

**X SEMINÁRIO NACIONAL  
DE PRODUÇÃO E  
TRANSMISSÃO DE  
ENERGIA ELÉTRICA**

SNPTCC 10, GAL 7, 7

021 3100001 54312 1989 v 5

BR 95 33 258

INIS - BR - - 3536

CTBA/GPL/07

CURITIBA - PARANÁ - 1989

1-5 OCT

**GRUPO VII**

**PLANEJAMENTO DE SISTEMAS ELÉTRICOS (GPL)**

**UM MODELO COMPUTACIONAL PARA DETERMINAÇÃO DE ALTERNATIVAS DE EXPANSÃO DE CUSTO MÍNIMO EM PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO**

Leontina M.V.G. Pinto  
FOC/RJ

Alex Nunez  
DEGE/ELETTROBRÁS

Mario V.F. Pereira  
FOC/RJ

**1.0 INTRODUÇÃO**

O problema de expansão ótima de um sistema de transmissão visa estabelecer as alternativas mais econômicas para o atendimento confiável à demanda prevista.

A resolução deste problema tem sido bastante estudada [1-4]. Sua dificuldade reside não apenas no grande número de opções de reforço a analisar, mas também na complexidade da análise de cada alternativa, que deve levar em conta os aspectos de viabilidade econômica e elétrica.

Este trabalho visa apresentar um modelo computacional para a determinação de um plano de expansão da transmissão. O número de alternativas é reduzido através de técnicas de análise de sensibilidade. Dentre as alternativas restantes, procura-se construir o plano mais econômico de expansão através de um modelo de otimização baseado em técnicas de decomposição.

**2.0 MODELAGEM DO PROBLEMA**

**2.1 Modelagem do Problema Elétrico**

A quantificação do benefício de um reforço requer um índice de desempenho do sistema a ser analisado. O desempenho de um sistema está geralmente associado ao grau de violações a suas restrições operativas (sobrecargas, por exemplo) ou, equivalentemente, o mínimo de carga que deve ser rejeitada para que estas restrições sejam obedecidas.

O benefício de um reforço pode portanto ser medido através da análise do desempenho do sistema antes e após a sua adição. Ele será igual à redução de corte de carga necessário à eliminação de violações, ou, em outras palavras, ao acréscimo de carga a ser atendida.

A análise do sistema elétrico deve, assim, ser capaz de calcular o mínimo de carga a ser rejeitada, respeitadas as restrições operativas do sistema:

MIN CARGA REJEITADA

S/A EQ. FLUXO DE POTÊNCIA

RESTRIÇÕES DE GERAÇÃO  
(máximas e mínimas)

RESTRIÇÕES DE FLUXO  
(sobrecargas)

A formulação e resolução deste problema são discutidas em [4]. É mostrado que, além do mínimo corte de carga, o algoritmo de resolução calcula ainda sensibilidades do corte em função de acréscimos à demanda, geração e susceptância em cada barra ou linha do sistema

**2.2 Modelagem do Problema Econômico**

O problema econômico/financeiro consiste em encontrar, dentre as opções apresentadas, a que leva ao menor custo de expansão. As restrições a serem obedecidas são as disponibilidades financeiras (o total gasto não pode ultrapassar o teto máximo):

MIN CUSTO DE EXPANSÃO

S/A RESTRIÇÕES FINANCEIRAS

**3.0 O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO**

Foi apresentado no VIII SNPTCC um modelo para a expansão ótima de sistemas de transmissão. A metodologia proposta baseia-se na decomposição do problema global em dois subproblemas:

- INVESTIMENTO, que representa as variáveis de decisão (construção de novos circuitos) e as restrições econômico/financeiras do sistema.
- OPERAÇÃO, que representa a análise de fluxo de potência/remanejamento de geração / rejeição de carga apresentadas no modelo elétrico.

Os dois subproblemas comunicam-se entre si; a técnica de decomposição utilizada garante a convergência para a solução ótima do problema global (INVESTIMENTO+OPERAÇÃO). O subproblema de investimentos faz uma análise econômico/financeira das alternativas disponíveis, e "propõe" ao subproblema de operação um plano de investimentos, ou seja, uma futura configuração. O subproblema de operação analisa então a configuração proposta segundo seus critérios de desempenho de sistemas (por exemplo, o mínimo corte de carga). Após esta análise, possíveis inviabilidades elétricas constatadas são "traduzidas" em restrições ao plano de expansão proposto.



