



PAUL SCHERRER INSTITUT



PSI Bericht Nr. 97-03

Mai 1997

ISSN 1019-0643

Kern- und Teilchenphysik — Theorie

Au-delà du Modèle Standard

Frank Cuypers

Paul Scherrer Institut
CH - 5232 Villigen PSI
Telefon 056 310 21 11
Telefax 056 310 21 99

Au-delà du Modèle Standard

Frank Cuypers

Beyond the Standard Model

Frank Cuypers

`cuypers@psi.ch`

Paul Scherrer Institute, CH-5232 Villigen PSI, Switzerland

These lecture notes are intended as a pedagogical introduction to several popular extensions of the standard model of strong and electroweak interactions. The topics include the Higgs sector, the left-right symmetric model, grand unification and supersymmetry. Phenomenological consequences and search procedures are emphasized.

Au-delà du Modèle Standard

Frank Cuypers

cuypers@psi.ch

Institut Paul Scherrer, CH-5232 Villigen PSI, Suisse

Ces notes de cours visent à décrire de manière pédagogique certaines extensions populaires du modèle standard des interactions fortes et électrofaibles. Les sujets abordés comprennent le secteur de Higgs, le modèle symétrique gauche-droit, la grande unification et la supersymétrie. L'accent est mis sur les conséquences phénoménologiques et les méthodes d'investigation.

Préface

Ce fascicule est inspiré des thèmes abordés lors d'un cours du troisième cycle donné à Nantes du 21 au 25 avril 1997. Il s'adresse à des chercheurs en formation doctorale ou au-delà, qui ont au préalable eu l'occasion de se familiariser avec le modèle standard des interactions fortes et électrofaibles, et qui sont intéressés par l'étude de ses extensions. La connaissance des techniques perturbatives de la théorie quantique des champs, c'est-à-dire en particulier le calcul de diagrammes de Feynman, est un prérequis utile.

Le cours peut être lu à trois niveaux différents, caractérisés par trois écritures différentes:

- Le texte principal est écrit en caractères à sérifs de taille normale.
- Certains commentaires, bien que je les estime très intéressants, ne sont pas nécessaires à la compréhension du reste du texte et peuvent être omis en première lecture. Ces commentaires sont écrits en caractères à sérifs de plus petite taille.
- Certaines parties plus techniques peuvent être considérées comme des exercices. Leur lecture est particulièrement recommandée à ceux qui sont intéressés à effectuer de la recherche dans le domaine de la phénoménologie des particules élémentaires. Ces calculs sont écrits en caractères sans sérifs de taille normale.

Un certain nombre de références sont citées au fil du texte. Elles sont divisées en deux classes:

- Les ouvrages de références à caractère pédagogique ou de compilation. Leur lecture est recommandée à ceux qui sont intéressés de manière générale par la physique des hautes énergies. Ces références sont écrites en caractères gras, comme par exemple [1].
- Les articles dont la lecture ne s'impose absolument pas, surtout en première lecture! Je ne les mentionne que pour rendre justice à mes sources et pour

permettre à ceux qui désireraient en savoir plus sur un sujet bien particulier de satisfaire leur curiosité. Ces références sont écrites en caractères normaux, comme par exemple [2].

Je remercie vivement Jan Govaerts et Milan Locher pour leurs nombreuses remarques et suggestions quant au contenu de ce texte, ainsi que pour leur méticuleux dépistage de mes innombrables fautes d'ortographe.

Une copie de ce texte peut être obtenue en format Postscript à l'adresse WWW <http://www.hep.psi.ch/cuyper/bsm.ps> et tous commentaires, suggestions ou corrections envoyées à l'adresse email cuyper@psi.ch seront fort appréciés.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Le modèle standard	3
3	Le chaînon manquant: le boson de Higgs	7
3.1	Les désintégrations du Higgs	8
3.1.1	Le Higgs léger	10
3.1.2	Le Higgs lourd	12
3.2	Production du Higgs	14
3.2.1	Collisions hadroniques	15
3.2.2	Collisions électrons-positrons	17
3.3	Extensions du secteur de Higgs	20
3.3.1	Contraintes	20
3.3.2	Le modèle à deux doublets de Higgs	23
4	Le modèle symétrique gauche-droite	25
4.1	La symétrie de jauge et sa brisure spontanée	26
4.2	Les fermions	29
4.2.1	Les neutrinos de Majorana	30
4.2.2	Les couplages des fermions	32

4.3	La physique du Z'	34
4.3.1	Autres modèles de Z'	35
4.3.2	Collisions hadroniques	36
4.3.3	Collisions électrons-positrons	42
5	La grande unification	49
5.1	Remarques générales	50
5.1.1	Quantification de la charge électromagnétique	50
5.1.2	Unification des constantes de couplage	51
5.1.3	La désintégration du proton	54
5.1.4	Le problème de la hiérarchie	55
5.2	$SU(5)$	58
5.2.1	Les bosons de jauge	59
5.2.2	Les fermions	60
5.2.3	Les bosons de Higgs	62
6	La supersymétrie	67
6.1	Le modèle de Wess-Zumino	68
6.1.1	Les transformations de Poincaré	68
6.1.2	Les transformations supersymétriques	69
6.1.3	L'algèbre supersymétrique	70
6.1.4	La renormalisation des masses scalaires	73
6.2	Le modèle standard supersymétrique minimal	75
6.2.1	La faune supersymétrique	77
6.2.2	La phénoménologie supersymétrique	79
	La masse du Higgs léger	79
	La parité R et le LSP	80

TABLE DES MATIÈRES

ix

6.3	La grande unification supersymétrique	82
6.3.1	L'unification des couplages	82
6.3.2	La brisure radiative de la symétrie électrofaible	83
7	Ce dont je n'ai pas traité	85
7.1	La compositivité	86
7.2	La technicouleur	86
7.3	La théorie des cordes	87
	Bibliographie	89

Liste des figures

3.1	Diagrammes de Feynman à l'ordre le plus bas responsables de la désintégration du boson de Higgs en une paire de fermions, de bosons intermédiaires et de gluons ou photons. Il existe encore d'autres diagrammes du même ordre pour la production de photons.	8
3.2	Largeur de désintégration du Higgs et ses principaux rapports de branchement en fonction de sa masse.	9
3.3	Diagrammes de Feynman décrivant la production de bosons de Higgs par fusion de gluons et par fusion de W dans des collisions pp ou $p\bar{p}$	16
3.4	Diagrammes de Feynman décrivant la production de bosons de Higgs par Higgsstrahlung et par fusion de W dans des collisions e^+e^-	17
3.5	Sections efficaces de production de bosons de Higgs au FLC par Higgsstrahlung (ZH), et par fusion de W ($H\nu\nu$) et par fusion de Z (Hee). Cette figure est adaptée de la référence [6].	17
3.6	Quelques unes des topologies possibles pour des événements où un boson de Higgs a été produit au FLC. Cette figure est adaptée de la référence [6].	18
3.7	Distribution de la masse invariante des jets issus de la production par Higgsstrahlung d'un boson de Higgs de 110 GeV, et de sa désintégration en une paire de quarks b . La surface grise correspond aux bruits de fond et l'aire transparente au signal dû au Higgs. Les cas (a) et (b) correspondent respectivement aux analyses en l'absence et en présence de b -tagging. Cette figure est adaptée de la référence [6].	19
3.8	Luminosité nécessaire au FLC pour la découverte du boson de Higgs, en fonction de la masse de ce dernier. Cette figure est adaptée de la référence [6].	20

4.1	Valeurs typiques admissibles pour un éventuel angle de mélange ZZ' (Θ_M) et la masse du boson de jauge neutre lourd (M_2). Cette figure est adaptée de la référence [8].	27
4.2	Diagramme de Feynman responsable de la double désintégration β sans neutrino.	32
4.3	Valeurs des couplages vectoriels et axiaux des leptons chargés aux Z' prédits par les modèles mentionnés dans la Table 4.1.	36
4.4	Valeurs maximales observables des masses de Z' prédits par différents modèles populaires. Cette figure est adaptée de la référence [6].	38
4.5	Diagramme de Feynman responsable à l'ordre le plus bas de la production et de la désintégration d'un Z' dans les collisions pp ou $p\bar{p}$	39
4.6	Diagramme de Feynman responsable à l'ordre le plus bas de la production de paires de muons dans les collisions e^+e^-	42
4.7	Valeurs des couplages réduits (4.42) permettant d'exclure le modèle standard au FLC à 95% de niveau de confiance en observant le nombre total d'évènements ($\sigma_t = N$) et l'asymétrie avant-arrière ($A_{FB} = A$). Cette figure est adaptée de la référence [10].	47
5.1	Diagrammes de Feynman décrivant la désintégration du proton dans le cadre de la grande unification $SU(5)$. L'état initial est un proton formé (en première approximation) de deux quarks u et d'un quark d . L'état final consiste en un positron et un méson neutre.	55
5.2	Diagrammes de Feynman typiques intervenant dans l'énergie propre d'un scalaire.	56
6.1	Diagrammes de Feynman à l'ordre le plus bas intervenant dans l'énergie propre du scalaire A . Les deux premiers diagrammes divergent logarithmiquement et les trois derniers diagrammes divergent quadratiquement.	74
6.2	Diagrammes de Feynman décrivant des typiques mécanismes de productions de particules supersymétriques au LHC (fusion quark-gluon) et au FLC (annihilation électron-positron).	81

- 6.3 Évolution des couplages $SU(3)_c$, $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ en fonction de l'énergie à partir des données expérimentales à la masse du Z^0 . La figure (a) correspond au cas où seules les particules connues du modèle standard peuplent les régions d'énergies en-deçà du désert. La figure (b) suppose en outre une population supersymétrique aux environs de 1 TeV. Ces figures sont adaptées de la référence [18]. 83
- 6.4 Évolution des masses de divers scalaires en fonction de l'énergie. L'ordonnée représente le rapport des carrés des masses des scalaires aux carrés des masses de leurs partenaires fermioniques. Cette figure est adaptée de la référence [18]. 84

Liste des tableaux

2.1	Spectre des particules du modèle standard. L'hypercharge Y est définie de manière à ce que la charge électromagnétique Q soit donnée par la relation $Q = T^3 + Y$	6
4.1	Valeurs des couplages vectoriels et axiaux des leptons chargés aux Z' prédits par différents modèles populaires.	37
5.1	Quelques représentations irréductibles du groupe $SU(5)$ et leur décompositions en représentations du groupe $SU(3) \otimes SU(2)$	59
6.1	Spectre des états propres de jauge du modèle standard et de leurs partenaires supersymétriques.	78

Chapitre 1

Introduction

Si l'on veut aujourd'hui formuler une théorie des particules élémentaires et de leurs interactions, aucun chemin ne passe plus à côtés du modèle standard des interactions fortes et électrofaibles. En dépit de ses défauts de principe, le modèle standard prédit de manière si précise la foule immense de données expérimentales que nous avons jusqu'à présent obtenues, qu'il ne fait plus aucun doute qu'il constitue la description adéquate des phénomènes ayant lieu jusqu'à une échelle d'énergies de l'ordre de quelques centaines de GeV.

De ce succès fantastique du modèle standard a résulté la triste situation dans laquelle se trouve la physique de particules: depuis voilà vingt ans, aucune nouvelle découverte n'est venu révolutionner l'image que nous nous faisons du monde microscopique. Les découvertes des bosons intermédiaires W^\pm , Z^0 et du quark t , ne sont d'un point de vue épistémologique que des anecdotes, puisque l'existence de ces particules avait été prédite bien auparavant. Depuis la découverte du quark b , aucune expérience n'est parvenue à mettre en évidence un phénomène imprévu!

