

ISSN 1425-7351

PL9701200

RAPORTY IChTJ. SERIA B nr 13/96

1

BADANIE MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA SZTUCZNYCH SIECI NEURONOWYCH DO WZORCOWANIA PRZYRZĄDÓW RADIOIZOTOPOWYCH

Ewa Kowalska, Piotr Urbański



WARSZAWA

HOL 28 Nº 13

10.370.200

RAPORTY IChTJ. SERIA B nr 13/96

BADANIE MOŻLIWOŚCI WYKORZYSTANIA SZTUCZNYCH SIECI NEURONOWYCH DO WZORCOWANIA PRZYRZĄDÓW RADIOIZOTOPOWYCH

Ewa Kowalska, Piotr Urbański

Warszawa 1996

ZESPÓŁ REDAKCYJNY

dr Wiktor Smułek, Ewa Godlewska, Sylwester Wojtas

WYDAWCA

Instytut Chemii i Techniki Jądrowej ul. Dorodna 16, 03-195 Warszawa tel.: (0-22) 11 06 56; telex: 813027 ichtj pl: fax: (0-22) 11 15 32; e-mail: sekdyrn@orange.ichtj.waw.pl

Symbol UKD: 721.3 Symbol INIS: D22 Słowa kluczowe: FLUORESCENCJA RENTGENOWSKA, PRZYRZĄDY RADIOIZOTOPOWE, SZTUCZNE SIECI NEURONOWE, WZORCOWANIE

Raport został wydany w postaci otrzymanej od Autorów

Badanie możliwości wykorzystania sztucznych sieci neuronowych do wzorcowania przyrządów radioizotopowych

Opisano zasadę działania i architekturę sieci neuronowych zastosowanych do wzorcowania radioizotopowych przyrządów pomiarowych. Przebadano jednokierunkową sieć dwuwarstwową ze wsteczną propagacją błędów. Przedstawiono wyniki jej zastosowania do wyznaczania modeli wzorcowania kilku urządzeń opartych na zasadzie niskorozdzielczej fluorescencji rentgenowskij przeznaczonych do analizy składu i pomiaru grubości powłok.

Study of application of artificial neural network for calibration of nucleonic gauges

The performance and architecture of artificial nuclear networks applied for callibration of radioisotope gauges are discribed. The two-layers feed-forward artificial neural networks (with backpropagation) were investigated. Results of their application for callibration of some instruments based on XRF principle and intended for analysis and coating thickness gauging are presented.



SPIS TREŚCI

1. WSTĘP	7
2. ZASADA DZIAŁANIA SIECI NEURONOWEJ	7
3. ARCHITEKTURA STOSOWANEJ SIECI NEURONOWEJ	10
4. BADANIE SIECI	12
4.1. Pomiar zawartości siarki w benzenie	12
4.2. Pomiar stężenia cyny i ołowiu w kąpielach galwanicznych do nakładania powłok Sn-Pb na płytkach obowdów drukowanych	12
4.3. Pomiar grubości i składu powłok stopowych Sn-Pb	15
5. WYNIKI	16
LITERATURA	16

1. WSTĘP

Niniejsza praca stanowi próbę oceny przydatności sztucznych sieci neuronowych (ANN) w radiometrii przemysłowej, a w szczególności w obszarze metod i urządzeń wykorzystujących spektrometrię promieniowania X lub gamma. Wykorzystanie ANN do wyznaczania i oceny modeli wzorcowania metod i aparatury pomiarowej jest przedmiotem wielu doniesień literaturowych np. [1 - 10]. Porównując wyniki osiągnięte za pomocą ANN z rezultatami otrzymanymi przy użyciu innych statystycznych metod wielowymiarowego wzorcowania (np. takich jak regresja częściowej sumy najmniejszych kwadratów - PLS czy regresja podstawowych składników - PCR) różni autorzy dochodzą do odmiennych wniosków [5 - 7]. Nie ma więc jednoznacznej opinii na temat "wyższości" ANN nad innymi metodami, a ponadto nie ma wyraźnie wyznaczonego obszaru zastosowań, w którym jedna z metod miałaby istotną przewagę nad innymi. Istnieją natomiast wzmianki o wykorzystaniu wyników osiągniętych za pomocą PLS czy PCR jako początkowych parametrów do uczenia sieci [4,6,7,11].