Figura 1: O ALGORITMO DE DECOMPOSIÇÃO

Este algoritmo pode ser visto como a interação entre dois especialistas: o econômico (SUB. INVESTIMENTO) e o elétrico (SUB. OPERAÇÃO). O especialista econômico faz a sua proposta de investimentos a partir de dados financeiros. O elétrico analisa o plano e "traduz" problemas elétricos (que o economista, a princípio, não precisa entender) em restrições ao plano proposto.

Esta "tradução" é feita através das sensibilidades do índice de desempenho do sistema à adição de novos elementos (circuitos ou geradores). Em outras palavras, ao invés de informar ao especialista econômico as peculiaridades elétricas do sistema, o especialista em operação fornece as derivadas do desempenho do sistema em relação a possíveis reforços:

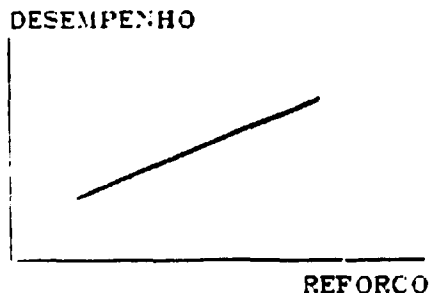


Figura 2: SENSIBILIDADE DO DESEMPENHO DO SISTEMA AO REFORÇO

É possível mostrar que estas derivadas, obtidas para várias configurações propostas, podem ser utilizadas na construção da região viável de operação do sistema. Assim, escolhendo o mínimo corte de carga do sistema como o índice de desempenho a ser utilizado, a região viável corresponderia à região hachurada (corte de carga nulo):

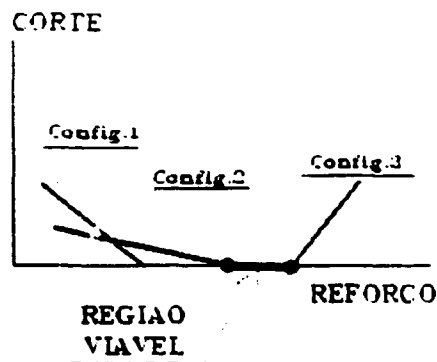


Figura 3: REGIÃO VIÁVEL DE OPERAÇÃO EM FUNÇÃO DO REFORÇO

O algoritmo pode portanto ser visto como a "construção" iterativa da região viável de operação do sistema em função dos equipamentos disponíveis. A cada iteração, uma nova análise de sensibilidades gera uma reta que corta a região viável. Todas as informações sobre as inviabilidades elétricas até agora detectadas estão implicitamente consideradas nesta representação.

De posse desta região (ou das restrições que a formam) o economista pode formular um novo plano de expansão. Este plano será analisado do ponto de vista elétrico e uma nova possível restrição será incluída na região viável. O processo continua até que o plano proposto pelo especialista econômico seja eletricamente viável.

É interessante notar que, neste ponto, pode-se admitir que a região de viabilidade já é conhecida com um grau de precisão aceitável: o economista conseguiu, sem realizar nenhum fluxo de potência, sintetizar um plano de expansão eletricamente viável.

É importante frisar ainda que, embora a metodologia tenha sido descrita de maneira intuitiva, o processo baseia-se em ferramentas matemáticas que garantem a convergência do processo para a solução de custo mínimo global do problema com um número finito de iterações.

#### 4.0 APERFEIÇOAMENTOS NECESSÁRIOS

O algoritmo descrito é bastante flexível e robusto. Uma vantagem explorada é o desacoplamento entre investimento e operação, o que possibilita a resolução de cada subproblema por algoritmos especializados. Assim, o subproblema de operação é resolvido através de um algoritmo bastante eficiente, especialmente desenvolvido para otimização de sistemas de potência.