Nous vivons en ce moment une époque malsaine de la physique des particules, où la théorie est en avance sur l'expérience, où les prédictions du modèle standard dictent la marche à suivre. Ceci n'est pas sans rappeler la situation de la fin du siècle passé, avant la découverte de la radioactivité (Becquerel en 1896) et de l'électron (Thomson en 1897). À cette époque beaucoup considéraient déjà la physique comme une science en déclin: tout avait été découvert et il ne suffisait plus que de "boucher les trous". On se souviendra qu'il fut conseillé à Max Planck de ne pas entamer des études de physique pour cette raison!...

Un siècle plus tard, les conditions aux limites sont analogues, mais la réaction de la communauté scientifique est radicalement opposée. Plus personne ne songerait à affirmer aujourd'hui que notre description actuelle des phénomènes physiques constitue une explication complète de la réalité. Bien au contraire, l'absence de guide expérimental a permis et provoqué un impressionnant foisonnement de conjectures décrivant l'univers des distances inférieures à l'atto-mètre ($1 \text{ am} = 10^{-18} \text{ m}$). Tous

ces modèles sont basés sur le modèle standard, tout comme la relativité générale est basée sur la gravitation de Newton, mais au-delà d'une énergie d'environ 100 GeV leurs prédictions divergent du tout au tout.

Le but de ce cours est de donner au lecteur une base de travail pour l'étude de quelques unes des nombreuses théories *au-delà du modèle standard*. Le choix des sujets abordés est bien sûr avant tout dicté par mon goût personnel. Mais il y a aussi une certaine logique à la base. Je commencerai par une description relativement détaillée des propriétés du boson de Higgs du modèle standard et montrerai qu'il est difficile de modifier radicalement ce secteur. J'examinerai ensuite le modèle symétrique gauche-droite qui élargit de manière très naturelle et élégante la symétrie de jauge du modèle standard, tout en évitant les écueils du secteur de Higgs. La lacune principale de ce modèle est de n'être pas unifié, le sujet du chapitre suivant qui traite des théories de grande unification. Ayant montré que ces dernières souffrent de manière endémique d'un problème majeur, dit de *hiérarchie*, j'indiquerai finalement comment la supersymétrie peut palier à ce défaut. Finalement, je compilerai une petite liste (bien incomplète) d'autres théories et modèles populaires, sans toutefois entrer dans les détails.

Les deux principaux outils d'expérimentation qui nous permettront de falsifier la plupart de ces extensions du modèle standard, voire d'en sélectionner une, verront le jour au début du siècle prochain. Il s'agit du collisionneur hadronique LHC du CERN et du collisionneur linéaire de leptons projeté aux États-Unis (NLC), au Japon (JLC) et en Europe (TESLA). Alors que le LHC est d'ores et déjà en construction, aucun des projets de collisionneur linéaire n'a jusqu'à présent été approuvé par les instances politiques. Il y a peu de doutes, toutefois, qu'au moins un d'entre eux sera concrétisé sous peu, probablement dans le cadre d'une coopération intercontinentale. J'appellerai cette machine le FLC, pour *Future Linear Collider*.

Il existe d'autres projets très intéressants, tel les collisionneurs de muons [2] ou de photons [3], mais leur niveau de maturité est encore beaucoup moins avancé. Je ne les mentionnerai donc qu'en passant.

Chapitre 2

Le modèle standard des interactions fortes et électrofaibles

Je suppose que les lignes générales du modèle standard vous sont familières. Toutefois, surtout afin de définir mes notations, je résume dans la table 2.1 un petit bréviaire de sa faune. Je conseille vivement à ceux qui seraient intéressés à effectuer de la recherche dans la phénoménologie du modèle standard et de ses extensions, de se familiariser avec les propriétés de ces particules en jetant un (voire de nombreux!) coup d'œil dans une des compilation bisannuelles du Particle Data Group [1]

Je n'ai pas indiqué dans la table 2.1 la triplication des générations de fermions, car mise-à-part la légère différence entre les états propres de jauge et les états propres de masse des quarks, paramétrisée en terme de la matrice Cabbibo-Kobayashi-Maskawa, il s'agit-là d'un clonage trivial. Dans le cadre de ce cours d'introduction j'ignorerai le mélange qui en résulte et traiterai les états propres de jauge des fermions comme des états propres de masse.

Cette approximation ne se justifie évidemment pas lorsqu'on traite des bosons de jauge eux-mêmes. Leur mélange est spécifié par l'angle de mélange électrofaible et j'écrirai leurs états propres de jauge en fonction de leurs états propres de masse de la manière suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (W^+ + W^-) \\ W_2 = \frac{1}{i\sqrt{2}} (W^+ - W^-) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} B = \cos \theta_w A - \sin \theta_w Z \\ W_3 = \sin \theta_w A + \cos \theta_w Z \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Les constantes de couplage g , g' et e des symétries $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ et électromagnétique sont reliées par les égalités

$$g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w = e \quad (2.2)$$

et je définis la normalisation de l'hypercharge Y de manière à ce que la charge électromagnétique soit donnée par $Q = T^3 + Y$, où T^3 est la projection d'isospin.

Les masses des vecteurs de jauge sont liées par la relation

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_w} = 1 \quad (2.3)$$

Bien que le modèle standard domine victorieusement la scène expérimentale depuis près d'un quart de siècle, il n'y a aucun doute qu'il ne constitue qu'une approximation à "basses" énergies d'une réalité plus complexe, plus symétrique, plus belle, qui ne se manifestera qu'à des énergies plus élevées.

En effet, un grand nombre de questions restent encore sans réponses, telles que:

- Quel est le mécanisme qui explique les nombreux ordres de grandeur séparant les masses des trois générations de fermions?
- Pourquoi, d'ailleurs, n'y a-t-il que trois générations? Ou bien y en aurait-il plus?
- Quelle est la raison pour laquelle le potentiel de Higgs acquiert sa singulière forme de *sombrero*?
- Pourquoi y a-t-il trois constantes de couplage indépendantes (g , g' et g_s)? N'oublions pas que la théorie électrofaible n'est pas le moins du monde une théorie unifiée!
- Et même si l'on unifie les interactions électrofaibles et fortes, nous verrons plus loin que cette unification ne peut s'effectuer qu'à une échelle d'énergies immensément plus élevée ($\sim 10^{15}$ GeV) que celle de la brisure spontanée de symétrie électrofaible ($\sim 10^2$ GeV)! Quel mécanisme physique est à l'origine de cette hiérarchie ahurissante?
- Finalement, nous ne disposons même pas d'une théorie quantique de la gravitation. Quelles que soient donc nos élucubrations les plus brillantes, elles deviendront fatalement caduques à l'échelle de la masse de Planck ($\sim 10^{19}$

GeV). À cette échelle, la vision que nous avons de la structure de notre espace-temps devra probablement être modifiée de manière dramatique. Peut-être les supercordes apporteront-elles un jour une description satisfaisante. Mais cela est déjà une toute autre histoire. . .

Il existe un grand nombre de théories qui tentent tant bien que mal de résoudre ces énigmes. Certaines de ces théories sont plus séduisantes ou populaires que d'autres, mais toutes ont un point en commun: elles contiennent le modèle standard comme théorie effective à basse énergie.

Hélas, comme nous le verrons bientôt, les réponses apportées par ces théories aux questions posées plus haut engendrent à chaque fois de nouvelles questions! Nous sommes encore loin du rêve platonicien d'une théorie unique expliquant le monde, et seuls de nouvelles expériences ont une chance de nous sortir de l'impasse dans laquelle nous a mené le succès du modèle standard.

particules \ nombres quantiques		$SO(1,3)$	$SU(3)_c$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$U(1)_{EM}$
		spin J	couleur	projection d'isospin T^3	hypercharge Q_Y	charge électrique Q_{EM}
boson de Higgs	H	0	1	-1/2	1/2	0
leptons droits	ℓ_R	1/2	1	0	-1	-1
leptons gauches	ν_L			1/2	-1/2	0
	ℓ_L			-1/2	-1	-1
quarks up droits	u_R		3	0	2/3	2/3
quarks down droits	d_R			0	-1/3	-1/3
quarks gauches	u_L			1/2	1/6	2/3
	d_L	-1/2		-1/3	-1/3	
photon	γ	1	1	0	0	0
bosons de jauge électrofaibles	W^+			1	0	1
	Z^0			0	0	0
	W^-		-1	0	-1	
gluons	g		8	0	0	0

Tableau 2.1: Spectre des particules du modèle standard. L'hypercharge Y est définie de manière à ce que la charge électromagnétique Q soit donnée par la relation $Q = T^3 + Y$.

Chapitre 3

Le chaînon manquant: le boson de Higgs

Le boson de Higgs est la véritable clef de voûte du modèle standard¹. C'est en effet grâce au mécanisme de Higgs qu'à la fois les fermions et les bosons de jauge électro-faibles acquièrent leur masses, tout en préservant la renormalisabilité de la théorie. Il reste néanmoins que jusqu'à présent aucune expérience n'a pu mettre en évidence le moindre indice convaincant quant à son existence. Il n'est donc pas étonnant que la découverte du boson de Higgs est l'un des buts majeurs de toutes les expériences prévues prochainement en physique des hautes énergies.

Bien sûr, pour beaucoup de nos collègues, le boson Higgs fait partie intégrale du modèle standard et ne devrait donc pas faire l'objet d'un cours consacré à la physique *au-delà du modèle standard*. Mais comme il s'agit-là d'un sujet si fondamental, je décris dans les pages qui suivent quelques propriétés importantes du boson de Higgs ainsi que les principales stratégies visant à sa découverte. J'examinerai aussi les puissantes contraintes expérimentales auxquelles doivent satisfaire d'éventuelles extensions du secteur de Higgs.

Pour ceux qui sont intéressés à en savoir plus à ce sujet, je recommande la lecture du *Higgs Hunter's Guide* [4], qui constitue aujourd'hui encore la compilation la plus importante de ce que nous (ne) savons (pas) du Higgs.

¹D'après Sheldon Glashow, c'est aussi son pot de chambre!

3.1 Les désintégrations du Higgs

Les trois mécanismes les plus importants qui mènent à la désintégration du Higgs sont décrits par les diagrammes de Feynman de la figure 3.1. Il s'agit des désintégrations en une paire de fermions, en une paire de bosons de jauge intermédiaires et en une paire de gluons ou photons. Pour la désintégration en deux photons il y a encore d'autres diagrammes impliquant les bosons de jauge W que je n'ai pas représentés, mais qui jouent un rôle crucial.

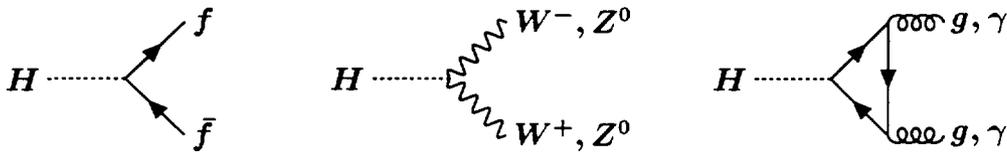


Figure 3.1: Diagrammes de Feynman à l'ordre le plus bas responsables de la désintégration du boson de Higgs en une paire de fermions, de bosons intermédiaires et de gluons ou photons. Il existe encore d'autres diagrammes du même ordre pour la production de photons.

