сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р11-93-250

Г.А.Емельяненко, Т.Т.Рахмонов

ЕСТЕСТВЕННО-ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФАКТОРИЗАЦИИ БЛОЧНО-ТРЕХДИАГОНАЛЬНЫХ МАТРИЦ ОБЩЕГО ВИДА ПРИ НАЛИЧИИ НУЛЕВЫХ МИНОРОВ ОБОИХ ТИПОВ

1993

I. <u>Введение</u>. В настоящей работе изучаются проблемы построения естественно-элементарных /I+3/ матрично-факторизованных представлений блочно-трёхдиагональных матриц общего вида $\mathbb{C}\,(1.1)$ на основе квазиобобщённых /4/ матричных процессов при наличии нулевых ведущих блочно-угловых миноров[x)] обоих типов.

Пусть $\mathbb{C}$ – невырожденная блочно-трёхдиагональная матрица общего вида

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} q_1 & r_2 & & & & \\ p_2 & q_2 & r_3 & & & \\ & p_3 & q_3 & r_4 & & \\ & & - & - & - & \\ & & & p_{m-1} & q_{m-1} & r_m \\ & & & & p_m & q_m \end{bmatrix}, \quad \text{где} \tag{I.I}$$

$\{q_j\}_{j=1}^{m}$ -диагональные элементы-блоки матрицы $\mathbb{C}$, являющиеся в общем случае квадратными матрицами различных размерностей, а $\{p_j, r_j\}_{j=2}^{m}$ -под(над) диагональные элементы-блоки матрицы $\mathbb{C}$, являющиеся в общем случае прямоугольными матрицами, размерности которых определяются размерностями соответствующих квадратных матриц $\{q_{j-1} \quad q_j\}_{j=2}^{m}$.

Отметим, что в случае обращения в нуль ведущих верхних либо нижних блочно-угловых миноров невырожденных матриц $\mathbb{C}\,(1.1)$ в работе /4/ нами были введены квазиобобщённые матричные процессы -последовательности вида:

$$\begin{cases} \underline{\text{Если}} \ \ det(\Lambda_j) \neq 0 \ \text{ для всех } \ 2 \le j \le m+1, \ \underline{\text{то}} \ \Lambda_{j+1} = q_j - p_j \cdot \Lambda_j^{-1} \cdot r_j, \\ \Lambda_2 = q_1, \ det(q_1) \neq 0, \ j = 2, 3, \ldots, m. \\ \begin{cases} \underline{\text{Если}} \ \ det(\Lambda_\mu) = 0 \ \text{ для любого } \mu \ \text{ из } (3 \le \mu \le m-1), \ \underline{\text{то}} \ \Lambda_{j+1} = q_j - p_j \cdot \Lambda_j^{-1} \cdot r_j, \\ \Lambda_2 = q_1, \quad j = 2, 3, \ldots \mu-2, \mu-1; \\ \bar{\Lambda}_{\mu+1} = \begin{bmatrix} \Lambda_\mu & r_\mu \\ p_\mu & q_\mu \end{bmatrix}, \ \Lambda_{\mu+2} = q_{\mu+1} - \bar{p}_{\mu+1} \cdot \bar{\Lambda}_{\mu+1}^{-1} \cdot \bar{r}_{\mu+1}, \text{где}^{xx)} \ \bar{p}_{\mu+1} = [\mathbb{O}_{\mu+1,\mu-1}, p_{\mu+1}], \ \bar{r}_{\mu+1} = [\mathbb{O}_{\mu-1,\mu+1}, r_{\mu+1}]^T, \\ det(\bar{\Lambda}_{\mu+1}) \neq 0 \ \ \underline{\text{и}} \ \ \bar{\Lambda}_{j+1} = q_j - p_j \cdot \bar{\Lambda}_j^{-1} \cdot r_j, \ j = \mu+2, \mu+3, \ldots, m. \end{cases} \end{cases} \tag{I.2}$$

[x)] Под ведущими $\{\Delta_1^j\}_{j=1}^{m}$-верхними и $\{\Delta_j^m\}_{j=1}^{m}$-нижними блочно-угловыми минорами $\mathbb{C}\,(1.1)$, как и в /I+5/, понимаются определители ведущих усечённых подматриц, начинающихся с q_1 и q_m соответственно.

[xx)] Здесь и всюду далее $\mathbb{O}_{ij}$ -тождественные нулевые прямоугольные матрицы, размерности которых определяются размерностями соответствующих квадратных матриц $\{q_i, q_j\}$; T -знак транспонирования.

$$\begin{cases} \underline{\text{Если}}\ \det(G_j)\neq 0 \text{ для всех } 0\le j\le m-1, \underline{\text{то}}\ G_{j-1}=q_j-r_{j+1}G_j^{-1}\cdot p_{j+1},\\ G_{m-1}=q_m,\ \det(q_m)\neq 0,\ j=m-1,\dots,1. \\ \underline{\text{Если}}\ \det(G_\mu)=0 \text{ для любого } \mu \text{ из } (2\le\mu\le m-2), \underline{\text{то}}\ G_{j-1}=q_j-r_{j+1}\cdot G_j^{-1}\cdot p_{j+1}, G_{m-1}=q_m,\\ j=m-1,\dots,\mu-1;\\ \bar G_{\mu-1}=\begin{bmatrix} q_\mu & r_{\mu+1}\\ p_{\mu+1} & G_\mu\end{bmatrix},\ \bar G_{\mu-2}=q_{\mu-1}-\bar r_\mu\cdot\bar G_{\mu-1}^{-1}\cdot\bar p_\mu, \text{ где } \bar r_\mu=[r_\mu, 0_{\mu-1,\mu+1}],\ \bar p_\mu=[p_\mu, 0_{\mu+1,\mu-1}]^T,\\ \det(\bar G_{\mu-1})\neq 0 \ \underline{\text{и}}\ \bar G_{j-1}=r_{j+1}\bar G_j^{-1}\cdot p_{j+1},\ j=\mu-2,\mu-3,\dots,1. \end{cases} \qquad (I.3)$$

На основе этих определений при условиях

$$\text{I.}\begin{cases} \text{Если } \{[\Delta_1^{k-1}=0] \ \underline{\text{либо}}\ [\Delta_{k+1}^{m}=0]\} \text{ – равны нулю только по одному минору каждого типа, то } \{[\det(\Lambda_k)=0 \text{ для любого } k \text{ из } (3\le k\le m-1), \text{ но}\\ \{\det(\Lambda_j)\neq 0\}_{j=2}^{k-1},\ \{\det(\bar\Lambda_j)\neq 0\}_{j=k+1}^{m+1}]\\ \underline{\text{либо}}\ [\det(G_k)=0 \text{ для любого } k \text{ из } (2\le k\le m-2), \text{ но } \{\det(G_j)\neq 0\}_{j=k+1}^{m-1},\\ \{\det(\bar G_j)\neq 0\}_{j=0}^{k}]\} \end{cases}$$

были получены следующие матрично-факторизованные представления $\mathbb{C}$:

Представление I.I (при условии I_I)

$$\begin{bmatrix} E_1 &&&&&&& \\ (-\beta)_2 & E_2 &&&&&& \\ & \ddots & \ddots &&&&& \\ && (-\beta)_{k-2} & E_{k-2} &&&& \\ &&& (-\beta)_{k-1} & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k,k-1} & E_k\end{bmatrix} &&& \\ &&&& (-\bar\beta)_{k+1} & E_{k+1} && \\ &&&&& (-\bar\beta)_{k+2} & E_{k+2} & \\ &&&&&& \ddots & \ddots \\ &&&&&&& (-\bar\beta)_m \quad E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_2 &&&&&& \\ & \Lambda_3 &&&&& \\ && \ddots &&&& \\ &&& \Lambda_{k-1} &&& \\ &&&& \begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & q_k\end{bmatrix} && \\ &&&&& \bar\Lambda_{k+2} & \\ &&&&&& \bar\Lambda_{k+3} \\ &&&&&& \ddots \\ &&&&&& \bar\Lambda_{m+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 & (-c)_2 &&&&& \\ & \ddots & \ddots &&&& \\ && E_{k-2} & (-c)_{k-1} &&& \\ &&& \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ & E_k\end{bmatrix} & [-\bar c]_{k+1} && \\ &&&& E_{k+1} & (-\bar c)_{k+2} & \\ &&&&& \ddots & \ddots \\ &&&&& E_{m-1} & (-\bar c)_m \\ &&&&&& E_m \end{bmatrix} = \mathbb{C}(\Lambda,\bar\Lambda)=\mathbb{C} \qquad (I.4)$$

, где

$$\begin{cases} \{\beta_{j+1}=-(p_{j+1}\cdot\Lambda_{j+1}^{-1}),\ c_{j+1}=-(\Lambda_{j+1}^{-1}\cdot r_{j+1})\}_{j=1}^{k-2},\ \{\bar\beta_{j+1}=-(p_{j+1}\cdot\bar\Lambda_{j+1}^{-1}),\ \bar c_{j+1}=-(\bar\Lambda_{j+1}^{-1}\cdot r_{j+1})\}_{j=k+1}^{m-1}, \\ [\bar\beta_{k+1}]=-[0_{k+1,k-1}, p_{k+1}]\cdot\begin{bmatrix}\Lambda_k & r_k\\ p_k & q_k\end{bmatrix}^{-1},\ [\bar c_{k+1}]=-\begin{bmatrix}\Lambda_k & r_k\\ p_k & q_k\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}0_{k-1,k+1}\\ r_{k+1}\end{bmatrix}. \\ \text{При этом}^{x)}\ \det\begin{pmatrix}\Lambda_k & r_k\\ p_k & q_k\end{pmatrix}\neq 0 \text{. Последовательности матриц } \{\Lambda,\bar\Lambda\} \text{ – полностью определены в соответствии с (I.2).} \end{cases} \qquad (I.5)$$

---

x) Утверждения $\det\begin{pmatrix}\Lambda_k & r_k\\ p_k & q_k\end{pmatrix}\neq 0$ либо $\det\begin{pmatrix}q_k & r_{k+1}\\ p_{k+1} & G_k\end{pmatrix}\neq 0$ являются прямым следствием леммы 10/I_2)/ о необращении в нуль одновременно двух последовательных однотипных ведущих блочных угловых миноров невырожденных матриц $\mathbb{C}$ (1.1).

Представление I.2 (при условии I_2))

$$
\begin{bmatrix}
E_1 & (-\hat{\bar\beta})_2 & & & & & & \\
 & \ddots & \ddots & & & & & \\
 & & E_{k-2} & (-\hat{\bar\beta})_{k-1} & & & & \\
 & & & E_{k-1} & [-\hat{\bar\beta}]_k & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix} E_k & 0_{k\,k+1} \\ & E_{k+1} \end{bmatrix} & (-\hat\beta)_{k+2} & & \\
 & & & & & E_{k+2} & (-\hat\beta)_{k+3} & \\
 & & & & & & \ddots & \ddots \\
 & & & & & & E_{m-1} & (-\hat\beta)_m \\
 & & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\bar G_0 & & & & & & \\
 & \ddots & & & & & \\
 & & \bar{\bar G}_{k-3} & & & & \\
 & & & \bar G_{k-2} & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix} q_k & r_{k+1} \\ p_{k+1} & G_k \end{bmatrix} & & \\
 & & & & & G_{k+1} & \\
 & & & & & & \ddots \\
 & & & & & & G_{m-2} \\
 & & & & & & G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & & & & & & \\
(-\hat{\bar c})_2 & E_2 & & & & & \\
 & \ddots & \ddots & & & & \\
 & & (-\hat{\bar c})_{k-1} & E_{k-1} & & & \\
 & & & [-\hat{\bar c}]_k & \begin{bmatrix} E_k & \\ 0_{k+1\,k} & E_{k+1} \end{bmatrix} & & \\
 & & & & (-\hat c)_{k+2} & E_{k+2} & \\
 & & & & & (-\hat c)_{k+3} & E_{k+3} \\
 & & & & & & \ddots \quad \ddots \\
 & & & & & & (-\hat c)_m \; E_m
\end{bmatrix}
= \mathbb{C}(G,\bar G) = \mathbb{C} \tag{I.6}
$$

, где

$$
\begin{cases}
\left\{ \hat c_{j+1} = -(G_j^{-1} \cdot p_{j+1}),\ \hat\beta_{j+1} = -(r_{j+1} \cdot G_j^{-1}) \right\}_{j=m-1}^{k+1},\ \left\{ \hat{\bar c}_{j+1} = -(\bar G_j^{-1} \cdot p_{j+1}),\ \hat{\bar\beta}_{j+1} = -(r_{j+1} \cdot \bar G_j^{-1}) \right\}_{j=k-2}^{1}, \\
[\hat{\bar\beta}_k] = -[r_k, 0_{k-1\,k+1}] \cdot \begin{bmatrix} q_k & r_{k+1} \\ p_{k+1} & G_k \end{bmatrix}^{-1},\quad [\hat{\bar c}_k] = -\begin{bmatrix} q_k & r_{k+1} \\ p_{k+1} & G_k \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} p_k \\ 0_{k+1\,k-1} \end{bmatrix}. \\
\text{При этом } \det\begin{pmatrix} q_k & r_{k+1} \\ p_{k+1} & G_k \end{pmatrix} \neq 0 . \text{ Последовательности матриц } \{G, \bar G\} \text{ пол-} \\
\text{ностью определены в соответствии с (I.3).}
\end{cases} \tag{I.7}
$$

Далее в /4/ были получены x) матрично-факторизованные представления блочно-трёхдиагональных матриц $\mathbb{C}(1.1)$ при следующих комбинациях нулевых ведущих верхних либо нижних блочно-угловых миноров:

П. Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0$ и $\Delta_1^{l-1}=0]$ либо $[\Delta_{k+1}^{m}=0$ и $\Delta_{l+1}^{m}=0]\}$ – равны нулю только по два отдалённых минора каждого типа, то

$$
\begin{cases}
[\det(\Lambda_k)=0 \text{ и } \det(\bar\Lambda_l)=0 \text{ для любого } k \text{ фиксированного и любого } l \\
\text{из } (k+3 < l \le m-1), \text{ но } \{\det(\Lambda_j)\neq 0\}_{j=2}^{k-1},\ \{\det(\bar\Lambda_j)\neq 0\}_{j=k+1}^{l-1}, \\
\quad \{\det(\bar\Lambda_j)\neq 0\}_{j=l+1}^{m+1}] \text{ либо} \\
[\det(G_k)=0 \text{ и } \det(G_l)=0 \text{ для любого } k \text{ фиксированного и любого} \\
l \text{ из } (2 \le l < k-3), \text{ но } \{\det(G_j)\neq 0\}_{j=k-1}^{m-1},\ \{\det(\bar G_j)\neq 0\}_{j=l-1}^{k+1}, \\
\quad \{\det(\bar{\bar G}_j)\neq 0\}_{j=0}^{l+1}].
\end{cases}
$$

Ш. Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0$ и $\Delta_1^{k+1}=0]$ либо $[\Delta_{k+1}^{m}=0$ и $\Delta_{k+2}^{m}=0]\}$ – равны нулю только по два соседних минора каждого типа, то

---

x) Здесь ограничимся лишь комбинацией нулевых миноров, при которых получены соответствующие представления $\mathbb{C}(1.1)$ в /4/.

$$\begin{cases}[det(\Lambda_k)=0 \text{ и } det(\bar\Lambda)_{k+3}=0 & \text{для любого } k \text{ из } (3\le k\le m-4)\text{, но} \\ \{det(\Lambda_j)\ne 0\}_{j=2}^{k-1} \text{ и } \{det(\bar\Lambda_j)\ne 0\}_{j=k+4}^{m+1}\,] & \underline{\text{либо}} \\ [det(G_k)=0 \text{ и } det(G_{k-3})=0 & \text{для любого } k \text{ из } (5\le k\le m-2)\text{, но} \\ \{det(G_j)\ne 0\}_{j=k+1}^{m-1} \text{ и } \{det(\bar G_j)\ne 0\}_{j=0}^{k-4}\,]. \end{cases}$$

IУ. Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0$ и $\Delta_1^{l_i-1}=0]$ <u>либо</u> $[\Delta_{k+1}^{m}=0$ и $\Delta_{l_j+1}^{m}=0]\}$ – равно нулю любое конечное число отдалённых миноров каждого типа, то

$$\begin{cases}[det(\Lambda_k)=0 \text{ и } det(\bar\Lambda_{l_i})=0 \text{ для любых целых } l_1, l_2, \dots, l_n \text{ таких,} \\ \text{что } (k<l_1<l_i) \text{ и } (l_{i-1}+3<l_i)\text{, где } i=1,2,\dots,n-1] \ \underline{\text{либо}} \\ [det(G_k)=0 \text{ и } det(\bar G_{l_j})=0 \text{ для любых целых } l_n, l_{n-1}, \dots, l_1 \text{ таких,} \\ \text{что } (k>l_n>l_j) \text{ и } (l_{j+1}-3>l_j)\text{, где } j=n-1,n-2,\dots,1].\end{cases}$$

У. Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0$ и $\Delta_1^{l_i-1}=0]$ <u>либо</u> $[\Delta_{k+1}^{m}=0$ и $\Delta_{l_j+1}^{m}=0]\}$ – равно нулю любое конечное число соседних миноров каждого типа, то

$$\begin{cases}[det(\Lambda_k)=0 \text{ и } det(\bar\Lambda_{l_i})=0 \text{ для всех целых } l_1, l_2, \dots, l_n \text{ таких, что} \\ (k<l_1<l_i) \text{ и } (l_{i-1}+3=l_i)\text{, где } i=1,2,\dots,n-1] \ \underline{\text{либо}} \\ [det(G_k)=0 \text{ и } det(\bar G_{l_j})=0 \text{ для всех целых } l_n, l_{n-1}, \dots, l_1 \text{ таких,} \\ \text{что } (k>l_n>l_j) \text{ и } (l_{j+1}-3=l_j)\text{, где } j=n-1,n-2,\dots,1].\end{cases}$$

2. <u>Квазиобобщённые матричные процессы и естественно-элементарные матрично-факторизованные представления блочно-трёхдиагональных матриц общего вида при наличии нулевых миноров обоих типов</u>

В работе /4/ нами были получены матрично-факторизованные представления блочно-трёхдиагональных матриц общего вида $C(1.1)$ при различных комбинациях <u>однотипных</u> (верхних либо нижних) нулевых ведущих блочно-угловых миноров.