O subproblema de investimento, entretanto, é de resolução bastante difícil e requer um elevado custo computacional. Esta dificuldade deve-se principalmente a dois fatores:

- o elevado número de opções de reforço a analisar
- a integralidade da solução: não é possível construir parte de um equipamento

Este problema corresponde a um problema de programação inteira, cujos algoritmos de resolução baseiam-se em técnicas combinatórias. Supondo, por exemplo, que houvessem 2 opções de reforço, seria possível construir a árvore da figura abaixo, onde a "raiz" corresponda à configuração inicial, cada nível subsequente corresponda a uma opção de reforço, e cada nó à decisão de construir ou não cada reforço.

Os 4 possíveis planos são obtidos através dos caminhos da raiz às "folhas" da árvore: P1 corresponde à decisão de não construir nenhum reforço, P2 a construir o reforço 2, P3 a construir o reforço 1 e P4 corresponde à decisão de construir ambos os reforços.

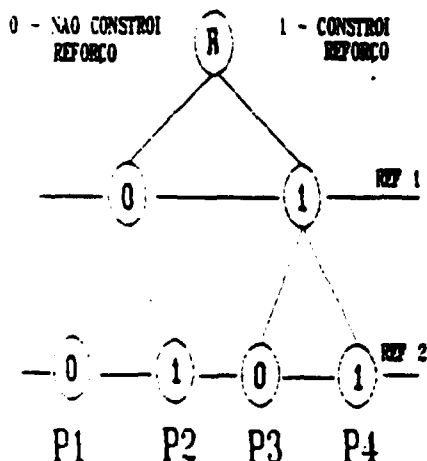


Figura 4: ÁRVORE DE ALTERNATIVAS

É possível ver a explosão combinatória do problema: o número de planos a serem analisados corresponde a  $2^{n \cdot N}$ , REFORÇOS. Assim, se considerarmos um sistema com 100 possíveis adições, mesmo sem contar possíveis duplicações de circuitos chegaríamos a  $2^{100}$  planos a analisar - o que estaria muito além da capacidade dos mais modernos computadores.

Torna-se necessária, então, a pesquisa de técnicas para eliminar "ramos" - partes da árvore a serem percorridas. Existem atualmente diversos algoritmos para busca da solução ótima nesta árvore com diversas estratégias de eliminação de caminhos (ou planos de expansão, em nosso caso). Uma estratégia simples de eliminação seria, por exemplo, parar de percorrer um caminho cujo plano levasse a um custo considerado demasiadamente elevado.

A aplicação de técnicas especializadas para a redução da busca na árvore é capaz de possibilitar a resolução do subproblema de investimentos em um tempo computacional aceitável. É importante observar, entretanto, que o algoritmo de decomposição, como originalmente implementado, requer que a solução deste problema seja refeita a cada iteração. Não é possível partir da solução obtida na iteração anterior ou aproveitar a experiência do planejamento para "orientar" a busca de melhores alternativas de expansão. Este fato pode levar a custos computacionais bastante elevados: o planejador pode aceitar, por exemplo, a espera de 10 minutos por um resultado, mas talvez não aceitasse esperar 10 iterações de 10 minutos (mais de uma hora).

## 5.0 O ALGORITMO PROPOSTO

O algoritmo proposto pode ser visto como uma extensão da metodologia descrita na seção anterior. Seu objetivo será a obtenção do plano ótimo de expansão sem recorrer a inúmeras resoluções do subproblema de investimentos: deseja-se construir a região viável do subproblema de operação do sistema elétrico DURANTE e não APÓS a execução do subproblema de investimento. Isto pode ser conseguido através de uma modificação no algoritmo ilustrado na figura 1:

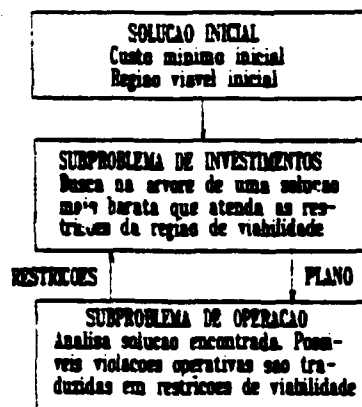


Figura 5: O ALGORITMO PROPOSTO

O custo mínimo inicial pode ser obtido através de modelos de expansão interativa, como o SINTRA. Note-se que a solução obtida por estes modelos não é necessariamente ótima, mas pode servir como uma estimativa inicial do custo ótimo da expansão - o algoritmo passa então a procurar uma solução melhor. A região viável inicial é vazia, uma vez que não foi gerada nenhuma restrição de viabilidade pelo subproblema de operação.

