\hat{\beta}_{\beta+1} = -(g_{\beta+1}^{-1} p_{\beta+1})\}_{\beta=1}^{k+1}, \quad \{\hat{\beta}_{\beta+1} = -(z_{\beta+1} g_{\beta+1}^{-1})\}_{\beta=m-1}^{k+1}, & \{\hat{c}_{\beta+1} = -(g_{\beta+1}^{-1} p_{\beta+1})\}_{\beta=k-2}^1, \quad \{\hat{\beta}_{\beta+1} = -(z_{\beta+1} g_{\beta+1}^{-1})\}_{\beta=k-2}^1, \\ [\hat{\beta}_{k+1} = -[z_k, 0_{k-1,k+1}] \cdot \begin{pmatrix} q_k & z_{k+1} \\ p_k & g_k \end{pmatrix}^{-1}], & [\hat{c}_{k+1} = -[q_k \begin{pmatrix} z_{k+1} \\ p_k \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} p_k \\ q_{k+1,k-1} \end{pmatrix}]. \end{cases} \quad (2.6)$$

При этом $\det \left(\begin{pmatrix} q_k & z_{k+1} \\ p_k & g_k \end{pmatrix} \right) \neq 0$.

Доказательство. Справедливость представлений (2.3)+(2.4) и (2.5)+ (2.6), с учётом определения матричных последовательностей $\{\Lambda, \bar{\Lambda}\}$

(2.1) и $\{G, \bar{G}\}$ (2.2), проверяется путём перемножения факторизирующих матриц, входящих в (2.3) и (2.5) соответственно. При этом невырожденность матриц $\begin{bmatrix} \Lambda_k & Z_k \\ P_k & Q_k \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} \bar{Q}_k & Z_{k+1} \\ P_{k+1} & G_k \end{bmatrix}$, при соответствующих условиях, является прямым следствием леммы IO из /I₃/ о необращении в нуль одновременно двух последовательных однотипных ведущих блочно-угловых миноров \mathbb{C} (I.I). Справедливость представлений 2.1 и 2.2 установлена.

Далее рассматриваются представления для \mathbb{C} (I.I) при следующих комбинациях нулевых ведущих блочно-угловых миноров:

II. Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0 \text{ и } \bar{\Delta}_1^{k-1}=0] \text{ либо } [\Delta_{k+1}^m=0 \text{ и } \bar{\Delta}_{k+1}^m=0]\}$ — равны нулю только по два отдалённых минора каждого типа, то

$\{[\det(\Lambda_k)=0 \text{ и } \det(\bar{\Lambda}_l)=0, \text{ для любого } k \text{ фиксированного и любого } l \text{ из } (k+3 < l \leq m-1), \text{ но } \{\det(\Lambda_p) \neq 0\}_{p=2}^{k-1}, \{\det(\bar{\Lambda}_p) \neq 0\}_{p=k+1}^{l-1} \text{ и } \{\det(\bar{\Lambda}_p) \neq 0\}_{p=l+1}^{m+1}] \text{ либо } [\det(G_k)=0 \text{ и } \det(\bar{G}_l)=0, \text{ для любого } k \text{ фиксированного и любого } l \text{ из } (2 \leq l < k-3), \text{ но } \{\det(G_p) \neq 0\}_{p=k+1}^{m-1}, \{\det(\bar{G}_p) \neq 0\}_{p=l-1}^{k+1} \text{ и } \{\det(\bar{G}_p) \neq 0\}_{p=0}^{l-1}]\}$.

III. Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0 \text{ и } \bar{\Delta}_1^{k-2}=0] \text{ либо } [\Delta_{k+1}^m=0 \text{ и } \bar{\Delta}_{k+2}^m=0]\}$ — равны нулю только по два соседних минора каждого типа, то

$\{[\det(\Lambda_k)=0 \text{ и } \det(\bar{\Lambda}_{k+3})=0, \text{ для любого } k \text{ из } (3 \leq k \leq m-4), \text{ но } \{\det(\Lambda_p) \neq 0\}_{p=2}^{k-1} \text{ и } \{\det(\bar{\Lambda}_p) \neq 0\}_{p=k+4}^{m+1}] \text{ либо } [\det(G_k)=0 \text{ и } \det(\bar{G}_{k-3})=0, \text{ для любого } k \text{ из } (5 \leq k \leq m-2), \text{ но } \{\det(G_p) \neq 0\}_{p=k+1}^{m-1} \text{ и } \{\det(\bar{G}_p) \neq 0\}_{p=0}^{k-4}]\}$.

