

ISSN 1232-5309



INSTYTUT PROBLEMÓW JĄDROWYCH
im. ANDRZEJA SOŁTANA
SOLTAN INSTITUTE FOR NUCLEAR STUDIES

OTWOCK - ŚWIERK

**INSTYTUT PROBLEMÓW JĄDROWYCH
im. ANDRZEJA SOŁTANA
SOLTAN INSTITUTE FOR NUCLEAR STUDIES**

RAPORT SINS - 3/ X

**ZASTOSOWANIE METODY MONTE CARLO
DO ANALIZY TRANSPORTU
ELEKTRONÓW I FOTONÓW**

IZABELLA ZYCHOR

**Instytut Problemów Jądrowych,
Zakład Fizyki i Techniki Akceleracji Cząstek Naładowanych
05-400 Otwock-Świerk**

OTWOCK - ŚWIERK 1994

Izabella Zychor: Zastosowanie metody Monte Carlo do analizy transportu elektronów i fotonów. Przedstawiono metodę Monte Carlo w zastosowaniu do analizy oddziaływań elektronów i fotonów z materią, ze szczególnym uwzględnieniem procesów wywoływanych przez elektrony o energii nie przekraczającej 18 MeV. Obliczenia wykonano na komputerze C3210 firmy CONVEX w Świerku przy użyciu programu SHOWME będącego zmodyfikowaną wersją programu GEANT3. W obliczeniach przyjęto, że wiązka padających elektronów jest monoenergetyczna i punktowa, a elektrony emitowane są w jednym kierunku. Wskazano na różne zastosowania programu, możliwe dzięki jego uniwersalności zarówno ze względu na faktyczny brak ograniczeń dotyczących geometrii badanych układów, jak i ze względu na uwzględnienie wszystkich istotnych oddziaływań wywoływanych przez elektrony w materii. Przedstawiono m.in. przykłady wykorzystania obliczeń przy projektowaniu układów do kolimacji terapeutycznej wiązki elektronów.

Izabella Zychor: The Application of Monte Carlo Method to Electron and Photon Beams Transport. The application of a Monte Carlo method to study a transport in matter of electron and photon beams is presented, especially for electrons with energies up to 18 MeV. The SHOWME Monte Carlo code, a modified version of the GEANT3 code, was used on the CONVEX C3210 computer at Świerk. It was assumed that an electron beam is monodirectional and monoenergetic. Arbitrary user-defined, complex geometries made of any element or material can be used in calculations. All principal phenomena occurring when electron beam penetrates the matter are taken into account. The use of calculations for a therapeutic electron beam collimation is presented.

Изабелла Зихор: Применение метода Монте Карло в анализе транспорте электронов и фотонов. Представлено применение метода Монте Карло в анализе взаимодействия электронов и фотонов с веществом. Особое внимание посвящено процессам возбуждаемым электронами с энергией не более 18 МэВ. Расчёты выполнены в Сверке на эвм C3210 фирмы CONVEX, с использованием программы SHOWME, модифицированной версии программы GEANT3. В расчётах принято, что пучок падающих электронов моноэнергетичен и с точечным сечением, а электроны эмитируются в одном направлении. Указаны разные применения программы, доступные благодаря её универсальности, которая является следствием фактического отсутствия ограничения относительно геометрии исследуемых систем и включения всех существенных воздействий электронов с веществом. Представлены в частности примеры использования расчётов при проектировании систем коллимации терапевтического электронного пучка.

Spis treści

1 Wstęp	2
2 Cel i zakres pracy	3
3 Oddziaływanie elektronów i fotonów z materią	6
3.1 Oddziaływanie elektronów z materią	6
3.2 Oddziaływanie fotonów z materią	7
3.3 Kaskada elektronowo-fotonowa	8
4 Symulacja komputerowa kaskady elektronowo-fotonowej metodą Monte Carlo	10
4.1 Podstawowe pojęcia związane z metodą Monte Carlo	11
4.1.1 Zmienne losowe	11
4.1.2 Metody próbkowania	12
4.2 Symulacja transportu cząstek w materii	14
4.3 Przykład: tworzenie pary elektron-pozyton	16
4.4 Podsumowanie	17
5 Program GEANT3 i jego zmodyfikowana wersja SHOWME	18
5.1 Zastosowanie programu GEANT3	18
5.2 Program SHOWME	18
5.3 Graficzne przedstawienie wyników obliczeń	20
6 Przykłady zastosowań programu SHOWME	22
6.1 Konwersja elektronów w promieniowanie hamowania	23
6.1.1 Wydajność procesu konwersji	23
6.1.2 Rozkłady energetyczne i kątowe fotonów i elektronów wtórnych ..	26
6.2 Oddziaływanie elektronów z wodą	30
6.3 Oddziaływanie elektronów z cienkimi foliami	33
6.4 Rozkłady dawki pochłoniętej dla terapeutycznych wiązek elektronów	36
6.5 Formowanie terapeutycznych wiązek fotonów i elektronów	40
6.6 Przykład: układ do kolimacji terapeutycznej wiązki elektronów	42
7 Zakończenie	51
Literatura	52

1 Wstęp

We współczesnym świecie rozpowszechnione stało się stosowanie urządzeń wykorzystujących zjawiska zachodzące w materii pod wpływem elektronów i fotonów^{1,2}. I tak: liniowe akceleratory elektronów są coraz częściej wykorzystywane w terapii nowotworowej, w której stosuje się zarówno wiązki elektronów, jak i promieniowanie hamowania (bremsstrahlung). Akceleratory elektronów zastąpiły w tym przypadku urządzenia kobaltowe. Akceleratory takie są także stosowane do badania właściwości różnych materiałów, w procesach mających na celu wywoływanie zmian w materiałach oraz przy przedłużaniu trwałości produktów żywnościowych. Coraz częściej do sterylizacji narzędzi i materiałów medycznych stosuje się promieniowanie wytwarzane w liniowych akceleratorach elektronów. Także w zagadnieniach związanych z ochroną środowiska, a w szczególności przy usuwaniu takich gazów, jak SO₂ i NO_x, powstających jako uboczne produkty w elektrociepłowniach, sprawdza się opłacalność stosowania akceleratorów do tego celu³. Nie należy zapominać o roli, jaką akceleratory elektronów odgrywają w fizyce wysokich energii, gdzie osiągnęte są energie zderzających się cząstek rzędu dziesiątek i setek GeV.

Ta różnorodność stosowania akceleratorów elektronów pociąga za sobą konieczność coraz lepszego poznawania mechanizmów oddziaływania elektronów z materią, aby można było stosować źródła elektronów, a także promieniowanie hamowania i z coraz lepszymi rezultatami - jak najefektywniej.

Jednym z najlepszych narzędzi, które mogą być zastosowane w tym celu, są programy wykorzystujące metodę Monte Carlo do analizy oddziaływań elektronów i fotonów z materią.

Oczywiście metoda Monte Carlo także nie jest pozbawiona ograniczeń związanych z jej stosowaniem. Na przykład: w przypadku wykorzystania metody Monte Carlo w medycynie symulacja fizycznych procesów, prowadząca do wyznaczenia wartości wielkości mierzalnych, jest ograniczona z jednej strony poprzez bardzo małe odległości, jakie charakteryzują pojedyncze komórki ciała, a z drugiej strony poprzez fakt, że ciało ludzkie jest obiektem o wyjątkowym stopniu skomplikowania. Wymaga to użycia różnych przybliżeń bądź uproszczeń, aby uzyskać odpowiedź po rozsądnym czasie pracy komputera. Należy także korzystać z takich metod obliczeniowych, które powodują przyspieszenie obliczeń np. poprzez odrzucenie informacji, nieistotnych dla postawionego problemu.

Metoda Monte Carlo wykorzystana do analizy oddziaływania elektronów i fotonów z materią nie tylko pozwala otrzymać odpowiedzi na zadane pytania, ale także zapewnia lepsze zrozumienie procesów zachodzących w materii.

Innym możliwym zastosowaniem wyników obliczeń uzyskanych przy użyciu programu, który metodą Monte Carlo analizuje oddziaływanie różnych cząstek z materią, jest przeprowadzenie badań dotyczących zabezpieczenia przed promieniowaniem jonizującym występującym w naturalnym otoczeniu człowieka⁴. Znajomość osłonnych własności różnych materiałów znajduje zastosowanie w szacunkowych obliczeniach dotyczących zagrożenia związanego z eksploatacją elektrowni jądrowych. Analizuje się także wielkość promieniowania pochodzącego od aktywności występujących w materiałach budowlanych, otoczeniu domów oraz organizmach żywych.

2 Cel i zakres pracy

Przy projektowaniu układów do kolimacji i formowania wiązki elektronów przyspieszanych w liniowym akceleratorze elektronów, który ma w swojej pracy wykorzystywać zarówno elektrony, jak i promieniowanie hamowania powstające na skutek konwersji elektronów w tarczy, konieczne jest oszacowanie dawki pochłoniętej w naświetlanym materiale.

Należy także zapewnić jednorodny rozkład dawki pochłoniętej w naświetlanym obiekcie przy równoczesnym spełnieniu warunku, aby dawka zaabsorbowana w innych miejscach była minimalna. Jest to bardzo istotne przy planowaniu terapii promieniowaniem jonizującym w zastosowaniach medycznych - wszędzie tam, gdzie tkanka jest szczególnie wrażliwa na naświetlanie. Trzeba również wtedy wziąć pod uwagę niejednorodności związane z budową tkanki, np. występowanie kości lub wnęk powietrznych, które mają wpływ na rozkład dawki. Stosuje się specjalne procedury pozwalające na takie zaprojektowanie źródeł promieniowania elektronowego lub fotonowego, aby spełnione były warunki dotyczące rozkładu dawki w naświetlanym organizmie⁵. Zwykle sprawdza się wyniki obliczeń poprzez porównanie z rezultatami pomiarów w wybranych punktach ciała pacjenta lub fantomu, zastępującego człowieka.

Projektując układy do kolimacji i formowania wiązek wytwarzanych w liniowych akceleratorach elektronów bada się więc zmiany, jakie w rozkładzie dawki pochłoniętej pociągają za sobą zmiany w konstrukcji układu.

Konieczność oceny wielkości dawki pochłoniętej może wystąpić m.in. w następujących zagadnieniach:

- 1° badanie i optymalizacja układów targetowych dla generacji promieniowania X do naświetlania produktów żywnościowych oraz sterylizacji przyrządów i materiałów medycznych,
- 2° projektowanie i weryfikacja układów kolimacji i formowania wiązek e^- i X w zakresie energii do 15 MeV w zastosowaniach terapeutycznych,
- 3° wykorzystanie przy projektowaniu elementów układu do oczyszczania dymów z elektrociepłowni z SO_2 i NO_x .

Celem niniejszej pracy jest przybliżenie metody Monte Carlo i jej stosowania do analizy oddziaływań elektronów i fotonów z materią, ze szczególnym uwzględnieniem procesów wywoływanych przez elektrony o energii nie przekraczającej kilkunastu MeV. Zastosowany do obliczeń program SHOWME, który metodą Monte Carlo analizuje zjawiska wywoływane w materii przez elektrony i fotony, pozwala na dokładne określenie rozkładów dawki pochłoniętej, uwzględniając geometrię badanego układu bez żadnych uproszczeń. We wszystkich wykonanych obliczeniach przyjęto, że wiązka padających elektronów jest monoenergetyczna i punktowa, a elektrony emitowane są w jednym kierunku (jest to tzw. wiązka "ołówkowa").

W naświetlaniu żywności istotne jest stosowanie wysokich mocy dawki promieniowania hamowania w układach, które zapewniają napromieniowanie produktów żywnościowych o dużych powierzchniach i znacznych grubościach przesuwających się przed źródłem promieniowania. Wiązka elektronów ulega konwersji w promieniowanie X w tarczach wykonanych z ciężkich materiałów. Tak powstałe promieniowanie hamowania ma znacznie większy zasięg niż elektrony pierwotne. Ze względu na małą wydajność procesu konwersji, która zależy od materiału i grubości tarczy oraz od energii padających elektronów, konieczna jest optymalizacja tarcz wykorzystywanych w tym procesie. Istotna jest również informacja dotycząca średniej energii promieniowania hamowania powstającego na skutek konwersji. Wartość tej energii i natężenie promieniowania muszą spełniać wymogi podane w zaleceniach Światowej Organizacji Zdrowia oraz Organizacji do Spraw Wyżywienia i Rolnictwa^o.

Jak już wspomniano, podstawowym celem, do osiągnięcia którego dąży się przy projektowaniu układów formujących użytkową wiązkę elektronów wykorzystywaną w terapii, jest uzyskanie jednorodnej wiązki o dobrze określonej energii i kierunku. Jednocześnie należy zapewnić taką kolimację wiązki, aby zminimalizować uboczne skutki naświetlania poprzez ograniczenie geometrycznych rozmiarów wiązki zastosowanej do terapii. Analizowane są więc rozkłady kątowe emitowanego promieniowania hamowania i elektronów wtórnych oraz radialne rozkłady dawki pochłoniętej, także obliczane przy użyciu programu SHOWME.

Wygodnym narzędziem, które może być wykorzystane przy analizie wyników otrzymanych przy użyciu programu SHOWME, jest program graficzny, mający za zadanie wizualizację z jednej strony układów formowania i kolimacji wiązki, a z drugiej strony poglądowe zaprezentowanie rezultatów obliczeń. Obecnie istnieje wersja takiego programu, uruchomiona na komputerze IBM/PC. Możliwe jest włączenie tego pakietu do programu SHOWME po dostosowaniu go do standardu grafiki OSF-Motif.

W rozdziale 3 prezentowanej pracy zostanie omówione oddziaływanie elektronów i fotonów z materią, ze szczególnym uwzględnieniem procesów wywoływanych przez elektrony o energii nie przekraczającej kilkunastu MeV, a także powstanie i rozwój kaskady elektronowo-fotonicznej.

W rozdziale 4 wprowadzone zostaną podstawowe pojęcia związane z metodą Monte Carlo (rozdział 4.1). Omówiona będzie symulacja transportu cząstek w materii (rozdział 4.2). Zastosowanie metody Monte Carlo zostanie szczegółowo pokazane na przykładzie analizy zjawiska tworzenia pary elektron-pozyton (rozdział 4.3).

W rozdziale 5 zapoznamy się z programem GEANT3 i jego zmodyfikowaną wersją SHOWME. Program SHOWME został w niniejszej pracy wykorzystany do wszystkich obliczeń, przeprowadzonych na komputerze C3210 firmy CONVEX w Świerku.

Przykłady zastosowania programu SHOWME są zawarte w rozdziale 6 wraz z wynikami obliczeń.

3 Oddziaływanie elektronów i fotonów z materią

3.1 Oddziaływanie elektronów z materią

Elektrony przechodząc przez materię mogą tracić swoją energię bądź w zderzeniach z innymi elektronami lub jądrami atomowymi, bądź poprzez emisję promieniowania hamowania (bremsstrahlung)⁷.

Zderzeniem nazywamy proces, w wyniku którego atom znajdzie się w stanie wzbudzonym, ponieważ padający elektron przekaże część swojej energii elektronom atomu, powodując ich wzbudzenie, a więc przeniesienie do wyższego stanu energetycznego.

Jeżeli energia padającego elektronu jest wystarczająca do oderwania elektronu orbitalnego od atomu, to mamy do czynienia z *jonizacją* atomu. W większości przypadków odrywany elektron ma niewielką energię w porównaniu z potencjałem jonizacji. Jeżeli jednak oderwany elektron uzyska znaczną energię kinetyczną, to mówimy o *elektronach delta*.

Rozpraszanie Møllera zachodzi wtedy, gdy elektron jest rozpraszany na elektronie, natomiast gdy elektron jest rozpraszany na pozytonie, to mówimy o *rozpraszaniu Bhabhy*.

Para elektron i pozyton może ulec *anihilacji*, w wyniku której pojawią się dwa kwanty promieniowania γ .

Padający elektron może także ulec elastycznemu rozproszeniu na jądram atomowych. W zależności od grubości materiału, na który pada, może to być *rozproszenie pojedyncze* (gdy grubość warstwy jest znacznie mniejsza od zasięgu elektronów) lub wielokrotne zwane *rozproszeniem Molière'a*.

Jeżeli elektron porusza się ruchem przyspieszonym, np. w polu jądra atomowego, to doznaje wtedy zmiany swego pędu lub tylko kierunku ruchu. Wysyłany jest przy tym kwant promieniowania elektromagnetycznego zwanego *promieniowaniem hamowania* (bremsstrahlung). Elektron traci część swojej energii. Straty energii na skutek emisji promieniowania hamowania są rozłożone w zakresie od zera do energii cząstki wywołującej proces.

Dla niższych energii padających elektronów przeważają straty energii wywołane procesami wzbudzenia atomów oraz jonizacją, natomiast przy energiach wyższych - straty związane z emisją promieniowania hamowania, rosnące z energią. Przy wysokich energiach padających elektronów znaczna część ich energii jest więc zużywana na wytworzenie wysokoenergetycznych fotonów, które z kolei będą oddziaływać z materią.

3.2 Oddziaływanie fotonów z materią

Do najważniejszych zjawisk, w których biorą udział kwanty gamma, należą: zjawisko fotoelektryczne, zjawisko Comptona i zjawisko tworzenia par ⁴.