Ces mécanismes de désintégration du Higgs dépendent de manière cruciale de la masse de ce dernier. Il y a trois raisons pour cela:

1. Primo, plus le Higgs est lourd, plus il a de modes permis cinématiquement pour se désintégrer. Ça, c'est évident!
2. Ce qui est moins trivial, c'est que le couplage du Higgs à une autre particule est proportionnel à la masse de celle-ci, et par conséquent le Higgs aura tendance à se désintégrer préférentiellement en des particules lourdes, pour autant que cela lui est permis par conservation de l'énergie.
3. Finalement, et ceci est loin d'être évident, comme les composantes longitudinales des bosons de jauge massifs W^\pm et Z^0 sont en essence les bosons de Goldstone qui constituent les trois composantes du doublet scalaire complexe absorbées par les bosons de jauge dans le mécanisme de Higgs, leur couplage au boson de Higgs physique est proportionnel à la masse de ce dernier et non pas à la masse du boson de jauge.²

²Si cela vous paraît Chinois, peut-être le calcul explicite de la désintégration $H \rightarrow W^+W^-$, que j'effectue plus loin, rendra ce phénomène plus clair.

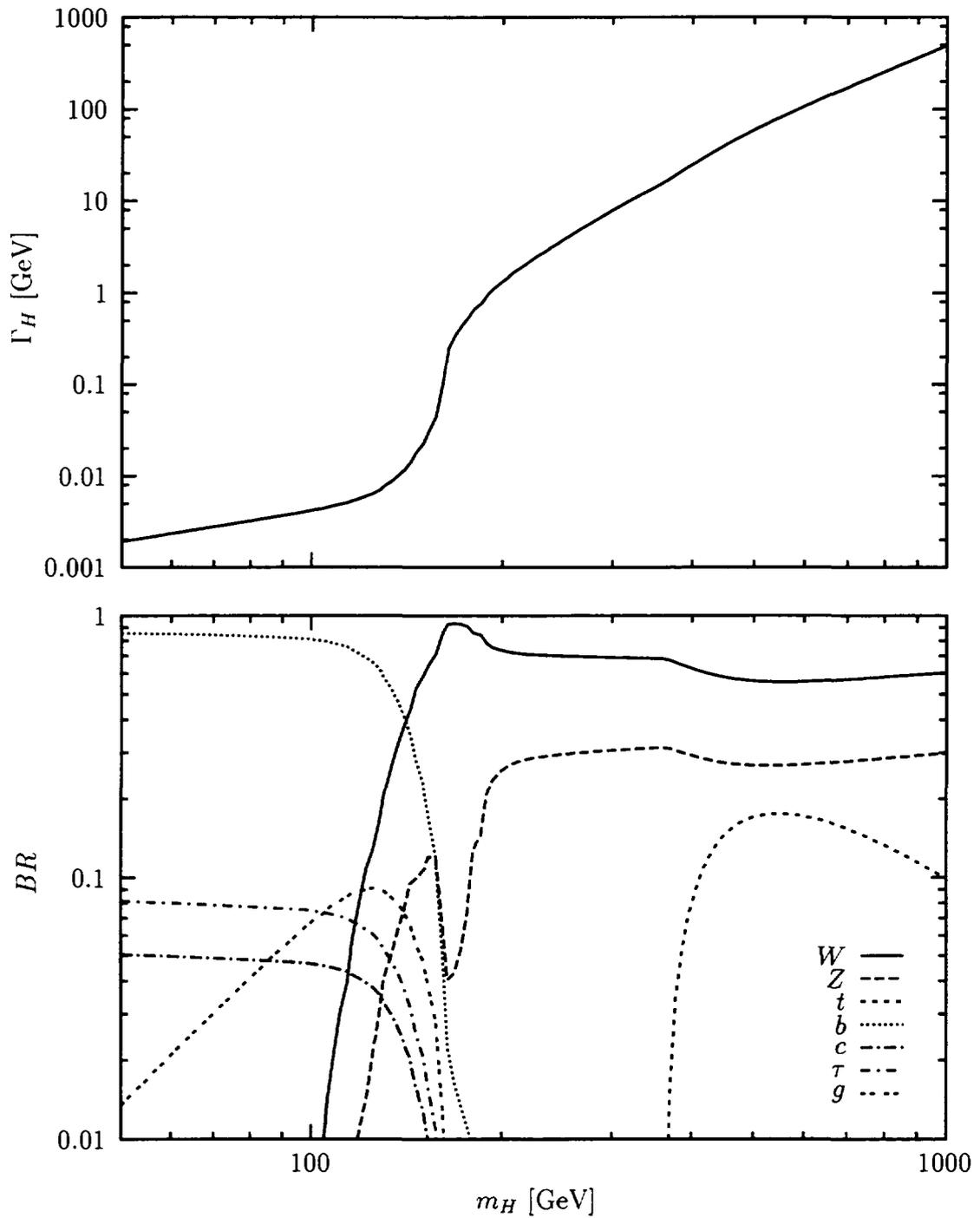


Figure 3.2: Largeur de désintégration du Higgs et ses principaux rapports de branchement en fonction de sa masse.

J'ai représenté la largeur de désintégration du Higgs et ses principaux rapports de branchement dans la figure 3.2 en fonction de la masse du Higgs. Puisque l'existence d'un Higgs de masse inférieure à environ 60 GeV a été préclue par les expériences du LEP, je ne considère donc ici que les masses supérieures à 50 GeV. Examinons brièvement les conséquences de ces prédictions.

On voit clairement que l'on peut séparer le domaine de masses en deux régions distinctes. Un Higgs léger³, d'une masse de moins de 140 GeV, et un Higgs lourd d'une masse excédant ces 140 GeV. Il s'agit-là du seuil au-delà duquel la désintégration en une paire de W devient dominante.

3.1.1 Le Higgs léger

Un Higgs léger se désintègre préférentiellement en une paire de quarks b . Les autres modes de désintégration importants sont ceux en une paire de lepton τ et de quarks c , dont les rapports de branchement ne dépassent pas les 8% et 5%, respectivement.

Calculons plus en détails cet important (et simple!) mécanisme de désintégration en une paire de fermions. En toute généralité, la largeur de désintégration différentielle d'une particule en deux particules a et b est donnée par [5]

$$d\Gamma = \underbrace{|\mathcal{M}|^2}_{\text{dynamique}} \times \underbrace{\frac{1}{2m_H}}_{\text{flux}} \times \underbrace{\frac{d^3p_a}{(2\pi)^3 2E_a} \frac{d^3p_b}{(2\pi)^3 2E_b} (2\pi)^4 \delta^4(p_H - p_a - p_b)}_{\text{espace des phases}} . \quad (3.1)$$

Dans le repère du centre de masse, où $p_H = m_H$, ceci devient:

$$d\Gamma = |\mathcal{M}|^2 \times \frac{1}{2m_H} \times \frac{k_a}{m_H} \frac{d\Omega_a}{16\pi^2} , \quad (3.2)$$

où $k_a = \sqrt{(m_H/2)^2 - m_a^2}$ est le moment cinétique de la particule a .

Comme le Higgs est un scalaire, il se désintègre de manière isotropique dans son repère propre et l'intégration sur l'angle solide du fermion fournit un simple facteur 4π . La largeur partielle est donc

³Pour des raisons historiques, on l'appelle aussi parfois "de masse intermédiaire".

$$\Gamma = \frac{\beta}{16\pi m_H} |\mathcal{M}|^2, \quad (3.3)$$

où β est la vitesse des produits de désintégration (dont je suppose ici qu'ils ont la même masse)

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_a^2}{m_H^2}}. \quad (3.4)$$

Reste maintenant à calculer le carré de la norme de l'élément de matrice $|\mathcal{M}|^2$ pour le cas où a et b sont des quarks b (ou tout autre fermion). En appliquant au premier graphe de la figure 3.1 les règles de Feynman avec les couplages appropriés du Higgs, on obtient pour l'élément de matrice

$$\mathcal{M} = \frac{em_b}{2\sin\theta_w m_W} \bar{u}_b v_{\bar{b}} \quad (3.5)$$

et son hermitien conjugué

$$\mathcal{M}^\dagger = \frac{em_b}{2\sin\theta_w m_W} \bar{v}_{\bar{b}} u_b, \quad (3.6)$$

où e est la charge de l'électron, $\sin\theta_w$ est le sinus de l'angle de mélange électrofaible et m_W et m_b sont les masses du boson W et du quark b . En sommant sur les polarisations de l'état final on obtient pour le carré de la norme de l'élément de matrice

$$|\mathcal{M}|^2 = N_c \left(\frac{em_b}{2\sin\theta_w m_W} \right)^2 \frac{\text{tr}[(p_b + m_b)(p_{\bar{b}} - m_b)]}{4(p_b \cdot p_{\bar{b}} - m_b^2)} = 2(m_H^2 - 4m_b^2), \quad (3.7)$$

où N_c est le nombre de couleurs portées par le quark, c'est-à-dire $N_c = 3$. (S'il s'était agi d'un lepton on aurait bien sûr $N_c = 1$.) Si l'on exprime la charge de l'électron e en fonction de la constante de structure fine $\alpha = e^2/4\pi$, la largeur (3.3) devient

$$\Gamma_{H \rightarrow b\bar{b}} = N_c \frac{\alpha}{8\sin^2\theta_w} \left(\frac{m_b}{m_W} \right)^2 \beta^3 m_H \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{4m_b^2}{m_H^2}}. \quad (3.8)$$

Comme il se doit, cette largeur est bien proportionnelle au carré de la masses du quark.

La désintégration en une paire de gluons est un autre mode particulièrement intéressant. En effet, contrairement aux autres principaux mécanismes, il s'opère au travers d'une boucle, comme celle représentée dans la figure 3.1. C'est le quark t qui domine largement la contribution à cette boucle en raison de sa grande masse, qui gouverne son couplage au Higgs. En fait, dans ce processus il y a une compensation partielle des effets de propagateurs (qui vont dans le sens d'une diminution pour des masses croissantes) et des effets de couplage (qui vont dans le sens contraire): en fin de compte les effets de couplage dominant. Bien que ce mode de désintégration n'ait pas beaucoup d'influence sur la largeur totale du Higgs dans le cadre du modèle standard, ce qui le rend si intéressant est le fait que s'il existe d'autres quarks non observés encore plus lourds que le top, ils se manifesteront à "basse" énergie par ce mécanisme! Il s'agit-là d'un phénomène de *non-découplage*, qui est intimement lié à la brisure spontanée de symétrie.

Quoique très rares, les désintégrations en une paire de photons sont aussi d'une importance majeure. Dans le cadre du modèle standard elles sont *grosso modo* supprimées d'un facteur $(\alpha/\alpha_s)^2 \approx .01$ par rapport aux désintégrations gluoniques. Mais elles sont sensibles à l'existence de toute particule massive⁴ chargée, et non seulement aux particules colorées. Autre aspect important, il existe en général peu de bruit de fond imitant ce signal de désintégration en deux photons de hautes énergies. Nous reviendrons à cette caractéristique au sous-chapitre suivant, quand je traiterai de la détection de Higgs légers dans les collisions hadroniques.

3.1.2 Le Higgs lourd

Déjà en-deçà du seuil de production de W , les désintégrations en bosons de jauge massifs réels (*e.g.* $H \rightarrow W^+W^-$) ou virtuels (*e.g.* $H \rightarrow W^+W^{*-} \rightarrow W^+e^-\nu_e$) dominant entièrement la scène et décroissent dramatiquement la durée de vie du Higgs. Au-delà d'une masse de 200 GeV le Higgs se désintègre deux fois plus souvent en une paire de W qu'en une paire de Z . Le rapport de branchement en une paire de quarks t n'excède jamais les 20%.