В этом же параграфе настоящей работы будут построены новые матрично-факторизованные представления $C(1.1)$ (и изучены их свойства) при различных комбинациях нулевых ведущих блочно-угловых миноров <u>обоих</u> типов (верхних и нижних), т.е. при следующих условиях:

Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0$ <u>и</u> $\Delta_k^{m}=0]\}$ – равны нулю одновременно только по одному минору обоих типов, то

УI. $$\begin{cases}[det(\Lambda_k)=0 \text{ для любого } k \text{ из } (3\le k\le m-1)\text{, но } \{det(\Lambda_j)\ne 0\}_{j=2}^{k-1}, \\ \{det(\bar\Lambda_j)\ne 0\}_{j=k+1}^{m+1}] \ \underline{\text{и}} \\ [det(G_{k-1})=0 \text{ для того же } k\text{, но } \{det(G_j)\ne 0\}_{j=k}^{m-1}, \{det(\bar G_j)\ne 0\}_{j=0}^{k-2}].\end{cases}$$

Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0=\Delta_1^{l-1}]$ <u>и</u> $[\Delta_k^{m}=0=\Delta_l^{m}]$ – равны нулю одновременно только по два отдалённых минора обоих типов, то

УП. $\begin{cases} [\det(\Lambda_k)=0 \text{ и } \det(\bar\Lambda_l)=0 \text{ для любого } k \text{ фиксированного и любого } l \text{ из } (k+3<l\le m), \\ \text{но } \{\det(\Lambda_j)\neq 0\}_{j=1}^{k-1}, \ \{\det(\bar\Lambda_j)\neq 0\}_{j=k+1}^{l-1}, \ \{\det(\bar{\bar\Lambda}_j)\neq 0\}_{j=l+1}^{m+1}] \ \underline{\text{и}} \\ [\det(\bar G_{k-1})=0 \text{ и } \det(G_{l-1})=0 \text{ для тех же } k \text{ и } l, \text{но } \{\det(G_j)\neq 0\}_{j=l}^{m-1}, \\ \{\det(\bar G_j)\neq 0\}_{j=k}^{l-2}, \{\det(\bar{\bar G}_j)\neq 0\}_{j=0}^{k-2}]. \end{cases}$

Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0=\Delta_1^{k+2}]$ $\underline{\text{и}}$ $[\Delta_k^m=0=\Delta_{k+1}^m]\}$ –равны нулю одновременно только по два соседних минора обоих типов, то

УШ. $\begin{cases} [\det(\Lambda_k)=0 \text{ и } \det(\bar\Lambda_{k+3})=0 \text{ для любого } k \text{ из } (3\le k\le m-4), \text{ но} \\ \{\det(\Lambda_j)\neq 0\}_{j=0}^{k-1}, \{\det(\bar\Lambda_j)\neq 0\}_{j=k+4}^{m+1}] \\ \underline{\text{и}} \ [\det(\bar G_{k-1})=0 \text{ и } \det(G_{k+2})=0 \text{ для того же } k, \text{ но } \{\det(G_j)\neq 0\}_{j=k+3}^{m-1}, \\ \{\det(\bar G_j)\neq 0\}_{j=0}^{k-2}]. \end{cases}$

По сути часть из приводимых ниже представлений $\mathbb{C}(1.1)$ учитывает явным образом информацию об элементах $(\mathbb{B}=\mathbb{C}^{-1})$ –матрицы, обратной к $\mathbb{C}(1.1)$, при наличии у неё нулевых ведущих блочно-угловых миноров. Поэтому эти представления являются естественным обобщением ранее полученных нами аналогичных представлений для $\mathbb{C}(1.1)$, в частности, когда ни один из указанных миноров не обращается в нуль.

Итак, имеет место следующая

<u>Теорема 2.I</u>. Пусть $\mathbb{C}$ – невырожденная блочно-трёхдиагональная матрица общего вида (I.I) с прямоугольными элементами-блоками $\{r_j, p_j\}_{j=2}^m$ и квадратными блоками $\{q_j\}_{j=1}^m$ (в общем случае разных размерностей). Пусть также равны нулю одновременно только по одному ведущему блочно-угловому минору обоих типов у $\mathbb{C}(1.1)$, т.е. для последовательностей матриц $\{\Lambda, \bar\Lambda\}$ (I.2) и $\{G, \bar G\}$ (I.3) выполняется условия УI. Тогда для $\mathbb{C}(1.1)$ имеют место следующие единственные матрично-факторизованные представления:

<u>Представление 2.I</u> (при условии УI)

$$\begin{bmatrix} E_1 &&&&&&&& \\ (-\beta)_2 & E_2 &&&&&&& \\ & \ddots & \ddots &&&&&& \\ && (-\beta)_{k-2} & E_{k-2} &&&&& \\ &&& (-\beta)_{k-1} & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \mathbb{O}_{k-1,k} \\ \mathbb{O}_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} & (-\hat\beta)_{k+1} &&& \\ &&&&& E_{k+1} & (-\hat\beta)_{k+2} && \\ &&&&&& \ddots & \ddots & \\ &&&&&&& E_{m-1} & (-\hat\beta)_m \\ &&&&&&&& E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_2 &&&&&&& \\ & \Lambda_3 &&&&&& \\ && \ddots &&&&& \\ &&& \Lambda_{k-1} &&&& \\ &&&& \begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & G_{k-1} \end{bmatrix} &&& \\ &&&&& G_k && \\ &&&&&& \ddots & \\ &&&&&&& G_{m-2} \\ &&&&&&&& G_{m-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 & (-C)_2 &&&&&& \\ & \ddots & \ddots &&&&& \\ && E_{k-3} & (-C)_{k-2} &&&& \\ &&& E_{k-2} & (-C)_{k-1} &&& \\ &&&& \begin{bmatrix} E_{k-1} & \mathbb{O}_{k-1,k} \\ \mathbb{O}_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} &&& \\ &&&& (-\hat C)_{k+1} & E_{k+1} && \\ &&&&& (-\hat C)_{k+2} & E_{k+2} & \\ &&&&&& \ddots & \ddots \\ &&&&&&& (-\hat C)_m \ E_m \end{bmatrix} = \mathbb{C}(\Lambda, G) = \mathbb{C} \tag{2.I}$$

, где

$$\begin{cases} \{\beta_{j+1}=-(p_{j+1}\cdot\Lambda^{-1}_{j+1}),\ c_{j+1}=-(\Lambda^{-1}_{j+1}\cdot r_{j+1})\}_{j=1}^{k-2},\ \Lambda_{j+1}=q_j-p_j\cdot\Lambda_j^{-1}\cdot r_j,\ \Lambda_2=q_1,\ j=1,2,\dots,k-2, \\ \{\hat\beta_{j+1}=-(r_{j+1}\cdot G_j^{-1}),\ \hat c_{j+1}=-(G_j^{-1}\cdot p_{j+1})\}_{j=k}^{m-1},\ G_{j-1}=q_j-r_{j+1}\cdot G_j^{-1}\cdot p_{j+1},\ G_{m-1}=q_m,\ j=m-1,\dots,k+1. \end{cases} \tag{2.2}$$

Либо эквивалентное ему

Представление 2.2 (при условии УI)

$$\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta)_2 & E_2 \\
& \ddots & \ddots \\
&& (-\beta)_{k-2} & E_{k-2} \\
&&& (-\beta)_{k-1} & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} & (-\hat\beta)_{k+1} \\
&&&&& E_{k+1} & (-\hat\beta)_{k+2} \\
&&&&&& \ddots & \ddots \\
&&&&&&& E_{m-1} & (-\hat\beta)_m \\
&&&&&&&& E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B^{-1}_{11}-(r_2\hat{\bar c}_2=\hat{\bar\beta}_2 p_2)] \\
& \ddots \\
&& [B^{-1}_{k-3,k-3}-(r_{k-2}\hat{\bar c}_{k-2}=\hat{\bar\beta}_{k-2} p_{k-2})] \\
&&& [B^{-1}_{k-2,k-2}-(\bar r_{k-1}[\hat{\bar c}]_{k-1}=[\hat\beta]_{k-1} p_{k-1})] \\
&&&& \begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & G_{k-1} \end{bmatrix} \\
&&&&& [B^{-1}_{k+1,k+1}-([\bar\beta]_{k+1}\bar r_{k+1}=\bar p_{k+1}[\bar c]_{k+1})] \\
&&&&&& [B^{-1}_{k+2,k+2}-(\bar\beta_{k+2} r_{k+2}=p_{k+2}\bar c_{k+2})] \\
&&&&&&& \ddots \\
&&&&&&&& [B^{-1}_{mm}-(\bar\beta_m r_m=p_m\bar c_m)]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & (-c)_2 \\
& \ddots & \ddots \\
&& E_{k-3} & (-c)_{k-2} \\
&&& E_{k-2} & (-c)_{k-1} \\
&&&& \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} \\
&&&& (-\hat c)_{k+1} & E_{k+1} \\
&&&&& (-\hat c)_{k+2} & E_{k+2} \\
&&&&&& \ddots & \ddots \\
&&&&&&& (-\hat c)_m & E_m
\end{bmatrix}
=\mathbb{C}(\Lambda,G). \tag{2.3}$$

А также эквивалентные представлениям I.2 и I.3 соответственно

Представление 2.3 (при условии УI)

$$\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta)_2 & E_2 \\
& \ddots & \ddots \\
&& (-\beta)_{k-2} & E_{k-2} \\
&&& (-\beta)_{k-1} & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} \\
&&&& [-\bar\beta]_{k+1} & E_{k+1} \\
&&&&& (-\bar\beta)_{k+2} & E_{k+2} \\
&&&&&& \ddots & \ddots \\
&&&&&&& (-\bar\beta)_m & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B^{-1}_{11}-(r_2\hat{\bar c}_2=\hat{\bar\beta}_2 p_2)] \\
& \ddots \\
&& [B^{-1}_{k-3,k-3}-(r_{k-2}\hat{\bar c}_{k-2}=\hat{\bar\beta}_{k-2} p_{k-2})] \\
&&& [B^{-1}_{k-2,k-2}-(\bar r_{k-1}[\hat{\bar c}]_{k-1}=[\hat\beta]_{k-1}\bar p_{k-1})] \\
&&&& \begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} \\
&&&&& [B^{-1}_{k+1,k+1}-(r_{k+2}\hat c_{k+2}=\hat\beta_{k+2} p_{k+2})] \\
&&&&&& \ddots \\
&&&&&&& [B^{-1}_{m-1,m-1}-(r_m\hat c_m-\hat\beta_m p_m)] \\
&&&&&&&& [B^{-1}_{mm}]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & (-c)_2 \\
& E_2 & (-c)_3 \\
&& \ddots & \ddots \\
&&& E_{k-2} & (-c)_{k-1} \\
&&&& \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} & [\bar c]_{k+1} \\
&&&&& E_{k+1} & (-\bar c)_{k+2} \\
&&&&&& \ddots & \ddots \\
&&&&&&& E_{m-1} & (-\bar c)_m \\
&&&&&&&& E_m
\end{bmatrix}
=\mathbb{C}(\Lambda,G), \tag{2.4}$$

Представление 2.4 (при условии УI)

$$\begin{bmatrix}
E_1 & (-\hat\beta)_2 \\
& \ddots & \ddots \\
&& E_{k-3} & (-\hat\beta)_{k-2} \\
&&& E_{k-2} & [-\hat\beta]_{k-1} \\
&&&& \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} & (-\hat\beta)_{k+1} \\
&&&&& E_{k+1} & (-\hat\beta)_{k+2} \\
&&&&&& \ddots & \ddots \\
&&&&&&& E_{m-1} & (-\hat\beta)_m \\
&&&&&&&& E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B^{-1}_{11}] \\
& [B^{-1}_{22}-(\beta_2 r_2=p_2 c_2)] \\
&& \ddots \\
&&& [B^{-1}_{k-2,k-2}-(\beta_{k-2} r_{k-2}=p_{k-2} c_{k-2})] \\
&&&& \begin{bmatrix} q_{k-1} & r_k \\ p_k & G_{k-1} \end{bmatrix} \\
&&&&& [B^{-1}_{k+1,k+1}-([\bar\beta]_{k+1}\bar r_{k+1}=\bar p_{k+1}[\bar c]_{k+1})] \\
&&&&&& [B^{-1}_{k+2,k+2}-(\bar\beta_{k+2} r_{k+2}=p_{k+2}\bar c_{k+2})] \\
&&&&&&& \ddots \\
&&&&&&&& [B^{-1}_{mm}-(\bar\beta_m r_m=p_m\bar c_m)]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\hat c)_2 & E_2 \\
& \ddots & \ddots \\
&& (-\hat c)_{k-2} & E_{k-2} \\
&&& [\hat c]_{k-1} & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} \\
&&&& (-\hat c)_{k+1} & E_{k+1} \\
&&&&& \ddots & \ddots \\
&&&&&& (-\hat c)_m & E_m
\end{bmatrix}
=\mathbb{C}(\Lambda,G). \tag{2.5}$$

Здесь, в (2.4) и (2.5), структурные матрицы $\{\beta_j, c_j\}_{j=2}^{k-1}$, $\{\bar\beta_j, [\bar\beta_{k+1}], \bar c_j, [\bar c_{k+1}]\}_{j=k+2}^{m}$, $\{\hat\beta_j, \hat c_j\}_{j=k+1}^{m}$, $\{\hat{\bar\beta}_j, [\hat{\bar\beta}]_{k-1}, \hat{\bar c}_j, [\hat{\bar c}]_{k-1}\}_{j=2}^{k-2}$ –определены в (I.5), (I.7) соответственно.

<u>При этом</u> матрицы B_{jj}^{-1}, в соответствии с $\{\Lambda, \bar\Lambda\}$ (I.2) и $\{G, \bar G\}$ (I.3), могут быть представлены любым из следующих способов:

$$B_{jj}^{-1} = \begin{cases} B_{jj}^{-1}(\Lambda,\bar G) = (\Lambda_{j+1} + \bar G_{j-1} - q_j), \; 1 \le j \le k-2; \; B_{jj}^{-1}(\bar\Lambda, G) = (\bar\Lambda_{j+1} + G_{j-1} - q_j), \; k+1 \le j \le m, \\ \begin{cases} B_{jj}^{-1}(\Lambda) = [\sum\limits_{\mu=j}^{k-2} \prod\limits_{i=j+1}^{\mu} c_i \cdot \Lambda_{\mu+1}^{-1} \cdot \prod\limits_{i=j+1}^{\mu} \beta_i]^{-1} \longleftrightarrow [\Lambda_{j+1}^{-1} + c_{j+1} \cdot B_{j+1\,j+1}(\Lambda) \cdot \beta_{j+1}]^{-1}, \; B_{k-2\,k-2}^{-1}(\Lambda) = \Lambda_{k-1}, \; j = k-3, \dots, 1, \\ B_{jj}^{-1}(\bar\Lambda) = [\sum\limits_{\mu=j}^{m} \prod\limits_{i=j+1}^{\mu} \bar c_i \cdot \bar\Lambda_{\mu+1}^{-1} \cdot \prod\limits_{i=j+1}^{\mu} \bar\beta_i]^{-1} \longleftrightarrow [\bar\Lambda_{j+1}^{-1} + \bar c_{j+1} \cdot B_{j+1\,j+1}(\bar\Lambda) \cdot \bar\beta_{j+1}]^{-1}, \; B_{mm}^{-1}(\bar\Lambda) = \bar\Lambda_{m+1}, \; j = m-1, \dots, k+1; \end{cases} \\ \begin{cases} B_{jj}^{-1}(G) = [\sum\limits_{\mu=k+1}^{j} \prod\limits_{i=\mu+1}^{j} \hat c_i \cdot G_{\mu-1}^{-1} \cdot \prod\limits_{i=\mu+1}^{j} \hat\beta_i]^{-1} \longleftrightarrow [G_{j-1}^{-1} + \hat c_j \cdot B_{j-1\,j-1}(G) \cdot \hat\beta_j]^{-1}, \; B_{k+1\,k+1}^{-1}(G) = G_k, \; j = k+2, \dots, m, \\ B_{jj}^{-1}(\bar G) = [\sum\limits_{\mu=1}^{j} \prod\limits_{i=\mu+1}^{j} \hat{\bar c}_i \cdot \bar G_{\mu-1}^{-1} \cdot \prod\limits_{i=\mu+1}^{j} \hat{\bar\beta}_i]^{-1} \longleftrightarrow [\bar G_{j-1}^{-1} + \hat{\bar c}_j \cdot B_{j-1\,j-1}(\bar G) \cdot \hat{\bar\beta}_j]^{-1}, \; B_{11}^{-1}(\bar G) = \bar G_0, \; j = 2, 3, \dots, k-2. \end{cases} \end{cases} \quad (2.6)$$

<u>Доказательство</u>. Сначала отметим, что если учесть для матриц B_{jj}^{-1} их выражения в виде $(2.6)_{I)}$, то из представления 2.2 получим представление 2.I, а из представления 2.3 и 2.4 получим представления I.I и I.2 соответственно. Справедливость представлений 2.I÷2.4, с учётом сказанного выше, проверяется путём перемножения факторизирующих матриц в (2.I)÷(2.5). При этом следует учесть определения последовательностей матриц $\{\Lambda, \bar\Lambda\}$ (I.2) и $\{G, \bar G\}$ (I.3) и определения матриц B_{jj}^{-1} $(2.6)_{I)}$. Различные представления для матриц B_{jj}^{-1} в виде (2.6) здесь нами постулированы (аналогично /5/ исходя из знания свойств обратных матриц $B = C^{-1}$. Справедливость представлений 2.I÷2.4 установлена.