Zjawisko fotoelektryczne należy do najważniejszych oddziaływań wywoływanych przez promieniowanie gamma o energii do 100 keV. Foton, przekazując całą swoją energię elektronowi atomu ośrodka, powoduje usunięcie tego elektronu z atomu. Zjawisko fotoelektryczne może zajść wówczas, gdy energia padających fotonów jest większa od energii wiązania rozpatrywanego elektronu. Przekrój czynny na zajście zjawiska fotoelektrycznego maleje z energią padających fotonów i wykazuje skokowy wzrost dla wartości energii wystarczających do wyrwania elektronu kolejno z powłok K, L, M, N,... w atomie.

Zjawisko Comptona polega na rozpraszaniu kwantów γ na swobodnych elektronach. Elektrony związane na orbitach atomu można uważać za swobodne, jeżeli energia fotonów jest znacznie większa od energii wiązania elektronów. W wyniku rozproszenia Comptona ulega zmianie energia padającego kwantu oraz kierunek jego lotu, natomiast elektron, któremu foton przekazał część swojej energii, będzie odrzucony z pewną prędkością. Całkowity przekrój czynny na rozpraszanie Comptona silnie maleje z energią kwantów γ . Zjawisko Comptona jest dominującym procesem dla fotonów o energii ok. 1 MeV.

Zjawisko tworzenia par elektron-pozyton zachodzi wówczas, gdy energia padającego fotonu jest większa od podwojonej energii spoczynkowej elektronu, a więc od 1.022 MeV. Tworzenie pary musi odbywać się w obecności jeszcze jednej cząstki, np. jądra atomowego lub elektronu, aby były spełnione prawa zachowania energii i pędu. Energia będąca do dyspozycji w procesie tworzenia pary jest dzielona między elektron i pozyton. Przekrój czynny w tym procesie jest rosnącą funkcją energii padających fotonów.

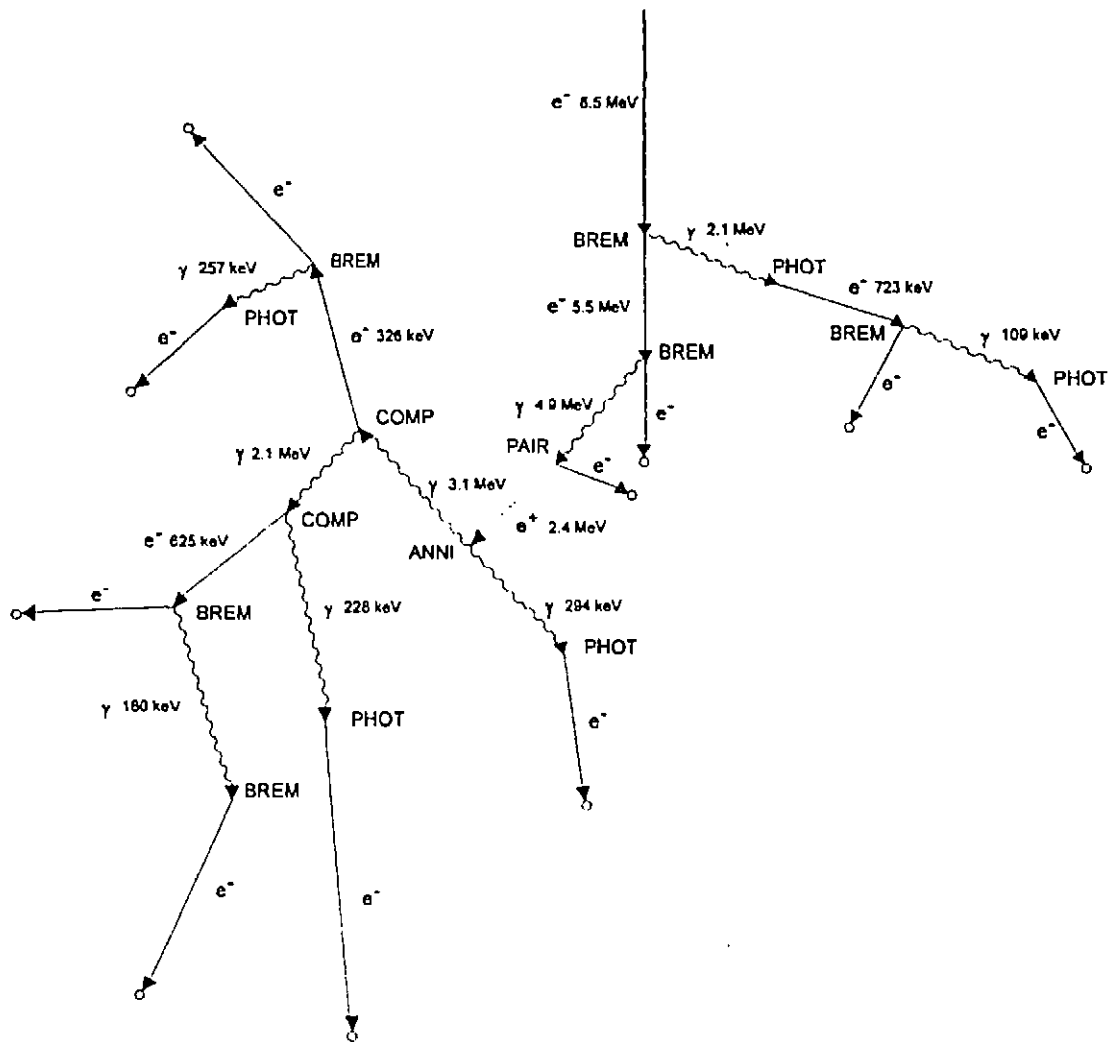
Gdy foton ma energię większą od energii wiązania neutronu w jądrze, to może spowodować jego wybite z jądra. Mówimy wtedy o wytwarzaniu *fotoneutronów*. Neutrony o odpowiednio wysokiej energii mogą z kolei zapoczątkować reakcję rozszczepienia.

3.3 Kaskada elektronowo-fotonowa

Elektrony o wysokiej energii oddziałują z materią głównie poprzez zderzenia, w wyniku których następuje emisja promieniowania hamowania. Powstałe w ten sposób fotony mogą następnie wytworzyć parę elektron-pozyton lub ulec zderzeniu Comptona z elektronami ośrodka. Pojawia się więc elektrony wtórne o energii niższej niż elektrony pierwotne. Te elektrony powodują z kolei emisję następnych fotonów, które wytworzą pary elektron-pozyton bądź ulegną rozproszeniu Comptona. Na każdym nowym etapie tego procesu, wywołanego przez wysokoenergetyczny elektron, pojawia się coraz więcej cząstek (elektronów, pozytonów lub fotonów), natomiast ich średnia energia maleje. Proces tworzenia nowych elektronów i fotonów będzie trwał tak długo, aż energia elektronów zmniejszy się na tyle, że decydującą rolę zaczną odgrywać procesy wzbudzenia i jonizacji atomów, a nie emisji promieniowania hamowania. Elektrony zużyją więc całkowicie swoją energię na wzbudzenie i jonizację atomów ośrodka.

Omówione powyżej zjawisko opisuje powstanie i rozwój *kaskady elektronowo-fotonowej*^a. Taka kaskada może być zainicjowana zarówno przez wysokoenergetyczny elektron, jak i wysokoenergetyczny foton.

Na rysunku 1 pokazano kaskadę zapoczątkowaną przez elektron o energii kinetycznej 8.5 MeV padający prostopadle na tarczę wolframową o grubości 3 cm. Zaznaczone są energie kinetyczne powstających cząstek oraz rodzaj procesu, w którym dana cząstka powstaje. Nie są pokazane zależności przestrzenne. Obliczenia wykonano metodą Monte Carlo programem SHOWME (rozdział 5). Wykorzystano następujące oznaczenia: BREM - emisja kwantu promieniowania hamowania (bremsstrahlung), PHOT - zjawisko fotoelektryczne, PAIR - wytworzenie pary e^-e^+ , ANNI - anihilacja pozytonu połączona z emisją dwóch kwantów gamma, COMP - zjawisko Comptona. Symbol \circ oznacza koniec trajektorii dla danej cząstki, której energia kinetyczna jest niższa od wartości granicznej E_{gr} przyjętej w obliczeniach: 10 keV dla elektronów i pozytonów oraz 100 keV dla fotonów.



Rysunek 1. Kaskada elektronowo-fotonowa wywołana przez elektron o energii kinetycznej 8.5 MeV padający na tarczę wolframową; BREM - emisja kwantu promieniowania hamowania (bremsstrahlung), PHOT - zjawisko fotoelektryczne, PAIR - wytworzenie pary e^-e^+ , ANNI - anihilacja pozytonu połączona z emisją dwóch kwantów gamma, COMP - zjawisko Comptona. Symbol \circ oznacza koniec trajektorii dla danej cząstki, której energia kinetyczna jest niższa od wartości granicznej E_0 , przyjętej w obliczeniach: 10 keV dla elektronów i pozytonów oraz 100 keV dla fotonów. Uwzględniono straty energii cząstek spowodowane statystyczną naturą procesów jonizacyjnych¹⁸

4 Symulacja komputerowa kaskady elektronowo-fotonowej metodą Monte Carlo

Podejście analityczne do badania powstania i rozwoju kaskady elektronowo-fotonowej wiąże się z koniecznością rozwiązania układu wielu skomplikowanych równań różniczkowo-całkowych, co jest możliwe tylko pod warunkiem przyjęcia licznych uproszczeń.

Metoda Monte Carlo pozwala natomiast na znacznie dokładniejsze rozwiązanie problemu nie tylko dlatego, że uwzględnione są w obliczeniach wszystkie podstawowe procesy związane z oddziaływaniem elektronów, pozytonów i fotonów z materią, ale także dlatego, że można wprowadzić bez uproszczeń potrzebną geometrię badanego układu, którego elementy wykonane są z dowolnego materiału.

Kolejnym powodem zastosowania metody Monte Carlo jest fakt, że procesy zachodzące w kaskadzie mają charakter przypadkowy. Kaskada rozwija się zgodnie z kwantowymi prawami prawdopodobieństwa i dlatego każda kaskada jest różna. Nie jest wystarczające skorzystanie z metod analitycznych szczególnie wtedy, gdy interesujące są nie tylko wielkości średnie związane z wieloma kaskadami, ale potrzebne jest uzyskanie informacji np. o ilości energii pochłoniętej w określonej objętości materii. Należy wtedy wyznaczyć prawdopodobieństwo, że określona ilość energii jest tam zdeponowana, a nie tylko uzyskać informację o średniej energii oddanej przez cząstkę przy przejściu przez dany element objętości.

Rozwiązanie zadania metodą Monte Carlo może więc być np. równoważne znalezieniu prawdopodobieństwa zajścia pewnego zdarzenia bądź wartości oczekiwanej pewnej zmiennej występującej w doświadczeniu. Powtarza się wielokrotnie grę opisującą dany proces, a uzyskane wyniki analizuje się standardowymi metodami statystycznymi. W wielu zadaniach analizowanych metodą Monte Carlo tkwi pewien element przypadkowości, który należy zbadać. Takie gry losowe można zatem uważać za numeryczną symulację najważniejszych elementów procesu. Gra jest więc modelem układu.

Konieczne jest spełnienie następujących warunków, aby można było poprawnie interpretować pojęcia związane z metodą Monte Carlo:

- 1° gra musi być rozgrywana na liczbach, a więc nie przewiduje się fizycznych modeli doświadczalnych,
- 2° w obliczeniach musi występować wybór losowy.

Metoda Monte Carlo została zaproponowana przez Ulama i von Neumanna, a użyta po raz pierwszy przez Goldbergera⁹ do badania rozpadu jądrowego wywołanego przez wysokoenergetyczne cząstki. Po raz pierwszy metoda Monte Carlo została wykorzystana do analizy powstania i rozwoju kaskady elektronowo-fotonowej przez Wilsona¹⁰. Było to jednak proste podejście graficzno-mechaniczne. Po raz pierwszy komputer został wykorzystany do symulacji wysokoenergetycznej kaskady przez Butchera i Messela¹¹. Od tej pory powstało wiele programów wykorzystujących metodę Monte Carlo do opisu powstania i rozwoju kaskady elektronowo-fotonowej.

4.1 Podstawowe pojęcia związane z metodą Monte Carlo

4.1.1 Zmienne losowe

Zmienną (liczbą) losową nazywamy wielkość liczbowa \hat{y} zależną od przypadku i taką, że dla dowolnych stałych $a < b$ określone jest prawdopodobieństwo, że \hat{y} przybierze wartość z przedziału $\langle a, b \rangle$.

Zmienną losową \hat{y} nazywamy *dyskretną*, gdy zbiór jej możliwych wartości jest skończony lub przeliczalny.

Rozkładem zmiennej losowej \hat{y} (lub jej dystrybuantą) nazywamy funkcję $F(y)$ taką, że:

$$F(y) = P(\hat{y} \leq y),$$

gdzie $P(\hat{y} \leq y)$ oznacza prawdopodobieństwo, że zmienna losowa \hat{y} przybierze wartość nie przewyższającą zadanej wartości y .

Jeżeli funkcja $F(y)$ jest różniczkowalna, to jej pochodną nazywamy *funkcją gęstości prawdopodobieństwa* $f(y)$.

W praktyce metody wykorzystujące liczby losowe opierają się na możliwości uzyskania przy użyciu komputera ciągu liczb z przedziału od 0 do 1, które zachowują się w sposób bardzo zbliżony do ciągu liczb losowych.

Niech ξ_i oznaczają zmienne losowe, a ξ_i oznaczają wartości, jakie mogą przybierać te zmienne. Znormalizowany rozkład prostokątny (lub równomierny) ma postać:

$$F(\xi) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } \xi < 0 \\ \xi, & \text{gdy } 0 \leq \xi \leq 1 \\ 1, & \text{gdy } 1 \leq \xi \end{cases}$$

a odpowiadająca mu funkcja gęstości prawdopodobieństwa:

$$f(\xi) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } \xi \in (0,1) \\ 0, & \text{gdy } \xi \notin (0,1) \end{cases}$$

4.1.2 Metody próbkowania

Założmy, że zmienne losowe \hat{x} i \hat{y} są powiązane ze sobą następująco: $\hat{y}=h(\hat{x})$, gdzie h jest funkcją monotonicznie rosnącą. Niech funkcje F i G będą funkcjami rozkładu zmiennych \hat{x} i \hat{y} . Wtedy:

$$F(x)=P\{\hat{x} < x\}=P\{h^{-1}(\hat{y}) < x\}=P\{\hat{y}<h(x)\}=G(h(x)).$$

Jeżeli więc znamy G oraz h , to możemy znaleźć F .

W *bezpośredniej metodzie* próbkowania¹² wykorzystuje się równanie $F(\hat{x})=\xi$, gdzie ξ jest liczbą losową o rozkładzie prostokątnym. Równanie to rozwiązuje się wyznaczając wartość \hat{x} . Otrzymane w ten sposób liczby losowe \hat{x} mają rozkład opisany funkcją F , ponieważ:

$$P\{\hat{x} \leq x\} = P\{F(\hat{x}) \leq F(x)\} = P\{\xi \leq F(x)\}.$$

Ostatnie wyrażenie jest równe $F(x)$, gdyż z definicji rozkładu prostokątnego mamy: $P\{\xi \leq \xi\}$ dla każdej liczby $\xi \in [0,1]$.

Niech ξ oznacza liczbę losową o prostokątnym rozkładzie znormalizowanym, a η liczbę losową mającą rozkład opisany funkcją $F(y)$ i funkcją gęstości prawdopodobieństwa $f(y)$. Szukamy sposobu wyrażenia η jako funkcji ξ .

W przypadku, gdy funkcja f jest ograniczona i η należy do przedziału skończonego, możliwe jest zastosowanie *techniki odrzucenia* (rejection technique) wprowadzonej przez Neumanna¹³. Niech a będzie takie, że $af(y) \leq 1$ oraz η należy do przedziału od c do d . Wybieramy kolejno liczby losowe ξ_1, ξ_2 tak długo, aż natrafimy na parę, która spełnia następujący warunek: $\xi_{2r-1} \leq f[c+(d-c)\xi_{2r}]$. Wtedy bierzemy $\eta=c+(d-c)\xi_{2r}$, a wszystkie poprzednie pary odrzucamy.

Butler¹⁴ opisał *metodę składania* (composition method). Załóżmy, że:

$$f(y) = \int g_z(y) dH(z)$$

gdzie $\{g_z(y)\}$ tworzą rodzinę funkcji gęstości prawdopodobieństwa, a $H(z)$ to funkcje rozkładu, z których umiemy próbować. Możemy więc otrzymać η w dwóch etapach. Po pierwsze, próbując ξ z rozkładu $H(z)$, a następnie próbując η z rozkładu g_ξ .

Często stosuje się metodę, która jest połączeniem obu metod omówionych poprzednio¹⁵. Niech f i f_i oznaczają funkcje gęstości prawdopodobieństwa, α_i będą dodatnimi liczbami rzeczywistymi, a $g_i(x) \in [0, 1]$. Będziemy próbować η w następujący sposób:

1. weźmy liczbę losową η_1 , a następnie znajdziemy takie i , że:

$$\sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j < \xi_1 \sum_{j=1}^n \alpha_j \leq \sum_{j=1}^i \alpha_j$$

2. znajdziemy η poprzez rozwiązanie równania:

$$\int_{-\infty}^{\eta} f_i(x) dx = \xi_2$$

3. weźmy kolejną liczbę losową ξ_3 . Zakończmy obliczenia. Jeżeli spełniony jest warunek: $\xi_3 < g_i(\eta)$, to akceptujemy wartość η ; jeżeli natomiast nie, to wracamy do punktu 1.