Calculons plus en détails l'importante (et simple!) largeur de désintégration en une paire de vecteurs. L'élément de matrice $|\mathcal{M}|^2$ pour le cas où a et b sont des bosons W (ou tout autre vecteur) est obtenu en appliquant au deuxième graphe de la figure 3.1 les règles de Feynman avec les couplages appropriés du Higgs:

$$\mathcal{M} = \frac{em_W}{\sin \theta_w} \varepsilon_{W^+} \cdot \varepsilon_{W^-} . \quad (3.9)$$

⁴Qui, bien sûr, acquiert sa masse par son couplage à ce Higgs en particulier.

Les coordonnées des vecteurs de polarisation transverse (L et R) et longitudinale (l) peuvent être choisies comme suit:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{W^+}(L) &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} & \varepsilon_{W^-}(L) &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \varepsilon_{W^+}(R) &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} & \varepsilon_{W^-}(R) &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \varepsilon_{W^+}(l) &\equiv \frac{1}{m_W} \begin{pmatrix} k_W \\ 0 \\ 0 \\ E_W \end{pmatrix} & \varepsilon_{W^-}(l) &\equiv \frac{1}{m_W} \begin{pmatrix} k_W \\ 0 \\ 0 \\ -E_W \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

où k_W et E_W sont le moment cinétique et l'énergie du W . En sommant sur ces trois polarisations de l'état final on obtient pour le carré de la norme de l'élément de matrice

$$\begin{aligned}
 |\mathcal{M}|^2 &= \left(\frac{em_W}{\sin \theta_w} \right)^2 \times \\
 &\quad \underbrace{\left(|\varepsilon_{W^+}(L) \cdot \varepsilon_{W^-}(L)|^2 + |\varepsilon_{W^+}(R) \cdot \varepsilon_{W^-}(R)|^2 + |\varepsilon_{W^+}(l) \cdot \varepsilon_{W^-}(l)|^2 \right)}_{1^2 + 1^2 + (2E_W^2 - m_W^2)^2/m_W^4} = 3 - \frac{m_H^2}{m_W^2} + \frac{m_H^4}{4m_W^4}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

où j'ai utilisé le fait que dans le repère du centre de masse $E_W = m_H/2$. Si l'on écrit la charge de l'électron e en fonction de la constante de structure fine $\alpha = e^2/4\pi$, la largeur (3.3) devient

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{H \rightarrow W^+ W^-} &= \frac{\alpha}{64 \sin^2 \theta_w} \left(\frac{m_H}{m_W} \right)^2 \beta (3 - 2\beta^2 + 3\beta^4) m_H \\
 \beta &= \sqrt{1 - \frac{4m_W^2}{m_H^2}}.
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Cette largeur n'est pas proportionnelle au carré de la masse du W comme on aurait pu s'y attendre naïvement. Cela est dû à la contribution du vecteur de polarisation longitudinale

$\varepsilon_W(l)$, qui correspond au degré de liberté du Higgs que le W a absorbé pour acquérir sa masse. Comme il s'agit donc en fait d'un Higgs "déguisé", le couplage de cette composante du W au Higgs physique est proportionnelle à la masse du Higgs et non celle du W .

Similairement, en tenant compte du différent vertex HZ^0Z^0 et du facteur $1/2$ pour des particules identiques dans l'état final, on trouve pour la largeur partielle de désintégration du Higgs en une paire de Z

$$\Gamma_{H \rightarrow Z^0 Z^0} = \frac{\alpha}{128 \sin^2 \theta_w} \left(\frac{m_H}{m_W} \right)^2 \beta (3 - 2\beta^2 + 3\beta^4) m_H \quad (3.13)$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_Z^2}{m_H^2}} .$$

Un Higgs très lourd ($m_H \gg m_{W,Z}$) se désintégrera donc deux fois plus souvent en une paire de W qu'en une paire de Z , comme on peut le vérifier sur la figure 3.2.

Au-delà d'une masse de 1.4 TeV on obtient même une largeur du Higgs excédant sa masse $\Gamma_H > m_H$. À ce stade, cela n'a plus beaucoup de sens de traiter ce champ comme une vraie particule. Comme en outre un Higgs aussi lourd aurait des auto-interactions très fortes, nous pénétrons-là un domaine particulièrement spéculatif de la physique du Higgs, où les méthodes perturbatives ne sont plus applicables.

3.2 Production du Higgs

La découverte de bosons de Higgs n'est pas une tâche aisée, en raison du faible couplage du Higgs aux fermions légers, c'est-à-dire les électrons ou les quarks u et d (confinés à l'intérieur du proton) qui constituent les faisceaux de nos accélérateurs. La production de Higgs ne s'effectue donc principalement par l'intermédiaire de particules lourdes, et est donc étouffée en conséquence.

Je me concentre ici uniquement sur les deux types de collisionneurs susceptibles de produire de bosons de Higgs dans l'avenir le plus proche, c'est-à-dire le LHC et le FLC. Comme nous le verrons, ces deux machines sont complémentaires et on peut grossièrement résumer la situation de la manière suivante: le FLC permettra de découvrir un Higgs léger et le LHC permettra de découvrir un Higgs lourd.

Notons néanmoins qu'il existe deux projets d'accélérateurs particulièrement bien adaptés à la production et l'étude de bosons de Higgs: un collisionneur de muon [2] et un collisionneur de

photon [3]. Ces deux types originaux de collisions produiraient des Higgs en grande abondance par les processus inverses de ceux décrits respectivement par le premier et le dernier diagramme de Feynman de la figure 3.1.

Le principe fondamental du collisionneur de muons est bien sûr de tout faire très vite! C'est-à-dire, les produire, les collecter, les refroidir, les accélérer et finalement les collisionner quelques centaines de fois dans un anneau de stockage. Tout un programme! Heureusement, la durée de vie du muon de quelques microsecondes combinée à la dilatation relativiste en fait des Mathusalems aux échelles de temps courrantes d'un accélérateur!

Le collisionneur de photons peut être construit à partir d'un collisionneur linéaire d'électrons, en éclairant les faisceaux d'électrons peu avant leur points d'interaction par un puissant laser. Le rayonnement Compton qui en résulte possède toutes les caractéristiques d'un faisceau de photons très décent. Facile? En fait, il y a beaucoup de problèmes techniques, mais les experts sont d'accord pour affirmer que la réalisation de cette expérience est possible.

3.2.1 Collisions hadroniques

Le principal mécanisme de production de Higgs dans les collisions pp ou $p\bar{p}$ est décrit par le premier graphe de Feynman de la figure 3.3. Il s'agit de la *fusion de gluons* $gg \rightarrow H$, la réaction inverse de la désintégration en une paire de gluons. Comme je l'avais remarqué plus haut, l'effet de la boucle fermionique est amplifié par l'importante masse du top.

Ce n'est qu'en première approximation qu'un proton est formé de deux quarks u et d'un quark d . En fait, outre ces *quarks de valence*, il est aussi formé d'une *mer* infinie de paires de quark anti-quark et de gluons. Une description de cette mer est inaccessible par nos méthodes perturbatives, mais son contenu peut être exploré dans les collisions lepton-proton, comme par exemple à l'anneau HERA du DESY. Il en résulte que les sections efficaces de diffusion hadroniques aux hautes énergies peuvent toujours se calculer à l'aide de la convolution d'une section efficace microscopique calculée en théorie des perturbations et d'une fonction de structure du proton. Cette dernière, qui est mesurée dans les collisions lepton-proton, fournit l'information quant au contenu *partonique* du proton. Par exemple, la section efficace de production d'un Higgs par fusion de gluon au départ d'une collision proton anti-proton $p\bar{p} \rightarrow HX$, où le symbole X représente les fragments qui subsistent du proton et de l'anti-proton, est donnée par

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow HX) = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f_p^g(x_1) f_{\bar{p}}^g(x_2) \sigma(gg \rightarrow H), \quad (3.14)$$

où $f_p^g(x)$ est la fonction de structure qui donne la probabilité de trouver un gluon dont la fraction de moment est x dans un proton, et $\sigma(gg \rightarrow H)$ est la section efficace partonique.



Figure 3.3: Diagrammes de Feynman décrivant la production de bosons de Higgs par fusion de gluons et par fusion de W dans des collisions pp ou $p\bar{p}$.

Si le Higgs est lourd et se désintègre donc pour la majeure partie en une paire de W ou de Z , les désintégrations leptoniques de ces derniers fournissent des signatures très significatives qui souffrent de peu de bruit de fond. Le LHC ne devrait donc avoir aucun problème à découvrir un Higgs lourd.

Toutefois, si la masse du Higgs excède environ 800 GeV, ses auto-interactions commencent à devenir fortes et des effets non-perturbatifs peuvent se manifester. En conséquence nos prédictions concernant la production d'un Higgs aussi obèse sont très incertaines et dépendent fortement de modèles. Mais il est certain que dans ce cas *la fusion de W , $W^+W^- \rightarrow H$* , c'est-à-dire la réaction inverse de la désintégration en une paire de W , joue un rôle dominant. Cette réaction est décrite par le deuxième graphe de Feynman de la figure 3.3.

Par contre, si le Higgs est léger la situation est beaucoup moins claire pour le LHC. En effet, bien que les sections efficaces de production de Higgs soient très élevées, leur désintégration en une paire de quarks b ne donne pas lieu à un signal particulièrement rare. Bien au contraire, le signal du Higgs sera entièrement submergé par les innombrables événements à deux jets qui résultent des fusions de gluons ou des annihilations de paires quark-antiquark.

Le seul moyen d'explorer le domaine des Higgs légers est de se concentrer sur les désintégrations rares, en particulier la désintégration en une paire de photons. Le prix à payer est bien sûr une réduction dramatique dans le nombre d'événements Higgs. Il n'est pas encore clair à l'heure actuelle si les performances des détecteurs (ATLAS et CMS) du LHC permettront de découvrir un Higgs léger.

Il est donc prudent d'affirmer que le LHC pourra certainement découvrir le boson de Higgs prédit par le modèle standard, si sa masse est comprise entre 140 GeV et 800 GeV.

3.2.2 Collisions électrons-positrons

Les deux principaux mécanismes de production de Higgs dans les collisions e^+e^- sont décrits par les graphes de Feynman de la figure 3.4. Il s'agit de la *Higgsstrahlung* $e^+e^- \rightarrow ZH$ (c'est-à-dire de la production d'un Higgs et d'un Z à partir d'un Z virtuel) et de la *fusion de W* $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e \nu_e H$ (c'est-à-dire la réaction inverse de la désintégration en une paire de W).

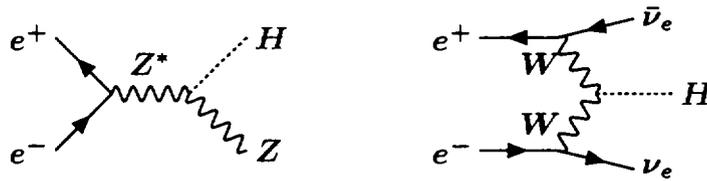


Figure 3.4: Diagrammes de Feynman décrivant la production de bosons de Higgs par Higgsstrahlung et par fusion de W dans des collisions e^+e^- .

Comme on peut le voir sur le deuxième graphe de la figure 3.5, typiquement la Higgsstrahlung domine la production de Higgs aux basses énergies alors que la fusion de W domine aux hautes énergies. Évidemment, ce que sont des “basses” et des “hautes” énergies dépend de la masse du Higgs. Il s'avère que l'énergie pour laquelle ces deux sections efficaces sont égales est donnée approximativement par $\sqrt{s} \approx 0.6m_H + 400$ GeV.