Отметим, что комбинации нулевых миноров выбраны в соответствии с определениями $\{\Lambda, \bar{\Lambda}\}$ (2.1) и $\{G, \bar{G}\}$ (2.2), а также с учётом леммы IO/I₃/ при условии $\det(\mathbb{C}) \neq 0$.

Имеет место следующая

Теорема 2.2. Пусть \mathbb{C} — невырожденная блочно-трёхдиагональная матрица общего вида (I.I) с прямоугольными элементами-блоками $\{Z_p, P_p\}_{p=2}^m$ и квадратными блоками $\{Q_p\}_{p=1}^m$ (в общем случае разных размерностей). Пусть также для последовательностей матриц $\{\Lambda, \bar{\Lambda}\}$ (2.1) либо $\{G, \bar{G}\}$ (2.2) выполняется одно из условий II ; III. Тогда для \mathbb{C} (I.I) имеют место следующие единственные матрично-факторизованные представления:

Представление 2.3 (при условии Π_1)

$$\left(\begin{array}{c} E_1 \\ \frac{(-\hat{\beta})E_2}{\beta_2} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{k-2}}{\beta_{k-2}} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{k-1}}{\beta_{k-1}} \begin{bmatrix} E_{k-1} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{k+1}}{\beta_{k+1}} \begin{bmatrix} E_{k+1} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{k+2}}{\beta_{k+2}} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{l-2}}{\beta_{l-2}} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{l-1}}{\beta_{l-1}} \begin{bmatrix} E_{l-1} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{l+1}}{\beta_{l+1}} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_{l+2}}{\beta_{l+2}} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_m}{\beta_m} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \\ \Lambda_{k-1} \\ \begin{bmatrix} \Lambda_k z_k \\ p_k q_k \end{bmatrix} \\ \Lambda_{k+2} \\ \Lambda_{k+3} \\ \Lambda_{l-1} \\ \begin{bmatrix} \Lambda_l z_l \\ p_l q_l \end{bmatrix} \\ \Lambda_{l+2} \\ \Lambda_{l+3} \\ \Lambda_m \\ \Lambda_{m+1} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_1} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_2} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_{k-1}} \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_k} \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_{k+1}} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_{k+2}} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_{l-1}} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_l} \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_{l+1}} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_{l+2}} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_{l+3}} \\ \frac{E(-\hat{c})}{\hat{c}_m} \\ E_m \end{array} \right) = C(\Lambda, \bar{\Lambda}) \quad (2.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \{\hat{\beta}_{\beta+1} = -(P_{\beta+1} \cdot \bar{\Lambda}_{\beta+1}^{-1}), C_{\beta+1} = (\bar{\Lambda}_{\beta+1}^{-1} z_{\beta+1})\}_{\beta=1}^{k-2}, \{\bar{\beta}_{\beta+1} = -(P_{\beta+1} \cdot \bar{\Lambda}_{\beta+1}^{-1}), \bar{c}_{\beta+1} = -(\bar{\Lambda}_{\beta+1}^{-1} z_{\beta+1})\}_{\beta=k+1}^{l-2}, \\ \{\hat{\beta}_{\beta+1} = -(P_{\beta+1} \cdot \bar{\Lambda}_{\beta+1}^{-1}), \bar{c}_{\beta+1} = -(\bar{\Lambda}_{\beta+1}^{-1} z_{\beta+1})\}_{\beta=l+1}^{m-1}, [\hat{\beta}] = -[0 \quad p] \cdot \begin{bmatrix} \Lambda_k z_k \\ p_k q_k \end{bmatrix}^{-1}, [\bar{c}] = -\begin{bmatrix} \Lambda_k z_k \\ p_k q_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ z_{k+1} \end{bmatrix}^{-1}, \\ [\hat{\beta}] = -[0 \quad p] \cdot \begin{bmatrix} \Lambda_l z_l \\ p_l q_l \end{bmatrix}^{-1}, [\bar{c}] = -\begin{bmatrix} \Lambda_l z_l \\ p_l q_l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ z_{l+1} \end{bmatrix}^{-1}. \text{ При этом } \det \begin{bmatrix} \Lambda_k z_k \\ p_k q_k \end{bmatrix} \neq 0, \det \begin{bmatrix} \Lambda_l z_l \\ p_l q_l \end{bmatrix} \neq 0. \end{array} \right. \quad (2.8)$$

Последовательности матриц $\{\Lambda, \bar{\Lambda}, \bar{\Lambda}\}$ полностью определены в соответствии с (2.1).