W wyniku zastosowania opisanego powyżej algorytmu otrzymujemy dla zmiennej losowej η funkcję gęstości prawdopodobieństwa w następującej postaci:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(x) g_i(x).$$

Jeśli więc

1° możemy funkcję f przedstawić w powyższej postaci,

2° funkcje f_i są próbkiwane w łatwy i szybki sposób,

3° funkcje g_i można policzyć względnie łatwo,

to wtedy przedstawiona powyżej metoda próbkowania z funkcji f jest właściwa.

Można pokazać, że średnia liczba prób koniecznych do zaakceptowania wartości η jest równa $\sum \alpha_i$.

Gdy dla wszystkich i wartość funkcji $g_i=1$, to mamy tylko metodę składania. Jeżeli natomiast $n=1$, to mamy tylko metodę odrzucania.

Ze względu na to, że często możliwe jest przedstawienie funkcji f na kilka różnych sposobów, istotne jest znalezienie takiego rozkładu, który jest najekonomiczniejszy ze względu na czas obliczeń komputerowych.

4.2 Symulacja transportu cząstek w materii

Symulacja badanego procesu fizycznego polega na symulacji transportu danej cząstki oraz jej oddziaływań z materią¹⁶. Początkowo analizowany jest tylko ruch cząstki pierwotnej. Cząstka brana jest pod uwagę w obliczeniach tak długo, aż ulegnie oddziaływaniu lub gdy jej energia kinetyczna spadnie poniżej uprzednio zadanej wartości granicznej, lub gdy opuści ona interesujący obszar przestrzeni. W przypadku, gdy cząstka ulegnie oddziaływaniu i gdy w wyniku będziemy mieć więcej niż jedną cząstkę wtórną, to symulacja obejmie kolejno wszystkie cząstki powstałe w wyniku oddziaływania. Historia życia danej cząstki pierwotnej kończy się, gdy ostatnia z powstałych cząstek opuści badany układ lub gdy energia ostatniej cząstki spadnie poniżej wartości granicznej na skutek oddziaływań z materią.

Średnia droga swobodna λ dla danej cząstki w badanym środowisku jest równa średniej odległości, jaką cząstka przebędzie od zadanego punktu do punktu oddziaływania. Średnia droga swobodna cząstki zależy od rodzaju środowiska i rodzaju cząstki. Średnia droga swobodna może więc ulec zmianie przy przejściu cząstki z jednego środowiska do drugiego lub gdy cząstka traci energię. W przypadku środowiska jednorodnego średnia droga swobodna nie zależy natomiast od miejsca, z którego cząstka rozpoczyna ruch.

Średnia droga swobodna λ dla danej cząstki w badanym środowisku jest odwrotnie proporcjonalna do całkowitego przekroju czynnego związanego z analizowanym procesem:

$$\lambda = \frac{1}{\Sigma_t} = \frac{M}{N_a \rho \sigma_t},$$

gdzie: Σ_t - całkowity makroskopowy przekrój czynny,

N_a - liczba Avogadra,

- ρ - gęstość środowiska,
- M - ciężar molekularny,
- σ_1 - całkowity przekrój czynny na jedną molekułę.

Prawdopodobieństwo zajścia oddziaływania na drodze dx jest odwrotnie proporcjonalne do średniej drogi swobodnej:

$$P\{dx\} = dx/\lambda.$$

Cząstka rozpoczynająca ruch z tego samego punktu może przebyć różne odległości. Można więc mówić o rozkładzie długości odcinków przebywanych przez cząstkę. Wielkość N_λ oznacza przebytą drogę wyrażoną poprzez liczbę średnich dróg swobodnych:

$$N_\lambda = \int_{x_0}^x \frac{dx}{\lambda(x)}. \quad (1)$$

Jeżeli N_λ jest zmienną losową związaną z liczbą średnich dróg swobodnych przebytych przez cząstkę między danym punktem a miejscem następnego oddziaływania, to można pokazać¹⁷, że zmienna losowa N_λ ma następujący rozkład:

$$P\{N_\lambda < N_\lambda\} = 1 - \exp(-N_\lambda) \text{ dla } N_\lambda > 0.$$

Stosując metodę bezpośredniego próbkowania (rozdział 4.1.2), podstawienie $N_\lambda = -\ln \xi$ oraz wzór (1) można wyznaczyć punkt kolejnego oddziaływania.

W przypadku, gdy cząstka może oddziaływać z materią na kilka różnych sposobów, wyznaczone są niezależnie dla każdego z tych procesów przekroje czynne, a następnie średnie drogi swobodne. Następnie wybierana jest najniższa wartość i przyjmuje się, że cząstka ulegnie oddziaływaniu z materią poprzez ten właśnie proces. Następnie uwzględnia się geometrię układu poprzez wyznaczenie najmniejszej odległości od powierzchni ograniczających układ bądź od elementu objętości wypełnionego innym materiałem. Jeżeli ta odległość jest mniejsza od obliczonej poprzednio najmniejszej średniej drogi swobodnej, to po osiągnięciu przez cząstkę granicy ośrodka dokonuje się ponownego wyboru rodzaju oddziaływania, któremu ulegnie cząstka i wykonuje się omówione powyżej obliczenia.

4.3 Przykład: tworzenie pary elektron-pozyton

Metodę łączoną próbkowania omówioną w rozdziale 4.1 zastosujemy do symulacji zjawiska tworzenia pary elektron-pozyton.

Różniczkowy przekrój czynny Bethego-Heitlera, uwzględniający poprawkę Coulomba, na wytworzenie przez foton o energii E pary elektron-pozyton, gdzie jedna z wytworzonych cząstek ma energię ϵE , można wyrazić następującym wzorem¹⁸:

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \sum_{i=1}^2 \alpha_i f_i(\epsilon) g_i(\epsilon)$$

gdzie: $\alpha_1 = (0.5 - \epsilon_0)^2 \cdot F_{10} / 3$

$$\alpha_2 = 0.5 \cdot F_{20}$$

$$f_1(\epsilon) = 3 \cdot (\epsilon - 0.5)^2 / (0.5 - \epsilon_0)^3$$

$$f_2(\epsilon) = 1 / (0.5 - \epsilon_0)$$

$$g_1(\epsilon) = F_1 / F_{10}$$

$$g_2(\epsilon) = F_2 / F_{20}$$

$$F_1 = F_1(\delta) = 3 \cdot \Phi_1(\delta) - \Phi_2(\delta) - 2 \cdot F(Z)$$

$$F_{10} = F_1(\delta_{mn})$$

$$F_2 = F_2(\delta) = 1.5 \cdot \Phi_1(\delta) + 0.5 \cdot \Phi_2(\delta) - 2 \cdot F(Z)$$

$$F_{20} = F_2(\delta_{mn})$$

$$\delta_{mn} = 4 \cdot 136 \cdot m_e \cdot Z^{-1/3} \cdot E^{-1}$$

$$\delta = 136 \cdot m_e \cdot Z^{-1/3} \cdot E^{-1} \cdot \epsilon^{-1} \cdot (1 - \epsilon)^{-1}$$

$$\text{dla } \delta \leq 1: \quad \Phi_1(\delta) = 20.867 - 3.242\delta + 0.625\delta^2$$

$$\Phi_2(\delta) = 20.209 - 1.930\delta - 0.086\delta^2$$

$$\text{dla } \delta > 1: \quad \Phi_1(\delta) = \Phi_2(\delta) = 21.12 - 4.184 \ln(\delta + 0.952)$$

$$\text{dla } E < 0.05 \text{ GeV:} \quad F(Z) = 4/3 \cdot \ln Z$$

$$\text{dla } E \geq 0.05 \text{ GeV:} \quad F(Z) = 4/3 \cdot \ln Z + 4f_c(Z)$$

$$f_c(Z) = a \cdot [1/(1+a) + 0.20206 - 0.0369a + 0.0083a^2 - 0.002a^3]$$

$$a = (\alpha \cdot Z)^2, \text{ gdzie } \alpha = 1/137 - \text{ stała struktury subtelnej}$$

Mając do dyspozycji zbiór liczb losowych $r_0, r_1, r_2, r_3, \dots$ ($0 \leq r_i \leq 1$) dokonujemy próbkowania zmiennej ϵ w następujący sposób:

1° dokonujemy wyboru i ($i=1$ lub 2):

jeżeli $r_0 < \alpha_1/(\alpha_1 + \alpha_2)$, to wybieramy $i=1$,

jeżeli $r_0 \geq \alpha_1/(\alpha_1 + \alpha_2)$, to wybieramy $i=2$,

2° obliczamy ϵ korzystając z następujących zależności:

$\epsilon = 0.5 - (0.5 - \epsilon_0)(1 - r_1)^{1/\alpha_1}$ dla wylosowanego (wybranego) $i=1$,

$\epsilon = \epsilon_0 + (0.5 - \epsilon_0)r_1$ dla wylosowanego (wybranego) $i=2$,

3° obliczamy wartość funkcji g_i dla i wybranego w punkcie 1°, a następnie odrzucamy lub akceptujemy wartość ϵ :

jeżeli $r_2 > g_i(\epsilon)$, to odrzucamy ϵ i wracamy do punktu 1°,

jeżeli $r_2 \leq g_i(\epsilon)$, to akceptujemy ϵ .

Po wyznaczeniu wartości ϵ obliczane są kąty emisji każdej z powstałych cząstek. Ponownie wykorzystuje się liczby losowe, aby określić, która cząstka jest elektronem, a która pozytonem.

W sposób opisany szczegółowo powyżej analizuje się wszystkie podstawowe oddziaływania, którym podlegają elektrony, pozytony i fotony.

4.4 Podsumowanie

Symulacja procesu oddziaływania elektronów i fotonów z materią przy użyciu metody Monte Carlo polega na:

- 1° wyznaczeniu prawdopodobieństwa wystąpienia danego procesu poprzez obliczenie średniej drogi swobodnej, która jest proporcjonalna do całkowitego makroskopowego przekroju czynnego. Wartości makroskopowych przekrojów czynnych na zajście poszczególnych zjawisk uwzględniane w obliczeniach znane są z eksperymentów bądź dokonuje się interpolacji dla potrzebnych materiałów i energii. Przekroje czynne wyznaczone są niezależnie dla każdego z możliwych do wystąpienia procesów. Przyjmuje się, że cząstka ulegnie oddziaływaniu na skutek procesu mającego największy przekrój czynny (a więc najmniejszą średnią drogę swobodną),
- 2° wytworzeniu końcowego stanu po oddziaływaniu poprzez próbkowanie różniczkowych przekrojów czynnych dla badanego procesu,
- 3° policzeniu średnich wartości wielkości charakteryzujących procesy kwazi-ciągłe (np. straty energii, wielokrotne rozpraszanie).

5 Program GEANT3 i jego zmodyfikowana wersja SHOWME

5.1 Zastosowanie programu GEANT3

Program GEANT3¹⁶, udostępniony przez CERN, składa się z wielu programów, które metodą Monte Carlo symulują kaskadę elektronowo-fotonową w różnych środowiskach w zakresie energii od 10 keV do 10 TeV. Program ten pozwala na wprowadzenie w sposób stosunkowo łatwy i efektywny potrzebnej geometrii badanego układu bez konieczności czynienia uproszczeń. Zapewnia transport cząstek przez poszczególne elementy układu, z których każdy może być wypełniony inną substancją (pierwiastkiem, związkiem chemicznym lub mieszaniną).

"Luźna" struktura programu z jednej strony zapewnia - ograniczoną tylko możliwościami komputera - precyzyjność opisu badanego układu bez konieczności posługiwania się uproszczeniami, a z drugiej strony powoduje konieczność kontroli wprowadzanego opisu układu, aby uniknąć przeprowadzania obliczeń w sytuacji, gdy popełniono błąd. Najprostszym sposobem jest zapewnienie wykorzystania graficznych możliwości komputera do opisu geometrii, a następnie śledzenia transportu cząstek w badanym układzie z uwzględnieniem ograniczeń przestrzennych.

5.2 Program SHOWME

Program GEANT3 pozwala na symulację transportu różnych cząstek w materii w zakresie energii od 10 keV do 10 TeV. W niniejszej pracy ograniczono się do badania procesów wywoływanych przez elektrony i fotony o energiach nie przekraczających kilkunastu MeV ze względu na specyfikę zastosowań głównie w medycynie. W związku z tym wykorzystane są następujące mechanizmy oddziaływań cząstek z materią:

- 1° procesy wywoływane przez fotony:
 - tworzenie par elektron-pozyton
 - zjawisko Comptona,
 - efekt fotoelektryczny,
 - rozszczepienie ciężkich pierwiastków

2° procesy z udziałem elektronów i pozytonów:

- wielokrotne rozpraszanie,
- jonizacja i wytwarzanie elektronów delta,
- emisja promieniowania hamowania,
- anihilacja pary elektron-pozyton.

Ograniczenie się w tej pracy tylko do analizy powyższych procesów spowodowane zostało tylko naturą badanych zjawisk, a nie wiązało się z żadnymi innymi ograniczeniami takimi, jak np. możliwości obliczeniowe wykorzystanego komputera C3210 firmy CONVEX.

Ze względu na fakt, że pamięć programu GEANT3, począwszy od wersji 3.10, jest zorganizowana w sposób zapewniający optymalne prowadzenie obliczeń na maszynach o dużej pamięci, wymaga to zainstalowania specjalnego programu¹⁹ zarządzającego pamięcią. Ponieważ początkowo obliczenia prowadzono na komputerze CYBER-72 firmy CDC w Świerku, zaproponowano daleko idące zmiany w organizacji pamięci komputera w celu uniezależnienia się od konieczności posiadania takiego programu do obsługi pamięci. Także po rozpoczęciu obliczeń na komputerze C3210 firmy CONVEX utrzymano zaproponowaną organizację pamięci. Usunięto ponadto błędy znalezione w wersji oryginalnej.

Napisano nowy podprogram MTEST, który pozwala na wprowadzenie danych wejściowych w stosunkowo prosty sposób poprzez udzielanie odpowiedzi na pytania dotyczące rozważanego problemu. Zastosowano także dodatkowe instrukcje mające na celu analizowanie, czy dostarczane informacje nie są wzajemnie sprzeczne. Wyeliminowano więc rozpoczęcie liczenia w przypadku, gdy błąd pojawia się na etapie wprowadzania danych wejściowych przez użytkownika. Ze względu na brak odpowiedniego terminala graficznego podłączonego do komputera CONVEX nie ma - jak na razie - możliwości graficznej analizy początkowego.

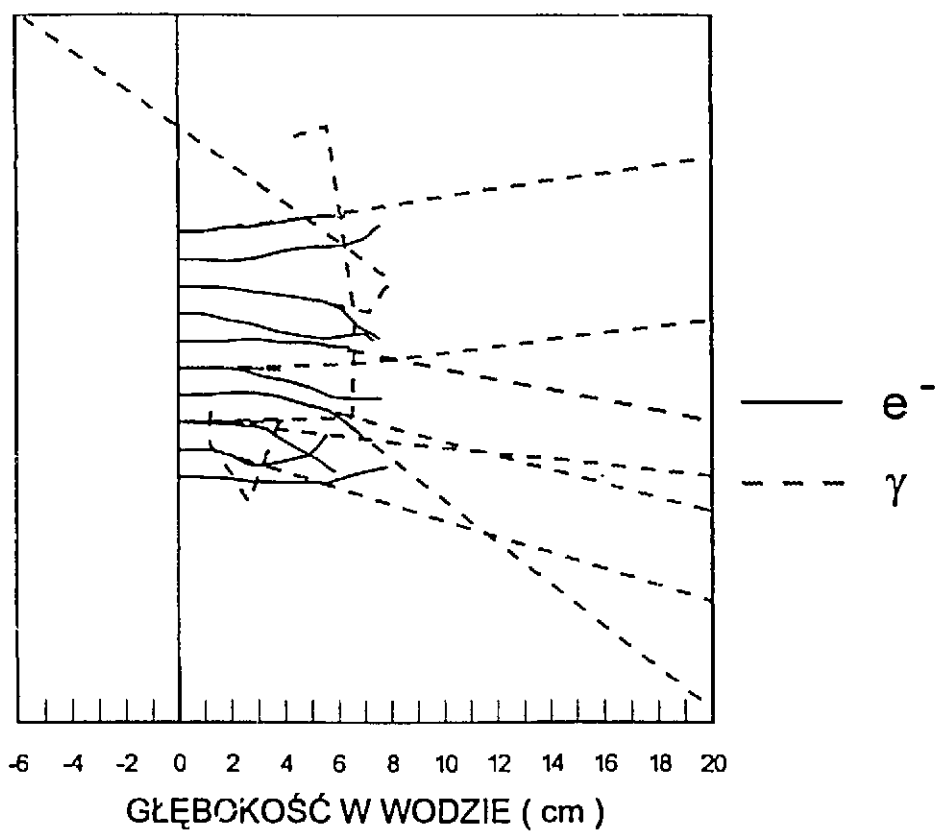
Napisany specjalnie podprogram WYDRUK przejrzysto drukuje m.in. przekroje czynne na zajęcie poszczególnych procesów oraz straty energii związane z przejściem cząstek przez materię.