<u>Следствие 2.I</u> (Теоремы 2.I). Если выполняются условия теоремы 2.I, то представления 2.2÷2.4 (и следовательно, представления 2.I; I.I; I.2 соответственно) могут быть записаны в виде

<u>Представления 2.2</u>$'$(2.I$'$)(при условии УI)

$$\begin{bmatrix} E_1 &&&&&&&&& \\ & E_2 &&&&&&&& \\ && \ddots &&&&&&& \\ &&& E_{k-2} &&&&&& \\ \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_{k-2} & E_{k-1} &&&&& \\ &&&&& E_k & \hat\xi_{k+1} & \dots & \hat\xi_m & \\ &&&&&& E_{k+1} &&& \\ &&&&&&& E_{k+2} && \\ &&&&&&&& \ddots & \\ &&&&&&&&& E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 && \\ (-\beta_2) E_2 && \\ & \ddots & \\ && (-\beta_{k-2}) E_{k-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [B_{11}^{-1} - (r_2 \hat{\bar c}_2 = \hat{\bar\beta}_2 P_2)] && \\ & [B_{k-3\,k-3}^{-1} - (r_{k-2} \hat{\bar c}_{k-2} = \hat{\bar\beta}_{k-2} P_{k-2})] & \\ && [B_{k-2\,k-2}^{-1} - (\bar r_{k-1} [\hat{\bar c}]_{k-1} = [\hat{\bar\beta}]_{k-1} \bar P_{k-1})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 (-c_2) && \\ & E_{k-3} (-c_{k-2}) & \\ && E_{k-2} \end{bmatrix} = \overset{k-2}{\underset{1}{C}}(\Lambda) && \\ & \begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ P_k & G_{k-1} \end{bmatrix} & \\ && \overset{m}{\underset{k+1}{C}}(G) = \begin{bmatrix} E(-\hat\beta_{k+2})_{k+1} && \\ & \ddots & \\ && E_{m-1}(-\hat\beta_m) \\ &&& E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [B_{k+1\,k+1}^{-1} - ([\bar\beta]_{k+1} \bar r_{k+1} = \bar P_{k+1} [\bar c]_{k+1})] && \\ & [B_{k+2\,k+2}^{-1} - (\bar\beta_{k+2} r_{k+2} = P_{k+2} \bar c_{k+2})] & \\ && \ddots \\ &&& [B_{mm}^{-1} - (\bar\beta_m r_m = P_m \bar c_m)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{k+1} && \\ (-\hat c_{k+2}) E_{k+2} && \\ & \ddots & \\ && (-\hat c_m) E_m \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 & \tau_1 &&&&&& \\ & E_2 & \tau_2 &&&&& \\ && \ddots & \ddots &&&& \\ &&& E_{k-2} & \tau_{k-2} &&& \\ &&&& E_{k-1} &&& \\ &&&&& E_k && \\ &&&&& \hat\tau_{k+1} & E_{k+1} & \\ &&&&&& \hat\tau_{k+2} \; E_{k+2} & \\ &&&&&&& \ddots \\ &&&&&&& \hat\tau_m \; E_m \end{bmatrix} = C(\Lambda, G), \quad (2.7)$$

Представления 2.3′(I.I′)(при условии УI)

$$\begin{bmatrix} E_1 & & & & & & & & \\ & E_2 & & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & & \\ & & & E_{k-2} & & & & & \\ \xi_1 & \cdots & & \xi_{k-2} & E_{k-1} & & & & \\ & & & & & E_k & & & \\ & & & & & [-\bar\beta]_{k+1} & E_{k+1} & & \\ & & & & & & (-\beta)_{k+2} & E_{k+2} & \\ & & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & (-\beta_m) & E_m \end{bmatrix} \left[\begin{matrix} \begin{bmatrix} E_1 & & \\ (-\beta)_2 & E_2 & \\ & \ddots & \\ & (-\beta)_{k-2} & E_{k-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [B_{11}^{-1}-(r_2\hat{c}_2=\hat{\beta}_2 p_2)] & & \\ & \ddots & \\ & [B_{k-3\,k-3}^{-1}-(r_{k-2}\hat{c}_{k-2}=\hat{\beta}_{k-2}p_{k-2})] & \\ & & [B_{k-2\,k-2}^{-1}-(r_{k-1}[\hat{c}_{k-1}]=[\hat{\beta}_{k-1}]p_{k-1})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 & (-c)_2 & \\ & \ddots & \\ & E_{k-3} & (-c)_{k-2} \\ & & E_{k-2} \end{bmatrix} = \mathbb{C}_1^{k-2}(\Lambda) & & \\ & \begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} & \\ & & \begin{bmatrix} [B_{k+1\,k+1}^{-1}-(r_{k+2}\hat{c}_{k+2}=\hat{\beta}_{k+2}p_{k+2})] & & \\ & \ddots & \\ & [B_{m-1\,m-1}^{-1}-(r_m\hat{c}_m=\hat{\beta}_m p_m)] & \\ & & [B_{mm}^{-1}] \end{bmatrix} \end{matrix}\right] \begin{bmatrix} E_1 & \tau_1 & & & & & & \\ & E_2 & \tau_2 & & & & & \\ & & \ddots & & & & & \\ & & & E_{k-2} & \tau_{k-2} & & & \\ & & & & E_{k-1} & & & \\ & & & & & E_k & [-\bar{c}]_{k+1} & \\ & & & & & & E_{k+1} & (-c)_{k+2} \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & E_{m-1} & (-c)_m \\ & & & & & & & E_m \end{bmatrix} = \mathbb{C}(\Lambda, G) \qquad (2.8)$$

Представления 2.4′(I.2′)(при условии УI)

$$\begin{bmatrix} E_1 & (-\hat{\beta}_2) & & & & & & \\ & E_2 & (-\hat{\beta}_3) & & & & & \\ & & \ddots & & & & & \\ & & E_{k-3} & (-\hat{\beta})_{k-2} & & & & \\ & & & E_{k-2} & [-\hat{\beta}]_{k-1} & & & \\ & & & & E_{k-1} & & & \\ & & & & & E_k & \hat{\xi}_{k+1} \cdots & \hat{\xi}_m \\ & & & & & & E_{k+1} & \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & E_m \end{bmatrix} \left[\begin{matrix} \begin{bmatrix} [B_{11}^{-1}] & & \\ & [B_{22}^{-1}-(\beta_2 r_2=p_2 c_2)] & \\ & & \ddots \\ & & [B_{k-2\,k-2}^{-1}-(\beta_{k-2}r_{k-2}=p_{k-2}c_{k-2})] \end{bmatrix} & & \\ & \begin{bmatrix} q_{k-1} & r_k \\ p_k & G_{k-1} \end{bmatrix} & \\ & & \mathbb{C}_{k+1}^{m}(G) = \begin{bmatrix} E_{k+1} & (-\hat{\beta})_{k+2} & \\ & \ddots & \\ & E_{m-1} & (-\hat{\beta})_m \\ & & E_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [B_{k+1\,k+1}^{-1}-([\bar{\beta}]_{k+1}\bar{r}_{k+1}=\bar{p}_{k+1}[\bar{c}]_{k+1})] & & \\ & [B_{k+2\,k+2}^{-1}-(\hat{\beta}_{k+2} r_{k+2}=p_{k+2}c_{k+2})] & \\ & & \ddots \\ & & [B_{mm}^{-1}-(\hat{\beta}_m r_m=p_m c_m)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{k+1} & & \\ (-\hat{c})_{k+2} & E_{k+2} & \\ & \ddots & \\ & (-\hat{c})_m & E_m \end{bmatrix} \end{matrix}\right] \begin{bmatrix} E_1 & & & & & & & \\ (-\hat{c})_2 & E_2 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & \\ & (-\hat{c})_{k-2} & E_{k-2} & & & & & \\ & & [-\hat{c}]_{k-1} & E_{k-1} & & & & \\ & & & & E_k & & & \\ & & & & \hat{\tau}_{k+1} & E_{k+1} & & \\ & & & & \hat{\tau}_{k+2} & & E_{k+2} & \\ & & & & \vdots & & & \ddots \\ & & & & \hat{\tau}_m & & & E_m \end{bmatrix} = \mathbb{C} \qquad (2.9)$$

Здесь $\left\{\xi_j = -\prod_{s=j+1}^{k-1}\beta_s\right\}_{j=1}^{k-2}$, $\left\{\tau_i = -\prod_{s=i+1}^{k-1}c_s\right\}_{i=1}^{k-2}$, $\left\{\hat{\xi}_j = -\prod_{s=k+1}^{j}\hat{\beta}_s\right\}_{j=k+1}^{m}$, $\left\{\hat{\tau}_i = -\prod_{s=k+1}^{i}\hat{c}_s\right\}_{i=k+1}^{m}$,

а $\mathbb{C}_1^{k-1}$ и $\mathbb{C}_{k+1}^{m}$ есть ведущие усечённые (т.е. уменьшенной размерности) блочно-трёхдиагональные подматрицы общего вида

$$\mathbb{C}_1^{k-1} = \begin{bmatrix} q_1 & r_2 & & \\ p_2 & q_2 & r_3 & \\ & & \ddots & \\ & & p_{k-1} & q_{k-1} \end{bmatrix}, \qquad \mathbb{C}_{k+1}^{m} = \begin{bmatrix} q_{k+1} & r_{k+2} & & \\ p_{k+2} & q_{k+2} & r_{k+3} & \\ & & \ddots & \\ & & p_m & q_m \end{bmatrix}.$$

Имеет место следующая

Теорема 2.2. Пусть $\mathbb{C}$ – невырожденная блочно-трёхдиагональная матрица общего вида (I.I) с прямоугольными элементами-блоками $\{r_s, p_s\}_{s=2}^{m}$ и квадратными блоками $\{q_s\}_{s=1}^{m}$ (в общем случае разных размерностей). Пусть также равны нулю одновременно только по два отдалённых (либо равны нулю одновременно только по два соседних) ведущих блочно-угловых минора обоих типов у $\mathbb{C}(1.1)$ т.е. для последовательностей матриц $\{\Lambda, \bar{\Lambda}\}$ (I.2) и $\{G, \bar{G}\}$ (I.3) выполняется одно из условий УП, УШ. Тогда для $\mathbb{C}(1.1)$ имеют место следующие естественные матрично-факторизованные представления:

Представление 2.5 (при условии УП)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta_2)\,E_2 \\
\ddots \\
(-\beta_{k-2})\,E_{k-2} \\
(-\beta_{k-1})\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} \\
[-\bar{\beta}]_{k+1}\,E_{k+1} \\
(-\bar{\beta}_{k+2})\,E_{k+2} \\
\ddots \\
(-\bar{\beta}_{l-2})\,E_{l-2} \\
(-\bar{\beta}_{l-1})\begin{bmatrix} E_{l-1} & \\ 0_{l,l-1} & E_l \end{bmatrix}(-\hat{\beta}_{l+1}) \\
E_{l+1}\,(-\hat{\beta}_{l+2}) \\
\ddots \\
E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 \\
\Lambda_3 \\
\ddots \\
\Lambda_{k-1} \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} \\
\bar{\Lambda}_{k+2} \\
\bar{\Lambda}_{k+3} \\
\ddots \\
\bar{\Lambda}_{l-1} \\
\begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_l & z_l \\ p_l & G_{l-1} \end{bmatrix} \\
G_l \\
\ddots \\
G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1\,(-c_2) \\
\ddots \\
E_{k-2}\,(-c_{k-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ & E_k \end{bmatrix}[-\bar{c}]_{k+1} \\
E_{k+1}\,(-\bar{c}_{k+2}) \\
E_{k+2}\,(-\bar{c}_{k+3}) \\
\ddots \\
E_{l-2}\,(-\bar{c}_{l-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{l-1} & 0_{l-1,l} \\ & E_l \end{bmatrix} \\
(-\hat{c}_{l+1})\,E_{l+1} \\
\ddots \\
(-\hat{c}_m)\,E_m
\end{bmatrix}
= \mathbb{C}(\Lambda, G) \qquad (2.10)
$$

,

Представление 2.6 (при условии УП)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta_2)\,E_2 \\
\ddots \\
(-\beta_{k-1})\,E_{k-1} \\
(-\beta_{k-1})\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix}(-\hat{\beta}_{k+1}) \\
E_{k+1}\,(-\hat{\beta}_{k+2}) \\
\ddots \\
E_{l-3}\,(-\hat{\beta}_{l-2}) \\
E_{l-2}\,[-\hat{\beta}]_{l-1} \\
\begin{bmatrix} E_{l-1} & 0_{l-1,l} \\ & E_l \end{bmatrix}(-\hat{\beta}_{l+1}) \\
E_{l+1}\,(-\hat{\beta}_{l+2}) \\
\ddots \\
E_{m-1}\,(-\hat{\beta}_m) \\
E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 \\
\Lambda_3 \\
\ddots \\
\Lambda_{k-1} \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & \bar{G}_{k-1} \end{bmatrix} \\
\bar{G}_k \\
\ddots \\
\bar{G}_{l-4} \\
\bar{G}_{l-3} \\
\begin{bmatrix} q_{l-1} & z_l \\ p_l & G_{l-1} \end{bmatrix} \\
G_l \\
\ddots \\
G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1\,(-c_2) \\
E_2\,(-c_3) \\
\ddots \\
E_{k-2}\,(-c_{k-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ & E_k \end{bmatrix} \\
(-\hat{c}_{k+1})\,E_{k+1} \\
(-\hat{c}_{k+2})\,E_{k+2} \\
\ddots \\
(-\hat{c}_{l-2})\,E_{l-2} \\
[-\hat{c}]_{l-1}\begin{bmatrix} E_{l-1} & \\ 0_{l,l-1} & E_l \end{bmatrix} \\
(-\hat{c}_{l+1})\,E_{l+1} \\
\ddots \\
(-\hat{c}_m)\,E_m
\end{bmatrix}
= \mathbb{C}(\Lambda, G) \qquad (2.11)
$$

, где

$$
\left\{\begin{array}{l}
\{\beta_{j+1} = -(p_{j+1}\cdot\Lambda_{j+1}^{-1}),\ c_{j+1} = -(\Lambda_{j+1}^{-1}\cdot z_{j+1})\}_{j=1}^{k-2},\ \{\bar{\beta}_{j+1} = -(p_{j+1}\cdot\bar{\Lambda}_{j+1}^{-1}),\ \bar{c}_{j+1} = -(\bar{\Lambda}_{j+1}^{-1}\cdot z_{j+1})\}_{j=k+1}^{l-2},\ \{\hat{\beta}_{j+1} = -(z_{j+1}\cdot G_j^{-1}), \\
\hat{c}_{j+1} = -(G_j^{-1}\cdot p_{j+1})\}_{j=l}^{m-1},\ \{\hat{\beta}_{j+1} = -(z_{j+1}\cdot\bar{G}_j^{-1}),\ \hat{c}_{j+1} = -(\bar{G}_j^{-1}\cdot p_{j+1})\}_{j=k}^{l-3},\ [\bar{\beta}]_{k+1} = -[0_{k+1,k-1}, p_{k+1}]\cdot\begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix}^{-1}, \qquad (2.12) \\
[\bar{c}]_{k+1} = \begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} 0_{k-1,k+1} \\ z_{k+1} \end{bmatrix},\ [\hat{\beta}]_{l-1} = -[z_{l-1}, 0_{l-1,l}]\cdot\begin{bmatrix} q_{l-1} & z_l \\ p_l & G_{l-1} \end{bmatrix}^{-1},\ [\hat{c}]_{l-1} = -\begin{bmatrix} q_{l-1} & z_l \\ p_l & G_{l-1} \end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} p_{l-1} \\ 0_{l,l-1} \end{bmatrix}.\ \text{При этом}\ \left[\det\begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{pmatrix} \neq 0; \right. \\
\left. \det\begin{pmatrix} q_{l-1} & z_l \\ p_l & G_{l-1} \end{pmatrix} \neq 0\right] \longrightarrow \left[\det\begin{pmatrix} \bar{\Lambda}_l & z_l \\ p_l & G_{l-1} \end{pmatrix} \neq 0; \det\begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & G_{k-1} \end{pmatrix} \neq 0\ \text{, при}\ \det(\mathbb{C}) \neq 0\right].
\end{array}\right.
$$

Последовательности матриц $\{\Lambda, \bar{\Lambda}\}$ и $\{G, \bar{G}\}$ – полностью определены в соответствии с (1.2) и (1.3).