Celem niniejszego raportu jest przedstawienie ogólnych zasad zastosowania ANN do wyznaczania modeli wzorcowania z punktu widzenia zbadania możliwości wykorzystania tej techniki w radiometrycznej aparaturze przemysłowej.

2. ZASADA DZIAŁANIA SIECI NEURONOWEJ

Neuron można przedstawić schematycznie jako blok o j wejściach, z których dane p_j po przemnożeniu przez współczynniki w_j są sumowane. Sygnał z wyjścia sumatora poddaje się przetworzeniu według funkcji f, która może posiadać (lub nie) drugi argument, czyli stałą b. Schemat pojedynczego neuronu przedstawiono na rys. 1.



Rys.1. Schemat pojedynczego neuronu o j wejściach.

Sygnał na wyjściu neuronu posiadającego r wejść można zapisać równaniem [1,5]:

$$a = f\left(\sum_{j=1}^{r} w_j p_j + b\right). \tag{1}$$

Sieć neuronową stanowią neurony połączone po kilka w warstwie. Schematycznie warstwę złożoną z *i* neuronów przedstawiono na rys.2.



Rys.2. Schematyczne przedstawienie pojedynczej warstwy neuronów o j wejściach oraz i wyjściach.

Sygnały na wyjściach a_i można wyrazić równaniem podobnym do równania (1):

$$a_i = f_i \left(\sum_j w_{ij} p_j + b_i \right) , \qquad (2)$$

gdzie w_{ij} - współczynnik połączenia między sygnałem wejściowym j a neuronem i.

Jeżeli wyjścia a_i warstwy neuronów przedstawionej na rys.2 połączymy z pojedynczym neuronem o *i* wejściach oraz funkcji przetwarzania F otrzymamy dwuwarstwową sieć przedstawioną na rys.3, a jej sygnał wyjściowy A będzie określony równaniem:

$$A = F\left(\sum_{i} w_{2i}a_{i} + B_{2}\right) = F\left[\sum_{i} w_{2i}f_{i}\left(\sum_{j} w_{ij}p_{j} + b_{i}\right) + B_{2}\right].$$
(3)

Pierwsza warstwa neuronow



Rys.3. Sieć dwuwarstwowa o *i* neuronach w warstwie ukrytej z pojedynczym neuronem w warstwie wyjściowej.

Równanie to ma postać równania regresji, w którym A jest zmienną zależną, p_j -zmiennymi niezależnymi, F i f - funkcjami, zaś w_{ij} , w_{2i} , b_i oraz B_2 są parametrami stałymi zwanymi wagami i progami. Proces, w którym parametry te są wyznaczane w technice sieci neuronowych nazywamy uczeniem lub ćwiczeniem sieci.

Druga warstwa neuronów może składać się z kilku neuronów. Stosuje się również trzy i więcej warstw. Niektórzy autorzy [7, 8, 11] oznaczają liczbę warstw sieci w inny sposób (o jedną więcej), przyjmując liczbę wejść (węzłów) jako pierwszą warstwę sieci. Na przykład w publikacji [4] konfigurację sieci przyjętej jako trzywarstwowa podaje się skrótowo 341sl, co oznacza 3 sygnały wejściowe, 4 neurony w warstwie drugiej z funkcją przetwarzania sigmoidalną oraz pojedynczy neuron z liniową funkcją przetwarzania w warstwie wyjściowej. W tej pracy stosujemy nazwę warstwa do elementów, które zawierają współczynniki wagowe w zgodnie z definicją warstwy podaną w publikacjach [1,12].

W zastosowaniu do wielowymiarowych metod wzorcowania najczęściej stosuje się dwie warstwy neuronów. Liczba neuronów w warstwie wyjściowej zależy od liczby parametrów, które chcemy wyznaczać ze zbioru danych do wzorcowania. Liczbę neuronów w warstwie pierwszej zwanej ukrytą podobnie jak rodzaj funkcji przetwarzania należy dobierać. Najczęściej stosowanymi funkcjami przetwarzania są [1]: funkcja skoku jednostkowego (perceprtony), funkcja sigmoidalna, funkcja tangens hiperboliczny oraz funkcja liniowa.