5.3 Graficzne przedstawienie wyników obliczeń

Stworzono bibliotekę graficzną, która ma na celu przedstawianie wyników obliczeń w postaci graficznej, np. histogramów lub zaprezentowanie trajektorii cząstek podczas ich ruchu w materii (program HISTORIA). Programy te na razie są dostępne na komputerach typu IBM/PC, ale poczyniono już pierwsze próby mające na celu włączenie ich do programu SHOWME używanego na komputerze CONVEX.

Napisany program HISTORIA pozwala osobie prowadzącej obliczenia na "oglądanie" oddziaływań wywoływanych przez elektrony i fotony w materii, a więc np. na obserwowanie rozpraszania elektronów od ścianek urządzeń lub tarczy służącej do konwersji wiązki elektronów w promieniowanie hamowania. Z każdą cząstką pojawiającą się w obliczeniach związana jest informacja o jej rodzaju, położeniu, energii i kierunku ruchu, a zatem pojawia się wektor związany z kolejnymi aktami oddziaływania. Program HISTORIA pozwala na graficzne zobrazenie takiego wektora. Efekt zastosowania tego programu jest podobny do oglądania filmu, ponieważ trajektoria każdej cząstki (elektronu, pozytonu, kwantu gamma) między punktami oddziaływania może być pokazywana z uwzględnieniem zależności czasowych. Ze względu na fakt, że program HISTORIA napisany jest w języku C i wykorzystuje standardową grafikę, nie przewiduje się trudności w przeniesieniu tego programu na komputer CONVEX i włączeniu go do pakietu SHOWME.

Na rysunku 2 przedstawiono 10 pierwszych trajektorii powstałych w wyniku oddziaływania monoenergetycznej i punktowej wiązki elektronów o energii 15 MeV padającej prostopadle na warstwę wody o grubości 20 cm. Trajektoria elektronu oznaczono linią ciągłą, pozytonu - linią przerywaną, natomiast fotonu - linią przerywaną. Punkty padania elektronów na powierzchnię wody zostały celowo narysowane w pewnych odległościach od siebie, aby ułatwić śledzenie poszczególnych aktów oddziaływania. Rysunek otrzymano stosując programy SHOWME i HISTORIA.



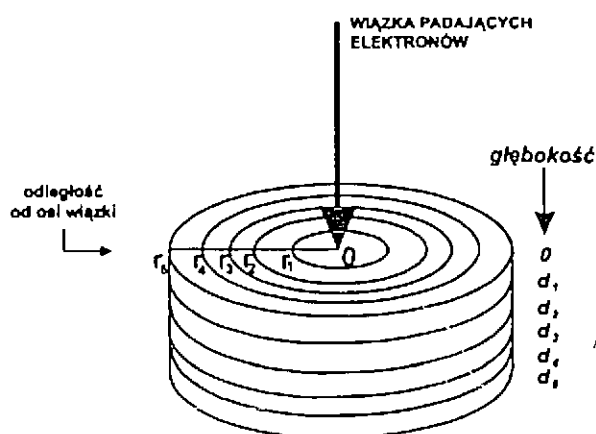
Rysunek 2. Oddziaływanie elektronów o energii 15 MeV padających prostopadle na warstwę wody o grubości 20 cm

6 Przykłady zastosowań programu SHOWME

Jedno z przybliżeń, często stosowane w analizie oddziaływań wywoływanych przez elektrony w materii, wiąże się z przyjęciem założenia, że wiązka padających elektronów jest monoenergetyczna i punktowa, a elektrony emitowane są w jednym kierunku. Mówimy wtedy, że mamy do czynienia z wiązką elektronów w kształcie ołówka. Jest to najbardziej elementarny rodzaj wiązki elektronów, bardzo często - ze względów oszczędnościowych - stosowany w obliczeniach wykorzystujących metodę Monte Carlo. To uproszczenie dotyczące rodzaju wiązki elektronów zastosowano we wszystkich obliczeniach przedstawionych w niniejszej pracy.

W prezentowanych obliczeniach przyjęto 10 keV dla elektronu i pozytonu oraz 100 keV dla fotonu jako wartości graniczne energii kinetycznych, poniżej których zaniechuje się dalszej analizy historii życia danej cząstki (rozdział 4.2). Wyjątkiem są obliczenia dotyczące absorpcji, transmisji i odbicia niskoenergetycznych elektronów, przedstawione w rozdziale 6.4, w których także dla fotonów przyjęto 10 keV jako energię graniczną.

Na rysunku 3 przedstawiono typowy układ zastosowany w obliczeniach. Układ ma zawsze symetrię osiową. Oś układu jest wyznaczona przez kierunek padania wiązki elektronów. Energia i współrzędne cząstki, która opuściła rozważany układ lub znalazła się w położeniu istotnym ze względu na rozważany problem, są zapamiętywane w odpowiednich elementach macierzy, będących funkcjami odległości r od osi wiązki.



Rysunek 3. Układ geometryczny wykorzystany w obliczeniach; r_i - odległość od osi wiązki, d_i - odległość od punktu padania wiązki na powierzchnię ośrodka ($i=1,2,\dots$)

Wszystkie obliczenia przedstawione w tej pracy zostały wykonane na komputerze C3210 firmy CONVEX, działającym w Świerku. Zawsze analizowano 1 000 000 historii. Błąd statystyczny związany z liczbą cząstek o określonych parametrach (energia, położenie w przestrzeni) jest odwrotnie proporcjonalny do pierwiastka z tej liczby i w przedstawionych obliczeniach waha się od 0.1% do 10%.

6.1 Konwersja elektronów w promieniowanie hamowania

Liniowe akceleratory przyspieszające elektrony do energii kilkunastu MeV mogą być także źródłem wysokoenergetycznego promieniowania gamma, tzw. promieniowania hamowania, wykorzystywanego głównie w medycynie do leczenia nowotworów oraz w przemyśle do konserwowania żywności poprzez napromienianie i do sterylizacji materiałów i narzędzi medycznych.

Konwersja elektronów w promieniowanie hamowania następuje w tarczach wykonanych z ciężkich materiałów. Celem obliczeń jest dostarczenie informacji niezbędnych do optymalizacji procesu konwersji elektronów w promieniowanie hamowania. W tym celu konieczna jest znajomość następujących parametrów:

- 1° wydajności konwersji dla różnych energii padających elektronów, różnych materiałów, z których mogą być wykonane tarcze oraz różnych grubości tych tarcz,
- 2° rozkładów energetycznych i kątowych emitowanego promieniowania hamowania oraz elektronów wtórnych.

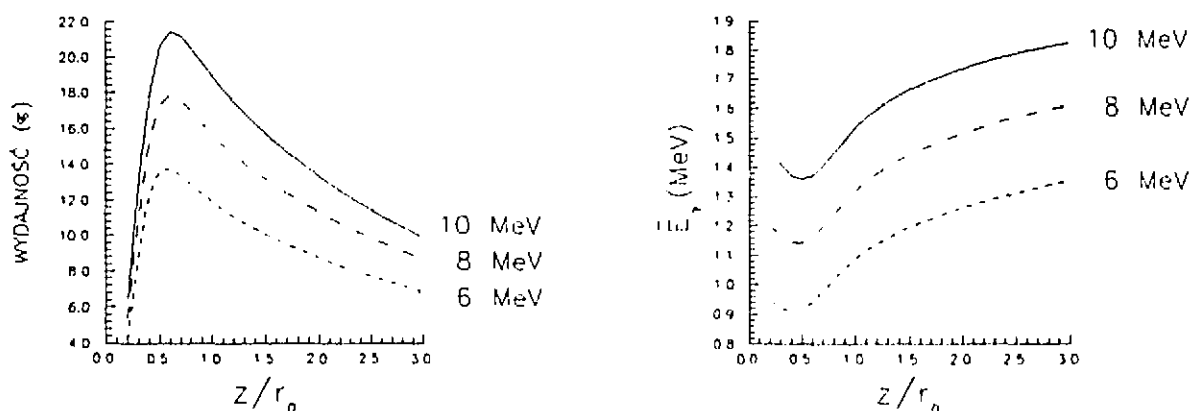
6.1.1 Wydajność procesu konwersji

Wydajność Y , konwersji elektronów w promieniowanie hamowania określa się jako stosunek energii fotonów promieniowania hamowania emitowanych w określony kąt bryłowy do całkowitej energii kinetycznej padających elektronów.

Średnia energia E_{γ} promieniowania hamowania jest równa średniej energii kwantów gamma emitowanych z tarczy wykorzystanej do konwersji elektronów w promieniowanie hamowania.

Na rysunku 4 przedstawiono zależność wydajności Y , konwersji elektronów w promieniowanie hamowania oraz średniej energii E_{γ} emitowanego promieniowania hamowania w funkcji

grubości tarczy wolframowej wyrażonej w jednostkach zasięgu padających elektronów. Początkowa energia kinetyczna elektronów padających prostopadle na tarczę wynosi 6 MeV, 8 MeV i 10 MeV. Przeanalizowano 1 000 000 historii. Przy obliczaniu wydajności konwersji brano pod uwagę fotony emitowane w kąt od 0° do 15° względem kierunku wiązki padających elektronów. Maksymalną wydajność proces ten osiąga dla tarcz o grubościach od $0,4r_0$ do $0,8r_0$, gdzie r_0 to zasięg padających elektronów. Tarcze o takich więc grubościach stosuje się wtedy, gdy do naświetlania wykorzystuje się promieniowanie hamowania. Średnia energia E_γ emitowanego promieniowania hamowania dla tarcz o takich grubościach wynosi 1.2 MeV, a więc odpowiada zaleceniom dotyczącym stosowania promieniowania hamowania do naświetlania żywności⁹.



Rysunek 4. Zależność wydajności i średniej energii promieniowania hamowania dla procesu konwersji elektronów zachodzącego w tarczy wolframowej

W tabeli 1 przedstawiono zależność średniej energii E_γ i wydajności Y_γ konwersji elektronów w promieniowanie hamowania, emitowane w kąt od 0° do 15° względem wiązki padających elektronów, od energii kinetycznej elektronów padających prostopadle na tarczę wolframową o grubości wyrażonej w jednostkach zasięgu elektronów. W tabeli tej podano także wartości zasięgu r_0 dla elektronów w wolframie²⁰.

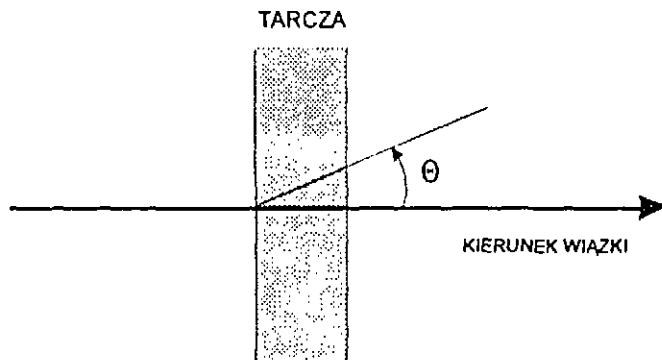
Tabela 1. Zależność średniej energii E_γ oraz wydajności Y_γ dla konwersji elektronów w promieniowanie hamowania zachodzącej w tarczy wolframowej

E_0	r_0 (cm)	z/r_0	E_γ (MeV)	Y_γ (%)
6 MeV	0.2175	0.2	0.933	4.2
		0.4	0.902	12.2
		0.6	0.941	13.7
		0.8	1.008	12.8
		1.0	1.076	11.8
8 MeV	0.2702	0.2	1.213	4.4
		0.4	1.167	13.1
		0.6	1.154	17.3
		0.8	1.190	17.5
		1.0	1.263	16.5
10 MeV	0.3228	0.2	1.477	4.5
		0.4	1.408	13.2
		0.6	1.374	19.4
		0.8	1.390	21.4
		1.0	1.434	20.8

6.1.2 Rozkłady energetyczne i kątowe fotonów i elektronów wtórnych

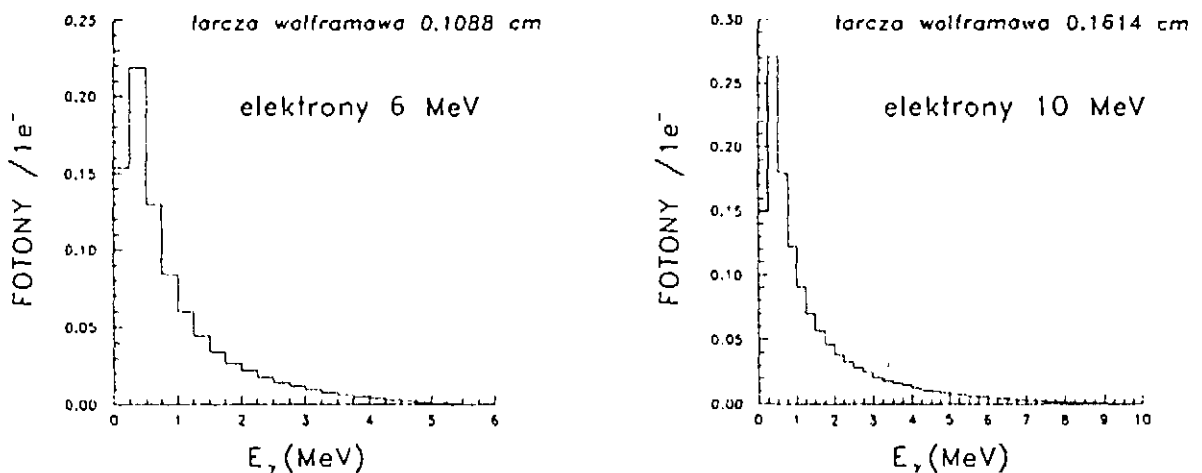
Na rysunku 5 przedstawiono układ geometryczny wykorzystany w obliczeniach.

Przedstawione w tym rozdziale wyniki uzyskano analizując 1 000 000 historii.



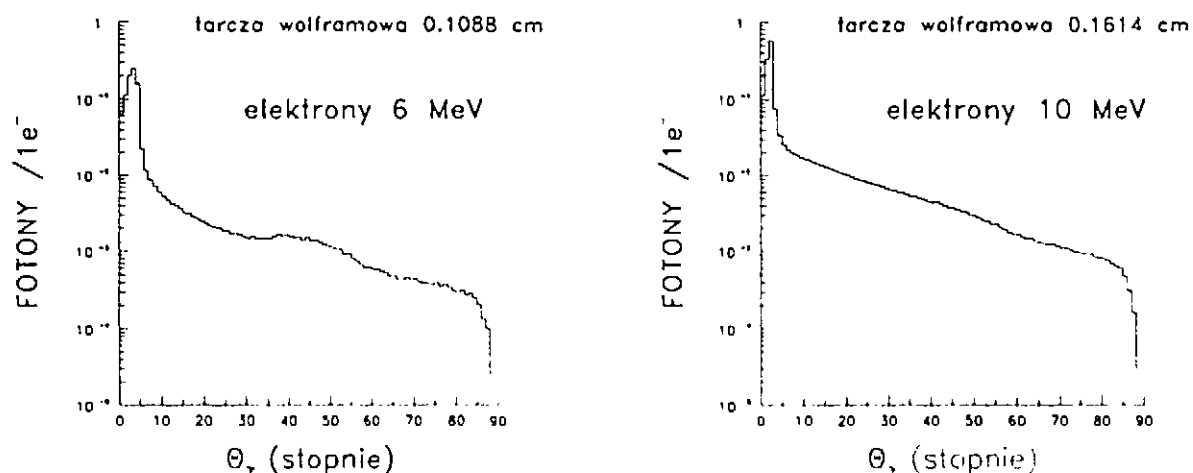
Rysunek 5. Układ wykorzystany do wyznaczenia rozkładów kątowych. θ - kąt, pod jakim emitowane są fotony i elektrony wtórne

Na rysunku 6 przedstawiono widma promieniowania hamowania emitowanego w kąt od 0° do 15° względem kierunku padających elektronów. Wiązka elektronów pada prostopadłe na tarczę wolframową o grubości równej połowie zasięgu elektronów dla danej energii.