Представление 2.4 (при условии Π_2)

$$\left(\begin{array}{c} \frac{E(-\hat{g})}{\hat{g}_1} \\ \frac{E(-\hat{g})}{\hat{g}_2} \\ E \begin{bmatrix} -\hat{g} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{E(-\hat{g})}{\hat{g}_{l+1}} \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{E(-\hat{g})}{\hat{g}_{l+2}} \\ \frac{E(-\hat{g})}{\hat{g}_{l+3}} \\ \frac{E(-\hat{g})}{\hat{g}_{l+4}} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \bar{G}_0 \\ \bar{G}_{l-3} \\ \bar{G}_{l-2} \\ \begin{bmatrix} q_l z_{l+1} \\ p_{l+1} \bar{G}_l \end{bmatrix} \\ \bar{G}_{l+1} \\ \bar{G}_{l+2} \\ \bar{G}_{l+3} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \frac{E_1}{\hat{g}_1} \\ \frac{(-\hat{c})E_2}{\hat{c}_2} \\ \frac{(-\hat{c})E_{l-2}}{\hat{c}_{l-2}} \\ \frac{(-\hat{c})E_{l-1}}{\hat{c}_{l-1}} \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{(-\hat{c})E_l}{\hat{c}_l} \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{(-\hat{c})E_{l+2}}{\hat{c}_{l+2}} \\ \frac{(-\hat{c})E_{l+3}}{\hat{c}_{l+3}} \end{array} \right) = C(G, \bar{G})$$

$$\left[\begin{array}{c} E(-\hat{\alpha}) \\ \frac{E(-\hat{\alpha})}{K-2, K-1} \\ \frac{E(-\hat{\beta})}{K-1, K} \\ \left[\begin{array}{c} E \ 0 \\ K \ K+1 \end{array} \right] \\ E_{K+1} \end{array} \right] \cdot \left(\hat{\beta} \right)_{K+2} \cdot \left[\begin{array}{c} E(-\hat{\alpha}) \\ \frac{E(-\hat{\alpha})}{K+2, K+3} \\ \frac{E(-\hat{\alpha})}{m-1, m} \\ E_m \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \bar{G}_{K-3} \\ \bar{G}_{K-2} \\ \left[\begin{array}{c} Q_K \ Z_{K+1} \\ P_{K+1} \ G_K \end{array} \right] \\ G_{K+1} \\ \frac{G_{m-2}}{G_{m-1}} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} (-\hat{c})E \\ \frac{(-\hat{c})E}{K-2, K-2} \\ \left[\begin{array}{c} (-\hat{c})E \\ K-1, K-1 \\ \left[\begin{array}{c} E \ 0 \\ K \ K+1 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} E \\ K+1, K+1 \end{array} \right] \\ (-\hat{c})E \\ \frac{(-\hat{c})E}{K+3, K+3} \\ \frac{(-\hat{c})E}{(-\hat{c})E_m} \end{array} \right] \end{array} \right], \text{ где} \quad (2.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\beta}_{\beta+1} = -(\hat{z}_{\beta+1} \cdot \hat{G}_{\beta}^{-1}), \hat{c}_{\beta+1} = -(\hat{G}_{\beta}^{-1} \cdot \hat{P}_{\beta})_{\beta=k+1}, \hat{\beta}_{\beta+1} = -(\hat{z}_{\beta+1} \cdot \hat{G}_{\beta}^{-1}), \hat{c}_{\beta+1} = -(\hat{G}_{\beta}^{-1} \cdot \hat{P}_{\beta})_{\beta=l+1}, \\ \hat{\beta}_k = -[\hat{z}_k, 0] \cdot \left[\begin{array}{c} Q_k \ Z_{k+1} \\ P_{k+1} \ G_k \end{array} \right]^{-1}, \hat{c}_k = -\left[\begin{array}{c} Q_k \ Z_{k+1} \\ P_{k+1} \ G_k \end{array} \right]^{-1} \cdot \left[\begin{array}{c} P_k \\ 0_{k+1, k-1} \end{array} \right], \hat{\beta}_l = -[\hat{z}_l, 0_{l-1, l-1}] \cdot \left[\begin{array}{c} Q_l \ Z_{l+1} \\ P_{l+1} \ G_l \end{array} \right]^{-1}, \\ \hat{c}_l = -\left[\begin{array}{c} Q_l \ Z_{l+1} \\ P_{l+1} \ G_l \end{array} \right]^{-1} \cdot \left[\begin{array}{c} P_l \\ 0_{l+1, l-1} \end{array} \right]. \text{ При этом } \det \left(\left[\begin{array}{c} Q_k \ Z_{k+1} \\ P_{k+1} \ G_k \end{array} \right] \right) \neq 0 \neq \det \left(\left[\begin{array}{c} Q_l \ Z_{l+1} \\ P_{l+1} \ G_l \end{array} \right] \right). \end{array} \right. \quad (2.10)$$