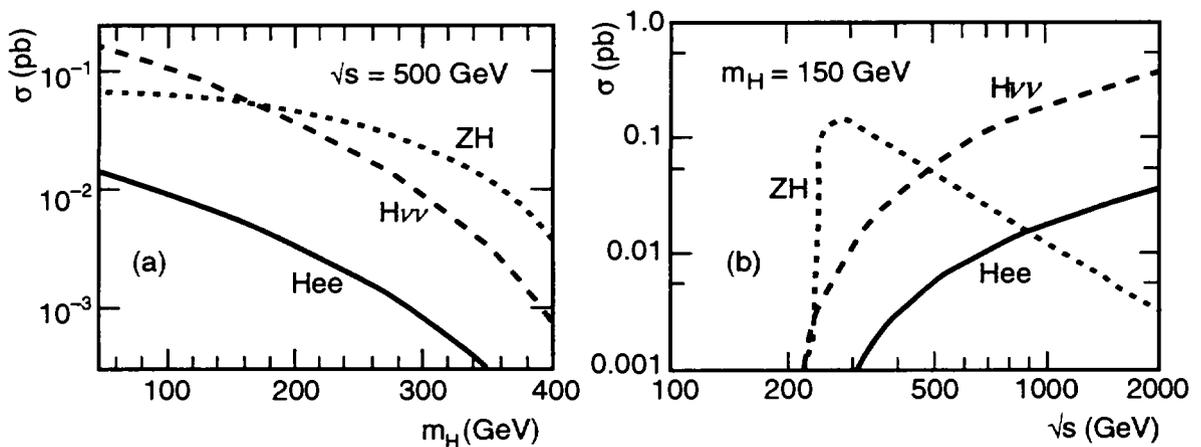


Figure 3.5: Sections efficaces de production de bosons de Higgs au FLC par Higgsstrahlung (ZH), et par fusion de W ($H\nu\nu$) et par fusion de Z (Hee). Cette figure est adaptée de la référence [6].

Les graphes de la figure 3.5 montrent aussi les sections efficaces de production de Higgs par fusion de Z , $e^+e^- \rightarrow e^+e^-H$. Elles sont environ dix fois moins importantes que celles de la fusion de W en raison du plus faible couplage des électrons au Z . Néanmoins, ce mode de production peut jouer un rôle important pour déterminer la nature du Higgs, si nous avons affaire à un secteur de Higgs non-minimal.

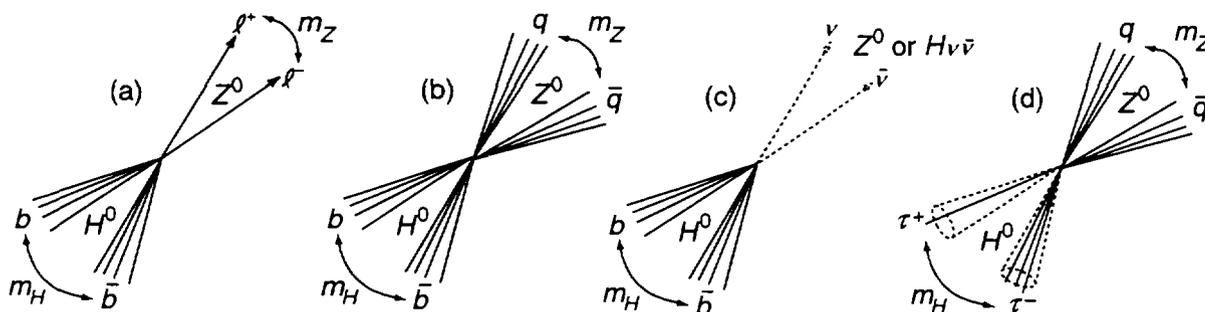


Figure 3.6: Quelques unes des topologies possibles pour des évènements où un boson de Higgs a été produit au FLC. Cette figure est adaptée de la référence [6].

Puisque les luminosités projetés au FLC sont de l'ordre de $10\text{--}100\text{ fb}^{-1}$, ces sections efficaces de l'ordre de 100 fb permettraient d'obtenir un échantillon d'environ 10^3 à 10^4 évènements contenant un Higgs. Mais à quoi ressemblent ces évènements? Cela dépend fortement du mode de désintégration du Higgs et éventuellement de celui du Z . Cela peut varier d'évènements à 6 jets (par exemple dans le cas d'une Higgsstrahlung où le Higgs se désintègre en 2 Z et les trois Z ainsi produits se désintègrent en 2 quarks) jusqu'à des évènements à 2 muons et énergie manquante (par exemple dans le cas d'une fusion de W où le Higgs se désintègre en 2 leptons τ qui eux-mêmes se désintègrent chacun en un muon et deux neutrinos). Vous l'avez deviné, il y a beaucoup de possibilités et j'en ai représenté un petit échantillon dans la figure 3.6.

La question importante est maintenant la suivante: quels sont les bruits de fond pour ces nombreuses signatures du Higgs? Il s'avère que si l'on tient compte des caractéristiques cinématiques de ces signaux, les bruits de fond peuvent en général être réduits à un niveau parfaitement inoffensif. Par exemple, dans le cas où les Higgs se désintègrent en une paire de quarks b , il faut que l'on reconnaisse les jets qui résultent de l'hadronisation de ces quarks comme originant en effet de quarks b , et les masses invariantes de ces systèmes doivent être centrées très précisément sur la masse du Higgs. Cette technique d'étiquetage de jets s'appelle *b-tagging* dans le jargon, et pourra se faire au FLC avec au moins 70% d'efficacité pour une pureté de 99%.

Un exemple illustrant ce genre de procédure est montré dans la figure 3.7. Il s'agit d'une simulation d'évènements à quatre jets qui prend en compte à la fois le signal

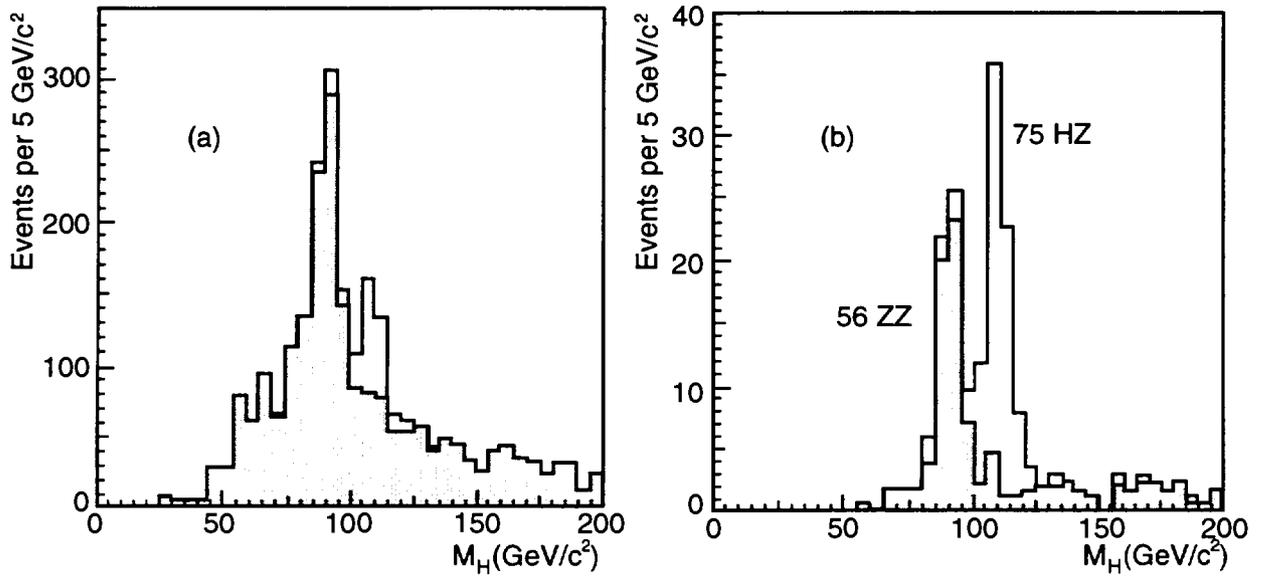


Figure 3.7: Distribution de la masse invariante des jets issus de la production par Higgsstrahlung d'un boson de Higgs de 110 GeV, et de sa désintégration en une paire de quarks b . La surface grise correspond aux bruits de fond et l'aire transparente au signal dû au Higgs. Les cas (a) et (b) correspondent respectivement aux analyses en l'absence et en présence de b -tagging. Cette figure est adaptée de la référence [6].

d'un Higgs de 110 GeV et le bruit de fond. Le signal provient d'une Higgsstrahlung suivie de la désintégration du Higgs en une paire de quarks b , comme décrit par la figure 3.6b. Le bruit de fond peut être dû à un grand nombre de processus, tel que la production d'une paire de Z par exemple. L'abscisse représente la masse invariante de la paire de jets candidate au titre de Higgs. Même dans le pire des cas, où la masse du Higgs est égale à la masse du Z , la découverte du Higgs est garantie.

Si l'on considère tous les mécanismes de production et de désintégration du Higgs ainsi que leurs bruits de fond, un Higgs léger peut être découvert au FLC au bout d'une semaine en assumant la luminosité projetée annuelle de 50 fb^{-1} du FLC. Comme le montre la figure 3.8, il faudra simplement attendre plus longtemps pour qu'un nombre suffisant d'évènements originant d'un Higgs plus lourd soit accumulé et obtienne une statistique suffisante pour être clairement différencié du bruit de fond. Le petit pic à $\sim 90 \text{ GeV}$ est dû à l'excès de bruit de fond originant du Z .

En résumé on peut donc affirmer que le FLC pourra certainement découvrir le boson de Higgs prédit par le modèle standard, si sa masse est inférieure à 350 GeV.

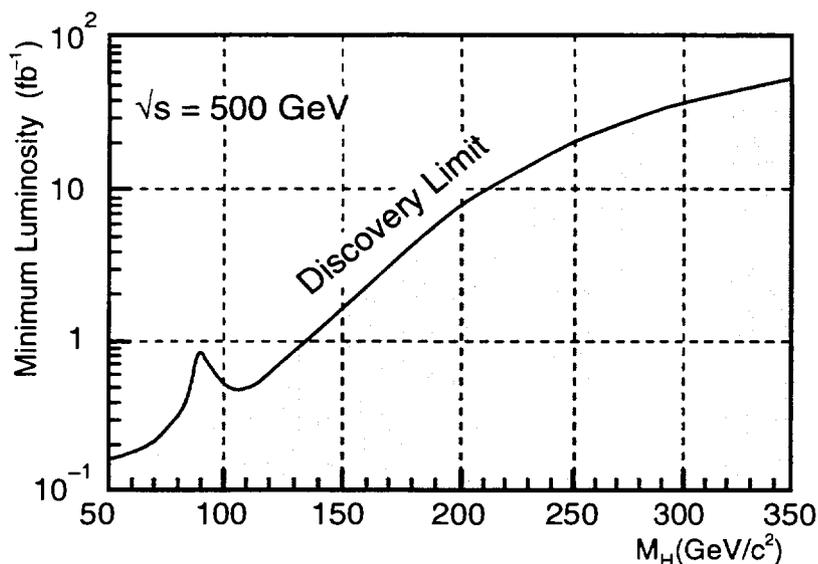


Figure 3.8: Luminosité nécessaire au FLC pour la découverte du boson de Higgs, en fonction de la masse de ce dernier. Cette figure est adaptée de la référence [6].