Reguły uczenia stosowane w procedurach wzorcowania z użyciem sieci neuronowych są różnymi odmianami techniki wstecznej propagacji błędów (BP) [13]. Powalają one na stopniową zmianę wag i progów w procesie uczenia, tak aby zminimalizować różnicę między wielkością obliczoną A a rzeczywistym sygnałem y, który chcemy uzyskać w wyniku wzorcowania. W najprostszym przypadku dla sieci jednowarstwowej zmiany wag i progów w zwykłym BP są obliczane według wzorów:

$$\Delta w_{ij} = \eta (y_i - a_i) p_j , \qquad \Delta b_i = \eta (y_i - a_i), \qquad (4)$$

gdzie η jest współczynnikiem, od którego zależy szybkość dochodzenia do właściwych wyników w procesie uczenia sieci, dlatego zwykle nazywa się ten współczynnik szybkością uczenia. Wielkość ta często ma wartość zmieniającą się (adaptive learning rate) w zależności od tego czy błąd w następnym kroku uczenia jest większy od poprzedniego czy też mniejszy. Drugim powszechnie stosowanym sposobem zwiększania szybkości uczenia sieci jest wprowadzenie do formuły zwykłego BP dodatkowego składnika zwanego "momentum". Wówczas zmiana wag wyraża się równaniem:

$$\left(\Delta w_{ij}\right)_{nowe} = m \left(\Delta w_{ij}\right)_{stare} + (1-m)\eta (y_i - a_i)p_j .$$
⁽⁵⁾

Parametrem, do minimalizacji którego zmierza proces uczenia, jest suma kwadratów odchyleń SSE (sum square error) [1,4,7] wyrażana równaniem:

$$SSE = \sum_{n} \sum_{m} (y_{zodane} - a_{obliczone})^2, \qquad (6)$$

gdzie: m - ilość wyjść sieci (liczba neuronów wyjściowych), n - liczba próbek użytych do skalowania.

Wielkość ta pozwala również przedstawić przebieg procesu uczenia w funkcji liczby cykli uczących. Niektóre publikacje [8] preferują parametr zwany dopasowaniem, który jest odwrotnością SSE.

Reguły uczenia z zastosowaniem techniki wstecznej propagacji błędów BP można stosować do sieci wielowarstwowych z co najnmiej jedną warstwą o nieliniowej różniczkowalnej funkcji przetwarzania.

3. ARCHITEKTURA STOSOWANEJ SIECI NEURONOWEJ

Wzorcowanie radiometrycznej aparatury przemysłowej polega na wyznaczeniu zależności pomiędzy macierzą danych **P**, stanowiącą np. zbiór Q widm promieniowania X lub gamma zarejestrowanych w R kanałach, a wektorem **T**, zawierającym wartości mierzonej wielkości odpowiadające poszczególnym kolumnom (widmom) macierzy **P**. Do obliczeń wykorzystywano program MATLAB'a z przybornikiem Neural Network Toolbox [14] umożliwiający symulowanie sieci neuronowych o różnych architekturach. Stosuje się tu również uproszczony schemat sieci neuronowej, którego blokami są parametry równania (3) jako macierze. Dla przykładu sieć złożoną z dwóch warstw przedstawiono na rys.4.



Rys.4. Uproszczony schemat dwuwarstwowej sieci neuronowej (wg MATLAB'a).

Parametrami omawianej sieci są:

- **P** wektor danych wejściowych o rozmiarach R x 1;
- W1-macierz wag pierwszej warstwy o S1 neuronach. Wymiary macierzy S1 x R;
- B1 wektor progów warstwy pierwszej, wymiar S1 x 1;
- A1 wektor sygnałów wyjściowych warstwy pierwszej, wymiar S1 x 1;
- S2 liczba neuronów warstwy drugiej;
- W2 macierz wag warstwy drugiej, wymiary S2 x S1;
- B2 wektor progów warstwy drugiej, wymiar S2 x 1;
- A2 wektor sygnałów wyjściowych o wymiarach S2 x 1;
- F1,F2 funkcje przetwarzania warstwy pierwszej i drugiej.

Wielkościami znanymi, które nie podlegały zmianom były: liczba wejść R zależna od liczby zmiennych podawanych na wejście oraz liczba neuronów S2 na wyjściu sieci odpowiadająca liczbie oznaczanych zmiennych y.