O subproblema de investimentos busca na árvore de alternativas uma solução que atenda às restrições da região de viabilidade (em construção) e seja mais barata que o custo mínimo até agora obtido. Deve-se observar que, na primeira iteração, a solução encontrada corresponde à manutenção da configuração inicial: como a região de viabilidade é vazia, qualquer solução é viável, e a solução viável mais barata é não construir nada (custo nulo). Encontrada a solução, passa-se ao subproblema de operação para a análise elétrica da solução. Observe-se que, enquanto o algoritmo anterior buscava a solução ótima, agora o subproblema para na primeira solução viável melhor que a anterior.

O subproblema de operação analisa a configuração sintetizada; calcula o fluxo de potência correspondente e verifica a existência de violações operativas. Se não for constatada nenhuma violação, o plano obtido é eletricamente viável e passa a ser considerado o plano ótimo (ou o melhor até agora obtido).

Caso seja constatada alguma violação, é calculado o mínimo corte de carga para eliminá-la e gerada uma nova restrição, que é incorporada à região de viabilidade. É importante observar que, ao contrário do que era feito no algoritmo anterior, as restrições (cortes) de viabilidade podem ser gerados em torno de qualquer plano de operação, e não apenas do ótimo.

Volta-se então ao subproblema de investimento, que continua a busca na árvore a partir da solução anterior. Note-se que não é necessário reiniciar a busca na árvore; dentre as soluções já examinadas, a melhor foi guardada e as outras descartadas; assim, parte-se para a busca de novas soluções na porção da árvore ainda não percorrida. O algoritmo para quando não for encontrada nenhuma solução melhor que a anterior.

Pode-se notar a redução do esforço computacional decorrente do novo processo: enquanto que no anterior a árvore de alternativas era percorrida em cada iteração, agora ela é percorrida apenas uma vez, ao longo das iterações. Esta vantagem fica mais evidente quando se compara o tempo de resolução dos dois subproblemas: alguns segundos para a análise elétrica e vários minutos para a busca na árvore

## 6.0 CRITÉRIOS PARA A REDUÇÃO DA BUSCA NA ÁRVORE

Como mencionado anteriormente, não é possível percorrer toda a árvore em busca da solução ótima. Foram adotados alguns critérios de eliminação nos ramos, com o objetivo de viabilizar computacionalmente o algoritmo:

### 6.1 Eliminação por inviabilidade

Baseia-se nas restrições da região de viabilidade. São detectados, a priori, os valores mínimos de cada investimento para que as restrições de viabilidade sejam obedecidas.

Supondo, no exemplo anterior, que a região de viabilidade contenha a seguinte restrição:

$$5X1 + 3X2 + 4X3 = 10$$

Se os valores máximos de X2 e X3 são, por hipótese, 1 (só é possível construir um reforço de cada tipo), o valor mínimo de X1 para viabilizar a restrição é 1. Nenhum caminho que passe pelo nó  $X1=0$  será testado.

### 6.2 Eliminação por custos

É possível, a cada nó da árvore, fazer uma estimativa do custo da melhor solução ótima que pode ser obtida nos caminhos que derivam do nó. Ao chegar a cada nó ( $X1=1$ , por exemplo), pode-se estimar o custo da solução ótima para os reforços restantes (encontrar a melhor solução X2, X3 dado que X1 será construído). Se esta estimativa indicar que o custo deste caminho (plano) é maior que o de alguma solução viável já encontrada, o ramo é abandonado, pois levaria a uma solução mais cara.

Uma estimativa otimista poderia corresponder à relaxação do custo de construção de X2 e X3 e considerar apenas o custo das decisões já tomadas. Se este custo for maior que o mínimo encontrado, o caminho é eliminado. Uma estimativa precisa envolveria a resolução de problemas de minimização do custo de construção das alternativas restantes e corresponderia a um novo problema combinatorio de difícil resolução.