3.3 Extensions du secteur de Higgs

Bien que nous n'ayons à l'heure actuelle aucune évidence expérimentale sérieuse quant à l'existence du boson Higgs du modèle standard, les extensions du secteur de Higgs sont soumises à des contraintes expérimentales draconiennes! Ceci en raison des excellentes mesures des masses des bosons de jauge électrofaibles dont nous disposons, et de la façon subtile dont ces masses dépendent des détails de la brisure spontanée de symétrie.

Il existe néanmoins une classe d'extensions du secteur de Higgs qui échappe à ces contraintes. J'examinerai en particulier le *modèle à deux doublets de Higgs*, qui non seulement représente l'alternative la plus simple, mais constitue aussi une prédiction fondamentale de la supersymétrie.

3.3.1 Contraintes

Afin d'analyser ce point plus en détails calculons ces masses en présence d'un multiplet de Higgs ϕ_n de dimension n arbitraire. Pour ce faire, nous nécessitons la partie cinétique du lagrangien de Higgs en fonction de la dérivée covariante D_μ

$$\begin{aligned}
|D_\mu \phi_n|^2 &= \left| (\partial_\mu - igT_n^a W_\mu^a - ig'Y_n B_\mu) \phi_n \right|^2 \\
&= \left| \left[\partial_\mu - ig \left(T_n^+ W_\mu^- + T_n^- W_\mu^+ \right) - i \left(gT_n^3 W_\mu^3 + g'Y_n B_\mu \right) \right] \phi_n \right|^2 .
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Pour extraire les masses des bosons de jauge il suffit de se concentrer sur les termes contenant la valeur moyenne dans le vide v_n du champ scalaire. Cette dernière appartient nécessairement à la composante électriquement neutre du multiplet, qui satisfait la relation $Q_n = T_n^3 + Y_n = 0$. En sommant sur tous les multiplets de Higgs possibles $n = 1, 2, 3, \dots$, on obtient donc

$$\begin{aligned}
\sum_n |D_\mu \phi_n|^2 &= \dots + \sum_n |v_n|^2 g^2 \frac{\left(T_n^+ T_n^- + T_n^- T_n^+ \right)}{\left(T_n \right)^2 - \left(T_n^3 \right)^2 = T_n(T_n + 1) - Y_n^2} W_\mu^+ W_\mu^- \\
&\quad + \sum_n |v_n|^2 Y_n^2 \frac{\left(gW_\mu^3 - g'B_\mu \right)^2}{\left(g \cos \theta_w + g' \sin \theta_w \right) Z_\mu + \underbrace{\left(g \sin \theta_w - g' \cos \theta_w \right)}_0 A_\mu} \\
&= \dots + \underbrace{g^2 \sum_n |v_n|^2 \left[T_n(T_n + 1) - Y_n^2 \right]}_{m_W^2} W_\mu^+ W_\mu^- \\
&\quad + \underbrace{\frac{g^2}{\cos^2 \theta_w} \sum_n |v_n|^2 Y_n^2}_{\frac{1}{2}m_Z^2} Z_\mu Z_\mu ,
\end{aligned} \tag{3.16}$$

où j'ai utilisé la condition de neutralité $T_n^3 = -Y_n$ et j'ai inséré les définitions des états propres de masses Z et γ (2.1). Afin d'éviter de générer d'indésirables masse du photon et mélange Z -photon, j'ai dû imposer la relation familière (2.2) entre les constantes de couplage et l'angle de mélange électrofaible. Les masses des bosons de jauge deviennent ainsi

$$m_\gamma^2 = 0 \tag{3.17}$$

$$m_W^2 = g^2 \sum_n |v_n|^2 \left[T_n(T_n + 1) - Y_n^2 \right] \tag{3.18}$$

$$m_Z^2 = \frac{2g^2}{\cos^2 \theta_w} \sum_n |v_n|^2 Y_n^2 , \tag{3.19}$$

ce qui permet d'introduire l'important paramètre phénoménologique ρ

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_w} = \frac{\sum |v_n|^2 [T_n(T_n + 1) - Y_n^2]}{2 \sum |v_n|^2 Y_n^2} , \quad (3.20)$$

qui quantifie le rapport de force des courants neutres et chargés des interactions électrofaibles. La combinaison d'un grand nombre de mesures a permis de déterminer la valeur de ce paramètre de façon très précise [9]

$$\rho \approx 1.001 \pm 0.002 . \quad (3.21)$$

Cette contrainte expérimentale est donc une puissante "tueuse de modèles"!

La solution non-triviale la plus simple consiste à n'avoir qu'un unique doublet de Higgs d'hypercharge $Y = \pm 1/2$. Le choix du signe positif correspond au modèle standard et permet aussi de générer les masses des fermions à travers des interactions de Yukawa.

Mais la contrainte (3.21) est automatiquement satisfaite par un nombre arbitraire de doublets d'hypercharge $Y = \pm 1/2$. Néanmoins, la somme des carrés des valeurs moyennes dans le vide de ces doublets est aussi sévèrement restreinte par les équations (3.18) et (3.19), qui font intervenir les masses bien connues des bosons de jauge W et Z . Le modèle qui consiste à considérer deux doublets de Higgs est immensément populaire à l'heure actuelle et sa phénoménologie fait l'objet d'un grand nombre d'études. Le fait que cette extension du secteur de Higgs soit prédite par la supersymétrie explique partiellement l'engouement dont il fait l'objet.

En principe, la contrainte expérimentale (3.21) permet à tout multiplet scalaire satisfaisant $T(T + 1) = 3Y^2$ d'acquiescer une valeur moyenne dans le vide. Mais la première solution rationnelle au-delà de $(T, Y) = (1/2, \pm 1/2)$ implique un septuplet $(T, Y) = (3, \pm 2)$. Horrible!

Rien n'empêche non plus en principe de contempler des valeurs irrationnelles pour l'hypercharge, comme par exemple $(1, \pm \sqrt{2/3})$. Abstrus!

On peut aussi imaginer avoir plusieurs représentations différentes dont les valeurs moyennes dans le vide s'accordent de manière suffisamment précise pour satisfaire la contrainte (3.21). Miraculeux!

Finalement, compte tenu des erreurs expérimentales sur la mesure de ρ (3.21), des représentations arbitraires peuvent être considérées, à condition que leurs valeurs moyennes dans le vide soient suffisamment petites. En général, ces exigences alambiquées sont difficile à réaliser de manière naturelle et ne jouissent pas de la faveur populaire...

3.3.2 Le modèle à deux doublets de Higgs

L'alternative au modèle standard la plus simple qui respecte automatiquement la contrainte (3.21) consiste à considérer un deuxième doublet scalaire d'hypercharge $Y = 1/2$. Nous sommes ainsi en présence de $2 \times 2 \times 2 = 8$ degrés de liberté qui correspondent aux deux doublets scalaires complexes:

$$\Phi_i \equiv \begin{pmatrix} \Phi_i^+ \\ \Phi_i^0 \end{pmatrix} \quad i = 1, 2 \quad . \quad (3.22)$$

Sous des conditions assez générales, le potentiel de Higgs qui implique ces deux champs provoque une brisure spontanée de symétrie et leur fournit les valeurs moyennes dans le vide

$$\langle \Phi_i \rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ v_i \end{pmatrix} \quad i = 1, 2 \quad . \quad (3.23)$$

En principe, le potentiel de Higgs peut être tel que ces deux valeurs moyennes dans le vide n'aient pas la même phase complexe. Dans ce cas la symétrie CP n'est pas respectée et il s'ensuit une phénoménologie très intéressante. En particulier, il s'agit-là d'une importante alternative au mécanisme de brisure de CP de Kobayashi-Maskawa. Toutefois, par simplicité, je ne considère ici que la situation où cette phase relative est nulle. Les deux valeurs moyennes dans le vide peuvent alors en toute généralité être rendues réelles par une transformation unitaire des champs (3.22). Ce choix se justifie d'autant plus qu'il correspond au cas des deux doublets de Higgs prédits par la supersymétrie.

En l'absence de violation de CP , les parties réelles et imaginaires des composantes neutres, sont des états propre de l'opérateur de CP et ne se mélangent pas. Les parties réelles sont de parité CP positive et leurs états propres de masse sont donnés par la transformation unitaire

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{2} \left[(\Re \Phi_1^0 - v_1) \cos \alpha - (\Re \Phi_2^0 - v_2) \sin \alpha \right] \\ H &= \sqrt{2} \left[(\Re \Phi_1^0 - v_1) \sin \alpha + (\Re \Phi_2^0 - v_2) \cos \alpha \right] \quad , \end{aligned} \quad (3.24)$$

où α est un angle déterminé par les paramètres du potentiel de Higgs. Les parties imaginaires sont de parité CP négative et leurs états propres de masse sont donnés par la transformation unitaire

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{2} \left(\Im m \Phi_1^0 \cos \beta - \Im m \Phi_2^0 \sin \beta \right) \\
G &= \sqrt{2} \left(\Im m \Phi_1^0 \sin \beta + \Im m \Phi_2^0 \cos \beta \right) ,
\end{aligned} \tag{3.25}$$

où β est l'angle défini par le rapport des valeurs moyennes dans le vide

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1} . \tag{3.26}$$

Les états propres de masse des composantes chargés sont

$$\begin{aligned}
H^\pm &= \Phi_1^\pm \cos \beta - \Phi_2^\pm \sin \beta \\
G^\pm &= \Phi_1^\pm \sin \beta + \Phi_2^\pm \cos \beta ,
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Trois des huit degrés de liberté scalaires sont transférés par le mécanisme de Higgs dans les composantes longitudinales des vecteurs de jauge Z^0 et W^\pm . Ce sont les modes de bosons de Goldstone G et G^\pm . Les cinq autres degrés de liberté scalaires qui subsistent sont physiques et peuvent être observés. On compte ainsi deux scalaires neutres h et H de parité CP positive, deux scalaires chargés H^\pm et un scalaire neutre A de parité CP négative. Par abus de langage, ce dernier est souvent traité de *pseudo-scalaire* dans la littérature.

Bien que le modèle à deux doublets de Higgs soit la plus simple extension du secteur scalaire du modèle standard, sa phénoménologie est assez complexe car elle dépend de six paramètres, les quatre masses et les deux angles de mélange. Ceci est à contraster avec le secteur de Higgs du modèle standard, qui est entièrement déterminé par la masse et la valeur moyenne dans le vide du scalaire.

Chapitre 4

Le modèle symétrique gauche-droite

Une des caractéristiques les plus singulières du modèle standard, est le fait que les interactions électrofaibles traitent très différemment les fermions gauches et les fermions droits. Pour beaucoup cette violation de symétrie relève d'un manque d'esthétique insupportable! C'est aussi pourquoi avant même l'avènement final du modèle standard, Mohapatra et Pati proposèrent une extension très naturelle du groupe électrofaible [7], qui restore la symétrie de parité, du moins aux hautes énergies. Pour des raisons évidentes, on l'appelle le modèle symétrique gauche-droite. Il est basé sur la symétrie de jauge

$$G = SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} . \quad (4.1)$$

Les conséquences du facteur $SU(2)_R$ supplémentaire sont considérables et profondes. Le modèle prédit non seulement l'existence de nouveaux scalaires, fermions et vecteurs de jauge, mais il génère aussi des masses de Majorana pour les neutrinos, avec tout ce que cela implique pour la conservation du nombre leptonique!