Либо эквивалентные представлениям 2.5 и 2.6 соответственно

Представление 2.7 (при условии УП)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 & & & & & & & & & & & & \\
(-\beta)_2 & E_2 & & & & & & & & & & & \\
 & & \ddots & & & & & & & & & & \\
 & & (-\beta)_{k-2} & E_{k-2} & & & & & & & & & \\
 & & & (-\beta)_{k-1} & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k\,k-1} & E_k \end{bmatrix} & & & & & & & & \\
 & & & & (-\bar{\beta})_{k+1} & E_{k+1} & & & & & & & \\
 & & & & & (-\bar{\beta})_{k+2} & E_{k+2} & & & & & & \\
 & & & & & & \ddots & & & & & & \\
 & & & & & & (-\bar{\beta})_{l-2} & E_{l-2} & & & & & \\
 & & & & & & & (-\bar{\beta})_{l-1} & \begin{bmatrix} E_{l-1} & \\ 0_{l\,l-1} & E_l \end{bmatrix} & (-\hat{\beta})_{l+1} & & & \\
 & & & & & & & & & E_{l+1} & (-\hat{\beta})_{l+2} & & \\
 & & & & & & & & & & \ddots & \ddots & \\
 & & & & & & & & & & & E_{m-1} & (-\hat{\beta})_m \\
 & & & & & & & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B^{-1}_{11}-(r_2\cdot\hat{\bar{c}}_2=\hat{\bar{\beta}}_2\cdot p_2)] & & & & & & & & & & & \\
 & \ddots & & & & & & & & & & \\
 & & [B^{-1}_{k-3\,k-3}-(r_{k-2}\cdot\hat{\bar{c}}_{k-2}=\hat{\bar{\beta}}_{k-2}\cdot p_{k-2})] & & & & & & & & & \\
 & & & [B^{-1}_{k-2\,k-2}-(\bar{r}_{k-1}\cdot[\hat{\bar{c}}]_{k-1}=[\hat{\bar{\beta}}]_{k-1}\cdot\bar{p}_{k-1})] & & & & & & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} & & & & & & & \\
 & & & & & [B^{-1}_{k+1\,k+1}-(r_{k+2}\cdot\hat{c}_{k+2}=\hat{\beta}_{k+2}\cdot p_{k+2})] & & & & & & \\
 & & & & & & \ddots & & & & & \\
 & & & & & & & [B^{-1}_{l-3\,l-3}-(r_{l-2}\cdot\hat{\bar{c}}_{l-2}=\hat{\bar{\beta}}_{l-2}\cdot p_{l-2})] & & & & \\
 & & & & & & & & [B^{-1}_{l-2\,l-2}-(\bar{r}_{l-1}\cdot[\hat{\bar{c}}]_{l-1}=[\hat{\bar{\beta}}]_{l-1}\cdot\bar{p}_{l-1})] & & & \\
 & & & & & & & & & \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_l & r_l \\ p_l & G_{l-1} \end{bmatrix} & & \\
 & & & & & & & & & & [B^{-1}_{l+1\,l+1}-([\bar{\bar{\beta}}]_{l+1}\cdot\bar{r}_{l+1}=\bar{p}_{l+1}\cdot[\bar{c}]_{l+1})] & \\
 & & & & & & & & & & [B^{-1}_{l+2\,l+2}-(\bar{\bar{\beta}}_{l+2}\cdot r_{l+2}=p_{l+2}\cdot\bar{\bar{c}}_{l+2})] & \\
 & & & & & & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & & & & & & [B^{-1}_{mm}-(\bar{\bar{\beta}}_m\cdot r_m=p_m\cdot\bar{\bar{c}}_m)]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & (-c)_2 & & & & & & & & & & \\
 & E_2 & (-c)_3 & & & & & & & & & \\
 & & \ddots & & & & & & & & & \\
 & & E_{k-2} & (-c)_{k-1} & & & & & & & & \\
 & & & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1\,k} \\ & E_k \end{bmatrix} & (-\bar{c})_{k+1} & & & & & & & \\
 & & & & E_{k+1} & (-\bar{c})_{k+2} & & & & & & \\
 & & & & & \ddots & & & & & & \\
 & & & & & E_{l-3} & (-\bar{c})_{l-2} & & & & & \\
 & & & & & & E_{l-2} & (-\bar{c})_{l-1} & & & & \\
 & & & & & & & \begin{bmatrix} E_{l-1} & 0_{l-1\,l} \\ & E_l \end{bmatrix} & & & & \\
 & & & & & & & (-\hat{c})_{l+1} & E_{l+1} & & & \\
 & & & & & & & & (-\hat{c})_{l+2} & E_{l+2} & & \\
 & & & & & & & & & \ddots & & \\
 & & & & & & & & & & (-\hat{c})_m & E_m
\end{bmatrix} = C, \tag{2.13}
$$

Представление 2.8 (при условии УП)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 & & & & & & & & & & & \\
(-\beta)_2 & E_2 & & & & & & & & & & \\
 & \ddots & & & & & & & & & & \\
 & (-\beta)_{k-2} & E_{k-2} & & & & & & & & & \\
 & & (-\beta)_{k-1} & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k\,k-1} & E_k \end{bmatrix} & (-\hat{\bar{\beta}})_{k+1} & & & & & & & \\
 & & & & E_{k+1}(-\hat{\bar{\beta}})_{k+2} & & & & & & & \\
 & & & & & \ddots & & & & & & \\
 & & & & & E_{l-3} & (-\hat{\bar{\beta}})_{l-2} & & & & & \\
 & & & & & & E_{l-2} & [-\hat{\bar{\beta}}]_{l-1} & & & & \\
 & & & & & & & \begin{bmatrix} E_{l-1} & 0_{l-1\,l} \\ & E_l \end{bmatrix} & (-\hat{\beta})_{l+1} & & & \\
 & & & & & & & & E_{l+1} & (-\hat{\beta})_{l+2} & & \\
 & & & & & & & & & \ddots & \ddots & \\
 & & & & & & & & & & E_{m-1} & (-\hat{\beta})_m \\
 & & & & & & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B^{-1}_{11}-(r_2\cdot\hat{\bar{c}}_2=\hat{\bar{\beta}}_2\cdot p_2)] & & & & & & & & & & \\
 & \ddots & & & & & & & & & \\
 & & [B^{-1}_{k-3\,k-3}-(r_{k-2}\cdot\hat{\bar{c}}_{k-2}=\hat{\bar{\beta}}_{k-2}\cdot p_{k-2})] & & & & & & & & \\
 & & & [B^{-1}_{k-2\,k-2}-(\bar{r}_{k-1}\cdot[\hat{\bar{c}}]_{k-1}=[\hat{\bar{\beta}}]_{k-1}\cdot\bar{p}_{k-1})] & & & & & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & \bar{G}_{k-1} \end{bmatrix} & & & & & & \\
 & & & & & [B^{-1}_{k+1\,k+1}-([\bar{\beta}]_{k+1}\cdot\bar{r}_{k+1}=\bar{p}_{k+1}\cdot[\bar{c}]_{k+1})] & & & & & \\
 & & & & & [B^{-1}_{k+2\,k+2}-(\bar{\beta}_{k+2}\cdot r_{k+2}=p_{k+2}\cdot\bar{c}_{k+2})] & & & & & \\
 & & & & & & \ddots & & & & \\
 & & & & & & [B^{-1}_{l-2\,l-2}-(\bar{\beta}_{l-2}\cdot r_{l-1}=p_{l-2}\cdot\bar{c}_{l-2})] & & & & \\
 & & & & & & & \begin{bmatrix} q_{l-1} & r_l \\ p_l & G_{l-1} \end{bmatrix} & & & \\
 & & & & & & & & [B^{-1}_{l+1\,l+1}-([\bar{\bar{\beta}}]\cdot\bar{r}=\bar{p}\cdot[\bar{c}])] & & \\
 & & & & & & & & [B^{-1}_{l+2\,l+2}-(\bar{\bar{\beta}}_{l+2}\cdot r_{l+2}=p_{l+2}\cdot\bar{\bar{c}}_{l+2})] & & \\
 & & & & & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & & & & & [B^{-1}_{mm}-(\bar{\bar{\beta}}_m\cdot r_m=p_m\cdot\bar{\bar{c}}_m)]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & (-c)_2 & & & & & & & & \\
 & \ddots & & & & & & & & \\
 & E_{k-2} & (-c)_{k-1} & & & & & & & \\
 & & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1\,k} \\ & E_k \end{bmatrix} & & & & & & & \\
 & & (-\hat{\bar{c}})_{k+1} & E_{k+1} & & & & & & \\
 & & & & \ddots & & & & & \\
 & & & & (-\hat{\bar{c}})_{l-2} & E_{l-2} & & & & \\
 & & & & & [-\hat{\bar{c}}]_{l-1} & \begin{bmatrix} E_{l-1} & \\ 0_{l\,l-1} & E_l \end{bmatrix} & & & \\
 & & & & & & (-\hat{c})_{l+1} & E_{l+1} & & \\
 & & & & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & & & (-\hat{c})_m & E_m
\end{bmatrix} = C. \tag{2.14}
$$

А также эквивалентные представлениям 2.3 и 2.4(из /4/) соответственно

Представление 2.9 (при условии УП)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 & & & & & & & & & & & \\
(-\beta_2)E_2 & & & & & & & & & & & \\
 & -\,- & & & & & & & & & & \\
 & & (-\beta_{k-1})E_{k-1} & & & & & & & & & \\
 & & & (-\beta_{k})\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{kk-1} & E_k \end{bmatrix} & & & & & & & & \\
 & & & & [\hat{\beta}_{k+1}]E_{k+1} & & & & & & & \\
 & & & & & (-\beta_{k+2})E_{k+2} & & & & & & \\
 & & & & & & -\,- & & & & & \\
 & & & & & & & (-\bar{\beta}_{l-1})E_{l-1} & & & & \\
 & & & & & & & & (-\bar{\beta}_{l})\begin{bmatrix} E_{l-1} & \\ 0_{ll-1} & E_l \end{bmatrix} & & & \\
 & & & & & & & & & [\bar{\bar{\beta}}_{l+1}]E_{l+1} & & \\
 & & & & & & & & & & (-\bar{\bar{\beta}}_{l+2})E_{l+2} & \\
 & & & & & & & & & & -\,- & \\
 & & & & & & & & & & & (-\bar{\bar{\beta}}_m)E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B_{11}^{-1}-(z_2\hat{\bar{c}}_2=\hat{\bar{\beta}}_2 p_2)] & & & & & & & & & & \\
 & -\,- & & & & & & & & & \\
 & & [B_{k-3k-3}^{-1}-(z_{k-2}\hat{\bar{c}}_{k-2}=\hat{\bar{\beta}}_{k-2}p_{k-2})] & & & & & & & & \\
 & & & [B_{k-2k-2}^{-1}-(z_{k-1}[\hat{\bar{c}}_{k-1}]=[\hat{\bar{\beta}}_{k-1}]p_{k-1})] & & & & & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix}\Lambda_k & z_k\\ p_k & q_k\end{bmatrix} & & & & & & \\
 & & & & & [B_{k+1k+1}^{-1}-(z_{k+2}\hat{\bar{c}}_{k+2}=\hat{\bar{\beta}}_{k+2}p_{k+2})] & & & & & \\
 & & & & & & -\,- & & & & \\
 & & & & & & [B_{l-3l-3}^{-1}-(z_{l-2}\hat{\bar{c}}_{l-2}=\hat{\bar{\beta}}_{l-2}p_{l-2})] & & & & \\
 & & & & & & & [B_{l-2l-2}^{-1}-(z_{l-1}[\hat{\bar{c}}_{l-1}]=[\hat{\bar{\beta}}_{l-1}]p_{l-1})] & & & \\
 & & & & & & & & \begin{bmatrix}\bar{\Lambda}_l & z_l\\ p_l & q_l\end{bmatrix} & & \\
 & & & & & & & & & [B_{l+1l+1}^{-1}-(z_{l+2}\hat{c}_{l+2}=\hat{\beta}_{l+2}p_{l+2})] & \\
 & & & & & & & & & -\,- & \\
 & & & & & & & & & [B_{m-1m-1}^{-1}-(z_m\hat{c}_m=\hat{\beta}_m p_m)] & \\
 & & & & & & & & & & [B_{mm}^{-1}]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1(-c_2) & & & & & & & & & & \\
 & -\,- & & & & & & & & & \\
 & & E_{k-1}(-c_{k-1}) & & & & & & & & \\
 & & & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1k} \\ & E_k \end{bmatrix}[\bar{c}_{k+1}] & & & & & & & \\
 & & & & E_{k+1}(-\bar{c}_{k+2}) & & & & & & \\
 & & & & & -\,- & & & & & \\
 & & & & & & E_{l-2}(-\bar{c}_{l-1}) & & & & \\
 & & & & & & & \begin{bmatrix} E_{l-1} & 0_{l-1l} \\ & E_l \end{bmatrix}[\bar{\bar{c}}_{l+1}] & & & \\
 & & & & & & & & E_{l+1}(-\bar{\bar{c}}_{l+2}) & & \\
 & & & & & & & & -\,- & & \\
 & & & & & & & & & E_{m-1}(-\bar{\bar{c}}_m) & \\
 & & & & & & & & & & E_m
\end{bmatrix} = C(\Lambda,G), \qquad (2.15)
$$

Представление 2.10 (при условии УП)

$$
\begin{bmatrix}
E_1(\hat{\bar{\beta}}_2) & & & & & & & & & & \\
 & -\,- & & & & & & & & & \\
 & & E_{k-3}(-\hat{\bar{\beta}}_{k-2}) & & & & & & & & \\
 & & & E_{k-2}[-\hat{\bar{\beta}}_{k-1}] & & & & & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1k} \\ & E_k \end{bmatrix}(\hat{\beta}_{k+1}) & & & & & & \\
 & & & & & E_{k+1}(-\hat{\beta}_{k+2}) & & & & & \\
 & & & & & -\,- & & & & & \\
 & & & & & & E_{l-3}(-\hat{\bar{\beta}}_{l-2}) & & & & \\
 & & & & & & & E_{l-2}[-\hat{\bar{\beta}}_{l-1}] & & & \\
 & & & & & & & & \begin{bmatrix} E_{l-1} & 0_{l-1l} \\ & E_l \end{bmatrix}(\hat{\beta}_{l+1}) & & \\
 & & & & & & & & & E_{l+1}(-\hat{\beta}_{l+2}) & \\
 & & & & & & & & & -\,- & \\
 & & & & & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B_{11}^{-1}] & & & & & & & & & \\
 & [B_{22}^{-1}-(\beta_2 z_2=p_2 c_2)] & & & & & & & & \\
 & & -\,- & & & & & & & \\
 & & & [B_{k-2k-2}^{-1}-(\bar{\beta}_{k-1}z_{k-1}=p_{k-1}\bar{c}_{k-1})] & & & & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix} q_{k-1} & z_k \\ p_k & \bar{G}_{k-1} \end{bmatrix} & & & & & \\
 & & & & & [B_{k+1k+1}^{-1}-([\bar{\beta}_{k+1}]z_{k+1}=p_{k+1}[\bar{c}_{k+1}])] & & & & \\
 & & & & & [B_{k+2k+2}^{-1}-(\bar{\beta}_{k+2}z_{k+2}=p_{k+2}\bar{c}_{k+2})] & & & & \\
 & & & & & -\,- & & & & \\
 & & & & & & [B_{l-2l-2}^{-1}-(\bar{\beta}_{l-2}z_{l-2}=p_{l-2}\bar{c}_{l-2})] & & & \\
 & & & & & & & \begin{bmatrix} q_{l-1} & z_l \\ p_l & G_{l-1} \end{bmatrix} & & \\
 & & & & & & & & [B_{l+1l+1}^{-1}-([\bar{\bar{\beta}}_{l+1}]z_{l+1}=p_{l+1}[\bar{\bar{c}}_{l+1}])] & \\
 & & & & & & & & -\,- & \\
 & & & & & & & & & [B_{mm}^{-1}-(\bar{\bar{\beta}}_m z_m=p_m\bar{\bar{c}}_m)]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & & & & & & & & & & \\
(-\hat{\bar{c}}_2)E_2 & & & & & & & & & & \\
 & (-\hat{\bar{c}}_{k-2})E_{k-2} & & & & & & & & & \\
 & & [-\hat{\bar{c}}_{k-1}]\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{kk-1} & E_k \end{bmatrix} & & & & & & & & \\
 & & & (-\hat{c}_{k+1})E_{k+1} & & & & & & & \\
 & & & & -\,- & & & & & & \\
 & & & & & (-\hat{\bar{c}}_{l-2})E_{l-2} & & & & & \\
 & & & & & & [-\hat{\bar{c}}_{l-1}]\begin{bmatrix} E_{l-1} & \\ 0_{ll-1} & E_l \end{bmatrix} & & & & \\
 & & & & & & & (-\hat{c}_{l+1})E_{l+1} & & & \\
 & & & & & & & -\,- & & & \\
 & & & & & & & & (-\hat{c}_m)E_m & &
\end{bmatrix} = C(\Lambda,G). \qquad (2.16)
$$

Здесь соответствующие структурные матрицы $\{\beta, \bar{\beta}, \bar{\bar{\beta}}, [\bar{\beta}], [\bar{\bar{\beta}}]$; $[c, \bar{c}, \bar{\bar{c}}, [\bar{c}], [\bar{\bar{c}}]\}$ и $\{\hat{\beta}, \hat{\bar{\beta}}, \hat{\bar{\bar{\beta}}}, [\hat{\bar{\beta}}], [\hat{\bar{\bar{\beta}}}]; \hat{c}, \hat{\bar{c}}, \hat{\bar{\bar{c}}}, [\hat{\bar{c}}], [\hat{\bar{\bar{c}}}]\}$ –определены в (2.12). При этом матрицы B_{jj}^{-1} как функции $[\{B_{jj}^{-1}(\Lambda,\bar{\bar{G}}), B_{jj}^{-1}(\Lambda),$ $B_{jj}^{-1}(\bar{G})\}_{j=1}^{k-2}, \{B_{jj}^{-1}(\bar{\Lambda},\bar{G}), B_{jj}^{-1}(\bar{\Lambda}), B_{jj}^{-1}(\bar{G})\}_{j=k+1}^{l-2}, \{B_{jj}^{-1}(\bar{\bar{\Lambda}},G), B_{jj}^{-1}(\bar{\bar{\Lambda}}), B_{jj}^{-1}(G)\}_{j=l+1}^{m}]$ соответственно могут быть представлены в виде (2.6). (2.17)