Pode-se, entretanto, obter estimativas bastante boas através da resolução de um problema relaxado (simplificado). A solução deste problema relaxado deve preservar uma característica interessante: precisa ser sempre mais otimista que a do problema exato. Se esta solução otimista for mais cara que alguma já encontrada anteriormente, o caminho é abandonado, uma vez que a solução do problema completo seria ainda mais onerosa.

Diversas técnicas de relaxação têm sido tentadas. A mais conhecida é a relaxação das restrições de integridade: admite-se que é possível construir apenas parte de um reforço. O problema resultante pode ser facilmente resolvido por um algoritmo de programação linear.

Outra técnica bastante utilizada é a relaxação das restrições a serem atendidas: combinam-se todos os cortes em apenas um (calculando, por exemplo, o corte médio) ou utiliza-se apenas o último corte gerado. Está atualmente em pesquisa a obtenção de pesos de ponderação para a média ponderada dos cortes, de acordo com sua importância.

## 7.0 A ORDENAÇÃO DAS ALTERNATIVAS

A ordem de colocação das alternativas na árvore é muito importante para a rapidez da solução do problema. Alternativas interessantes devem ser analisadas ao início, para que soluções viáveis e baratas sejam logo obtidas e os critérios de poda sejam ativados eficientemente.

Diversas formas de ordenação foram tentadas. A que parece levar ao melhor resultado é a ordenação Benefício/Custo, onde o benefício é dado pela sensibilidade média do sistema à adição do reforço (média dos coeficientes do reforço nos cortes) e custo é o seu próprio custo de construção. Como mencionado no item anterior, está em estudo a obtenção de pesos de ponderação para uma melhor combinação dos cortes.

Uma possibilidade seria, ainda, a especificação da ordenação pelo planejador que, baseado em sua experiência, poderia dizer quais os reforços mais atraentes para o sistema.

## 8.0 PRÉ-SELEÇÃO DAS ALTERNATIVAS

A redução do custo computacional da solução deste problema torna viável a sua incorporação a modelos conversacionais. Estes modelos possuem algoritmos bastante eficientes para reduzir inicialmente o elenco de alternativas. Este conjunto reduzido é, então, "refinado" pelo modelo de otimização.

## 9.0 CASO EXEMPLO

O algoritmo apresentado foi utilizado para sintetizar o sistema Sul brasileiro para a carga prevista para o ano de 1990. A configuração inicial corresponde à rede de 1984 ilustrada na figura 6, onde as linhas cheias representam os circuitos existentes e as linhas tracejadas representam as alternativas de expansão.

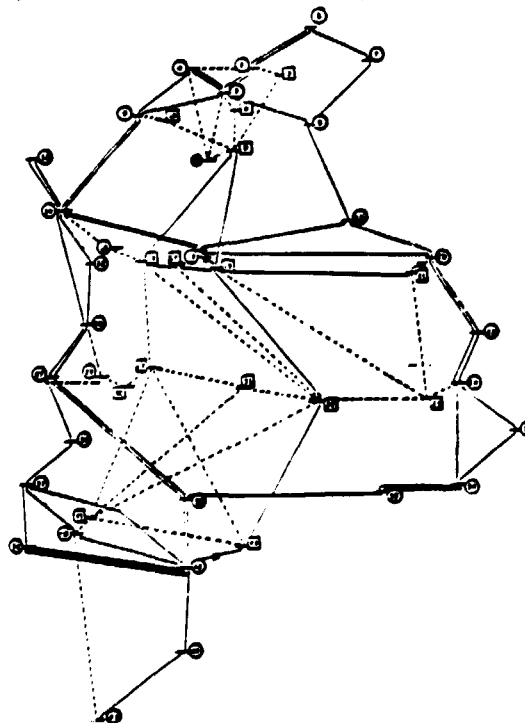


Figura 6: SISTEMA SUL-1984

Foi feita inicialmente uma análise de sensibilidade preliminar para a redução do número de alternativas. Das 63 iniciais, foram escolhidas as 20 alternativas cuja construção resultariam no maior benefício ao desempenho do sistema. Estas alternativas formam então a árvore para a busca da solução ótima. Note-se que cada alternativa pode ser duplicada. O número de possíveis soluções, portanto, corresponde a  $3^{*}20$ .