Parametry początkowe sieci w oraz b zadawano sposobem losowym z przedziału (-1,+1). Jako funkcję przetwarzania warstwy ukrytej (pierwsza warstwa neuronów) stosowano funkcję sigmoidalną lub tangens hiperboliczny, zaś na wyjściu funkcję liniową. Ćwiczenie sieci polegające na podaniu zestawu danych wejściowych p_j oraz pożądanej odpowiedzi przepro-

wadzano seriami stosując cały zestaw Q wyników w postaci macierzy sygnałów wejściowych P o wymiarach R x Q (R - ilość zmiennych *j*, Q - liczba próbek) oraz wektor oczekiwawanych sygnałów wyjściowych T o wymiarach S2 x Q (S2 - liczba zmiennych y). Taki zestaw parametrów P i T nazywany jest w literaturze [14] ciągiem uczącym, a pojedyncza prezentacja tego zestawu sieci - jednym cyklem uczącym. Ćwiczenie sieci prowadzono do momentu uzyskania zadanego błędu SSE lub do osiągnięcia zadanej liczby prezentacji cykli uczących P, T. Schemat sieci, której na wejściu podaje się macierz P oraz wymiary macierzy opisujących poszczególne bloki przedstawiono na rys.5.



Rys.5. Schemat dwuwarstwowej sieci neuronowej stosowanej w pracy z opisanymi symbolami parametrów sieci (w postaci macierzy i ich wymiarów).

W ramach badań dobierano liczbę neuronów S1 warstwy pierwszej oraz stosowano różne programy uczenia ze wsteczną propagacją błędów BP. Wartości początkowe elementów macierzy **P** były normalizowane tak, aby zakres ich zmienności zawierał się w przedziale od 0 do 1. Sygnały wyjściowe traktowano podobnie z tym, że wartości wyjściowe mogły mieścić się w granicach do 10.

Badaniom poddano trzy zestawy pomiarowe.

4. FADANIE SIECI

4.1. Pomiar zawartości siarki w benzenie

Widma promieniowania wstecznego próbek pomiarowych przedstawiono na rys.6. Z wykresów widać, że informacja o stężeniu siarki zawarta jest zarówno w pierwszym piku promieniowania fluorescencyjnego siarki, jak i w piku rozproszenia. Widma ośmiu próbek posłużyły do ćwiczenia sieci dwuwarstwowej z pojedynczym neuronem o liniowej funkcji przetwarzania na wyjściu. Ciag uczący zawierał wektor T sygnałów wyjściowych, do których w procesie uczenia powinien zmierzać wektor A2, a różnica między T i A2 stanowiła sygnał do zmiany wag i progów sieci. Stosowano program uczący BP (backpropagation) w trzech wersjach [14]: prostej o nazwie NNBP, z momentum NNBPM oraz ze zmienną szybkością uczenia i momentum NNBPX. Parametry wstępne W1, B1, W2 i B2 zostały zadane sieci systemem losowym ze zbioru w przedziale (-1,+1).

W wyniku ćwiczeń metodą NNBP nie uzyskano zadawalających rezultatów ani dla 2 ani dla 4 neuronów w warstwie pierwszej, często otrzymując rozbieżność A2 i T. Stosując przyspieszone programy uczące osiągnięto zbieżność lecz duży błąd, pomimo zastosowania cykli uczących powyżej 5000 razy. Dobre wyniki uzyskano zmieniając sygnały wejściowe na tzw. wartości skalowane. Uzyskano to poprzez podział liczby zliczeń w poszczególnych kanałach przez odchylenie standardowe zliczeń we wszystkich kanałach danej próbki. Dla takiego zestawu sygnałów P przy 4 neuronach na wejściu osiągnięto sumę kwadratów błędów całego zestawu równą SSE = 0,05 stosując program NNBP i funkcję przetwarzania F1 tangens hiperboliczny. Oznacza to, że błąd oszacowania RMSE wyniósł 0,085%S (dla zakresu stężeń próbek od 0 do 3%S), gdzie:

$$RMSE = \sqrt{SSE/(n-1)}.$$
 (7)

Z programem NNBPM osiągnięto błąd RMSE = 0,05%S po podaniu cykli uczących poniżej 1000 razy. Dużo gorsze wyniki uzyskano stosując funkcję sigmoidalną w pierwszej warstwie.