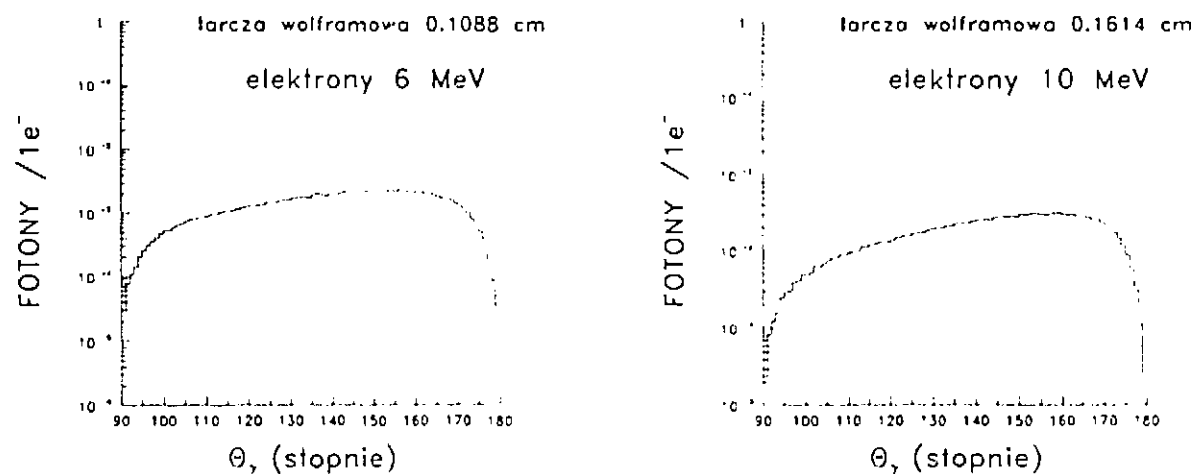


Rysunek 6. Widmo promieniowania hamowania emitowanego w kąt od 0° do 15° względem kierunku wiązki padających elektronów

Rysunki 7 i 8 przedstawiają rozkłady kątowe promieniowania hamowania emitowanego z tarczy wolframowej o grubości równej połowie zasięgu dla wiązki elektronów o energii 6 MeV i 10 MeV padającej prostopadłe na tarczę. W rozkładzie kątowym obserwujemy maksimum w kierunku wiązki padających elektronów. Następnie natężenie spada stopniowo i dla kąta 90° osiąga minimum związane z absorpcją promieniowania hamowania w tarczy. Dla kątów większych od 90° , a więc dla fotonów emitowanych do tyłu, mamy ponowny wzrost natężenia. W kąt od 0° do 15° względem wiązki padających elektronów emitowane jest 74% powstałego promieniowania hamowania, gdy energia kinetyczna padających elektronów wynosi 10 MeV oraz 78% dla energii 6 MeV.

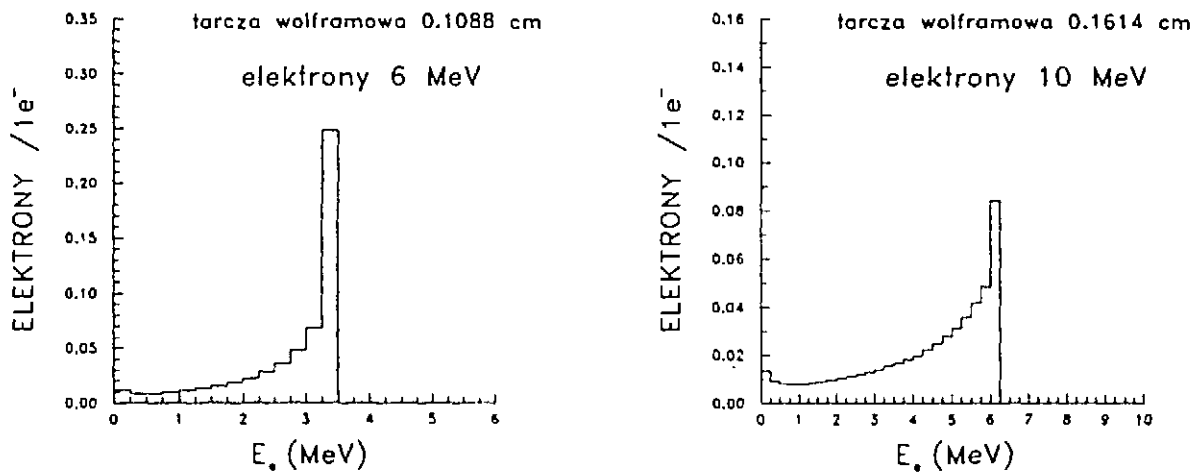


Rysunek 7. Kątowy rozkład promieniowania hamowania emitowanego "do przodu" z tarczy wolframowej o grubości równej połowie zasięgu padających elektronów



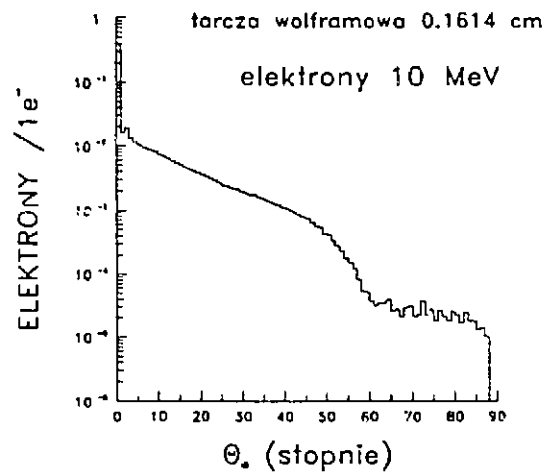
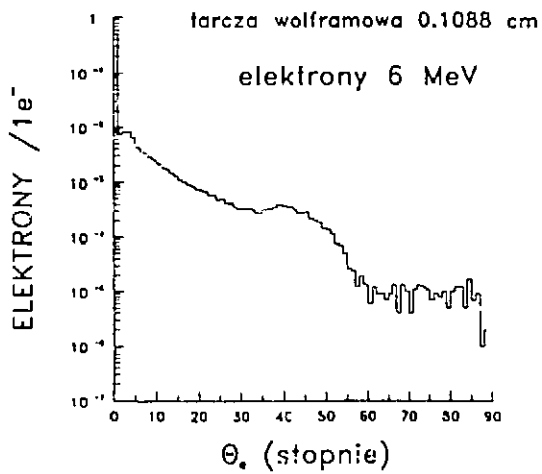
Rysunek 8. Kątowy rozkład promieniowania hamowania emitowanego "do tyłu" z tarczy wolframowej o grubości równej połowie zasięgu padających elektronów

Na rysunku 9 przedstawiono widma energetyczne elektronów wtórnych emitowanych w kąt od 0° do 15° względem kierunku padających elektronów. Wiązka elektronów pada prostopadle na tarczę wolframową o grubości równej połowie zasięgu elektronów dla danej energii.

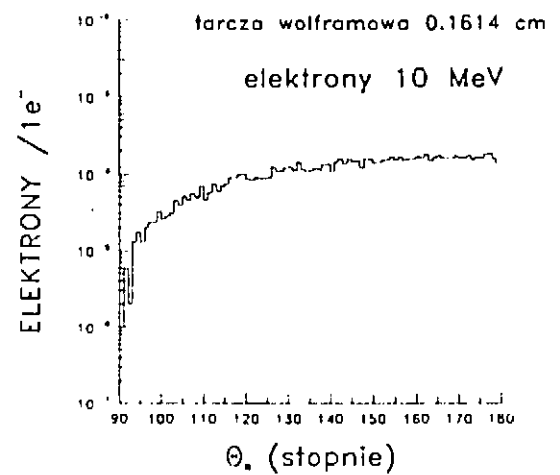
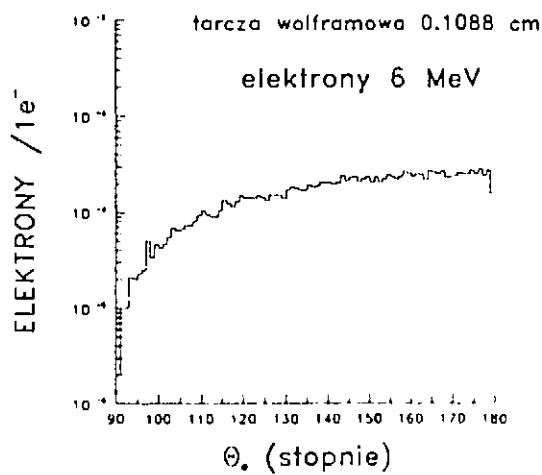


Rysunek 9. Widmo energetyczne elektronów wtórnych emitowanych w kąt od 0° do 15° względem kierunku wiązki padających elektronów

Rysunki 10 i 11 przedstawiają rozkłady kątowe elektronów wtórnych emitowanych z tarczy wolframowej o grubości równej połowie zasięgu dla wiązki elektronów o energii 6 MeV i 10 MeV padającej prostopadle na tarczę.



Rysunek 10. Kątowy rozkład elektronów wtórnych emitowanych "do przodu" z tarczy wolframowej o grubości równej połowie zasięgu padających elektronów



Rysunek 11. Kątowy rozkład elektronów wtórnych emitowanych "do tyłu" z tarczy wolframowej o grubości równej połowie zasięgu padających elektronów

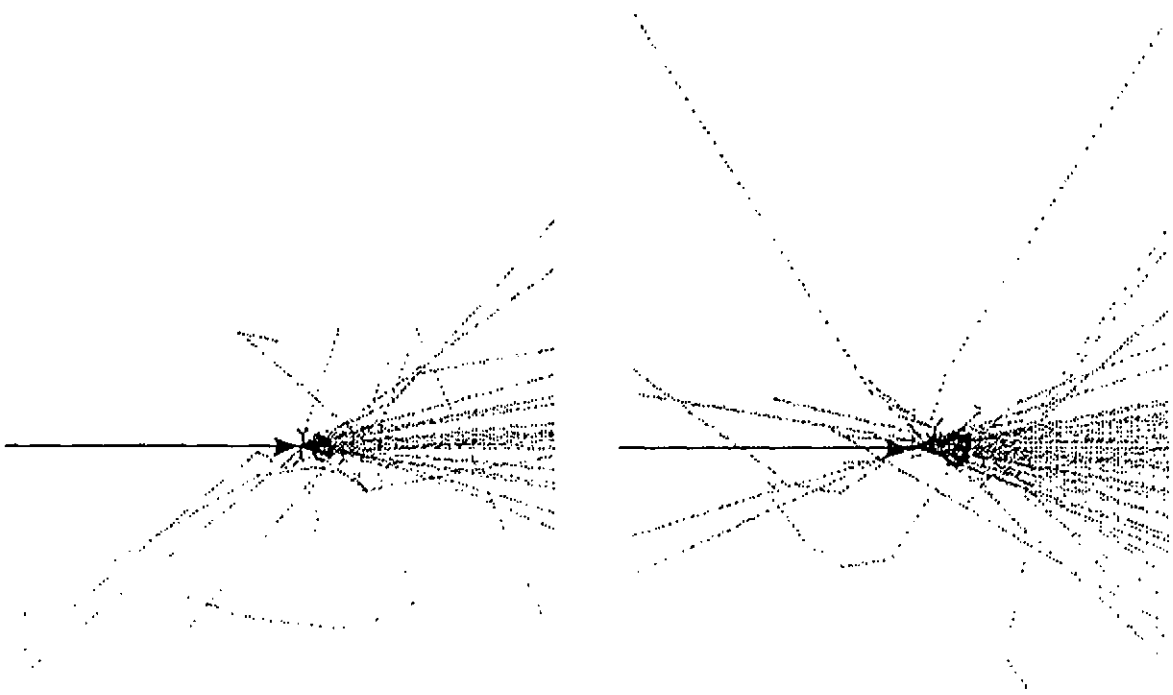
6.2 Oddziaływanie elektronów z wodą

Analiza oddziaływania elektronów z wodą ma zasadnicze znaczenia w przypadku projektowania i weryfikacji urządzeń wykorzystywanych w terapii medycznej, ponieważ często właśnie fantom wodny symuluje naświetlanego pacjenta.

Na rysunku 12 przedstawiono sześć kaskad zapoczątkowanych przez elektrony, padające prostopadłe na warstwę wody o grubości 20 cm. Energia elektronów wynosi 6 MeV (lewy rysunek) oraz 10 MeV (prawy rysunek). Wielokrotne rozpraszanie zachodzące w wodzie powoduje znaczne poszerzenie pierwotnej wiązki oraz wzrost średniego kąta rozpraszania względem kierunku padania wiązki.

6 MeV e^-

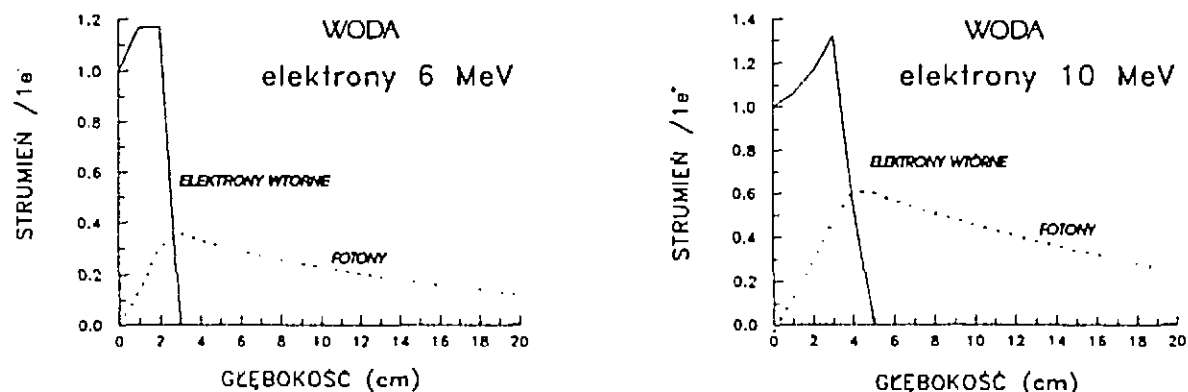
10 MeV e^-



Rysunek 12. Oddziaływanie elektronów o energii 6 MeV i 10 MeV padających prostopadłe na warstwę wody o grubości 20 cm

Rysunek 13 przedstawia zależność strumienia elektronów i strumienia fotonów od głębokości przebywanej wody dla wiązek elektronów o energiach 6 MeV i 10 MeV padających prosto-

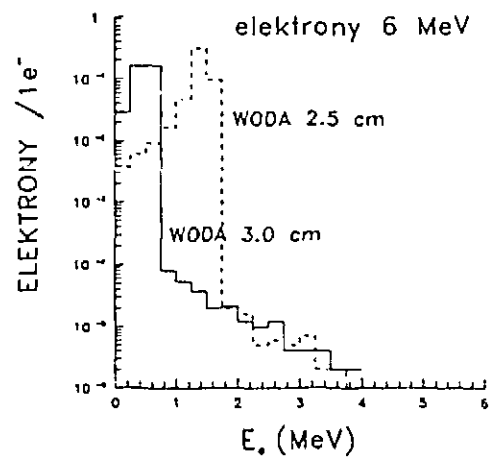
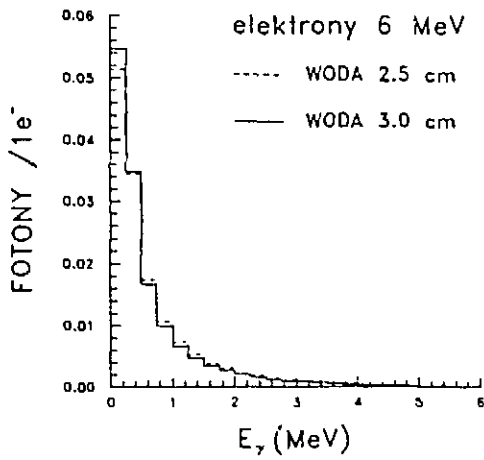
padle na fantom wodny. Oddziaływanie elektronów z wodą pociąga za sobą wzrost strumienia cząstek, który osiąga maksimum dla głębokości zbliżonej do wartości zasięgu elektronów w wodzie. Zasięg w wodzie, obliczony z tego rysunku, wynosi 3 cm dla elektronów o energii 6 MeV oraz 5 cm dla elektronów o energii 10 MeV.



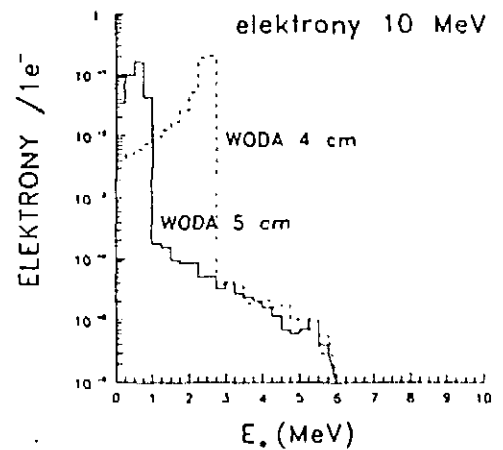
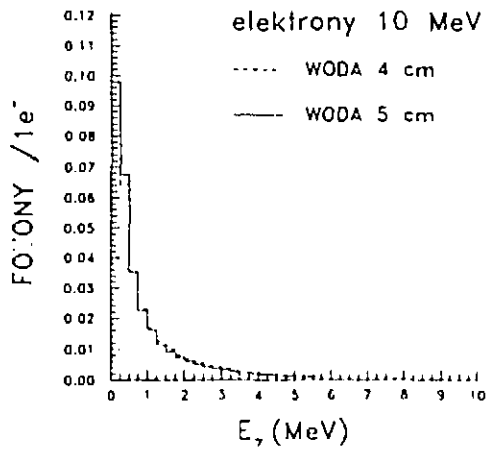
Rysunek 13. Zależność strumienia elektronów wtórnych (linia ciągła) i strumienia fotonów (linia przerywana) od głębokości przebytej wody dla wiązek elektronów o energiach 6 MeV i 10 MeV (lewa i prawa część rysunku, odpowiednio)

Na rysunku 14 przedstawiono widma energetyczne fotonów i elektronów wtórnych o energii 6 MeV emitowanych w kąt od 0° do 15° względem kierunku padania wiązki elektronów. Wiązka elektronów pada prostopadłe na warstwę wody o grubości 2.5 cm oraz 3 cm.

Na rysunku 15 przedstawiono widma energetyczne fotonów i elektronów wtórnych o energii 10 MeV emitowanych w kąt od 0° do 15° względem kierunku padania wiązki elektronów. Elektrony padają prostopadłe na warstwę wody o grubości 4 cm oraz 5 cm.



