THE "PROMPT BOUND" APPROXIMATION IN THE CALCULATION OF NON-STATIONARY NEUTRON DISTRIBUTION

Rumjantsev G.Ia.
State Scientific Center "Institute of Physics and Power Engineering". Obninsk, Russia.

ПРИБЛИЖЕНИЕ "МГНОВЕННОГО СКАЧКА" В РАСЧЕТЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕЙТРОНОВ

Г.Я. Румянцев. ГНЦ ФЭИ, Обнинск, Россия.

Abstract

The method of the calculation of non-stationary neutron distribution in the prompt bound approximation is considered on example of one-speed reactor's equations model.

В расчете ядерных реакторов слишком общая и строгая постановка весьма трудоемких нестационарных нейтронно-физических задач во многих случаях нецелесообразна. Для быстрых динамических процессов на мгновенных нейтронах и для нестационарных переходных режимов с умеренной скоростью изменения параметров нейтронного поля следует, по-видимому, использовать разные расчетные модели переноса нейтронов. В данной работе описывается приближенный расчет распределения нейтронов в реакторе, который на одних мгновенных нейтронах был бы подкритическим. Динамические процессы в таком реакторе существенно сдерживаются инерционностью распада осколков деления - эмиттеров запаздывающих нейтронов. Для простоты рассматривается односкоростная задача, однако приводимые ниже рассуждения и математические действия могут быть распространены на многогрупповую модель реактора.

Систему уравнений нестационарного реактора запишем в форме:

$$\frac{1}{v}\frac{d}{dt}\Phi + \hat{L}\Phi = (1-\rho)\hat{F}\Phi + \sum_i \lambda_i C_i \;; \qquad (1)$$

$$\frac{d}{dt}C_i + \lambda_i C_i = \rho_i \hat{F}\Phi \;; \quad i = 1,2,\ldots,I. \qquad (2)$$

Здесь $\hat{L}$ - оператор переноса частиц без учета их воспроизводства и $\hat{F}$ - оператор, описывающий рождение вторичных (в том числе запаздывающих) нейтронов в реакции деления. Остальные обозначения традиционны. Предположим, что до момента t_0 реактор был критическим, с распределением нейтронов Φ_0, а при $t > t_0$ критичность нарушается вследствие непрерывного возмущения характеристик реактора (например, введения поглощающих стержней). Тогда при не слишком быстром изменении во времени операторов $\hat{L}$ и $\hat{F}$ решение уравнения (1) практически не будет отличаться от функции, удовлетворяющей в каждый момент времени t уравнению

$$\hat{L}\Phi = (1 - \beta)\hat{F}\Phi + \sum_i \lambda_i C_i \ . \tag{3}$$

Дело в том, что функция влияния $G(t',t)$ для неоднородного уравнения (1) весьма быстро затухает при увеличении $t-t'$. В реакторе на быстрых нейтронах она практически обращается в нуль за время, менее чем 0,1 с. Если в течение этого времени независимая правая часть уравнения (1) и его операторы меняются незначительно, то ответ функции Φ на возмущения можно считать мгновенным. Баланс нейтронов при таком предположении, которое называют "приближением мгновенного скачка" [1], описывается уравнением (3), где t играет роль параметра.

Постоянная распада эмиттеров запаздывающих нейтронов составляет в среднем величину порядка 0,1 c^{-1}. А это значит, что за время $\Delta t \approx 0{,}1$ c плотность эмиттеров уменьшается (без учета их воспроизводства в актах деления) в exp(0,01) раз, т.е. всего лишь на 1%. Поэтому для расчетного исследования динамических режимов на запаздывающих нейтронах приближения мгновенного скачка достаточно.

Введем обозначение $\lambda_i C_i(t) = \beta_i S_i(t)$. При этом для функций $S_i(t)$ будем иметь уравнения

$$\frac{d}{dt} S_i + \lambda_i S_i = \lambda_i \hat{F}\Phi \ ; \qquad i = 1,2,\ldots,I. \tag{4}$$

Построив на оси t сетку с постоянным шагом Δt и с узлами t_n, применим к уравнению (4) неявную разностную схему:

$$\frac{1}{\Delta t} (S_{in} - S_{i,n-1}) + \lambda_i S_{in} = \lambda_i \hat{F}_n \Phi_n . \tag{5}$$

Отсюда получаем рекуррентную формулу

$$S_{in} = (1 - \omega_i)\hat{F}_n \Phi_n + \omega_i S_{i,n-1} \ , \tag{6}$$

где $S_{in} = S_i(t_n)$; $\omega_i = (1 + \lambda_i \Delta t)^{-1}$. Подставляя выражение (6) в правую часть уравнения (3) и учитывая возможную зависимость оператора $\hat{L}$ от t, сводим это уравнение к виду:

$$\hat{L}_n\Phi_n = (1 - \sum_i \omega_i\beta_i)\hat{F}_n\Phi_n + \sum_i \omega_i\beta_i S_{i,n-1} . \qquad (7)$$

При заданных Φ_0 и $S_{i0} = \hat{F}_0\Phi_0$ уравнение (7) в совокупности с формулой (6) позволяет последовательно вычислять функции $\Phi_n \equiv \Phi(t_n)$, $n \ge 1$, описывающие поле нейтронов в различные моменты времени.

Нетрудно видеть, что в случае отсутствия возмущения в реакторе расчет по указанному алгоритму даст $\Phi_1 = \Phi_0$, $\Phi_2 = \Phi_1 = \Phi_0$ и т.д. Если же реактор возмущен, но в момент $t_N > t_0$ изменение его физических характеристик прекратилось, то в асимптотике, при $n \gg N$, будут реализоваться равенства $S_{in} = pS_{i,n-1}$ и $\Phi_n = p\Phi_{n-1}$, где p – некоторый постоянный множитель. В этом случае формула (6) будет эквивалентна равенству

$$S_{i,n-1} = (p - \omega_i)^{-1}(1 - \omega_i)\hat{F}_N\Phi_n . \qquad (8)$$

Если положить $p = (1 + \alpha\Delta t)^{-1}$, т.е. через p определить параметр

$$\alpha = (1 - p)/\Delta tp , \qquad (9)$$

то можно убедиться в том, что функции Φ_n при $n \gg N$ будут решениями однородного стационарного "квазикритического" уравнения

$$\hat{L}_N\Phi_n = \frac{1}{K_{эфф}}\hat{F}_N\Phi_n ,$$

где

$$I/K_{эфф} = 1 - \beta + \sum_i \frac{\lambda_i\beta_i}{\lambda_i - \alpha} . \qquad (10)$$

Получаем таким образом известную формулу "обратных часов" (без учета времени жизни свободных нейтронов), доставляющую значение $K_{эфф}$ возмущенного реактора, и одновременно величину α – постоянную экспоненциального спада (при $\alpha < 0$ возрастания) плотности потока нейтронов в установившемся динамическом режиме.

1. Белл Д., Глесстон С. Теория ядерных реакторов. М., Атомиздат, I974.