4.2. Pomiar stężenia cyny i ołowiu w kąpielach galwanicznych do nakładania powłok Sn-Pb na płytkach obwodów drukowanych

Do ćwiczenia sieci użyto zestaw widm (po 91 kanałów każde) promieniowania wstecznego 14 próbek kapieli o stężeniach zmieniających się dla cyny od 10 do 25g/l, a dla ołowiu od 6 do 15g/l. Wykresy widm rys.7 pokazują, że prosta zależność wysokości piku promieniowania fluorescencyjnego danego pierwiastka od jego stężenia w próbce nie istnieje. Ćwiczono sieć złożoną z 4 neuronów w 1 warstwie z funkcją przetwarzania tangens hiperboliczny. Prowadzono uczenie przyjmując jedną zmienną niezależną S2 = 1, najpierw zawartość cyny, później ołowiu, a następnie ćwicząc sieć z dwoma liniowymi neuronami w warstwie wyjściowej S2 = 2 podając wówczas macierz T o wymiarach 2 x 14. W wyniku osiągano docelowo błąd RMSE=0,62g/lSn (SSE=0,05) przy różnej liczbie cykli uczących zależnie od zastosowanych programów oraz zdecydowanie większej liczbie cykli przy oznaczaniu dwóch parametrów jednocześnie. Zwiększenie liczby neuronów powyżej 4 niewiele przyspiesza proces uczenia.

W drugiej części zastosowano parametry początkowe W1 uzyskane jako współczynniki regresji z zastosowania modelu PLS dla jednej zmiennej (dla cyny). Pozostałe wielkości parametrów początkowych sieci zostały zadane systemem losowym jak wyżej. Zastosowano 3 neurony i dane z PLS dla a = 3. Liczba cykli uczących, po której osiągnięto zadany błąd 0,02 (RMSE=0,4g/lSn) była 5000 razy przy zastosowaniu prostego programu NNBP,

12



Rys.6. Wykresy widma promieniowania wstęcznego próbek siarki w benzenie.



Rys.7. Widma promieniowania wstecznego próbek kapieli galwanicznych Sn-Pb.



Rys.8. Wykres wielkości parametrów W1 dla dwóch neuronów w funkcji numeru wejścia *j* (numer kanału widma) po zakończeniu procesu uczenia sieci.



Rys.9. Przebieg procesu uczenia sieci w funkcji liczby cykli uczących.

natomiast z przyspieszonymi regułami uczenia zadany błąd osiągano prędzej. Sposób zmiany wag można było prześledzić ponieważ dobór W1 nie był przypadkowy. Oglądając wykresy stwierdzono, że W1 trzeciego neuronu jest bardzo przypadkowy (z punktu widzenia fizyki zjawiska). Dobre wyniki osiągnięto stosując 2 neurony i parametry poczatkowe z PLS dla a = 2. Wykres przebiegu W1 po zakończeniu ćwiczenia przedstawia rys.8. Przebieg procesu uczenia tzn. zmian szybkości uczenia i uzyskiwanego błędu w funkcji liczby cykli uczących (epoch) przedstawia rys.9. Porównanie oznaczeń zawartości cyny w próbkach kąpieli uzyskane dla ostatnio opisanego ćwiczenia sieci oraz metodą PLS przedstawia tabela 1.

Próbka	g/l Sn	10	15	20	10	15	20	25
	g/l Pb	6	6	6	10	10	10	10
∆c g/l		1,6	-0,13	-1,9	0,95	-0,55	-0,06	0,68
z PLS	a=3							
∆c g/l		0,3	0,44	-0,92	-0,16	-0,06	-0,2	-0,25

Tabela 1. Odchyłki oznaczeń zawartości cyny w próbkach kąpieli galwanicznych uzyskane metodą PLS oraz ANN.

Próbka	g/l Sn	10	15 15	20 15	25 15	17,5 10	15 8	20 12,5
	g/l Pb	15						
Δc g/l z PLS	a=3	-0,97	-0,2	0,06	1,8	-0,4	-0,57	-0,46
Δc g/l z ANN		-0,85	-0,3	-0,02	0,39	-0,25	0,2	-0,18

4.3. Pomiar grubości i składu powłok stopowych Sn - Pb

Badanie zachowania sieci dwuwarstwowej do oznaczania grubości i składu stopu nakładanego na ścieżkach obwodów drukowanych przeprowadzono na podstawie zestawu 18 próbek o zmieniających się parametrach w zakresie:

- grubość 3 - 10µm (0,3 - 1),

- skład 57 - 69%Sn (0,57 - 0,69...wartości zadane sieci).