Rysunek 14. Widma energetyczne fotonów (lewy rysunek) i elektronów wtórnych (prawy rysunek) emitowanych w kąt od 0° do 15° względem kierunku padania wiązki elektronów o energii 6 MeV obliczone dla dwóch warstw wody: o grubości 2.5 cm (linia przerywana) oraz 3 cm (linia ciągła)



Rysunek 15. Widma energetyczne fotonów (lewy rysunek) i elektronów wtórnych (prawy rysunek) emitowanych w kąt od 0° do 15° względem kierunku padania wiązki elektronów o energii 10 MeV obliczone dla dwóch warstw wody: o grubości 4 cm (linia przerywana) oraz 5 cm (linia ciągła)

Symulacja metodą Monte Carlo pozwala więc na określenie optymalnych parametrów tarcz stosowanych do konwersji elektronów w promieniowanie hamowania poprzez analizę takich wielkości, jak wydajność Y_c konwersji oraz średnia energia E_c emitowanego promieniowania hamowania. Analiza rozkładów kątowych emitowanego promieniowania hamowania oraz wtórnych elektronów, powstających w wyniku oddziaływania wiązki padających elektronów z tarczą wykorzystywaną do konwersji oraz innymi elementami układu, pozwala na zaprojektowanie układu kolimacji i formowania wiązek elektronów wykorzystywanych w terapii. Nie wymaga to prowadzenia kosztownych i czasochłonnych prac eksperymentalnych.

6.3 Oddziaływanie elektronów z cienkimi foliami

Elektrony przyspieszane w akceleratorze, zanim opuszczą urządzenie i osiągną obiekt naświetlany, napotykają często na swojej drodze pojedyncze folie (np. okno wyjściowe) lub folie formujące wiązkę.

Właściwe wykorzystanie wiązki elektronów wymaga znajomości nie tylko rozkładu energetycznego i kąтового elektronów po przejściu różnego rodzaju folii, ale także informacji o zjawiskach absorpcji, transmisji i odbicia. Zmiana energii i kierunku rozchodzenia się wiązki jest przede wszystkim związana z efektem wielokrotnego rozpraszania zachodzącego w folii. To zjawisko zostało przebadane dla punktowej wiązki elektronów o energiach od 200 keV do 10 MeV, padającej prostopadle na folię.

Wyznaczono następujące wielkości:

- 1° współczynnik transmisji T_N , zdefiniowany jako stosunek liczby elektronów, które przeszły przez folię, do liczby padających elektronów,
- 2° współczynnik odbicia R_N równy stosunkowi liczby elektronów, które uległy odbiciu od folii, do liczby padających elektronów,
- 3° energetyczny współczynnik transmisji T_E równy ilości energii elektronów zaobserwowanych za folią w stosunku do ilości energii padającej,
- 4° energetyczny współczynnik odbicia R_E równy ilości energii elektronów odbitych od folii w stosunku do ilości energii padającej.

Ze względu na statystyczny charakter metody Monte Carlo dokładność obliczeń zależy od liczby przeanalizowanych zdarzeń, ponieważ błąd statystyczny jest proporcjonalny do odwrotności pierwiastka z liczby zdarzeń interesujących z punktu widzenia postawionego problemu. Przeanalizowano 1 000 000 historii.

W tabeli 2 przedstawiono zależność współczynników transmisji i odbicia od energii elektronów padających prostopadle na folię tytanową o grubości 50 μm .

W tabeli 3 przedstawiono zależność współczynników transmisji i odbicia od grubości folii tytanowej dla elektronów o energii 200 keV i 1 MeV padających prostopadle na tę folię.

Tabela 2. Zależność współczynników transmisji i odbicia elektronów wtórnych od energii elektronów padających prostopadle na folię tytanową o grubości 50 μm

E_e	T_N	T_E	R_N	R_E
200 keV	0.733	0.569	0.068	0.023
400 keV	0.953	0.866	0.025	0.015
600 keV	0.986	0.932	0.0099	0.0071
800 keV	0.993	0.953	0.0056	0.0043
1 MeV	0.996	0.964	0.0036	0.0029
6 MeV	0.9998	0.993	0.00015	0.00014
10 MeV	0.99994	0.995	0.00006	0.00059

Tabela 3. Zależność współczynników transmisji i odbicia od grubości folii tytanowej dla elektronów wtórnych

d_{folii}	$E_e = 200 \text{ keV}$				$E_e = 1 \text{ MeV}$			
	T_N	T_E	R_N	R_E	T_N	T_E	R_N	R_E
50 μm	0.733	0.569	0.068	0.023	0.996	0.964	0.0036	0.0029
70 μm	0.646	0.445	0.050	0.094	0.993	0.949	0.0053	0.0040
100 μm	0.567	0.314	0.	0.	0.988	0.926	0.0082	0.0057

W tabeli 4 przedstawiono zależność współczynników transmisji i odbicia od materiału, z którego wykonano folię, dla elektronów o energii 200 keV i 1 MeV padających prostopadle na folię aluminiową, tytanową i wolframową o grubości 50 μm .

Tabela 4. Zależność współczynników transmisji i odbicia od materiału folii o grubości 50 μm

folia	$E_e = 200 \text{ keV}$				$E_e = 1 \text{ MeV}$			
	T_N	T_E	R_N	R_E	T_N	T_E	R_N	R_E
AL (Z=13)	0.929	0.790	0.025	0.012	0.999	0.978	0.0013	0.0012
TI (Z=22)	0.733	0.569	0.068	0.023	0.996	0.964	0.0036	0.0029
W (Z=74)	0.393	0.112	0.	0.	0.792	0.691	0.1057	0.0060

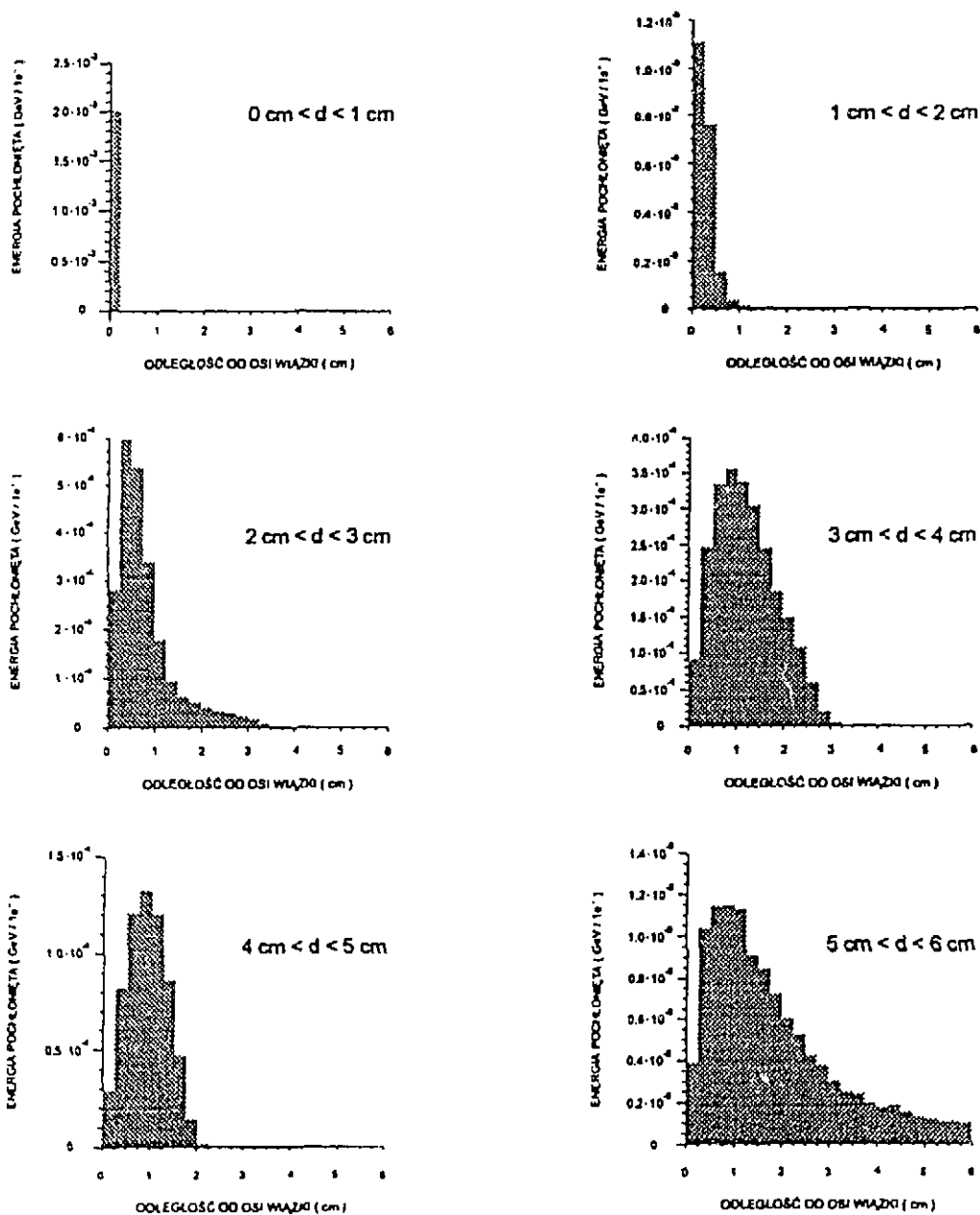
6.4 Rozkłady dawki pochłoniętej dla terapeutycznych wiązek elektronów

Obliczenia metodą Monte Carlo dostarczają nam informacji o ilości energii pochłoniętej w poszczególnych elementach objętości naświetlanego obiektu. Wykorzystując układ przedstawiony na rys. 3, wyznaczono radialne rozkłady energii pochłoniętej w wodzie. Obliczenia przeprowadzono dla punktowej wiązki elektronów o energii 10 MeV emitowanych w jednym kierunku. Przyjęto, że grubość warstwy wody, dla której liczona jest energia pochłonięta, wynosi $\Delta z = 0.24875$ cm, co odpowiada 0.05 wartości średniego zasięgu $r_0 = 4.975$ cm elektronów o energii 10 MeV w wodzie. Na rysunku 16 przedstawiono radialne rozkłady energii pochłoniętej dla 6 warstw wody, znajdujących się na różnych głębokościach. Są to rozkłady będące funkcją odległości od osi wiązki. Na przedstawionych wykresach widoczny jest wpływ wielokrotnego rozpraszania elektronów w wodzie: początkowa punktowa wiązka elektronów ulega poszerzeniu w miarę zagłębiania się w wodzie (uwaga na różne skale rysunków).

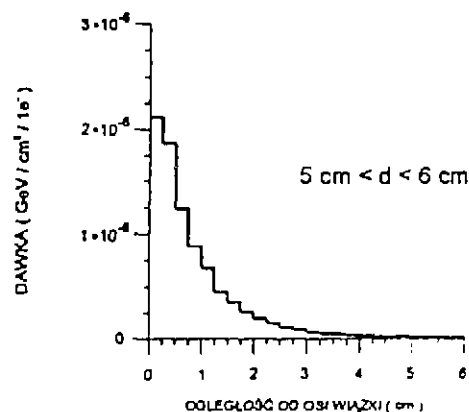
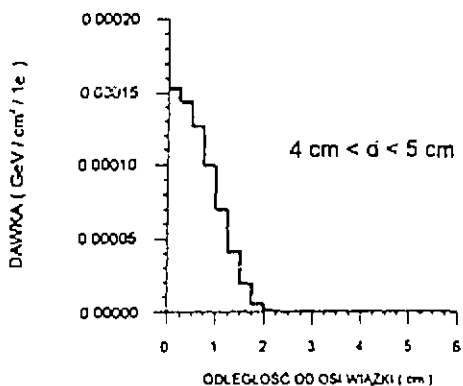
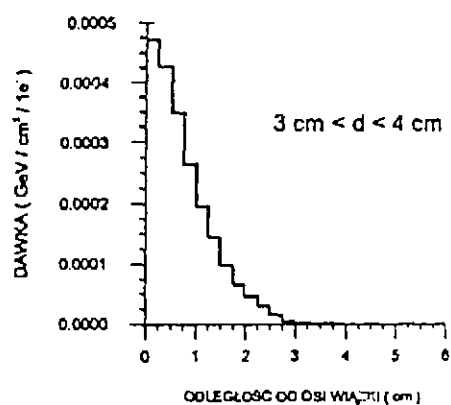
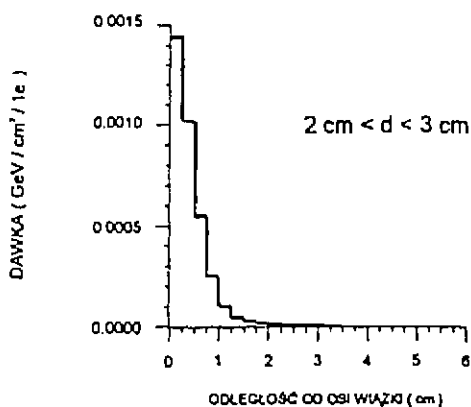
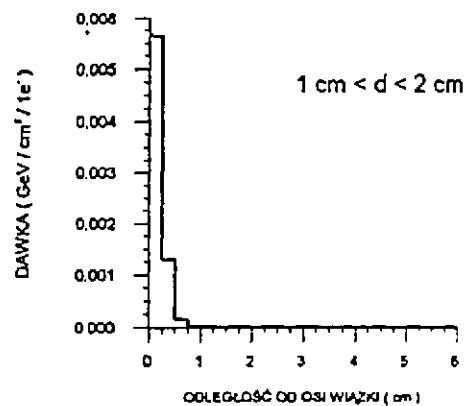
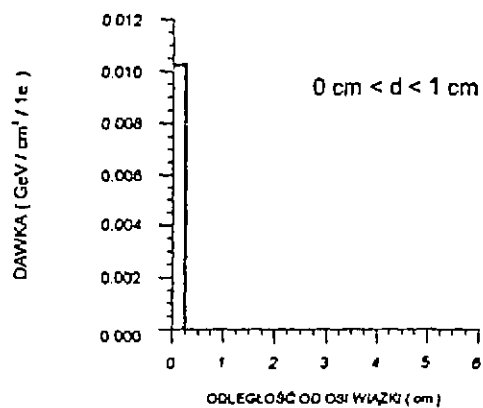
Na rysunku 17 przedstawiono radialne rozkłady względnej dawki pochłoniętej, uzyskane z podzielenia ilości energii pochłoniętej przez masę wody, w której ta energia została pochłonięta (dawką nazywamy ilość energii pochłoniętej w jednostce masy ciała).

Korzystając z obliczonych rozkładów dawki pochłoniętej, przedstawiono na rysunku 18 rozkład izodoz dla punktowej wiązki elektronów o energii 10 MeV w wodzie.

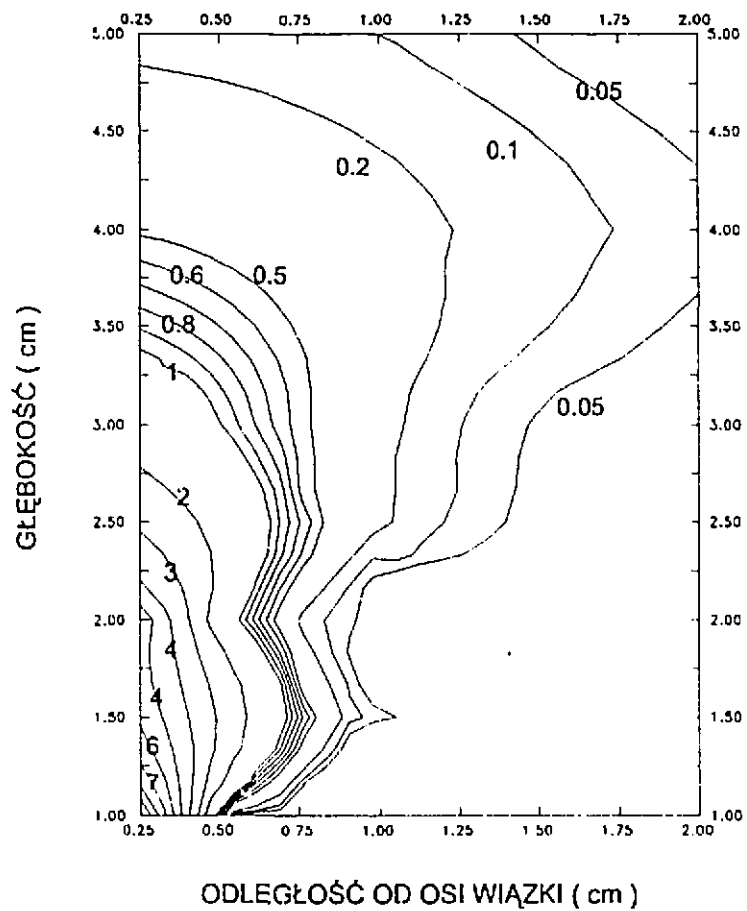
Porównanie obliczonych rozkładów izodoz z rozkładami wzorcowymi, zawierającymi dane dotyczące dawek koniecznych do zastosowania w terapii, pozwala na stwierdzenie, czy proponowany układ kolimacji i formowania wiązki terapeutycznej nie wymaga zmian konstrukcyjnych.