Последовательности матриц $\{G, \bar{G}, \bar{G}\}$ - полностью определены в соответствии с (2.2).

Представление 2.5 (при условии Ш₁)

$$\left[\begin{array}{c} E_1 \\ \frac{(-\hat{\alpha})E_2}{K-2, K-2} \\ \frac{(-\hat{\beta})E}{K-1, K-1} \\ \left[\begin{array}{c} E \ 0 \\ K \ K-1 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} E \ 0 \\ K \ K-1 \end{array} \right] \\ \frac{(-\hat{\beta})E}{K+1, K+1} \\ \left[\begin{array}{c} E \ 0 \\ K+2 \ K+2 \end{array} \right] \\ \frac{(-\hat{\beta})E}{K+3, K+3} \\ \left[\begin{array}{c} E \ 0 \\ K+4 \ K+4 \end{array} \right] \\ \frac{(-\hat{\beta})E}{K+5, K+5} \\ \frac{(-\hat{\beta})E_m}{m-1, m} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \\ \frac{\Lambda_{K-1}}{K-1} \\ \left[\begin{array}{c} \Lambda_K \ Z_K \\ P_K \ Q_K \end{array} \right] \\ \frac{\Lambda_{K+2}}{K+2} \\ \left[\begin{array}{c} \Lambda_{K+3} \ Z_{K+3} \\ P_{K+3} \ Q_{K+3} \end{array} \right] \\ \frac{\Lambda_{K+5}}{K+5} \\ \frac{\Lambda_{K+6}}{K+6} \\ \frac{\Lambda_{m+1}}{m+1} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \frac{E(-c)}{1} \\ \frac{E(-c)}{K-2, K-1} \\ \left[\begin{array}{c} E \ 0 \\ K-1, K-1 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} E \ 0 \\ K \ K+1 \end{array} \right] \\ \frac{E(-\bar{c})}{K+1, K+2} \\ \left[\begin{array}{c} E \ 0 \\ K+2, K+2, K+3 \end{array} \right] \\ \frac{E(-\bar{c})}{K+3, K+4} \\ \frac{E(-\bar{c})}{K+4, K+5} \\ \frac{E(-\bar{c})}{K+5, K+6} \\ \frac{E(-\bar{c})}{m-1, m} \\ E_m \end{array} \right] = C(\Lambda, \bar{\Lambda}) \quad (2.11), \text{ где}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_{\beta+1}, c_{\beta+1}, \beta_{\beta+1} = -(\hat{z}_{\beta+1} \cdot \hat{G}_{\beta}^{-1}), \hat{c}_{\beta+1} = -(\hat{G}_{\beta}^{-1} \cdot \hat{P}_{\beta})_{\beta=k+2}, \hat{\beta}_{\beta+1} = -(\hat{z}_{\beta+1} \cdot \hat{G}_{\beta}^{-1}), \hat{c}_{\beta+1} = -(\hat{G}_{\beta}^{-1} \cdot \hat{P}_{\beta})_{\beta=k+2}, \\ \hat{\beta}_{\beta+1} = -(\hat{z}_{\beta+1} \cdot \hat{G}_{\beta}^{-1}), \hat{c}_{\beta+1} = -(\hat{G}_{\beta}^{-1} \cdot \hat{P}_{\beta})_{\beta=k+4}, \hat{\beta}_{\beta+1} = -(\hat{z}_{\beta+1} \cdot \hat{G}_{\beta}^{-1}), \hat{c}_{\beta+1} = -(\hat{G}_{\beta}^{-1} \cdot \hat{P}_{\beta})_{\beta=k+4}, \\ \hat{\beta}_{k+4} = -(\hat{z}_{k+4}, 0_{k+4, k+4}) \cdot \left[\begin{array}{c} \Lambda_{k+3} \ Z_{k+3} \\ P_{k+3} \ Q_{k+3} \end{array} \right]^{-1}, \end{array} \right.$$