Представление 2.11 (при условии УШ)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta)_2 & E_2 \\
& \ddots & \ddots \\
& & (-\beta)_{k-2} & E_{k-2} \\
& & & (-\beta)_{k-1} & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} \\
& & & & [-\bar{\beta}]_{k+1} & E_{k+1} \\
& & & & & (-\beta)_{k+2} & \begin{bmatrix} E_{k+2} & \\ 0_{k+3,k+2} & E_{k+3} \end{bmatrix} \\
& & & & & & (-\hat{\beta})_{k+4} & E_{k+4} \\
& & & & & & & (-\hat{\beta})_{k+5} & \ddots \\
& & & & & & & & E_{m-1} \\
& & & & & & & & (-\hat{\beta})_m & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 \\
& \Lambda_3 \\
& & \ddots \\
& & & \Lambda_{k-1} \\
& & & & \begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} \\
& & & & & \bar{\Lambda}_{k+2} \\
& & & & & & \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{k+3} & z_{k+3} \\ p_{k+3} & G_{k+2} \end{bmatrix} \\
& & & & & & & G_{k+3} \\
& & & & & & & & \ddots \\
& & & & & & & & & G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & (-c)_2 \\
& \ddots & \ddots \\
& & E_{k-2} & (-c)_{k-1} \\
& & & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ & E_k \end{bmatrix} & [-\bar{c}]_{k+1} \\
& & & & E_{k+1} & (-\bar{c})_{k+2} \\
& & & & & \begin{bmatrix} E_{k+2} & 0_{k+2,k+3} \\ & E_{k+3} \end{bmatrix} & (-\hat{c})_{k+4} \\
& & & & & & E_{k+4} & (-\hat{c})_{k+5} \\
& & & & & & & E_{k+5} & \ddots \\
& & & & & & & & \ddots & (-\hat{c})_m \\
& & & & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
= \mathbb{C}(\Lambda, G) \qquad (2.18)
$$

,

Представление 2.12 (при условии УШ)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta)_2 & E_2 \\
& \ddots & \ddots \\
& & (-\beta)_{k-2} & E_{k-2} \\
& & & (-\beta)_{k-1} & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} \\
& & & & (-\hat{\beta})_{k+1} & E_{k+1} \\
& & & & & [-\hat{\bar{\beta}}]_{k+2} & \begin{bmatrix} E_{k+2} & 0_{k+2,k+3} \\ & E_{k+3} \end{bmatrix} \\
& & & & & & (-\hat{\beta})_{k+4} & E_{k+4} \\
& & & & & & & (-\hat{\beta})_{k+5} & \ddots \\
& & & & & & & & E_{m-1} \\
& & & & & & & & (-\hat{\beta})_m & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 \\
& \Lambda_3 \\
& & \ddots \\
& & & \Lambda_{k-1} \\
& & & & \begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & \bar{G}_{k-1} \end{bmatrix} \\
& & & & & \bar{G}_k \\
& & & & & & \begin{bmatrix} q_{k+2} & z_{k+3} \\ p_{k+3} & G_{k+2} \end{bmatrix} \\
& & & & & & & G_{k+3} \\
& & & & & & & & \ddots \\
& & & & & & & & & G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & (-c)_2 \\
& \ddots & \ddots \\
& & E_{k-2} & (-c)_{k-1} \\
& & & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1,k} \\ & E_k \end{bmatrix} & (-\hat{\bar{c}})_{k+1} \\
& & & & E_{k+1} & [-\hat{c}]_{k+2} \\
& & & & & \begin{bmatrix} E_{k+2} & \\ 0_{k+3,k+2} & E_{k+3} \end{bmatrix} & (-\hat{c})_{k+4} \\
& & & & & & E_{k+4} & (-\hat{c})_{k+5} \\
& & & & & & & E_{k+5} & \ddots \\
& & & & & & & & \ddots & (-\hat{c})_m \\
& & & & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
= \mathbb{C}(\Lambda, G) \qquad (2.19)
$$

, где

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\left\{ \beta_{j+1} = -(p_{j+1} \cdot \Lambda_{j+1}^{-1}),\ c_{j+1} = -(\Lambda_{j+1}^{-1} \cdot z_{j+1}) \right\}_{j=1}^{k-2},\ [\bar{\beta}]_{k+1} = -[0_{k+1,k-1},\ p_{k+1}] \cdot \begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix}^{-1},\ \bar{\beta}_{k+2} = -(p_{k+2} \cdot \Lambda_{k+2}^{-1}),\ \bar{c}_{k+2} = -(\bar{\Lambda}_{k+2}^{-1} \cdot z_{k+2}), \\[2ex]
[\bar{c}]_{k+1} = -\begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0_{k-1,k+1} \\ z_{k+1} \end{bmatrix},\ \left\{ \hat{\beta}_{j+1} = -(z_{j+1} \cdot G_j^{-1}),\ \hat{c}_{j+1} = -(G_j^{-1} \cdot p_{j+1}) \right\}_{j=k+3}^{m-1},\ \hat{\bar{\beta}}_{k+1} = (-z_{k+1} \cdot \bar{G}_k^{-1}),\ \hat{\bar{c}}_{k+1} = -(\bar{G}_k^{-1} \cdot p_{k+1}), \qquad (2.20) \\[2ex]
[\hat{\bar{\beta}}]_{k+2} = -[z_{k+2},\ 0_{k+1,k+3}] \cdot \begin{bmatrix} q_{k+2} & z_{k+3} \\ p_{k+3} & G_{k+2} \end{bmatrix}^{-1},\ [\hat{c}]_{k+2} = -\begin{bmatrix} q_{k+2} & z_{k+3} \\ p_{k+3} & G_{k+2} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} p_{k+2} \\ 0_{k+3,k+1} \end{bmatrix}.
\end{array}
\right.
$$

При этом $\left[det\begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{pmatrix} \neq 0;\ det\begin{pmatrix} q_{k+2} & z_{k+3} \\ p_{k+3} & G_{k+2} \end{pmatrix} \neq 0 \right] \longrightarrow \left[det\begin{pmatrix} \bar{\Lambda}_{k+3} & z_{k+3} \\ p_{k+3} & G_{k+2} \end{pmatrix} \neq 0;\ det\begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & \bar{G}_{k-1} \end{pmatrix} \neq 0 \right.$,при $\left. det(\mathbb{C}) \neq 0 \right]$. Последовательности матриц $\{\Lambda, \bar{\Lambda}\}$ и $\{G, \bar{G}\}$ –полностью определены в соответствии с (I.2) и (I.3).

Либо эквивалентные представлениям 2.II и 2.I2 соответственно

<u>Представление 2.I3</u> (при условии УШ)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta)_2 E_2 \\
- \; - \\
(-\beta)_{k-2} E_{k-2} \\
(-\beta)_{k-1} \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} \\
E[\bar{\beta}]_{k+1} E_{k+1} \\
(-\bar{\beta})_{k+2} \begin{bmatrix} E_{k+2} & \\ 0_{k+3,k+2} & E_{k+3} \end{bmatrix} (\hat{\beta})_{k+4} \\
E_{k+4} (-\hat{\beta})_{k+5} \\
- \; - \\
E_{m-1} (-\hat{\beta})_m \\
E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B^{-1}_{11} - (r_2 \hat{\bar{\bar{c}}}_2 = \hat{\bar{\bar{\beta}}}_2 \cdot p_2)] \\
\overline{\quad} \; \overline{\quad} \; \overline{\quad} \\
[B^{-1}_{k-3,k-3} - (r_{k-2} \cdot \hat{\bar{\bar{c}}}_{k-2} = \hat{\bar{\bar{\beta}}}_{k-2} \cdot p_{k-2})] \\
[B^{-1}_{k-2,k-2} - (\bar{r}_{k-1} \cdot [\hat{\bar{c}}]_{k-1} = [\hat{\bar{\beta}}]_{k-1} \cdot \bar{p}_{k-1})] \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} \\
[B^{-1}_{k+1,k+1} - (\bar{r}_{k+2} \cdot [\hat{\bar{c}}]_{k+2} = [\hat{\bar{\beta}}]_{k+2} \cdot p_{k+2})] \\
\begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{k+3} & r_{k+3} \\ p_{k+3} & G_{k+2} \end{bmatrix} \\
[B^{-1}_{k+4,k+4} - ([\bar{\bar{\beta}}]_{k+4} \cdot \bar{r}_{k+4} = \bar{p}_{k+4} \cdot [\bar{\bar{c}}]_{k+4})] \\
[B^{-1}_{k+5,k+5} - (\bar{\bar{\beta}}_{k+5} \cdot r_{k+5} = p_{k+5} \cdot \bar{\bar{c}}_{k+5})] \\
- \; - \; - \; - \\
[B^{-1}_{mm} - (\bar{\bar{\beta}}_m \cdot r_m = p_m \bar{\bar{c}}_m)]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 (-c)_2 \\
- \; - \\
E_{k-2} (-c)_{k-1} \\
\begin{bmatrix} E & 0_{k-1,k} \\ & E_k \end{bmatrix} [E\bar{c}]_{k+1} \\
E_{k+1} (-\bar{c})_{k+2} \\
\begin{bmatrix} E & 0_{k+2,k+3} \\ & E_{k+3} \end{bmatrix} \\
(-\hat{c})_{k+4} E_{k+4} \\
- \; - \\
(-\hat{c})_{m-1} E_{m-1} \\
(-\hat{c})_m E_m
\end{bmatrix} = C(A,G), \qquad (2.21)
$$

<u>Представление 2.I4</u> (при условии УШ)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta)_2 E_2 \\
- \; - \\
(-\beta)_{k-2} E_{k-2} \\
(-\beta)_{k-1} \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k,k-1} & E_k \end{bmatrix} (-\hat{\beta})_{k+1} \\
E[-\hat{\bar{\beta}}]_{k+2} \\
\begin{bmatrix} E & 0_{k+2,k+3} \\ & E_{k+3} \end{bmatrix} (-\hat{\beta})_{k+4} \\
E_{k+4} (-\hat{\beta})_{k+5} \\
- \; - \\
E_{m-1} (-\hat{\beta})_m \\
E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B^{-1}_{11} - (r_2 \hat{\bar{\bar{c}}}_2 = \hat{\bar{\bar{\beta}}}_2 \cdot p_2)] \\
\overline{\quad} \; \overline{\quad} \; \overline{\quad} \\
[B^{-1}_{k-3,k-3} - (r_{k-2} \cdot \hat{\bar{\bar{c}}}_{k-2} = \hat{\bar{\bar{\beta}}}_{k-2} \cdot p_{k-2})] \\
[B^{-1}_{k-2,k-2} - (\bar{r}_{k-1} \cdot [\hat{\bar{c}}]_{k-1} = [\hat{\bar{\beta}}]_{k-1} \cdot \bar{p}_{k-1})] \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & \bar{G}_{k-1} \end{bmatrix} \\
[B^{-1}_{k+1,k+1} - ([\bar{\beta}]_{k+1} \cdot \bar{r}_{k+1} = \bar{p}_{k+1} \cdot [\bar{c}]_{k+1})] \\
\begin{bmatrix} q_{k+2} & r_{k+3} \\ p_{k+3} & G_{k+2} \end{bmatrix} \\
[B^{-1}_{k+4,k+4} - ([\bar{\bar{\beta}}]_{k+4} \cdot \bar{r}_{k+4} = \bar{p}_{k+4} \cdot [\bar{\bar{c}}]_{k+4})] \\
[B^{-1}_{k+5,k+5} - (\bar{\bar{\beta}}_{k+5} \cdot r_{k+5} = p_{k+5} \cdot \bar{\bar{c}}_{k+5})] \\
- \; - \; - \; - \\
[B^{-1}_{mm} - (\bar{\bar{\beta}}_m \cdot r_m = p_m \bar{\bar{c}}_m)]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 (-c)_2 \\
- \; - \\
E_{k-2} (-c)_{k-1} \\
\begin{bmatrix} E & 0_{k-1,k} \\ & E_k \end{bmatrix} \\
(-\hat{c})_{k+1} E_{k+1} \\
E[\bar{c}]_{k+2} \begin{bmatrix} E_{k+2} & \\ 0_{k+3,k+2} & E_{k+3} \end{bmatrix} \\
(-\hat{c})_{k+4} E_{k+4} \\
(-\hat{c})_{k+5} E_{k+5} \\
- \; - \\
(-\hat{c})_{m-1} E_{m-1} \\
(-\hat{c})_m E_m
\end{bmatrix} = C(A,G). \qquad (2.22)
$$

А также эквивалентные представлениям 2.5 и 2.6 (из /4/) соответственно

Представление 2.15 (при условии УШ)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 & & & & & & & & \\
(-\beta_2) & E_2 & & & & & & & \\
 & \ddots & \ddots & & & & & & \\
 & & (-\beta_{k-1}) & E_{k-1} & & & & & \\
 & & & (-\beta_{k-1}) & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k\,k-1} & E_k \end{bmatrix} & & & & \\
 & & & & [-\bar{\beta}_{k+1}] & E_{k+1} & & & \\
 & & & & & (-\bar{\beta}_{k+2}) & \begin{bmatrix} E_{k+2} & \\ 0_{k+3\,k+2} & E_{k+3} \end{bmatrix} & & \\
 & & & & & & [-\bar{\bar{\beta}}_{k+4}] & E_{k+4} & \\
 & & & & & & & (-\bar{\bar{\beta}}_{k+5}) E_{k+5} & \\
 & & & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & & (-\bar{\bar{\beta}}_m) & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B^{-1}_{11}-(\hat{z}_1\hat{\hat{c}}_2=\hat{\hat{\beta}}_2 p_2)] & & & & & & & & \\
 & \ddots & & & & & & & \\
 & & [B^{-1}_{k-3\,k-3}-(z_{k-2}\hat{\hat{c}}_{k-2}=\hat{\hat{\beta}}_{k-2} p_{k-2})] & & & & & & \\
 & & & [B^{-1}_{k-2\,k-2}-(z_{k-1}[\hat{\hat{c}}_{k-1}]=[\hat{\hat{\beta}}_{k-1}] p_{k-1})] & & & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} & & & & \\
 & & & & & [B^{-1}_{k+1\,k+1}-(z_{k+2}[\hat{c}_{k+2}]=[\hat{\beta}_{k+2}] p_{k+2})] & & & \\
 & & & & & & \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{k+3} & z_{k+3} \\ p_{k+3} & q_{k+3} \end{bmatrix} & & \\
 & & & & & & & [B^{-1}_{k+4\,k+4}-(z_{k+5}\hat{c}_{k+5}=\hat{\beta}_{k+5} p_{k+5})] & \\
 & & & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & & [B^{-1}_{m-1\,m-1}-(z_m\hat{c}_m=\hat{\beta}_m p_m)] & \\
 & & & & & & & & [B^{-1}_{mm}]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & (-c_2) & & & & & & & \\
 & \ddots & \ddots & & & & & & \\
 & & E_{k-2} & (-c_{k-1}) & & & & & \\
 & & & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1\,k} \\ & E_k \end{bmatrix} & [-\bar{c}_{k+1}] & & & & \\
 & & & & E_{k+1} & (-\bar{c}_{k+2}) & & & \\
 & & & & & \begin{bmatrix} E_{k+2} & 0_{k+2\,k+3} \\ & E_{k+3} \end{bmatrix} & [-\bar{\bar{c}}_{k+4}] & & \\
 & & & & & & E_{k+4} & (-\bar{\bar{c}}_{k+5}) & \\
 & & & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & & E_{m-1} & (-\bar{\bar{c}}_m) \\
 & & & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
= C(A,G), \qquad (2.23)
$$