A configuração correspondente à expansão ótima, apresentada na figura 7, foi obtida em 6 min. em um VAX-780. A mesma solução, encontrada pelo algoritmo anterior, seria encontrada em 1 hora e 20 minutos.

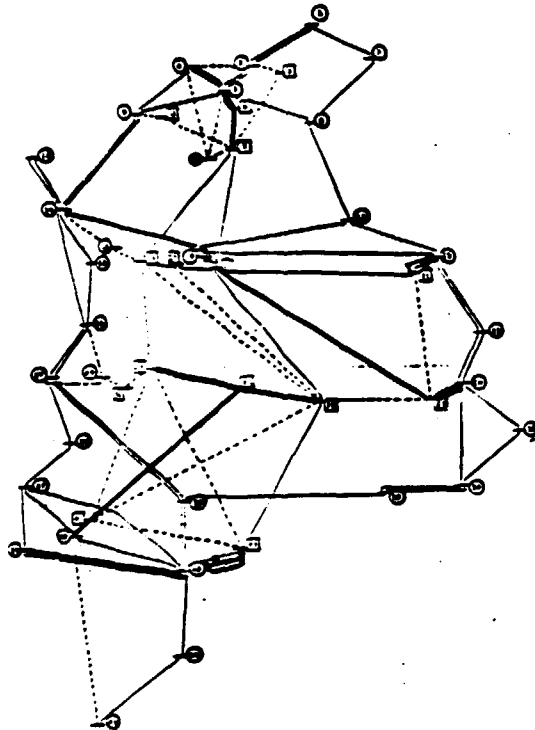


Figura 7 - REDE SINETIZADA

#### 10. EXTENSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Algumas extensões do algoritmo proposto são imediatas e estão sendo atualmente investigadas:

- Planejamento probabilístico: o subproblema de operação pode analisar não apenas uma, mas várias configurações (correspondentes, por exemplo, a todas as contingências simples)
- Planejamento com restrições financeiras: como foi discutido na seção de modelagem do problema econômico/financeiro, podem ser incluídas restrições de custo total de investimento. Esta inclusão pode ser particularmente interessante quando se deseja ajustar um plano de expansão existente a uma nova restrição financeira e pode ser utilizado, por exemplo, para a priorização de obras.

#### 11. CONCLUSÕES

Foi apresentado um algoritmo para a expansão ótima de redes de transmissão. O método pode ser visto como uma extensão do algoritmo de decomposição, apresentado no seminário anterior.

O algoritmo foi aplicado ao sistema Sul brasileiro e foi capaz de encontrar a solução ótima com um esforço computacional bastante baixo, face à complexidade do problema.

Estão atualmente em investigação duas extensões imediatas da metodologia proposta: a expansão probabilística e a expansão com restrições financeiras.

#### 12. BIBLIOGRAFIA

- (1) Pereira, M.V.F., Cunha, S.H.F., Oliveira, G.C., Kelman, J. - "SINTRA - Um Sistema para Expansão Interativa de Sistemas de Transmissão" - VI Seminário Nacional de Produção, Transmissão e Distribuição de Energia Elétrica, Camboriu, 1981
- (2) Pereira, M.V.F., Pinto, L.M.V.G. - "Application of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to the Interactive Transmission System Planning" - IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104 (2), 1985
- (3) Pereira, M.V.F., Pinto, L.M.V.G., Cunha, S.H.F., Oliveira, G.C. - "A Decomposition Approach to the Automated Generation/Transmission Expansion Planning" - IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104 (1), 1985
- (4) Pereira, M.V.F., Pinto, L.M.V.G. - "Um Modelo para Síntese Automática de Linhas de Transmissão" - VIII Seminário Nacional de Produção, Transmissão e Distribuição de Energia Elétrica, São Paulo, 1986

#### 13. AGRADECIMENTOS

Parte deste trabalho foi apoiado pelo CNPq, através de bolsa de pesquisa e bolsa de mestrado