Замечание 2.1. Сравнивая квазиобобщённые матричные процессы (2.1), (2.2) с введённым нами ранее обобщёнными процессами (1.2), (1.3), нетрудно убедиться в следующем. Во-первых, новые процессы (2.1), (2.2) обладают худшей (по сравнению с процессами (1.2), (1.3)) устойчивостью к накоплению наследственной погрешности из-за округлений на ЭВМ при наличии вырождающихся (или плохо обусловленных) матриц $\{A_k\}$ или $\{G_k\}$. Это обусловлено тем, что новые процессы (2.1), (2.2), в отличие от введённых ранее финитных (1.2), (1.3), являются непрерывными. Во-вторых, указанный недостаток новых процессов является их характерной особенностью, поскольку такие процессы единственны. На самом деле. Использование нового разбиения C (1.1) ("с запаздыванием") с минимальным расширением блоков в указанных случаях приводит к вырожденности (например, при условии 1) матриц

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{k-1} & z_{k-1} \\ p_{k-1} & q_{k-1} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} q_{k+1} & z_{k+2} \\ p_{k+2} & G_{k+1} \end{bmatrix}$$

и, следовательно, к неопределённости процессов $\{\bar{\Lambda}\}$ (2.1) и $\{\bar{G}\}$ (2.2), т.к.

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}_k &= \begin{bmatrix} \Lambda_{k-1} & z_{k-1} \\ p_{k-1} & q_{k-1} \end{bmatrix}, & \bar{\Lambda}_{k+1} &= q_k - [0_{k-2,k}, p_k] \cdot \begin{bmatrix} \Lambda_{k-1} & z_{k-1} \\ p_{k-1} & q_{k-1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0_{k-2,k} \\ z_k \end{bmatrix} = ?, & \bar{\Lambda}_{k+2} &= ?, \dots, \bar{\Lambda}_{m+1} = ?, \\ \bar{G}_k &= \begin{bmatrix} q_{k+1} & z_{k+2} \\ p_{k+2} & G_{k+1} \end{bmatrix}, & \bar{G}_{k-1} &= q_k - [z_{k+1}, 0_{k,k+2}] \cdot \begin{bmatrix} q_{k+1} & z_{k+2} \\ p_{k+2} & G_{k+1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0_{k+2,k} \\ p_{k+1} \end{bmatrix} = ?, & \bar{G}_{k-2} &= ?, \dots, \bar{G}_0 = ?. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Это же приводит, в свою очередь, к невозможности существования факторизаций C (1.1) вида

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ (-\beta)E_2 \\ \vdots \\ (-\beta)E_{k-3} \\ (-\beta)E_{k-2} \\ \vdots \\ E_k \\ \vdots \\ (-\beta)E_{k+1} \\ \vdots \\ (-\beta)E_{m-1} \\ (-\beta)E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_2 \\ \vdots \\ \Lambda_{k-2} \\ \begin{bmatrix} \Lambda_{k-1} & z_1 \\ p_{k-1} & q_{k-1} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \bar{\Lambda}_{k+1} \\ \bar{\Lambda}_{k+2} \\ \vdots \\ \bar{\Lambda}_m \\ \bar{\Lambda}_{m+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1(-c) \\ E_2(-c) \\ \vdots \\ E_{k-2}(-c) \\ \begin{bmatrix} E & 0 \\ E_{k-1} & [z_k] \end{bmatrix} \\ E_k(-\bar{c}) \\ \vdots \\ E_{k+1}(-\bar{c}) \\ \vdots \\ E_{m-1}(-\bar{c}) \\ E_m \end{bmatrix} \stackrel{?}{=} C(\Lambda, \bar{\Lambda}), \quad (2.24)$$