Представление 2.16 (при условии УШ)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 & (-\hat{\hat{\beta}}_2) & & & & & & & \\
 & \ddots & \ddots & & & & & & \\
 & & E_{k-3} & (-\hat{\hat{\beta}}_{k-2}) & & & & & \\
 & & & E_{k-2} & [-\hat{\hat{\beta}}_{k-1}] & & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_{k-1\,k} \\ & E_k \end{bmatrix} & (-\hat{\hat{\beta}}_{k+1}) & & & \\
 & & & & & E_{k+1} & [-\hat{\beta}_{k+2}] & & \\
 & & & & & & \begin{bmatrix} E_{k+2} & 0_{k+2\,k+3} \\ & E_{k+3} \end{bmatrix} & (-\hat{\beta}_{k+4}) & \\
 & & & & & & & E_{k+4} & (-\hat{\beta}_{k+5}) \\
 & & & & & & & \ddots & \ddots \\
 & & & & & & & E_{m-1} & (-\hat{\beta}_m) \\
 & & & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
[B^{-1}_{11}] & & & & & & & & \\
 & [B^{-1}_{22}-(\beta_2 z_2=p_2 c_2)] & & & & & & & \\
 & & \ddots & & & & & & \\
 & & & [B^{-1}_{k-2\,k-2}-(\beta_{k-2} z_{k-2}=p_{k-2} c_{k-2})] & & & & & \\
 & & & & \begin{bmatrix} q_{k-1} & z_k \\ p_k & \bar{G}_{k-1} \end{bmatrix} & & & & \\
 & & & & & [B^{-1}_{k+1\,k+1}-([\bar{\beta}_{k+1}]\bar{z}_{k+1}=\bar{p}_{k+1}[\bar{c}_{k+1}])] & & & \\
 & & & & & & \begin{bmatrix} q_{k+2} & z_{k+3} \\ p_{k+3} & G_{k+2} \end{bmatrix} & & \\
 & & & & & & & [B^{-1}_{k+4\,k+4}-([\bar{\bar{\beta}}_{k+4}]\bar{\bar{z}}_{k+4}=\bar{\bar{p}}_{k+4}[\bar{\bar{c}}_{k+4}])] & \\
 & & & & & & & [B^{-1}_{k+5\,k+5}-(\bar{\bar{\beta}}_{k+5} z_{k+5}=p_{k+5}\bar{\bar{c}}_{k+5})] & \\
 & & & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & & & [B^{-1}_{mm}-(\bar{\bar{\beta}}_m z_m=p_m\bar{\bar{c}}_m)]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 & & & & & & & & \\
(-\hat{c}_2) & E_2 & & & & & & & \\
 & \ddots & \ddots & & & & & & \\
 & & (-\hat{\hat{c}}_{k-2}) & E_{k-2} & & & & & \\
 & & & [-\hat{\hat{c}}_{k-1}] & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_{k\,k-1} & E_k \end{bmatrix} & & & & \\
 & & & & (-\hat{c}_{k+1}) & E_{k+1} & & & \\
 & & & & & [-\hat{c}_{k+2}] & \begin{bmatrix} E_{k+2} & \\ 0_{k+3\,k+2} & E_{k+3} \end{bmatrix} & & \\
 & & & & & & (-\hat{c}_{k+4}) & E_{k+4} & \\
 & & & & & & & (-\hat{c}_{k+5}) E_{k+5} & \\
 & & & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & & (-\hat{c}_m) & E_m
\end{bmatrix}
= C(A,G). \qquad (2.24)
$$

Здесь соответствующие структурные матрицы $\{\beta,\bar{\beta},\bar{\bar{\beta}},[\bar{\beta}],[\bar{\bar{\beta}}];\ c,\bar{c},\bar{\bar{c}},[\bar{c}],[\bar{\bar{c}}]\}$ и $\{\hat{\beta},\hat{\bar{\beta}},\hat{\bar{\bar{\beta}}},[\hat{\bar{\beta}}],[\hat{\bar{\bar{\beta}}}];\ \hat{c},\hat{\bar{c}},\hat{\bar{\bar{c}}},[\hat{\bar{c}}],[\hat{\bar{\bar{c}}}]\}$ –определены в (2.20). (2.25)

При этом матрицы $B^{-1}_{\iota\iota}$ как функции $[\{B^{-1}_{\iota\iota}(\Lambda,\bar{G}),B^{-1}_{\iota\iota}(\Lambda),B^{-1}_{\iota\iota}(\bar{G})\}^{k-2}_{\iota=1},\ B^{-1}_{k+1\,k+1}(\bar{\Lambda},\bar{G}),\ B^{-1}_{k+1\,k+1}(\bar{\Lambda}),B^{-1}_{k+1\,k+1}(\bar{G});\ \{B^{-1}_{\iota\iota}(\bar{\Lambda},G),B^{-1}_{\iota\iota}(\bar{\Lambda}),B^{-1}_{\iota\iota}(G)\}^{m}_{\iota=k+4}]$ соответственно могут быть представлены в виде (2.6).

<u>Доказательство</u>. Справедливость представлений 2.5÷2.10 (при условии УП) и представлений 2.11÷2.16 (при условии УШ) проверяется путём пе-

ремножения факторизирующих матриц с учётом определения последовательностей матриц $\{\Lambda, \bar\Lambda\}$ (I.2) и $\{G, \bar G\}$ (I.3). Утверждения, что $\left\{\left[\det\begin{pmatrix}\Lambda_k & z_k\\ P_k & q_k\end{pmatrix} \neq 0;\ \det\begin{pmatrix}q_{l-1} & z_l\\ P_l & G_{l-1}\end{pmatrix} \neq 0\right] \to \left[\det\begin{pmatrix}\bar\Lambda_l & z_l\\ P_l & G_{l-1}\end{pmatrix}\neq 0;\ \det\begin{pmatrix}\Lambda_k & z_k\\ P_k & \bar G_{k-1}\end{pmatrix}\neq 0\right]\right.$ при условии УП $\}$, а также утверждения, что $\left\{\left[\det\begin{pmatrix}\Lambda_k & z_k\\ P_k & q_k\end{pmatrix}\neq 0;\right.\right.$ $\left.\left.\det\begin{pmatrix}q_{k+2} & z_{k+3}\\ P_{k+3} & G_{k+2}\end{pmatrix}\neq 0\right] \to \left[\det\begin{pmatrix}\bar\Lambda_{k+3} & z_{k+3}\\ P_{k+3} & G_{k+2}\end{pmatrix}\neq 0;\ \det\begin{pmatrix}\Lambda_k & z_k\\ P_k & \bar G_{k-1}\end{pmatrix}\neq 0\right]\right.$ при условии УШ $\}$ соответственно являются следствием необращения в нуль одновременно двух последовательных однотипных ведущих блочно-угловых миноров невырожденных блочно-трёхдиагональных матриц общего вида $\mathbb{C}(1.1)$. Справедливость представлений 2.5÷2.10 и 2.11÷2.16 установлена.

Следствие 2.2(Теоремы 2.2). Если выполняются условия УП теоремы 2.2, то представления 2.7÷2.10 (и следовательно, представления 2.5, 2.6, а также представления 2.3, 2.4(из /4/)) могут быть записаны в виде

Представление 2.7' (2.5')(при условии УП)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
& E_2 \\
&& \ddots \\
&&& E_{k-2} \\
&&& \xi_1 \ldots \xi & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_k & E_k \end{bmatrix} \\
&&&&& [-\bar\beta]E_{k+1} \\
&&&&&& (-\bar\beta)E_{k+2} \\
&&&&&&& \ddots \\
&&&&&&&& (-\bar\beta)E_{l-2} \\
&&&&&&&&& (-\bar\beta)\begin{bmatrix} E_{l-1} & \\ 0_l & E_l \end{bmatrix} & \hat\xi_{l+1} \ldots \hat\xi_m \\
&&&&&&&&&& E_{l+1} \\
&&&&&&&&&&& E_{l+2} \\
&&&&&&&&&&&& \ddots \\
&&&&&&&&&&&&& E_m
\end{bmatrix}
\left[
\begin{matrix}
\underbrace{\begin{bmatrix} E_1 \\ (-\beta)E_2 \\ \vdots \\ (-\beta)E_{k-1} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} [B^{-1}_{11}-(z_2\hat{\hat c}_2=\hat{\hat\beta}_2 P_2)] \\ \ldots \\ & [B^{-1}_{k-3\,k-3}-(z_{k-2}\hat{\hat c}_{k-2}=\hat{\hat\beta}_{k-2} P_{k-2})] \\ && [B^{-1}_{k-2\,k-2}-(\bar z_{k-1}[\hat c]_{k-1}=[\hat\beta]_{k-1}\bar P_{k-1})] \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} E_1(-c)_2 \\ \vdots \\ E_{k-3}(-c)_{k-2} \\ E_{k-2} \end{bmatrix}}_{=\mathbb{C}_1^{k-1}(A)} \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ P_k & q_k \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} [B^{-1}_{k+1\,k+1}-(z_{k+2}\hat c_{k+2}=\hat\beta_{k+2} P_{k+2})] \\ \ldots \\ & [B^{-1}_{l-3\,l-3}-(z_{l-2}\hat c_{l-2}=\hat{\hat\beta}_{l-2} P_{l-2})] \\ && [B^{-1}_{l-2\,l-2}-(\bar z_{l-1}[\hat c]_{l-1}=[\hat\beta]_{l-1} P_{l-1})] \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \bar\Lambda_l & z_l \\ P_l & G_{l-1} \end{bmatrix} \\
\mathbb{C}_{l+1}^{m}(G)=\begin{bmatrix} E_{l+1}(-\hat\beta)_{l+2} \\ \vdots \\ E_{m-1}(-\hat\beta)_m \\ E_m \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} [B^{-1}_{l+1\,l+1}-([\hat\beta]_{l+1}\bar z_{l+1}=\bar P_{l+1}[\bar c]_{l+1})] \\ & [B^{-1}_{l+2\,l+2}-(\bar{\hat\beta}_{l+2} z_{l+2}=P_{l+2}\bar{\hat c}_{l+2})] \\ && \ldots \\ &&& [B^{-1}_{mm}-(\bar{\hat\beta}_m z_m=P_m\bar{\hat c}_m)] \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} E_{l+1} \\ (-\hat c)E_{l+2} \\ \vdots \\ (-\hat c)_m E_m \end{bmatrix}
\end{matrix}
\right]\times
\tag{2.26}
$$

$$
\times
\begin{bmatrix}
E_1 & \zeta_1 \\
\vdots & \vdots \\
& E_{k-3} & \zeta_{k-3} \\
&& E_{k-2} & \zeta_{k-1} \\
&&& \begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_k \\ & E_k \end{bmatrix} & [\bar c]_{k+1} \\
&&&& E_{k+1}(-\bar c)_{k+2} \\
&&&&& E_{k+2}(-\bar c)_{k+3} \\
&&&&&& \ldots
\end{bmatrix}
=\mathbb{C}(A,G)
$$

$$
\begin{bmatrix}
\bar{E}(\bar{\tau})_{l-3\,l-2} & & & & & \\
 & E_{l}(-\bar{\tau})_{l-2\,l-1} & & & & \\
 & & \begin{bmatrix} E_{l-1} & \mathbb{O}_{l} \\ & E_{l} \end{bmatrix} & & & \\
 & & \hat{\tau}_{l+1} & E_{l+1} & & \\
 & & & \hat{\tau}_{l+2} & E_{l+2} & \\
 & & & & \bar{\hat{\tau}}_{m} & \bar{E}_{m}
\end{bmatrix} = \mathbb{C}(\Lambda, G),
$$
где

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\left\{ \xi_{i} = -\prod\limits_{j=i+1}^{\kappa-1} \beta_{j} \right\}_{j=1}^{\kappa-2}, \quad \left\{ \tau_{i} = -\prod\limits_{j=i+1}^{\kappa-1} c_{j} \right\}_{i=1}^{\kappa-2}, \\
\left\{ \hat{\xi}_{j} = -\prod\limits_{j=l+1}^{i} \hat{\beta}_{j} \right\}_{j=l+1}^{m}, \quad \left\{ \hat{\tau}_{i} = -\prod\limits_{j=l+1}^{i} \hat{c}_{j} \right\}_{i=l+1}^{m}, \qquad (2.27)
\end{array}
\right.
$$

а $\mathbb{C}_{1}^{\kappa-1}$ и $\mathbb{C}_{l+1}^{m}$ – есть ведущие усечённые блочно-трехдиагональные подматрицы общего вида (I.I).

Представление 2.8'(2.6')(при условии УII)

$$
\begin{bmatrix}
E_{1} & & & & & & & & & & & \\
 & E_{2} & & & & & & & & & & \\
 & & \ddots & & & & & & & & & \\
 & & & E_{\kappa-2} & & & & & & & & \\
\xi_{1} \ldots & & & \hat{\xi}_{\kappa-2} & \begin{bmatrix} E_{\kappa-1} & \\ \mathbb{O}_{\kappa} & E_{\kappa} \end{bmatrix} & (\hat{\beta})_{\kappa+1} & & & & & & \\
 & & & & & E(\hat{\beta})_{\kappa+1\,\kappa+2} & & & & & & \\
 & & & & & & \ddots & & & & & \\
 & & & & & & & \bar{E}(\bar{\hat{\beta}})_{l-3\,l-2} & & & & \\
 & & & & & & & & E_{l}[\hat{\bar{\beta}}]_{l-2\,l-1} & & & \\
 & & & & & & & & & \begin{bmatrix} E_{l-1} & \mathbb{O}_{l} \\ & E_{l} \end{bmatrix} \hat{\xi}_{l+1} \ldots \hat{\xi}_{m} & & \\
 & & & & & & & & & & E_{l+1} & \\
 & & & & & & & & & & & \ddots \\
 & & & & & & & & & & & E_{m}
\end{bmatrix}
\times
$$

$$
\times
\begin{bmatrix}
\begin{bmatrix} E_{1} & & \\ (-\beta)_{2} E_{2} & & \\ & (-\beta)_{\kappa-2}\,E_{\kappa-1} & \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} [B_{11}^{-1}(z_{2}\cdot\hat{\bar{c}}_{2}=\hat{\bar{\beta}}_{2}\cdot p_{2})] & & \\ & [B_{\kappa-3\,\kappa-3}^{-1}-(z\cdot\hat{\bar{c}}_{\kappa-2}=\hat{\bar{\beta}}_{\kappa-2}\cdot p_{\kappa-2})] & \\ & & [B_{\kappa-2\,\kappa-2}^{-1}-(\bar{z}\cdot[\hat{\bar{c}}]_{\kappa-1}=[\hat{\bar{\beta}}]_{\kappa-1}\cdot\bar{p}_{\kappa-1})] \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} E_{1}(-c)_{2} & & \\ & E(-c)_{\kappa-3\,\kappa-2} & \\ & & E_{\kappa-2} \end{bmatrix} = \mathbb{C}_{1}^{\kappa-2}(\Lambda) & & \\
 & \begin{bmatrix} \Lambda_{\kappa} & z_{\kappa} \\ p_{\kappa} & \bar{G}_{\kappa-1} \end{bmatrix} & \\
 & & \begin{bmatrix} [B_{\kappa+1\,\kappa+1}^{-1}-([\hat{\bar{\beta}}]_{\kappa+1}\cdot\bar{z}_{\kappa+1}=\bar{p}_{\kappa+1}\cdot[\bar{c}]_{\kappa+1})] & & \\ & [B_{\kappa+2\,\kappa+2}^{-1}-(\hat{\bar{\beta}}_{\kappa+2}\cdot z_{\kappa+2}=p_{\kappa+2}\cdot\bar{c}_{\kappa+2})] & \\ & & [B_{l-2\,l-2}^{-1}-(\hat{\beta}_{l-2}\cdot z_{l-2}=p_{l-2}\cdot\bar{c}_{l-2})] \end{bmatrix} \\
 & & \quad \begin{bmatrix} q_{l-1} & z_{l} \\ p_{l} & G_{l-1} \end{bmatrix} \\
 & & \quad \mathbb{C}_{l+1}^{m}(G) = \begin{bmatrix} E(-\hat{\beta})_{l+1\,l+2} & & \\ & E(-\hat{\beta})_{m-1\,m} & \\ & & E_{m} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} [B_{l+1\,l+1}^{-1}-([\hat{\bar{\beta}}]_{l+1}\cdot\bar{z}_{l+1}=\bar{p}_{l+1}\cdot[\bar{c}]_{l+1})] & & \\ & [B_{l+2\,l+2}^{-1}-(\hat{\bar{\beta}}_{l+2}\cdot z_{l+2}=p_{l+2}\cdot\bar{c}_{l+2})] & \\ & & [B_{mm}^{-1}-(\hat{\bar{\beta}}_{m}\cdot z_{m}=p_{m}\cdot\bar{c}_{m})] \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} E_{l+1} & & \\ (-\hat{c})_{l+2} E_{l+2} & & \\ & (-\hat{c})_{m} & E_{m} \end{bmatrix}
\end{bmatrix}
\times
$$

$$
\times
\begin{bmatrix}
E_{1} & \tau_{1} & & & & & & & \\
 & \ddots & \ddots & & & & & & \\
 & & E_{\kappa-2} & \tau_{\kappa-2} & & & & & \\
 & & & \begin{bmatrix} E_{\kappa-1} & \mathbb{O}_{\kappa} \\ & E_{\kappa} \end{bmatrix} & & & & & \\
 & & & (-\hat{c})_{\kappa+1} & E_{\kappa+1} & & & & \\
 & & & & (-\hat{c})_{\kappa+2} & E_{\kappa+2} & & & \\
 & & & & & (-\bar{c})_{l-2} & E_{l-2} & & \\
 & & & & & & E[-\bar{c}]_{l-1} & \begin{bmatrix} E_{l-1} & \\ \mathbb{O}_{l} & E_{l} \end{bmatrix} & \\
 & & & & & & & \hat{\tau}_{l+1} & E_{l+1} \\
 & & & & & & & \hat{\tau}_{l+2} & E_{l+2} \\
 & & & & & & & \bar{\hat{\tau}}_{m} & \bar{E}_{m}
\end{bmatrix} = \mathbb{C}(\Lambda, G), \qquad (2.28)
$$
где

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\{\xi_{j}\}_{j=1}^{\kappa-2}, \{\tau_{i}\}_{i=1}^{\kappa-2}, \{\hat{\xi}_{j}\}_{j=l+1}^{m} \text{ и } \{\hat{\tau}_{i}\}_{i=l+1}^{m} \text{ – опре-} \\
\text{делены в (2.27). Здесь также } \mathbb{C}_{1}^{\kappa-1} \text{ и} \\
\mathbb{C}_{l+1}^{m} \text{ есть ведущие усеченные блочно} \\
\text{–трехдиагональные подматрицы общего вида (I.I).}
\end{array}
\right. \qquad (2.29)
$$

Доказательство. Представления 2.7′(2.5′) и 2.8′(2.6′), получаем из соответствующих представлений 2.7(2.5) и 2.8(2.6). Справедливость указанных представлений проверяется путём перемножения факторизующих матриц. При этом следует учитывать определения матричных последовательностей $\{\Lambda, \bar{\Lambda}\}$ (I.2) и $\{G, \bar{G}\}$ (I.3), а также соответствующих выражений для матриц B^{-1}_{jj} $(2.6)_{I)}$. Справедливость представлений 2.7′(2.5′)÷2.8′(2.6′) установлена.