Le modèle symétrique gauche-droite recèle donc une phénoménologie très riche, dont je n'analyserai ici qu'un aspect très particulier, la physique du Z' , et ce de manière très incomplète. Je passerai ainsi sous silence toutes les autres facettes fascinantes du modèle, en autres celles des W' , des Higgs doublement chargés et du mécanisme *see-saw* de génération de masses de neutrino.

4.1 La symétrie de jauge et sa brisure spontanée

L'ajoute du facteur $SU(2)_R$ au groupe de jauge électrofaible implique l'existence de trois bosons de jauge supplémentaires correspondants au trois générateurs du groupe. Par analogie avec les bosons électrofaibles qui nous sont familiers, on les appelle communément W' et Z' . Nous verrons que le facteur abélien $U(1)_{B-L}$ correspond à une symétrie qui conserve la différence entre le nombre baryonique B et le nombre leptonique L .

On observe clairement, jusqu'aux énergies les plus élevées que l'on ait pu atteindre jusqu'à ce jour, que les fermions gauches se comportent différemment des fermions droits. S'il y a une symétrie gauche-droite, elle doit donc être brisée à une échelle d'énergie non encore explorée. Pour obtenir cette brisure de symétrie on doit invoquer un nouveau secteur de Higgs, qui fournit aux bosons de jauge W' et Z' une masse suffisamment élevée, pour rendre ces derniers invisibles aux basses énergies.

La façon la plus simple de briser la symétrie gauche-droite du groupe (4.1) vers la symétrie électrofaible, est de laisser en un premier temps la symétrie $SU(2)_L$ intacte comme suit

$$\begin{array}{ccccc}
 SU(2)_L & \otimes & SU(2)_R & \otimes & U(1)_{B-L} & \xrightarrow{\Delta} & SU(2)_L & \otimes & U(1)_Y \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 W_{L\mu}^i & & W_{R\mu}^i & & C_\mu & & W_{L\mu}^i & & B_\mu \\
 g_L & & g_R & & g' & & g_L & & g_Y
 \end{array} \quad (4.2)$$

Les bosons de jauge associés à chaque groupe sont indiqués sur la deuxième ligne de l'équation (4.2). Il s'agit bien des états propres de jauge et non nécessairement des états propres de masse! Les membres électriquement neutres de ces derniers sont le photon A , le Z et un Z' lourd. Les deux bases sont reliées par les transformations unitaires

$$\left\{ \begin{array}{l} C \\ W_R^3 \end{array} \right. = \begin{array}{l} \cos \theta_s B - \sin \theta_s Z' \\ \sin \theta_s B + \cos \theta_s Z' \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} B \\ W_L^3 \end{array} \right. = \begin{array}{l} \cos \theta_w A - \sin \theta_w Z \\ \sin \theta_w A + \cos \theta_w Z \end{array} \quad (4.3)$$

ou bien

$$\left\{ \begin{array}{l} W_L^3 \\ W_R^3 \\ C \end{array} \right. = \begin{array}{l} \cos \theta_w Z + \sin \theta_w A \\ \cos \theta_s Z' - \sin \theta_s \sin \theta_w Z + \sin \theta_s \cos \theta_w A \\ - \sin \theta_s Z' - \cos \theta_s \sin \theta_w Z + \cos \theta_s \cos \theta_w A \end{array} \quad (4.4)$$

où θ_w est l'angle de mélange électrofaible et θ_s est un nouvel angle qui détermine le mélange entre les bosons de jauge $SU(2)_R$ and $U(1)_{B-L}$.

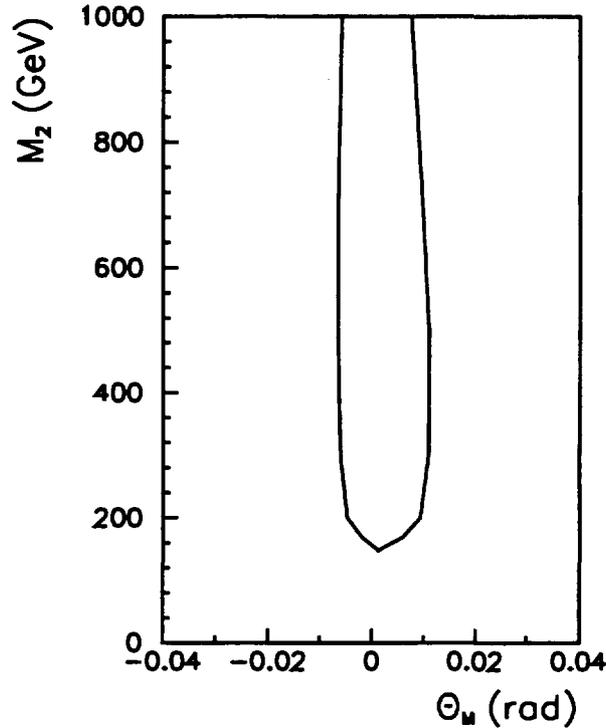


Figure 4.1: Valeurs typiques admissibles pour un éventuel angle de mélange ZZ' (Θ_M) et la masse du boson de jauge neutre lourd (M_2). Cette figure est adaptée de la référence [8].

Cette séparation de la matrice de transformation unitaire 3×3 qui relie la base de jauge à la base de masse en une combinaison de deux transformations 2×2 est dictée par la chaîne de brisure de symétrie (4.2). On peut en principe concevoir un mécanisme plus compliqué, brisant simultanément la symétrie $SU(2)_L$. Dans ce cas il faut introduire un troisième angle de mélange ZZ' ainsi qu'une phase complexe qui brise la symétrie CP . Toutefois, les résultats obtenus sur la résonance Z^0 au LEP1 restreignent sévèrement les valeurs admissibles de ces paramètres [8], comme l'illustre la figure 4.1. On peut donc affirmer sans crainte que les équations (4.3) constituent une excellente première approximation.

J'ai spécifié dans la troisième ligne de l'équation (4.2) les constantes de couplage associées à chaque groupe de jauge. Comme nous identifions la symétrie $SU(2)_L$ de l'équation (4.1) avec la symétrie $SU(2)_L$ du modèle standard, sa constante de couplage est celle des interactions électrofaibles $g_L = g = e/\sin \theta_w$, où e est la charge de l'électron. L'un des deux autres couplages, g_R ou g' , peut être choisi arbitrairement. L'autre est alors déterminé de manière unique, comme nous le verrons plus loin.

En principe, si $g_R \neq g_L$ on ne peut pas vraiment qualifier ce modèle de *symétrique gauche-droit*. En pratique personne ne se soucie de cet abus de langage et le choix $g_R = g_L$ n'est en fait absolument pas l'option préférée des théoriciens. En effet, même si cette égalité est imposée à une quelconque haute énergie, les constantes de couplages évolueront fatalement différemment vers les basses énergies. Ceci est inéluctable, puisque deux différentes échelles d'énergies sont impliquées, celle de la brisure de $SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$ et celle de la brisure de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Par analogie avec la brisure de la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$ qui donne l'expression $Q = T_L^3 + Y$ pour l'opérateur de charge électromagnétique, la brisure de la symétrie $SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \rightarrow U(1)_Y$ donne $Y = T_R^3 + (B - L)/2$ pour l'opérateur d'hypercharge¹. Dans le cadre du modèle symétrique gauche-droite, la l'opérateur de charge électromagnétique s'écrit donc

$$Q = T_L^3 + T_R^3 + \frac{B - L}{2} . \quad (4.5)$$

La symétrie $SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$ est brisée dans l'équation (4.2) à l'aide d'un champ de Higgs Δ

$$\Delta(\mathbf{1}, \mathbf{3}, 2) \equiv \begin{pmatrix} \delta^{++} \\ \delta^+ \\ \delta^0 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

qui porte la charge $B - L = 2$ et se transforme comme un singulet de $SU(2)_L$ et un triplet de $SU(2)_R$. L'ensemble de trois nombres quantiques qui sont indiqués entre parenthèses derrière le Δ permettent une classification commode des particules. Les deux premiers chiffres en caractères gras indiquent les dimension des représentations $SU(2)_L$ et $SU(2)_R$ auxquelles elles appartiennent. Le troisième nombre quantique est la différence de leurs nombres baryoniques et leptoniques $B - L$.

Lorsque l'élément neutre du triplet Δ (4.6) acquière une valeur moyenne dans le vide v

$$\langle \Delta \rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix} . \quad (4.7)$$

la partie cinétique du lagrangien de Higgs prend la forme suivante en fonction de la dérivée covariante D_μ

¹Il faudrait en principe écrire $U(1)_{(B-L)/2}$ au lieu de $U(1)_{B-L}$, mais personne ne se donne cette peine.

$$\begin{aligned}
|D_\mu \Delta|^2 &= \left| \left(\partial_\mu - ig_R T^a W_{R\mu}^a - ig' \frac{B-L}{2} C_\mu \right) \Delta \right|^2 \\
&= \dots + \left| \left[ig_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} W_{R\mu}^1 + ig_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} W_{R\mu}^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + ig_R \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} W_{R\mu}^3 + ig' \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} C_\mu \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \\
&= \dots + \frac{1}{2} |v|^2 g_R^2 W_\mu^+ W_\mu^- + |v|^2 \underbrace{(g_R W_{R\mu}^3 - g' C_\mu)^2}_{(g_R \cos \theta_s + g' \sin \theta_s) Z'_\mu - \underbrace{(g_R \sin \theta_s - g' \cos \theta_s)}_0 B_\mu}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Je n'ai conservé ici que les termes contenant la valeur moyenne dans le vide v , parce que eux seuls sont responsables de la brisure de symétrie, le sujet qui m'intéresse ici. Comme à ce stade la symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ doit rester conservée, la masse du boson B (associé à la symétrie $U(1)_Y$) doit être nulle. Ce fait implique une intéressante relation entre l'angle de mélange θ_s et les constantes de couplage g_R and g' . La masse du Z' est proportionnelle au carré de la norme de la valeur moyenne dans le vide v et reste donc essentiellement un paramètre libre.

4.2 Les fermions

Par définition du modèle symétrique gauche-droite, les quarks et leptons se transforment comme des doublets de $SU(2)_L$ and $SU(2)_R$. En utilisant la même notation qu'auparavant pour le triplet de Higgs Δ dans l'équation (4.6), nous avons pour chaque génération

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_L(\mathbf{2}, \mathbf{1}, \frac{1}{3}) \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \\ Q_R(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \frac{1}{3}) \equiv \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} L_L(\mathbf{2}, \mathbf{1}, -1) \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ \ell_L \end{pmatrix} \\ L_R(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1) \equiv \begin{pmatrix} \nu_R \\ \ell_R \end{pmatrix} \end{array} \right\} \tag{4.9}$$

Vous n'aurez pas manqué de remarquer que j'ai introduit un neutrino droit ν_R . Les conséquences de ce "détail" sont extrêmement importantes: les neutrinos peuvent

ainsi développer une masse et cela a maintenant un sens de se demander si ce sont des fermions de Majorana ou de Dirac.

4.2.1 Les neutrinos de Majorana

Les neutrinos droits peuvent acquérir une masse de Majorana au travers de la valeur moyenne dans le vide du triplet de Higgs Δ (4.7). En effet, on peut écrire une interaction de Yukawa invariante de jauge liant le doublet de leptons droits au triplet de Higgs sous la forme

$$\mathcal{L}_Y = \lambda \bar{L}_R^c i\sigma_2 \vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta} L_R , \quad (4.10)$$

où L_R^c représente les fermions conjugués de charge et où $\vec{\sigma}$ est un vecteur formé des trois matrices de Pauli, dont le produit scalaire avec le triplet de Higgs $\vec{\Delta}$ donne une matrice 2×2 .