Rysunek 16. Radialne rozkłady energii pochłoniętej w wodzie dla monoenergetycznej i punktowej wiązki elektronów o energii 10 MeV padających prostopadłe na powierzchnię wody, obliczone dla sześciu warstw wody znajdujących się na różnych głębokościach w funkcji odległości od osi wiązki



Rysunek 17. Radialne rozkłady dawki pochłoniętej w wodzie dla monoenergetycznej i punktowej wiązki elektronów o energii 10 MeV padających prostopadłe na powierzchnię wody dla różnych głębokości w funkcji odległości od osi wiązki



Rysunek 18. Względny rozkład izodoz obliczony dla monoenergetycznej i punktowej wiązki elektronów o energii 10 MeV padających prostopadle na powierzchnię wody. Do wyrysowania tego rozkładu wykorzystano program SURFER firmy Golden Software, Inc.

6.5 Formowanie terapeutycznych wiązek fotonów i elektronów

Podstawowym celem, do osiągnięcia którego dąży się przy projektowaniu układów formujących użytkową wiązkę elektronów wykorzystywaną w terapii, jest uzyskanie szerokiej jednorodnej wiązki o dobrze określonej energii i kierunku. Jednocześnie należy zapewnić taką kolimację wiązki, aby zminimalizować uboczne skutki naświetlania poprzez ograniczenie geometrycznych rozmiarów wiązki zastosowanej do terapii z równoczesnym zmniejszeniem obszaru półcieni do minimum.

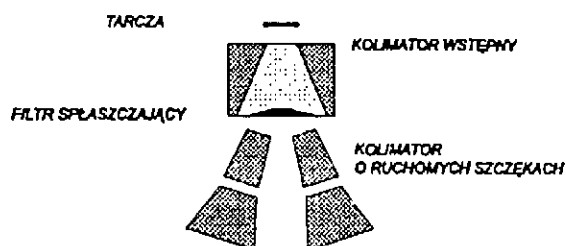
Wąska wiązka elektronów opuszczająca strukturę przyspieszającą akceleratora ulega znacznemu poszerzeniu na skutek oddziaływania z otoczeniem. Są to głównie zjawiska wielokrotnego rozpraszania na jądrach atomowych. Efekt ten jest wykorzystywany przy projektowaniu układów formujących użytkową wiązkę elektronów stosowaną w terapii do wytworzenia pola o pożądanych wymiarach i oczekiwanej jednorodności dawki. Nawet w przypadku idealnego układu wytwarzającego wiązkę jednorodną układ kolimacji powoduje obniżenie jakości wiązki. To obniżenie jakości będzie największe dla najmniejszych pól naświetlań.

Typowe układy wyjściowe dla wiązek fotonów i elektronów wytwarzanych w liniowych akceleratorach przyspieszających elektrony do energii kilkunastu MeV i wykorzystywanych w terapii są przedstawione na rysunku 19. Układ taki składa się z tarczy, kolimatora wstępnego, filtru spłaszczającego oraz kolimatora o ruchomych szczękach.

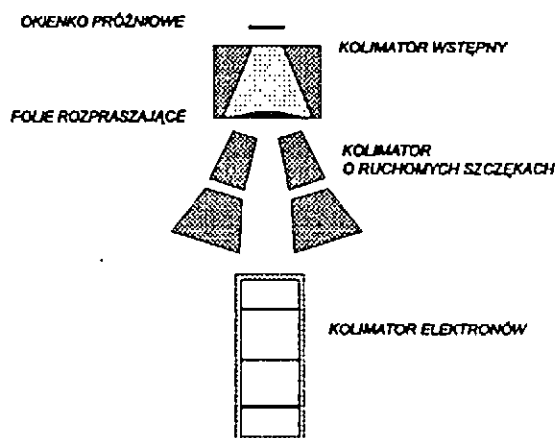
Tarcze stosowane w liniowych akceleratorach służą do konwersji elektronów w promieniowanie hamowania (rozdział 6.1). Tarczę wykonuje się z materiału o dużej liczbie atomowej, np. z wolframu o $Z=74$. Zwykle umieszcza się ją na warstwie miedzi, która zapewnia szybki odpływ ciepła. Tarcza montowana jest na podstawie razem z foliami rozpraszającymi wiązkę elektronów. W przypadku, gdy do terapii wykorzystywane są elektrony, w miejsce tarczy służącej do konwersji wstawiane są przy użyciu układu mechanicznego folie rozpraszające zapewniające jednorodny rozkład energii i natężenia wiązki elektronów. Dla potrzeb symulacji metodą Monte Carlo tarcza jest przedstawiana jako dwa "plasterki": wolframowy i miedziany. W całym układzie przy modelowaniu komputerowym pominięte są takie elementy, jak śruby, podkładki itp.

Kolimator wstępny jest wykonany z materiału ciężkiego, np. z ołowiu i ma kształt walca z wyciętym wewnątrz stożkiem. Wymiary walca oraz stożka są tak dobrane, aby w żądanej odległości od tarczy uzyskać pole naświetlania o wymaganych wymiarach.

UKŁAD DO KOLIMACJI
FOTONÓW



UKŁAD DO KOLIMACJI
ELEKTRONÓW



Rysunek 19. Układ formujący terapeutyczną wiązkę fotonów (rysunek lewy) i elektronów (rysunek prawy) w liniowym akceleratorze elektronów przyspieszającym elektrony do energii kilkunastu MeV

Filtr spłaszczający ma zapewnić jednorodne pole naświetlania. Jest grubszy w części środkowej, a cieńszy w pobliżu krawędzi. Filtr taki wykonany jest zazwyczaj z materiału stosunkowo lekkiego, np. ze stali.

Kollimator o ruchomych szczękach wspomaga działanie kollimatora wstępnego.

6.6 Przykład: układ do kolimacji terapeutycznej wiązki elektronów

Celem obliczeń przedstawionych w tym rozdziale jest pokazanie sposobu wykorzystania metody Monte Carlo do sprawdzenia, jak układ folii rozpraszających i kolimator elektronów wpływają na radialne rozkłady dawki pochłoniętej w fantomie wodnym.

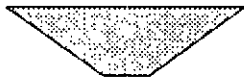
W celu uzyskania wiązki, która zapewni jednorodny rozkład dawki pochłoniętej w naświetlanym obiekcie, stosuje się układy złożone z kilku, co najmniej dwóch, metalicznych folii rozpraszających. Folie te powodują poszerzenie wiązki przy jednoczesnym minimalnym obniżeniu jej energii. Stosuje się układ złożony z bardzo cienkiej folii wykonanej z metalu o średniej wartości liczby atomowej, np. z miedzi ($Z=29$). Zapewnia się w ten sposób małe straty energii przy jednoczesnym zminimalizowaniu wytwarzania promieniowania hamowania. Dodatkowo taka folia powoduje, że elektrony są w większym stopniu transmitowane niż odbijane od folii. Grubość folii maleje od środka w stronę zewnętrznego promienia. Taki dobór folii rozpraszających zapewnia optymalną jednorodność rozkładu energii i natężenia wiązki użytkowej.

Na rysunku 20 przedstawiono układy folii rozpraszających, wykorzystane w obliczeniach. Jedna z folii ma kształt stożka ściętego o wysokości 0.0085 cm oraz o promieniach 3.5 cm i 0.7 cm (rysunek lewy). Druga folia składa się z czterech folii, z których każda ma kształt walca o podanych wymiarach (rysunek prawy). Grubość układu wynosi także 0.0085 cm. Taki układ jest prostszy do zrealizowania w praktyce.

Schemat układu wykorzystanego w obliczeniach przedstawia rysunek 21.

W przypadku obu układów folii rozpraszających odległość folii od fantomu wodnego wynosi 86 cm. Folie wykonano z miedzi. Energia padających elektronów wynosi 6 i 10 MeV. Przyjęto, że padająca wiązka jest punktowa i monoenergetyczna oraz że elektrony padają w jednym kierunku. Fantom znajduje się w odległości 100 cm od okienka próżniowego, przez które elektrony opuszczają akcelerator. Schemat układu wykorzystanego w obliczeniach przedstawia rysunek 21.

STOŻEK



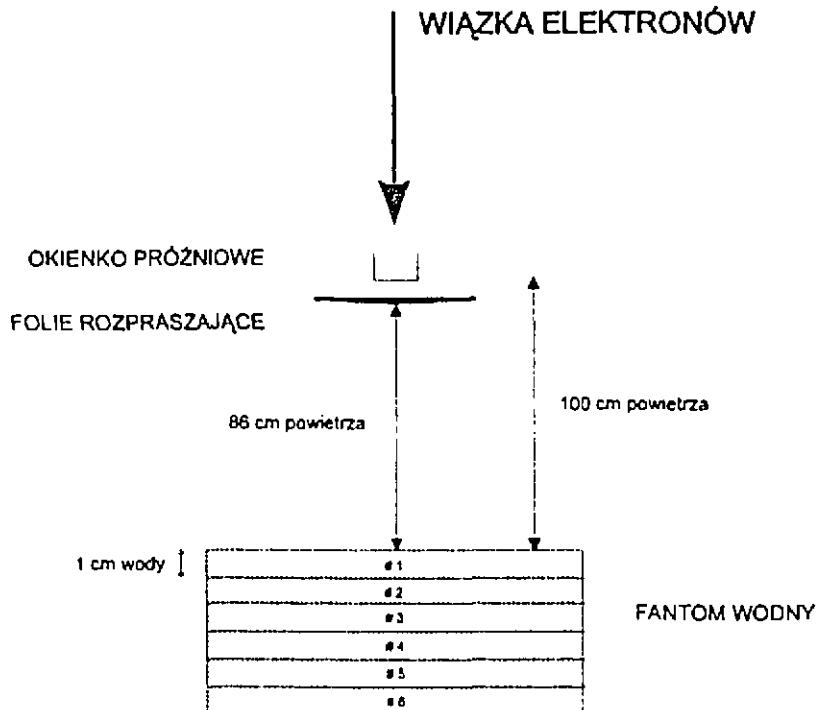
$\phi = 7.0 \text{ cm}$
 $H = 0.0065 \text{ cm}$
 $\phi = 1.4 \text{ cm}$

KRAŻKI



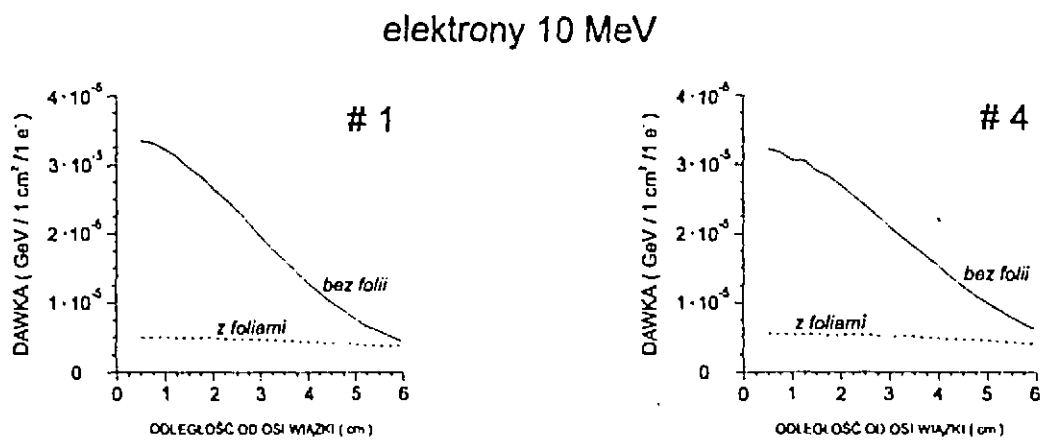
$\phi = 7.0 \text{ cm}$ $H = 0.0027 \text{ cm}$
 $\phi = 4.0 \text{ cm}$ $H = 0.0010 \text{ cm}$
 $\phi = 2.5 \text{ cm}$ $H = 0.0010 \text{ cm}$
 $\phi = 1.4 \text{ cm}$ $H = 0.0038 \text{ cm}$

Rysunek 20. Układy miedzianych folii rozpraszających zastosowane w obliczeniach (uwaga: rysunek nie jest w skali)



Rysunek 21. Schemat układu wykorzystanego w obliczeniach (uwaga: rysunek nie jest w skali)

Na rysunku 22 przedstawiono zależność dawki pochłoniętej w warstwie wody o grubości 1 cm, położonej w odległości 0 cm od powierzchni fantomu (rysunek lewy) oraz w odległości 3 cm (rysunek prawy) w przypadku, gdy na drodze wiązki nic się nie znajduje oraz gdy umieszczone są folie rozpraszające. Rozkład dawki jest przedstawiony w funkcji odległości od osi wiązki. Energia padających elektronów wynosi 10 MeV.

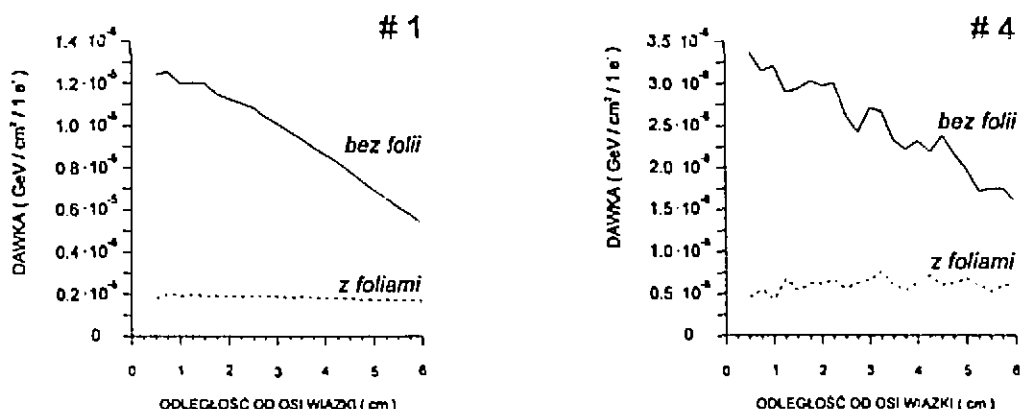


Rysunek 22. Zależność dawki pochłoniętej w warstwie wody o grubości 1 cm położonej w odległości 0 cm od powierzchni fantomu (rysunek lewy) oraz w odległości 3 cm (rysunek prawy) w przypadku, gdy na drodze wiązki nic się nie znajduje oraz gdy umieszczone są folie rozpraszające dla elektronów o energii 10 MeV

Na rysunku 23 przedstawiono zależność dawki pochłoniętej w warstwie wody o grubości 1 cm, położonej w odległości 0 cm od powierzchni fantomu (rysunek lewy) oraz w odległości 3 cm (rysunek prawy) w przypadku, gdy na drodze wiązki nic się nie znajduje oraz gdy umieszczone są folie rozpraszające. Rozkład dawki jest przedstawiony w funkcji odległości od osi wiązki. Energia elektronów wynosi 6 MeV.