Замечание 2.I. Отметим, что мы здесь не привели, в силу ограниченности объёма публикации, ещё два представления типа 2.7′(2.5′) и 2.8′(2.6′), получаемых из соответствующих представлений 2.9 , 2.I0 при условии УШ. Также здесь не приводим аналогичные четыре представления, получаемые из представлений (2.I3)÷(2.I6).

Далее рассматриваются матрично-факторизованные представления для при следующих условиях:

Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0$ и $\Delta_1^{l_{i-1}-1}=0]$ и $[\Delta_k^m=0$ и $\Delta_{l_{i-1}}^m=0]\}$ – равно нулю одновременно любое конечное число отдалённых миноров обоих типов, то

$$\text{IX.}\begin{cases} [\text{условия } IУ_{I}),\text{ но } \{det(\Lambda_j)\neq 0\}_{j=2}^{k-1}, \{det(\bar{\Lambda}_j)\neq 0\}_{j=k+2}^{k'-1}, \{det(\bar{\bar{\Lambda}}_j)\neq 0\}_{j=k'+2}^{k''-1}, \\ \quad \{det(\bar{\bar{\bar{\Lambda}}}_j)\neq 0\}_{j=k''+2}^{m+1}] \ \underline{\text{и}} \\ [det(G_{k''-1})=0,\ det(\bar{G}_{k'-1})=0 \text{ и } det(\bar{\bar{G}}_{k-1})=0, \text{ но } \{det(G_j)\neq 0\}_{j=k''}^{m-1}, \\ \{det(\bar{G}_j)\neq 0\}_{j=k'}^{k''-3}, \{det(\bar{\bar{G}}_j)\neq 0\}_{j=k}^{k'-3}, \{det(\bar{\bar{\bar{G}}}_j)\neq 0\}_{j=0}^{k-3}, \\ \text{где } k'=l_{i-1}, k''=l_i\ (l_{i-1}+3<l_i),\ i=1,2,\ldots,n-1]. \end{cases}$$

Если $\{[\Delta_1^{k-1}=0$ и $\Delta_1^{l_{i-1}-1}=0]$ и $[\Delta_k^m=0$ и $\Delta_{l_{i-1}}^m=0]\}$ – равно нулю одновременно любое конечное число соседних миноров обоих типов, то

$$\text{X.}\begin{cases} [\text{условия } У_{I}),\text{ но } \{det(\Lambda_j)\neq 0\}_{j=2}^{k-1}, det(\bar{\Lambda}_{k+2})\neq 0, det(\bar{\bar{\Lambda}}_{k'+2})\neq 0, \\ \quad \{det(\bar{\bar{\bar{\Lambda}}}_j)\neq 0\}_{j=k''+2}^{m}] \ \underline{\text{и}} \\ [det(G_{k''-1})=0,\ det(\bar{G}_{k'-1})=0 \text{ и } det(\bar{\bar{G}}_{k-1})=0, \text{ но } \{det(G_j)\neq 0\}_{j=k''}^{m-1}, \\ det(\bar{G}_{k'})\neq 0, det(\bar{\bar{G}}_k)\neq 0, \{det(\bar{\bar{\bar{G}}}_j)\neq 0\}_{j=0}^{k-3}, \\ \text{где } k'=l_{i-1}, k''=l_i\ (l_{i-1}+3=l_i),\ i=1,2,\ldots,n-2,n-1]. \end{cases}$$

Имеэт место следующая

Теорема 2.3. Пусть C –невырожденная блочно-трёхдиагональная матрица общего вида (I.I) с прямоугольными элементами-блоками $\{a_j, b_j\}_{j=2}^m$ и квадратными блоками $\{c_j\}_{j=1}^m$ (в общем случае разных размерностей).

Пусть также равно нулю одновременно любое конечное число отдалённых (либо равно нулю одновременно любое конечное число соседних) ведущих блочно-угловых миноров обоих типов у $\mathbb{C}(1.1)$,т.е. для последовательностей матриц $\{\Lambda,\bar\Lambda\}$ (I.2) и $\{G,\bar G\}$ (I.3) выполняется одно из условий IX, X.

Тогда для $\mathbb{C}(1.1)$ имеют место следующие[x)] единственные матрично-факторизованные представления:

Представление 2.I7 (при условии IX)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta_2)\;E_2 \\
\cdots \\
(-\beta_{k-2})\;E_{k-2} \\
(-\beta_{k-1})\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_k & E_k \end{bmatrix}(-\hat{\bar{\bar\beta}}_{k+1}) \\
E_{k+1}\;(-\hat{\bar{\bar\beta}}_{k+2}) \\
\cdots \\
E_{k'-3}\;(-\hat{\bar{\bar\beta}}_{k'-2}) \\
E_{k'-2}\;[-\hat{\bar{\bar\beta}}_{k'-1}] \\
\begin{bmatrix} E_{k'-1} & 0_{k'} \\ & E_{k'} \end{bmatrix}(-\hat{\bar\beta}_{k'+1}) \\
E_{k'+1}\;(-\hat{\bar\beta}_{k'+2}) \\
\cdots \\
E_{k''-3}\;(-\hat{\bar\beta}_{k''-2}) \\
E_{k''-2}\;[-\hat{\bar\beta}_{k''-1}] \\
\begin{bmatrix} E_{k''-1} & \\ 0_{k''} & E_{k''} \end{bmatrix}(-\hat\beta_{k''-1}) \\
E_{k''+1}\;(-\hat\beta_{k''+2}) \\
\cdots \\
E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 \\
\Lambda_3 \\
\cdots \\
\Lambda_{k-1} \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & \bar{\bar G}_{k-1} \end{bmatrix} \\
\bar{\bar G}_k \\
\cdots \\
\bar{\bar G}_{k'-4} \\
\bar{\bar G}_{k'-3} \\
\begin{bmatrix} q_{k'-1} & z_{k'} \\ p_{k'} & \bar G_{k'-1} \end{bmatrix} \\
\bar G_{k'} \\
\cdots \\
\bar G_{k''-4} \\
\bar G_{k''-3} \\
\begin{bmatrix} q_{k''-1} & z_{k''} \\ p_{k''} & G_{k''-1} \end{bmatrix} \\
G_{k''} \\
\cdots \\
G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1\;(-c_2) \\
\cdots \\
E_{k-2}\;(-c_{k-2}) \\
\begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_k \\ & E_k \end{bmatrix} \\
(-\hat{\bar{\bar c}}_{k+1})\;E_{k+1} \\
(-\hat{\bar{\bar c}}_{k+2})\;E_{k+2} \\
\cdots \\
(-\hat{\bar{\bar c}}_{k'-3})\;E_{k'-3} \\
(-\hat{\bar{\bar c}}_{k'-2})\;E_{k'-2} \\
[-\hat{\bar{\bar c}}_{k'-1}]\begin{bmatrix} E_{k'-1} & \\ 0_{k'} & E_{k'} \end{bmatrix} \\
(-\hat{\bar c}_{k'+1})\;E_{k'+1} \\
\cdots \\
(-\hat{\bar c}_{k''-3})\;E_{k''-3} \\
(-\hat{\bar c}_{k''-2})\;E_{k''-2} \\
[-\hat{\bar c}_{k''-1}]\begin{bmatrix} E_{k''-1} & \\ 0_{k''} & E_{k''} \end{bmatrix} \\
(-\hat c_{k''+1})\;E_{k''+1} \\
\cdots \\
(-\hat c_m)\;E_m
\end{bmatrix} = \mathbb{C}(\Lambda, G), \qquad (2.30)
$$

---

x) Здесь, в соответствии с Замечанием 2.I, не приводим все полученные представления для $\mathbb{C}(1.1)$. Отметим, что при условии IX либо при условии X существуют также множество единственных представлений,аналогичных представлениям,приведённым выше при условиях УП÷УШ.

Представление 2.18 (при условии IX)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta_2)E_2 \\
\ddots \\
(-\beta_{k-2})E_{k-2} \\
(-\beta_{k-1})\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ \mathbf{0}_k & E_k \end{bmatrix} \\
[-\bar\beta_{k+1}]E_{k+1} \\
(-\bar\beta_{k+2})E_{k+2} \\
\ddots \\
(-\bar\beta_{k'-2})E_{k'-2} \\
(-\bar\beta_{k'-1})\begin{bmatrix} E_{k'-1} & \\ \mathbf{0}_{k'} & E_{k'} \end{bmatrix} \\
[-\bar{\bar\beta}_{k'+1}]E_{k'+1} \\
(-\bar{\bar\beta}_{k'+2})E_{k'+2} \\
\ddots \\
(-\bar{\bar\beta}_{k''-2})E_{k''-2} \\
(-\bar{\bar\beta}_{k''-1})\begin{bmatrix} E_{k''-1} & \\ \mathbf{0}_{k''} & E_{k''} \end{bmatrix}(-\hat\beta_{k''+1}) \\
E_{k''+1}(-\hat\beta_{k''+2}) \\
\ddots \\
E_{m-1}(-\hat\beta_m) \\
E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 \\
\Lambda_3 \\
\ddots \\
\Lambda_{k-1} \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} \\
\bar\Lambda_{k+2} \\
\bar\Lambda_{k+3} \\
\ddots \\
\bar\Lambda_{k'-1} \\
\begin{bmatrix} \bar\Lambda_{k'} & r_{k'} \\ p_{k'} & q_{k'} \end{bmatrix} \\
\bar{\bar\Lambda}_{k'+2} \\
\bar{\bar\Lambda}_{k'+3} \\
\ddots \\
\bar{\bar\Lambda}_{k''-1} \\
\begin{bmatrix} \bar{\bar\Lambda}_{k''} & r_{k''} \\ p_{k''} & G_{k''-1} \end{bmatrix} \\
G_{k''} \\
\ddots \\
G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1(-c_2) \\
E_2(-c_3) \\
\ddots \\
E_{k-2}(-c_{k-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{k-1} & \mathbf{0}_k \\ & E_k \end{bmatrix}[-\bar c_{k+1}] \\
E_{k+1}(-\bar c_{k+2}) \\
E_{k+2}(-\bar c_{k+3}) \\
\ddots \\
E_{k'-2}(-\bar c_{k'-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{k'-1} & \mathbf{0}_{k'} \\ & E_{k'} \end{bmatrix}[-\bar{\bar c}_{k'+1}] \\
E_{k'+1}(-\bar{\bar c}_{k'+2}) \\
\ddots \\
E_{k''-2}(-\bar{\bar c}_{k''-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{k''-1} & \mathbf{0}_{k''} \\ & E_{k''} \end{bmatrix} \\
(-\hat c_{k''+1})E_{k''+1} \\
(-\hat c_{k''+2})E_{k''+2} \\
\ddots \\
(-\hat c_m)E_m
\end{bmatrix} = \mathbb{C}(\Lambda, G) \qquad (2.31)
$$

Представление 2.19 (при условии IX)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta_2)E_2 \\
\ddots \\
(-\beta_{k-2})E_{k-2} \\
(-\beta_{k-1})\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ \mathbf{0}_k & E_k \end{bmatrix} \\
[-\bar\beta_{k+1}]E_{k+1} \\
(-\bar\beta_{k+2})E_{k+2} \\
\ddots \\
(-\bar\beta_{k'-2})E_{k'-2} \\
(-\bar\beta_{k'-1})\begin{bmatrix} E_{k'-1} & \\ \mathbf{0}_{k'} & E_{k'} \end{bmatrix}(-\hat\beta_{k'+1}) \\
E_{k'+1}(-\hat\beta_{k'+2}) \\
\ddots
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 \\
\Lambda_3 \\
\ddots \\
\Lambda_{k-1} \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & r_k \\ p_k & q_k \end{bmatrix} \\
\bar\Lambda_{k+2} \\
\bar\Lambda_{k+3} \\
\ddots \\
\bar\Lambda_{k'-1} \\
\begin{bmatrix} \bar\Lambda_{k'} & r_{k'} \\ p_{k'} & \bar G_{k'-1} \end{bmatrix} \\
\bar G_{k'} \\
\ddots
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1(-c_2) \\
E_2(-c_3) \\
\ddots \\
E_{k-2}(-c_{k-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{k-1} & \mathbf{0}_k \\ & E_k \end{bmatrix}[-\bar c_{k+1}] \\
E_{k+1}(-\bar c_{k+2}) \\
E_{k+2}(-\bar c_{k+3}) \\
\ddots \\
E_{k'-2}(-\bar c_{k'-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{k'-1} & \mathbf{0}_{k'} \\ & E_{k'} \end{bmatrix} \\
(-\hat{\bar c}_{k'+1})E_{k'+1} \\
\ddots
\end{bmatrix} = \mathbb{C}(\Lambda, G) \qquad (2.32)
$$

$$
\begin{bmatrix}
\ddots & & & & & & & \\
& E_{k''-3}(-\hat{\beta})_{k''-2} & & & & & & \\
& & E_{k''-2}\hat{\beta}_{k''-1}] & & & & & \\
& & & \begin{bmatrix} E_{k''-1} & \mathbb{0}_{k''} \\ & E_{k''} \end{bmatrix}(-\hat{\beta})_{k''+1} & & & & \\
& & & & E_{k''+1}(-\hat{\beta})_{k''+2} & & & \\
& & & & & E_{k''+2}(-\hat{\beta})_{k''+3} & & \\
& & & & & & \ddots & \\
& & & & & & E_{m-1}(-\hat{\beta})_{m} & \\
& & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\ddots & & & & & & \\
& \bar{G}_{k''-4} & & & & & \\
& & \bar{G}_{k''-3} & & & & \\
& & & \begin{bmatrix} q_{k''-1} & z_{k''} \\ p_{k''} & G_{k''-1} \end{bmatrix} & & & \\
& & & & G_{k''} & & \\
& & & & & G_{k''+1} & \\
& & & & & & \ddots \\
& & & & & & & G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\ddots & & & & & & \\
& (-\hat{c})_{k''-3}E_{k''-3} & & & & & \\
& & (-\hat{\bar{c}})_{k''-2}E_{k''-2} & & & & \\
& & & [-\hat{\bar{c}}]_{k''-1}\begin{bmatrix} E_{k''-1} & \\ \mathbb{0}_{k''} & E_{k''} \end{bmatrix} & & & \\
& & & & (-\hat{c})_{k''+1}E_{k''+1} & & \\
& & & & & (-\hat{c})_{k''+2}E_{k''+2} & \\
& & & & & & \ddots \\
& & & & & & & (-\hat{c})_{m}E_{m}
\end{bmatrix}.
$$

Здесь, в (2.30)÷(2.32), $k'=\ell_{i-1}$, $k''=\ell_i$, где $\ell_{i-1}+3<\ell_i$, а соответствующие структурные матрицы $[\{\beta, [\beta_{k'+1}], \bar{\beta}, [\bar{\bar{\beta}}_{k'+1}], \bar{\bar{\beta}};\ c, [c_{k'+1}], \bar{c}, [\bar{\bar{c}}_{k'+1}], \bar{\bar{c}}\},\ \{\hat{\beta}, [\hat{\beta}_{k''-1}], \hat{\bar{\beta}}, [\hat{\bar{\beta}}_{k'-1}], \hat{\bar{\bar{\beta}}};\ \hat{c}, [\hat{\bar{c}}_{k''-1}], \hat{\bar{c}}, [\hat{\bar{c}}_{k'-1}], \hat{\bar{\bar{c}}}\}]$ – определены в (2.I2) и (2.I7). Последовательности матриц $\{\Lambda, \bar{\Lambda}, \bar{\bar{\Lambda}}\}$ и $\{G, \bar{G}, \bar{\bar{G}}\}$ – полностью определены в соответствии с (I.2) и (I.3). (2.33)

При этом $\left\{\left[\det\begin{pmatrix} q_{k''-1} & z_{k''} \\ p_{k''} & G_{k''-1}\end{pmatrix}\neq 0\right] \to \left[\det\begin{pmatrix} q_{k'-1} & z_{k'} \\ p_{k'} & G_{k'-1}\end{pmatrix}\neq 0, \det\begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & \bar{\bar{G}}_{k-1}\end{pmatrix}\neq 0\right]; \left[\det\begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k\end{pmatrix}\neq 0\right] \to \right.$

$\to \left[\det\begin{pmatrix} \Lambda_{k'} & z_{k'} \\ p_{k'} & q_{k'}\end{pmatrix}\neq 0, \det\begin{pmatrix} \bar{\Lambda}_{k''} & z_{k''} \\ p_{k''} & G_{k''-1}\end{pmatrix}\neq 0\right]; \left[\det\begin{pmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & q_k\end{pmatrix}\neq 0, \det\begin{pmatrix} q_{k''-1} & z_{k''} \\ p_{k''} & G_{k''-1}\end{pmatrix}\neq 0\right] \to \left[\det\begin{pmatrix} \Lambda_{k'} & z_{k'} \\ p_{k'} & \bar{G}_{k'-1}\end{pmatrix}\neq 0\right]$

при $\left.\det(\mathbb{C})\neq 0\right\}$.