Zdjęto widma promieniowania wstecznego tych próbek w 90 kanałach. Z wyników pomiarów utworzono macierz **P**, którą podawano na wejście ćwiczonej sieci. Stosowano sieć z 4 i 8 neuronami w pierwszej warstwie i wszystkie 3 w.w. metody uczenia z BP. Błąd RMSE, poniżej którego nie udało się zejść to 0,4µm dla pomiaru grubości i 3,4%Sn dla składu stopu. Błąd pomiaru grubości jest podobny do błędu z jakim spotkano się badając ten sam zestaw pomiarowy metodą PLS, pomiar składu nieco gorszy. Wyniki te osiągnięto z siecią o 4 neuronach w warstwie ukrytej i funkcją przetwarzania tangens hiperboliczny.

5. WYNIKI

Ćwiczono sieć dwuwarstwową, w której zmieniano liczbę neuronów od 2 do 8. Wyniki ćwiczenia sieci uznano za zadawalające, gdy błędy dla całego zestawu skalującego nie przekraczały wartości błędów uzyskanych metodą PLS. Porównania dotyczyły nie tylko wielkości średniego błędu oszacowania lecz także wykresów A - obliczone jako funkcja T rzeczywiste. Ostateczną ocenę wyboru danego równania regresji (z PLS czy ANN) należałoby przeprowadzić na podstawie wyników pomiarów osobnej grupy próbek nie wykorzystywanych w procesie uczenia sieci.

Stwierdzono, że zastosowanie wstępnych parametrów W1 wziętych z obliczeń PLS powoduje szybsze osiąganie zadawalających rezultatów z ćwiczenia sieci oraz pozwala na obserwację zmian przebiegu W1, czy z punktu widzenia fizyki zjawiska zmiany są w dobrym kierunku.

LITERATURA

- [1]. Bishop C.: Neural network and their aplications. Rev. Sci. Instrum., <u>65</u>, (6), 1803-1832 (1994)
- [2]. Jansson P.: Neural Networks: An Overview. Anal. Chem., <u>63</u>, 6, 357A-352A (1991)
- [3]. Smits J., Melssen W., Buydens L., Kateman G.: Using artificial neural networks for solving chemical problems. Part 1. Multi-layer feed forward networks. Chem. and Intelligent Labor. System, <u>22</u>, 165-189 (1994)
- [4]. Blank T., Brown S.: Nonlinear multivariate mapping of chemical data using feed forward neural networks. Anal. Chem., <u>65</u>, 3081-3089 (1993)
- [5]. NaesT., Kvaal K., Isaksson T., Miller C.: Artificial neural networks in multivariate calibration. J. Near Infrared Spectrosc., <u>1</u>, 1-11 (1993)
- [6]. Gemperline P., Long J., Gregoriou V.: Nonlinear multivariate calibration using principal components regression and artificial neural networks. Anal. Chem., <u>63</u>, 2313-2323 (1991)
- [7]. Borggaard C., Thodberg H.: Optimal minimal neural interpretation of spectra. Anal. Chem., <u>64</u>, 545-551 (1992)
- [8]. Bos M., Weber H.: Comparison of the training neural neworks for quantitative X-ray fluorescence spectrometry by genetic algorithm and backward error propagation. Anal. Chim. Acta, <u>247</u>, 97-105 (1991)
- [9]. Bos A., Bos M., van der Linden W.: Artificial neural networks as a multivariate calibration tool: modeling the Fe-Cr-Ni system in X-ray fluorescence spectroscopy. Anal. Chim. Acta, <u>277</u>, 289-295 (1993)
- [10]. Kierzek J., Kierzek A., Małożewska B.: Neural networks based calibration in X-ray fluorescence analysis of polymetallic ores. Nukleonika, <u>40</u>, 3, 133-140 (1995)
- [11]. Bro R.: Algorithm for finding an interpretable simple neural network solution using PLS. Journal of Chem., 9, 423-430 (1995)
- [12]. Hertz J., Krogh A., Palmer R.: Wstęp do teorii obliczeń neuronowych. Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa 1995, 373s.
- [13]. Tadeusiewicz R.: Sieci neuronowe. Akad. Oficyna Wyd., Warszawa 1993, 195s.
- [14]. Demuth H., Beale M.: Neural Network Toolbox. The Math Works Inc., U.S., 1993, 190s.