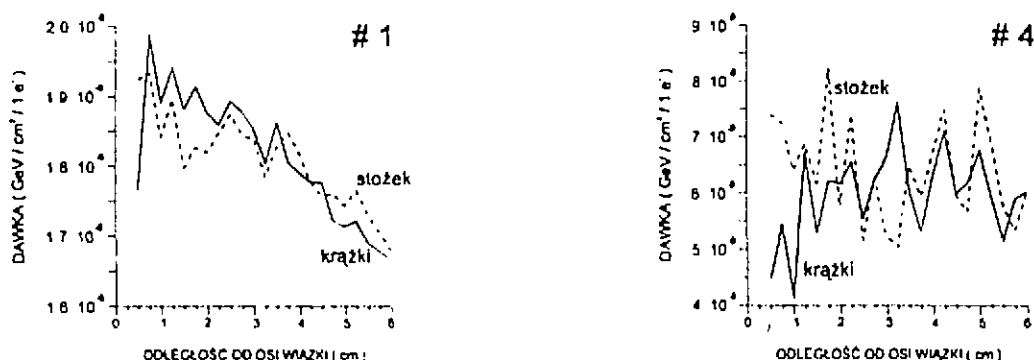
Na rysunku 24 przedstawiono zależność dawki pochłoniętej w warstwie wody o grubości 1 cm, położonej w odległości 0 cm od powierzchni fantomu (rysunek lewy) oraz w odległości 3 cm (rysunek prawy) dla obu opisanych uprzednio układów folii rozpraszających dla wiązki elektronów o energii 6 MeV.

elektrony 6 MeV



Rysunek 23. Zależność dawki pochłoniętej w warstwie wody o grubości 1 cm położonej w odległości 0 cm od powierzchni fantomu (rysunek lewy) oraz w odległości 3 cm (rysunek prawy) w przypadku, gdy na drodze wiązki nic się nie znajduje oraz gdy umieszczone są folie rozpraszające dla elektronów o energii 6 MeV

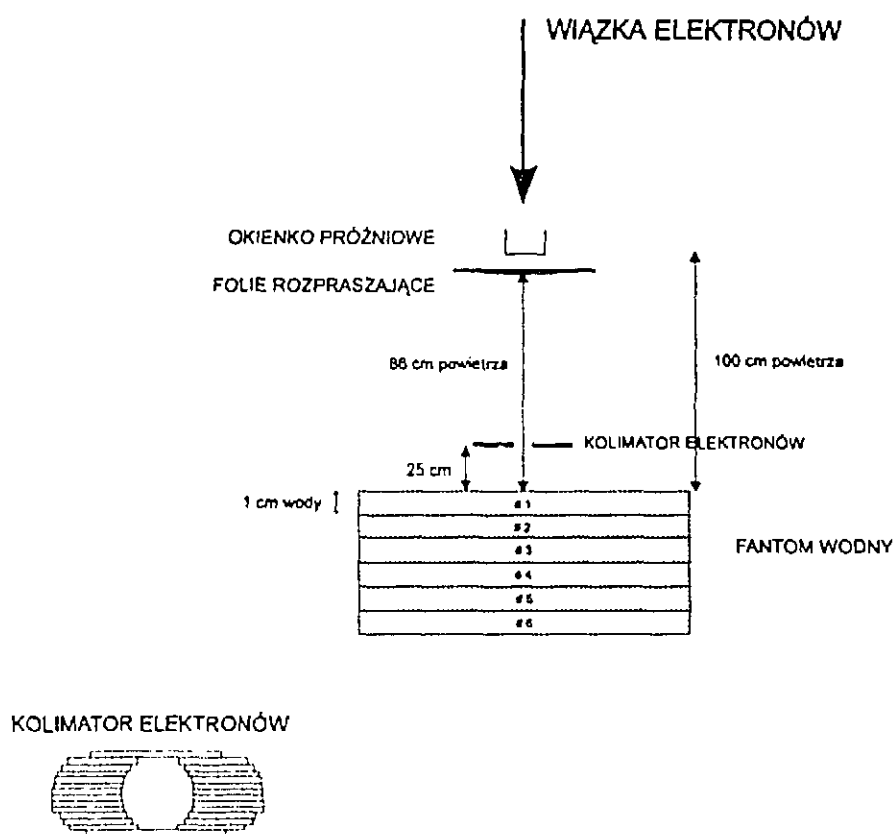
elektrony 6 MeV



Rysunek 24. Zależność dawki pochłoniętej w warstwie wody o grubości 1 cm położonej w odległości 0 cm od powierzchni fantomu (rysunek lewy) oraz w odległości 3 cm (rysunek prawy) dla obu opisanych uprzednio układów folii rozpraszających

Z przedstawionych rezultatów wynika, że zastosowanie układu folii rozpraszających powoduje, że wiązka wykorzystana w terapii staje się znacznie bardziej jednorodna. Domieszka do dawki pochodząca od promieniowania hamowania wynosi 3 %. Wszystkie wyniki otrzymano dla "ołówkowej" wiązki elektronów.

W kolejnej serii obliczeń wykorzystano układ przedstawiony na rysunku 25. W obliczeniach wykorzystano omówiony poprzednio układ folii rozpraszających wykonanych z miedzi.



Rysunek 25. Schemat układu wykorzystanego w obliczeniach. Rysunek kolimatora elektronów - w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku padania wiązki (uwaga: cały rysunek nie jest w skali)

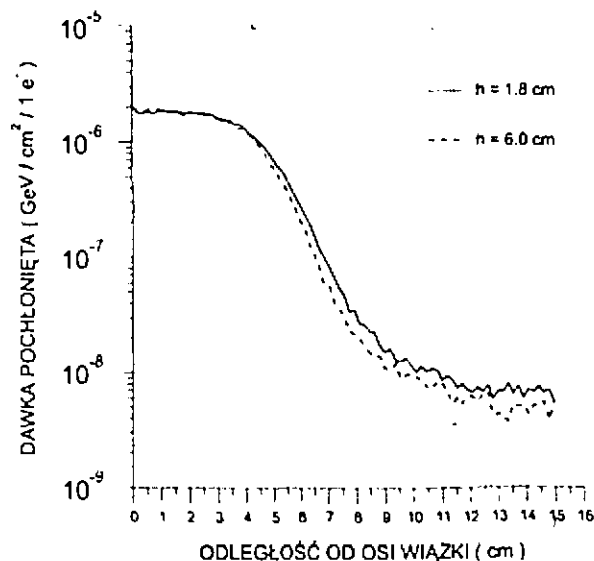
Kolimator elektronów - tzw. kolimator wielolistkowy (multi-leaf collimator) - służy do wytworzenia obszaru naświetlania o nieregularnym kształcie, odbiegającym od prostokątnego

lub kołowego. Jest złożony z wielu metalowych pręcików w kształcie prostopadłościanu, z których każda może poruszać się niezależnie. Pozwala to na wybranie obszaru naświetlania w sposób najbardziej odpowiadający wymaganiom.

Do potrzeb obliczeń mających na celu sprawdzenie, jak wymiary kolimatora wpływają na radialne rozkłady dawek pochłoniętych w fantomie wodnym, przybliżono kolimator wielolistkowy przez wydrążony walec o zmienianych w obliczeniach wysokości oraz średnicy wewnętrznej. Walec jest wykonany z aluminium.

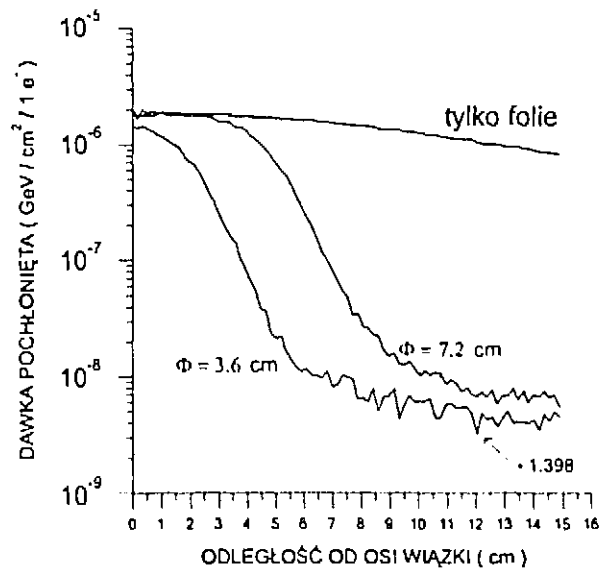
Radialne rozkłady dawki pochłoniętej, przedstawione w dalszej części tego rozdziału, wyznaczono dla warstwy wody o grubości 1 cm znajdującej się bezpośrednio na powierzchni fantomu wodnego.

Na rysunku 26 przedstawiono radialne rozkłady dawki pochłoniętej dla kolimatorów o różnych wysokościach: 1.8 cm oraz 6 cm. Z tego rysunku wynika, że wystarczające jest zastosowanie kolimatora o najmniejszej wysokości, a więc najniższego, co jest istotne w układach wykorzystywanych do naświetlań. Wewnętrzna średnica walca jest równa 7.2 cm. Uwzględniono w obliczeniach układ miedzianych folii rozpraszających przedstawiony na rysunku 20 ("stożek"). Energia padających elektronów wynosi 6 MeV.



Rysunek 26. Radialne rozkłady dawki pochłoniętej uzyskane przy zastosowaniu aluminiowych kolimatorów elektronów o różnych wysokościach: 1.8 cm oraz 6 cm. Wewnętrzna średnica kolimatora jest równa 7.2 cm. Energia padających elektronów wynosi 6 MeV. Uwzględniono układ miedzianych folii rozpraszających przedstawiony na rysunku 20 ("stożek")

Na rysunku 27 przedstawiono radialne rozkłady dawki pochłoniętej dla kolimatorów o różnych średnicach wewnętrznych: 3.6 cm oraz 7.2 cm. Wewnętrzną średnicę kolimatora należy dobrać do żądanej wielkości pola naświetlania. Wysokość kolimatora przyjęta w obliczeniach wynosi 1.8 cm. Uwzględniono w obliczeniach układ miedzianych folii rozpraszających przedstawiony na rysunku 20 ("stożek"). Padające elektrony mają energię 6 MeV. Dla porównania przedstawiono rozkład dawki pochłoniętej uzyskany bez kolimatora elektronów, a tylko z układem folii rozpraszających.



Rysunek 27. Radialne rozkłady dawki pochłoniętej uzyskane przy zastosowaniu aluminiowych kolimatorów elektronów o średnicach wewnętrznych 3.6 cm oraz 7.2 cm. Kolimator ma wysokość 1.8 cm. Energia padających elektronów wynosi 6 MeV. Uwzględniono układ miedzianych folii rozpraszających przedstawiony na rysunku 20 ("stożek")

Na rysunkach 28 i 29 przedstawiono radialne rozkłady dawki pochłoniętej dla wiązek elektronów o energii 10 MeV i 6 MeV.

W przypadku wiązki elektronów o energii 10 MeV pokazano radialne rozkłady dawki pochłoniętej dla dwóch jednocentymetrowych warstw wody: położonej bezpośrednio na powierzchni fantomu (warstwa #1) oraz 3 cm głębiej (warstwa #4). Wewnętrzna średnica aluminiowego kolimatora przyjęta w obliczeniach wynosi 7.2 cm, a jego wysokość - 2.5 cm.

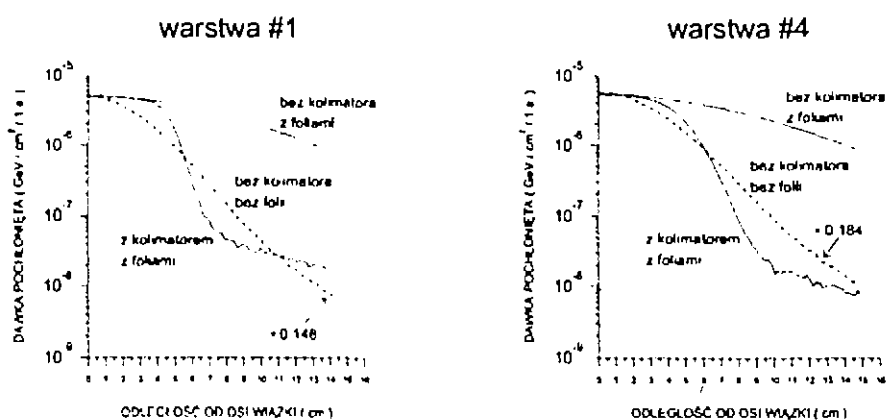
Uwzględniono w obliczeniach układ miedzianych folii rozpraszających przedstawiony na rysunku 20 ("stożek").

Dla wiązki elektronów o energii 6 MeV pokazano radialne rozkłady dawki pochłoniętej dla dwóch jednocentymetrowych warstw wody: położonej bezpośrednio na powierzchni fantomu (warstwa #1) oraz leżącej 1 cm poniżej powierzchni fantomu (warstwa #2) ze względu na fakt, że zasięg elektronów jest w tym przypadku mniejszy i wiązki o niższych energiach służą do naświetlań nowotworów usytuowanych bliżej powierzchni ciała. Wysokość kolimatora aluminiowego przyjęta w obliczeniach wynosi 1.8 cm, a jego wewnętrzna średnica - 7.2 cm. Uwzględniono w obliczeniach układ miedzianych folii rozpraszających przedstawiony na rysunku 20 ("stożek").

Trzy krzywe przedstawione na każdym rysunku odpowiadają następującym układom zastosowanym w obliczeniach:

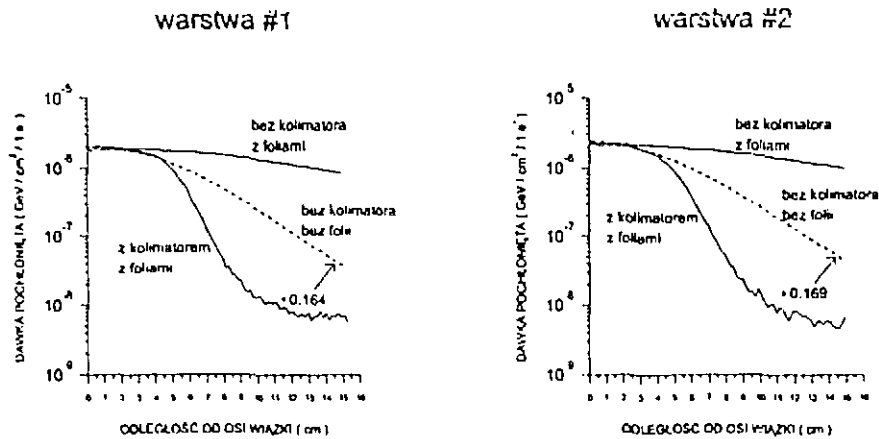
1. wiązka padających elektronów po wyjściu z układu przyspieszającego pada bezpośrednio na fantom wodny,
2. wiązka padających elektronów po wyjściu z układu przyspieszającego napotyka na swojej drodze na układ folii rozpraszających,
3. wiązka padających elektronów po wyjściu z układu przyspieszającego napotyka na swojej drodze na układ folii rozpraszających, a następnie na kolimator elektronów.

elektrony 10 MeV



Rysunek 28. Radialne rozkłady dawki pochłoniętej w warstwie wody o grubości 1 cm, znajdującej się na powierzchni fantomu wodnego dla wiązki elektronów o energii 6 MeV. Opis kolimatora i układu folii znajduje się w tekście

elektrony 6 MeV



Rysunek 29. Radialne rozkłady dawki pochłoniętej w warstwie wody o grubości 1 cm, znajdującej się na powierzchni fantomu wodnego dla wiązki elektronów o energii 6 MeV

Przedstawione w tym rozdziale obliczenia mogą stanowić podstawę do zaprojektowania pełnego układu formującego terapeutyczną wiązkę elektronów. Aby taki cel mógł być zrealizowany, konieczna jest z jednej strony znajomość parametrów określających wiązkę elektronów, opuszczających strukturę przyspieszającą (rozkład energetyczny i przestrzenny), a z drugiej strony określenie kształtu i wielkości pola naświetlania oraz odległości od powierzchni, w jakiej znajduje się naświetlany obiekt.

7 Zakończenie

Opisany program SHOWME, będący modyfikacją programu GEANT3¹⁸, został wykorzystany w tej pracy do analizy metodą Monte Carlo procesów wywoływanych w materii przez elektrony przyspieszane w liniowych akceleratorach do energii nie przekraczających kilkunastu MeV. Wskazano na różne zastosowania programu, możliwe dzięki jego uniwersalności zarówno ze względu na faktyczny brak ograniczeń dotyczących geometrii badanych układów, jak i ze względu na wzięcie pod uwagę wszystkich istotnych oddziaływań wywoływanych przez elektrony w materii. Główny nacisk położono na wykorzystanie metody Monte Carlo do projektowania układów formowania i kolimacji wiązek elektronów stosowanych w radioterapii. Pokazano, że komputer C3210 firmy CONVEX, działający w Świerku, jest użytecznym narzędziem do rozwiązywania tego typu problemów. Do graficznego przedstawiania wyników wykorzystano komputer IBM PC.

Literatura

1. Praca zbiorowa pod redakcją T.M. Jenkinsa, W.R. Nelsona i A. Rindiego "Monte Carlo Transport of Electrons and Photons" , Plenum Press, New York and London (1988)
2. International Journal of Radiation Applications and Instrumentation, Part C, vol. 35 (1990): Proceedings of the 7th International Meeting on Radiation Processing, Noordwijkerhout, The Netherlands, 23-28 April 1989
3. M. Pachan, "Use of Accelerators for Enviromental Protection", EPAC, Berlin (1992)
4. R. Meckbach, P. Jacob i H.G. Paretzke, "Shielding of gamma radiation by typical european houses", Nucl. Inst. Meth. A255, 160 (1987)
5. R.G. Wood, "Computers in radiotherapy - Physical Aspects", Butterworth & Co. (Publishers) Ltd. London (1974)
6. "Napromienianie żywności: technika utrwalania i poprawy jakości zdrowotnej żywności" Państwowe Wydawnictwo Rolnicze i Leśne, Poznań 1991
7. np. P Marmier i E. Sheldon, "Physics of Nuclei and Particles", Academic Press, New York and London (1969)
8. B Rossi, "High-Energy Particles", Prentice-Hall Inc. (1952)
9. M.L. Goldberger, "The Interaction of High Energy Neutrons and Heavy Nuclei", Phys. Rev. 74, 1269 (1948)
10. R.R. Wilson, "Monte Carlo Study of Shower Production", Phys. Rev. 86, 261 (1952)
11. J.C. Butcher, H. Messel, "Electron Nmbre Distribution in Electron-Photon Showers", Phys. Rev. 112, 2096 (1958)
12. Å. Björck, G. Dahlquist, "Metody numeryczne", PWN, Warszawa 1983
13. J.von Neumann, "Various techniques used in connection with random digits", National Bureau of Standards Applied Mathematics Series, 12, 36 (1951)
14. J.W. Butler, "Machine sampling from given probabily distributions", Symposium on Monte Carlo methods, ed. H.A.Meyer, p.249, New York, Wiley (1956)
15. J.M. Hammersly i D.C. Handscomb, "Monte Carlo Methods", Methun & Co. Ltd, London (1964)
16. W.R. Nelson, H. Hirayama i D.W.O. Rogers, "The EGS4 Code System", SLAC-Report no 265, UC-32 (1985)
17. M.H. Kalos, P.A. Whitlock, "Monte Carlo Methods", vol.1, p.136, John Wiley & Sons, Inc., New York (1986)
18. R. Brun i in., "GEANT3 User's Guide", CERN Report DD/EE/84-1 (1987)
19. ZEBRA User Guide, CERN Program Library Q 100
20. M.J.Berger i S.M.Seltzer, Phys. Rev. C2 (1970) 621