Представление 2.20(при условии X)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 & & & & & & & & & & & \\
& (-\beta)_2E_2 & & & & & & & & & & \\
& & \ddots & & & & & & & & & \\
& & & (-\beta)_{k-2}E_{k-2} & & & & & & & & \\
& & & & (-\beta)_{k-1}\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ \mathbb{0}_k & E_k \end{bmatrix}(-\bar{\bar{\beta}})_{k+1} & & & & & & & \\
& & & & & E_{k+1}[-\bar{\bar{\beta}}]_{k+2} & & & & & & \\
& & & & & & \ddots & & & & & \\
& & & & & & & \begin{bmatrix} E_{k'-1} & \mathbb{0}_{k'} \\ & E_{k'} \end{bmatrix}(-\hat{\beta})_{k'+1} & & & & \\
& & & & & & & & E_{k'+1}(-\hat{\beta})_{k'+2} & & & \\
& & & & & & & & & \begin{bmatrix} E_{k''-1} & \mathbb{0}_{k''} \\ & E_{k''} \end{bmatrix}(-\hat{\beta})_{k''+1} & & \\
& & & & & & & & & & E_{k''+1}(-\hat{\beta})_{k''+2} & \\
& & & & & & & & & & \ddots & E_{m-1}(-\hat{\beta})_m \\
& & & & & & & & & & & E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 & & & & & & & & & \\
& \Lambda_3 & & & & & & & & \\
& & \ddots & & & & & & & \\
& & & \Lambda_{k-1} & & & & & & \\
& & & & \begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ p_k & \bar{\bar{G}}_{k-1} \end{bmatrix} & & & & & \\
& & & & & \bar{\bar{G}}_k & & & & \\
& & & & & & \ddots & & & \\
& & & & & & & \begin{bmatrix} q_{k'-1} & z_{k'} \\ p_{k'} & \bar{G}_{k'-1} \end{bmatrix} & & \\
& & & & & & & & \bar{G}_{k'} & \\
& & & & & & & & & \begin{bmatrix} q_{k''-1} & z_{k''} \\ p_{k''} & G_{k''-1} \end{bmatrix} \\
& & & & & & & & & G_{k''} \\
& & & & & & & & & \ddots \\
& & & & & & & & & G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1(-c)_2 & & & & & & & & & \\
& E_2(-c)_3 & & & & & & & & \\
& & \ddots & & & & & & & \\
& & & E_{k-2}(-c)_{k-1} & & & & & & \\
& & & & \begin{bmatrix} E_{k-1} & \mathbb{0}_k \\ & E_k \end{bmatrix} & & & & & \\
& & & & & (-\hat{\bar{\bar{c}}})_{k+1}E_{k+1} & & & & \\
& & & & & & \ddots & & & \\
& & & & & & & [-\hat{\bar{c}}]_{k'-1}\begin{bmatrix} E_{k'-1} & \\ \mathbb{0}_{k'} & E_{k'} \end{bmatrix} & & \\
& & & & & & & & (-\hat{\bar{c}})_{k'+1}E_{k'+1} & \\
& & & & & & & & & \ddots \\
& & & & & & & & & [-\hat{\bar{c}}]_{k''-1}\begin{bmatrix} E_{k''-1} & \\ \mathbb{0}_{k''} & E_{k''} \end{bmatrix} \\
& & & & & & & & & (-\hat{c})_{k''+1}E_{k''+1} \\
& & & & & & & & & \ddots \\
& & & & & & & & & (-\hat{c})_m E_m
\end{bmatrix} = \mathbb{C}(\Lambda, G), \qquad (2.34)
$$

Представление 2.21 (при условии X)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta_2)E_2 \\
\text{-- --} \\
(-\beta_{k-1})E_{k-2} \\
(-\beta_{k-1})\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_k & E_k \end{bmatrix} \\
[-\bar{\beta}]E_{k+1\,k+1} \\
\text{-- -- --} \\
(-\bar{\beta}_{k'-1})\begin{bmatrix} E_{k'-1} & \\ 0_{k'} & E_{k'} \end{bmatrix} \\
[-\bar{\bar{\beta}}_{k'+1}]E_{k'+1} \\
(-\bar{\bar{\beta}}_{k''-1})\begin{bmatrix} E_{k''-1} & \\ 0_{k''} & E_{k''} \end{bmatrix}(-\hat{\beta}_{k''+1}) \\
E_{k''+1}(-\hat{\beta}_{k''+2}) \\
\text{-- --} \\
E_{m-1}(-\hat{\beta}_m) \\
E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 \\
\Lambda_3 \\
\text{-- --} \\
\Lambda_{k-1} \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ \rho_k & q_k \end{bmatrix} \\
\bar{\Lambda}_{k+2} \\
\text{-- --} \\
\begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{k'} & z_{k'} \\ \rho_{k'} & q_{k'} \end{bmatrix} \\
\bar{\bar{\Lambda}}_{k'+2} \\
\begin{bmatrix} \bar{\bar{\Lambda}}_{k''} & z_{k''} \\ \rho_{k''} & G_{k''-1} \end{bmatrix} \\
G_{k''} \\
\text{-- --} \\
G_{m-2} \\
G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1(-c_2) \\
E_2(-c_3) \\
\text{-- --} \\
E_{k-2}(-c_{k-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_k \\ & E_k \end{bmatrix}[\bar{c}_{k+1}] \\
E_{k+1}(-\bar{c}_{k+2}) \\
\text{-- --} \\
\begin{bmatrix} E_{k'-1} & 0_{k'} \\ & E_{k'} \end{bmatrix}[\bar{\bar{c}}_{k'+1}] \\
E_{k'+1}(\bar{\bar{c}}_{k'+2}) \\
\begin{bmatrix} E_{k''-1} & 0_{k''} \\ & E_{k''} \end{bmatrix} \\
(-\hat{c}_{k''+1})E_{k''+1} \\
\text{-- --} \\
(-\hat{c}_{m-1})E_{m-1} \\
(-\hat{c}_m)E_m
\end{bmatrix} = C(\Lambda, G) \qquad (2.35)
$$

Представление 2.22 (при условии X)

$$
\begin{bmatrix}
E_1 \\
(-\beta_2)E_2 \\
\text{-- --} \\
(-\beta_{k-2})E_{k-2} \\
(-\beta_{k-1})\begin{bmatrix} E_{k-1} & \\ 0_k & E_k \end{bmatrix} \\
[-\bar{\beta}]E_{k+1\,k+1} \\
\text{-- -- --} \\
(-\bar{\beta}_{k'-1})\begin{bmatrix} E_{k'-1} & \\ 0_{k'} & E_{k'} \end{bmatrix}(\hat{\beta}_{k'+1}) \\
E_{k'+1}[-\hat{\bar{\beta}}_{k'+2}] \\
\begin{bmatrix} E_{k''-1} & 0_{k''} \\ & E_{k''} \end{bmatrix}(\hat{\beta}_{k''+1}) \\
E_{k''+1}(-\hat{\beta}_{k''+2}) \\
\text{-- --} \\
E_{m-1}(-\hat{\beta}_m) \\
E_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Lambda_2 \\
\Lambda_3 \\
\text{--} \\
\Lambda_{k-1} \\
\begin{bmatrix} \Lambda_k & z_k \\ \rho_k & q_k \end{bmatrix} \\
\bar{\Lambda}_{k+2} \\
\text{-- --} \\
\begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{k'} & z_{k'} \\ \rho_{k'} & \bar{G}_{k'-1} \end{bmatrix} \\
\bar{G}_{k'} \\
\begin{bmatrix} q_{k''-1} & z_{k''} \\ \rho_{k''} & G_{k''-1} \end{bmatrix} \\
G_{k''} \\
\text{-- --} \\
G_{m-1}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1(-c_2) \\
E_2(-c_3) \\
\text{-- --} \\
E_{k-2}(-c_{k-1}) \\
\begin{bmatrix} E_{k-1} & 0_k \\ & E_k \end{bmatrix}[\bar{c}_{k+1}] \\
E_{k+1}(-\bar{c}_{k+2}) \\
\text{-- --} \\
\begin{bmatrix} E_{k'-1} & 0_{k'} \\ & E_{k'} \end{bmatrix} \\
(-\hat{\bar{c}}_{k'+1})E_{k'+1} \\
[\hat{\bar{c}}_{k'+2}]\begin{bmatrix} E_{k''-1} & \\ 0_{k''} & E_{k''} \end{bmatrix} \\
(-\hat{c}_{k''+1})E_{k''+1} \\
\text{-- -- --} \\
(-\hat{c}_m)E_m
\end{bmatrix} = C(\Lambda, G) \qquad (2.36)
$$

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Здесь, в (2.30)÷(2.36), } k'=\ell_{i-1},\ k''=\ell_i \text{ , где } \ell_{i-1}+3=\ell_i \text{ , а соответствую-}\\ \text{щие структурные матрицы } [\{\rho,[\rho_{k+1}],\bar{\rho}_{k'+1},[\bar{\bar{\rho}}_{k'+1}],\bar{\bar{\rho}}_{k''-1};\ c,[c_{k+1}],\bar{c}_{k'-1},[\bar{\bar{c}}_{k'+1}],\bar{\bar{c}}_{k''-1}\},\\ \{\hat{\rho},[\hat{\hat{\rho}}_{k+2}],\hat{\bar{\rho}}_{k'+1},[\hat{\bar{\bar{\rho}}}_{k+2}],\hat{\bar{\bar{\rho}}}_{k+1};\ \hat{c},[\hat{\hat{c}}]_{k+1},\hat{\bar{c}}_{k'+1},[\hat{\bar{c}}]_{k+2},\hat{\bar{\bar{c}}}_{k+1}\}] \text{ – определены в (2.20) и (2.25). Последо-}\\ \text{вательности матриц } \{\Lambda,\bar{\Lambda},\bar{\bar{\Lambda}}\} \text{ и } \{\sigma,\bar{\sigma},\bar{\bar{\sigma}}\} \text{ – полностью определены в}\\ \text{соответствии с (I.2) и (I.3).} \\ \text{При этом } \Big\{\Big[\det\begin{pmatrix} q_{k''-1} & r_{k''}\\ p_{k''} & \sigma_{k''-1}\end{pmatrix}\neq 0\Big]\to\Big[\det\begin{pmatrix} q_{k'-1} & r_{k'}\\ p_{k'} & \bar{\sigma}_{k'-1}\end{pmatrix}\neq 0 \neq \det\begin{pmatrix} \Lambda_{k-1} & r_k\\ p_k & \bar{\bar{\sigma}}_{k-1}\end{pmatrix}\Big];\Big[\det\begin{pmatrix} \Lambda_k & r_k\\ p_k & q_k\end{pmatrix}\neq 0\Big]\to\\ \to\Big[\det\begin{pmatrix} \bar{\Lambda}_{k'} & r_{k'}\\ p_{k'} & q_{k'}\end{pmatrix}\neq 0\neq\det\begin{pmatrix} \bar{\bar{\Lambda}}_{k''} & r_{k''}\\ p_{k''} & \sigma_{k''-1}\end{pmatrix}\Big];\Big[\det\begin{pmatrix} \Lambda_k & r_k\\ p_k & q_k\end{pmatrix}\neq 0,\det\begin{pmatrix} q_{k''-1} & r_{k''}\\ p_{k''} & \sigma_{k''-1}\end{pmatrix}\neq 0\Big]\to\Big[\det\begin{pmatrix} \bar{\Lambda}_{k'} & r_{k'}\\ p_{k'} & \bar{\sigma}_{k'-1}\end{pmatrix}\neq 0\Big],\\ \text{при } \det(\mathbb{C})\neq 0\Big\}.\end{array}\right. \qquad (2.37)$$

<u>Доказательство</u>. Справедливость представлений 2.17÷2.19 (при условии IX), а также представлений 2.20÷2.22 (при условии X) опять проверяется путём перемножения факторизирующих матриц с учётом определения последовательностей матриц $\{\Lambda,\bar{\Lambda},\bar{\bar{\Lambda}}\}$ (I.2) и $\{\sigma,\bar{\sigma},\bar{\bar{\sigma}}\}$ (I.3) и определений соответствующих структурных матриц $\{[\bar{\rho}],[\bar{\bar{\rho}}],[\bar{c}],[\bar{\bar{c}}];[\hat{\bar{\rho}}],[\hat{\bar{\bar{\rho}}}],[\hat{\bar{c}}],[\hat{\bar{\bar{c}}}]\}$. Утверждения $\Big\{\Big[\det\begin{pmatrix} q_{k''-1} & r_{k''}\\ p_{k''} & \sigma_{k''-1}\end{pmatrix}\neq 0\Big]\to\Big[\det\begin{pmatrix} q_{k'-1} & r_{k'}\\ p_{k'} & \bar{\sigma}_{k'-1}\end{pmatrix}\neq 0,\det\begin{pmatrix} \Lambda_{k-1} & r_k\\ p_k & \bar{\bar{\sigma}}_{k-1}\end{pmatrix}\neq 0\Big];\Big[\det\begin{pmatrix} \Lambda_k & r_k\\ p_k & q_k\end{pmatrix}\neq 0\Big]\to$ $\to\Big[\det\begin{pmatrix} \bar{\Lambda}_{k'} & r_{k'}\\ p_{k'} & q_{k'}\end{pmatrix}\neq 0,\det\begin{pmatrix} \bar{\bar{\Lambda}}_{k''} & r_{k''}\\ p_{k''} & \sigma_{k''-1}\end{pmatrix}\neq 0\Big];\Big[\det\begin{pmatrix} \Lambda_k & r_k\\ p_k & q_k\end{pmatrix}\neq 0,\det\begin{pmatrix} q_{k''-1} & r_{k''}\\ p_{k''} & \sigma_{k''-1}\end{pmatrix}\neq 0\Big]\to\Big[\det\begin{pmatrix} \bar{\Lambda}_{k'} & r_{k'}\\ p_{k'} & \bar{\sigma}_{k'-1}\end{pmatrix}\neq 0\Big]\Big\}$ при условии IX или при условии X являются следствием необращения в нуль одновременно двух последовательных однотипных ведущих блочно-угловых миноров невырожденных блочно-трехдиагональных матриц $\mathbb{C}$ (I.I) Справедливость представлений 2.I7÷2.I9 и 2.20÷2.22 установлена.

<u>Замечание 2.2</u>. Если перейти от квазиобобщённых матричных последовательностей $\{\Lambda,\bar{\Lambda}\}$(I.2) и $\{\sigma,\bar{\sigma}\}$ (I.3) (при рассмотренных условиях) к введённым ранее /I÷3/ обобщенным последовательностям матриц $\{\Lambda\}$ и $\{\sigma\}$, то после некоторых преобразований (см. разложения, приведённые в Следствиях 2.I и 2.2) представления Теоремы 2.I, а также Теорем 2.2 и 2.3 совпадают с некоторыми из соответствующих представлений /I_3), I_4)/. Отметим также, что в Теоремах 2.2 и 2.3 получены полные матрично-факторизованные представления $\mathbb{C}$ (I.I), основанные на естественно-элементарных матрицах минимальной размерности при наличии у $\mathbb{C}$ (I.I) нулевых ведущих блочно-угловых миноров обоих типов.

<u>Заключение</u>

В работе изучены на основе квазиобобщённых матричных процессов естественно-элементарные факторизации блочно-трехдиагональных матриц общего вида при наличии у $\mathbb{C}$ (I.I) нулевых ведущих блочно-угловых миноров обоих типов.

Литература

1. Емельяненко Г.А., Рахмонов Т.Т. Препринты ОИЯИ: Р11-89-340, Дубна 1989; Р11-89-203, Дубна 1989; Р11-88-788, Дубна 1988; Р11-88-922, Дубна 1988.

2. Емельяненко Г.А. Блочно-трёхдиагональные матрицы и методы численного решения спектральных задач. Автореферат докторской диссертации. ВЦ СО АН СССР. Новосибирск 1992; ОИЯИ 11-92-4, Дубна 1992.

3. Рахмонов Т.Т. О свойствах блочно-трёхдиагональных (и им обратных) матриц и их роли в решении некоторых задач линейной алгебры и обработки экспериментальных данных в физике высоких энергий. Автореферат кандидатской диссертации. ИВМ АН ГССР. Тбилиси 1990.

4. Емельяненко Г.А., Рахмонов Т.Т. Препринт ОИЯИ. Р11-93-248, Дубна 1993.

5. Емельяненко Г.А., Рахмонов Т.Т. Препринт ОИЯИ. Р11-93-249, Дубна 1993.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 июля 1993 года.

Принимается подписка на препринты, сообщения Объединенного института ядерных исследований и «Краткие сообщения ОИЯИ».

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

Индекс	Тематика	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	915 р.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	2470 р.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	365 р.
4.	Теоретическая физика низких энергий	735 р.
5.	Математика	460 р.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	275 р.
7.	Физика тяжелых ионов	185 р.
8.	Криогеника	185 р.
9.	Ускорители	460 р.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	560 р.
11.	Вычислительная математика и техника	560 р.
12.	Химия	90 р.
13.	Техника физического эксперимента	720 р.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	460 р.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	460 р.
16.	Дозиметрия и физика защиты	90 р.
17.	Теория конденсированного состояния	365 р.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	90 р.
19.	Биофизика	185 р.
	«Краткие сообщения ОИЯИ» (6 выпусков)	560 р.

Подписка может быть оформлена с любого месяца года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательсктий отдел ОИЯИ по адресу: 141980, г.Дубна, Московской области

Емельяненко Г.А., Рахмонов Т.Т. Р11-93-250
Естественно-элементарные факторизации
блочно-трехдиагональных матриц общего вида
при наличии нулевых миноров обоих типов

Получено множество факторизованных представлений блочно-трехдиагональных матриц общего вида при наличии нулевых ведущих блочно-угловых миноров обоих типов.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1993

Перевод авторов

Emelyanenko G.A., Rakhmonov T.T. P11-93-250
The Natural-Elementary Factorizations
of General Block-Tridiagonal Matrices
in the Case of Zero Both Minors

The multiplicity of the factorable representations of the general block-tridiagonal matrices in the case of zero minors of the both types is obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1993

27 р. 50 к.

Редактор М.И.Зарубина. Макет Т.Е.Попеко

Подписано в печать 9.09.93
Формат 60х90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 1,95
Тираж 380. Заказ 46641

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области