$$\begin{pmatrix} E_1(-\hat{\beta}) \\ E_2(-\hat{\beta}) \\ \vdots \\ E_{k-1}(-\hat{\beta}) \\ E_{k/k+1} \\ \begin{bmatrix} E & 0 \\ k+1 & k+1 \end{bmatrix} \\ E_{k+2} \\ \vdots \\ E_{k+3}(-\hat{\beta}) \\ \vdots \\ E_{m-1}(-\hat{\beta}) \\ E_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{G}_0 \\ \bar{G}_{k-2} \\ \bar{G}_{k-1} \\ \begin{bmatrix} Q_{k+1} & \bar{c}_{k+1} \\ p_{k+1} & G_{k+1} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ G_{k+2} \\ \vdots \\ G_{m-2} \\ G_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1(-\hat{c})E_2 \\ \vdots \\ (-\hat{c}_k)E_k \\ \begin{bmatrix} E_{k+1} \\ k+1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & E \\ k+2 & k+1, k+2 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ (-\hat{c}_{k+3})E_{k+3} \\ \vdots \\ (-c)E_m \end{pmatrix} \stackrel{?}{=} \mathcal{C}(G, \bar{G}). \quad (2.25)$$

Здесь в (2.24), (2.25) структурные матрицы $\{[\hat{\beta}_k], \bar{\beta}_k; [\hat{c}_k], \bar{c}_k\}_{k=1}^m$ и $\{[\hat{\beta}_{k+1}], \hat{\beta}_{k+1}; [\hat{c}_{k+1}], \hat{c}_{k+1}\}_{k=1}^m$ не определены в соответствии с (2.23).

Заключение. В работе получено множество матрично-факторизованных представлений невырожденных блочно-трёхдиагональных матриц общего вида $\mathcal{C}(I, I)$ при различных комбинациях нулевых однотипных ведущих блочно-угловых миноров. При этом использованы обобщённые матричные процессы нового типа (2.1), (2.2), отличные от ранее введённых в работах /1+4/.

Литература

1. Емельяненко Г.А., Рахмонов Т.Т. Препринты ОИЯИ: РИИ-88-598, Дубна 1988; РИИ-88-786, Дубна 1988; РИИ-89-203, Дубна 1989; РИИ-89-340, Дубна 1989.
2. Емельяненко Г.А. Блочно-трёхдиагональные матрицы и методы численного решения спектральных задач. Автореферат докторской диссертации. ВЦ СО АН СССР. Новосибирск 1992; ОИЯИ П-92-4. Дубна 1992.
3. Рахмонов Т.Т. О свойствах блочно-трёхдиагональных (и им обратных) матриц и их роли в решении некоторых задач линейной алгебры и обработки экспериментальных данных в физике высоких энергий. Автореферат кандидатской диссертации. ИВМ АН ГССР. Тбилиси 1990.
4. Емельяненко Г.А., Рахмонов Т.Т. Препринт ОИЯИ, РИИ-93-248, Дубна 1993.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 июля 1993 года.

Принимается подписка на препринты, сообщения Объединенного института ядерных исследований и «Краткие сообщения ОИЯИ».

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

Индекс	Тематика	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	915 р.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	2470 р.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	365 р.
4.	Теоретическая физика низких энергий	735 р.
5.	Математика	460 р.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	275 р.
7.	Физика тяжелых ионов	185 р.
8.	Криогеника	185 р.
9.	Ускорители	460 р.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	560 р.
11.	Вычислительная математика и техника	560 р.
12.	Химия	90 р.
13.	Техника физического эксперимента	720 р.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	460 р.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	460 р.
16.	Дозиметрия и физика защиты	90 р.
17.	Теория конденсированного состояния	365 р.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	90 р.
19.	Биофизика	185 р.
	«Краткие сообщения ОИЯИ» (6 выпусков)	560 р.

Подписка может быть оформлена с любого месяца года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 141980, г.Дубна, Московской области

Емельяненко Г.А., Рахмонов Т.Т.

P11-93-249

Квазиобобщенные матричные процессы и представления
блочно-трехдиагональных матриц общего вида

Получено множество матрично-факторизованных представлений
блочно-трехдиагональных матриц общего вида на основе квазиобобщен-
ных матричных процессов.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автома-
тизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1993

Перевод авторов

Emelyanenko G.A., Rakhmonov T.T.

P11-93-249

Quasi-Generalized Matrix Processes and Representations
of General Block-Tridiagonal Matrices

The multiplicity of the matrix-factorable representations of the general
blok-tridiagonal matrices on the basis of the quasi-generalized matrix processes
is obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing
Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1993

20 p.

Редактор М.И.Зарубина. Макет Т.Е.Попеко

Подписано в печать 8.09.93

Формат 60x90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 1,38

Тираж 380. Заказ 46640

**Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области**