Le lagrangien (4.10) est trivialement invariant par transformations de jauge gauches, puisque les trois champs sont des singulets de $SU(2)_L$. Il est aussi invariant par transformations de jauge $U(1)_{B-L}$, puisque le Higgs porte la charge $B - L = 2$ alors que chaque lepton porte la charge $B - L = -1$.

L'invariance par transformations de jauge droite est moins évidente. Pour la prouver il faut se rappeler leurs formes locale pour une rotation définies par le vecteur infinitésimal $\vec{\theta}$

$$\begin{aligned} L_R &\longrightarrow \left(1 - ig_R \frac{1}{2} \vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}\right) L_R \\ \bar{L}_R^c &\longrightarrow \bar{L}_R^c \left(1 - ig_R \frac{1}{2} \vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}^T\right) \\ \vec{\Delta} &\longrightarrow \vec{\Delta} - g_R \vec{\theta} \times \vec{\Delta} , \end{aligned} \quad (4.11)$$

où les matrices de Pauli $\vec{\sigma}$ Le couplage de Yukawa du lagrangien (4.10) se transforme ainsi comme

$$\bar{L}_R^c \sigma_2 \vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta} L_R \longrightarrow \quad (4.12)$$

$$\bar{L}_R^c \left(1 - ig_R \frac{1}{2} \vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}^T\right) \sigma_2 \vec{\sigma} \cdot (\vec{\Delta} - g_R \vec{\theta} \times \vec{\Delta}) \left(1 - ig_R \frac{1}{2} \vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}\right) L_R$$

$$\begin{aligned}
&= \bar{L}_R^c \left[\sigma_2 \vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta} - ig_R \frac{1}{2} \underbrace{(\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}^T)}_{-\sigma_2(\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma})} \sigma_2 (\vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta}) - ig_R \frac{1}{2} \sigma_2 (\vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta}) (\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}) \right. \\
&\quad \left. - g_R \sigma_2 \vec{\sigma} \cdot (\vec{\theta} \times \vec{\Delta}) + \mathcal{O}(\theta^2) \right] L_R \\
&= \bar{L}_R^c \left[\sigma_2 \vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta} + ig_R \frac{1}{2} \sigma_2 \underbrace{[\vec{\sigma} \cdot \vec{\theta}, \vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta}]}_{-i\vec{\sigma} \cdot (\vec{\theta} \times \vec{\Delta})} - g_R \sigma_2 \vec{\sigma} \cdot (\vec{\theta} \times \vec{\Delta}) + \mathcal{O}(\theta^2) \right] L_R \\
&= \bar{L}_R^c \sigma_2 \vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta} L_R + \mathcal{O}(\theta^2)
\end{aligned}$$

En écrivant explicitement les composantes des différents multiplets dans le lagrangien (4.10), et en nous concentrant uniquement sur les termes qui impliquent la valeur moyenne dans le vide du Higgs, nous obtenons le lagrangien de masse du neutrino

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_Y &= \lambda \left(\bar{\nu}_R^c \bar{\ell}_R^c \right) \left[\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}} \frac{\delta^{++} + \delta^0}{\sqrt{2}} \right. \\
&\quad \left. + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}} \frac{\delta^{++} - \delta^0}{i\sqrt{2}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}} \delta^+ \right] \begin{pmatrix} \nu_R \\ \ell_R \end{pmatrix} \\
&= \dots + \lambda \frac{v}{\sqrt{2}} \left(\bar{\nu}_R^c \bar{\ell}_R^c \right) \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R \\ \ell_R \end{pmatrix} \\
&= \dots + \sqrt{2} \lambda v \bar{\nu}_R^c \nu_R .
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Le neutrino droit acquiert ainsi une masse de Majorana $m_{\nu_R} = \sqrt{2} \lambda v$, qui doit être très lourde puisqu'elle est proportionnelle à la valeur moyenne dans le vide du Higgs responsable de la brisure spontanée de symétrie gauche-droite. Ce terme de masse est très particulier, car il ne conserve aucun nombre quantique additif. En particulier, puisque la charge électromagnétique n'est pas conservée, les particules chargées ne peuvent que développer une masse de Dirac du type $m(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L)$. Par contre, les fermions neutres ne sont pas soumis à cette contrainte.

Le terme de masse de Majorana permet toutes sortes de processus qui ne conservent pas le nombre leptonique, tel la fameuse *double désintégration β sans neutrino* décrite microscopiquement par le diagramme de Feynman de la figure 4.2. Il permet aussi

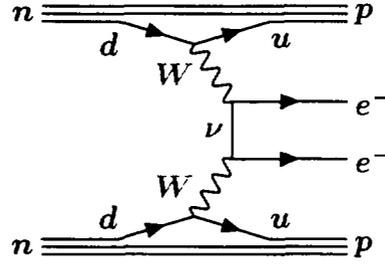


Figure 4.2: Diagramme de Feynman responsable de la double désintégration β sans neutrino.

des oscillations d'une saveur de neutrino à une autre. Toutes ces implications sont passionnantes, aussi bien du point théorique que phénoménologique, mais je ne le développerai pas plus ici, mais me concentrerai à présent sur certaines conséquences de l'existence du Z' .

4.2.2 Les couplages des fermions

Les couplages des fermions (4.9) aux bosons de jauge s'obtiennent en écrivant explicitement la partie cinétique du lagrangien des fermions en fonction de la dérivée covariante D_μ . Il est clair que les couplages aux W' sont donnés par les interactions chirales $g_R P_R$. Les couplages aux Z' sont déterminés par la partie diagonale des interactions avec les bosons de jauge:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} \gamma^\mu D_\mu \Psi &= \bar{\Psi} \gamma^\mu \left[\partial_\mu - ig_L \frac{1}{2} \sigma^a W_{L\mu}^a P_L - ig_R \frac{1}{2} \sigma^a W_{R\mu}^a P_R - ig' \frac{B-L}{2} \right] \Psi \quad (4.14) \\ &= \dots - i (\bar{U} \bar{D}) \gamma^\mu \left[g_L \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} W_{L\mu}^3 P_L + g_R \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} W_{R\mu}^3 P_R \right. \\ &\quad \left. + g' \frac{B-L}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} C_\mu \right] \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix} \end{aligned}$$

où $P_{R,L} = (1 \pm \gamma_5)/2$ sont les opérateurs de projection sur les chiralités gauche et droite des doublets (4.9). En insérant les définitions des états propres de masse (4.3), nous obtenons

$$\bar{\Psi} \gamma^\mu D_\mu \Psi = \dots \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned}
& -i \bar{u} \gamma^\mu \left[\begin{array}{l} Z'_\mu \left(\begin{array}{ccc} \frac{1}{2}g_R \cos \theta_s & P_R & -\frac{1}{6}g' \sin \theta_s \end{array} \right) \\ Z_\mu \left(\begin{array}{ccc} \frac{1}{2}g_L \cos \theta_w P_L - \frac{1}{2}g_R \sin \theta_s \sin \theta_w P_R & -\frac{1}{6}g' \cos \theta_s \sin \theta_w \end{array} \right) \\ A_\mu \left(\begin{array}{ccc} \frac{1}{2}g_L \sin \theta_w P_L + \frac{1}{2}g_R \sin \theta_s \cos \theta_w P_R & +\frac{1}{6}g' \cos \theta_s \cos \theta_w \end{array} \right) \end{array} \right] u \\
& \qquad \qquad \qquad \underbrace{\hspace{15em}}_{\frac{2}{3}e} \\
& -i \bar{d} \gamma^\mu \left[\begin{array}{l} Z'_\mu \left(\begin{array}{ccc} -\frac{1}{2}g_R \cos \theta_s & P_R & -\frac{1}{6}g' \sin \theta_s \end{array} \right) \\ Z_\mu \left(\begin{array}{ccc} -\frac{1}{2}g_L \cos \theta_w P_L + \frac{1}{2}g_R \sin \theta_s \sin \theta_w P_R & -\frac{1}{6}g' \cos \theta_s \sin \theta_w \end{array} \right) \\ A_\mu \left(\begin{array}{ccc} -\frac{1}{2}g_L \sin \theta_w P_L - \frac{1}{2}g_R \sin \theta_s \cos \theta_w P_R & +\frac{1}{6}g' \cos \theta_s \cos \theta_w \end{array} \right) \end{array} \right] d \\
& \qquad \qquad \qquad \underbrace{\hspace{15em}}_{-\frac{1}{3}e} \\
& -i \bar{\nu} \gamma^\mu \left[\begin{array}{l} Z'_\mu \left(\begin{array}{ccc} \frac{1}{2}g_R \cos \theta_s & P_R & +\frac{1}{2}g' \sin \theta_s \end{array} \right) \\ Z_\mu \left(\begin{array}{ccc} \frac{1}{2}g_L \cos \theta_w P_L - \frac{1}{2}g_R \sin \theta_s \sin \theta_w P_R & +\frac{1}{2}g' \cos \theta_s \sin \theta_w \end{array} \right) \\ A_\mu \left(\begin{array}{ccc} \frac{1}{2}g_L \sin \theta_w P_L + \frac{1}{2}g_R \sin \theta_s \cos \theta_w P_R & -\frac{1}{2}g' \cos \theta_s \cos \theta_w \end{array} \right) \end{array} \right] \nu \\
& \qquad \qquad \qquad \underbrace{\hspace{15em}}_0 \\
& -i \bar{\ell} \gamma^\mu \left[\begin{array}{l} Z'_\mu \left(\begin{array}{ccc} -\frac{1}{2}g_R \cos \theta_s & P_R & +\frac{1}{2}g' \sin \theta_s \end{array} \right) \\ Z_\mu \left(\begin{array}{ccc} -\frac{1}{2}g_L \cos \theta_w P_L + \frac{1}{2}g_R \sin \theta_s \sin \theta_w P_R & +\frac{1}{2}g' \cos \theta_s \sin \theta_w \end{array} \right) \\ A_\mu \left(\begin{array}{ccc} -\frac{1}{2}g_L \sin \theta_w P_L - \frac{1}{2}g_R \sin \theta_s \cos \theta_w P_R & -\frac{1}{2}g' \cos \theta_s \cos \theta_w \end{array} \right) \end{array} \right] \ell \\
& \qquad \qquad \qquad \underbrace{\hspace{15em}}_{-e}
\end{aligned}$$

Bien que les couplages des quarks et leptons au Z' ne soient pas connus *a priori*, leurs couplages au photon A et au Z^0 nous sont connus du modèle standard. En guise d'illustration, j'ai indiqué explicitement dans l'équation (4.15) les couplages au photon.

Ces huit relations (plus celle que nous avons obtenue précédemment en traitant du triplet de Higgs) fournissent un système sur-déterminé d'équations. Fort heureusement il a une solution consistante en fonction de trois paramètres indépendants du modèle. Le choix piéton pour ceux-ci seraient les constantes de couplage associées au groupe de jauge (g_L, g_R, g'). Mais je préfère faire le choix équivalent et plus astucieux ($e, \sin \theta_w, \kappa = g_L/g_R$), qui a le grand avantage de contenir d'emblée deux quantités bien connues et mesurées, à savoir la charge de l'électron e et le sinus de l'angle de mélange électrofaible $\sin \theta_w$.

Une manipulation élémentaire nous donne:

$$\left. \begin{array}{l} e \\ \sin \theta_w \\ \kappa = \frac{g_R}{g_L} \end{array} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} g_L = \frac{e}{\sin \theta_w} \\ g_R = \frac{e\kappa}{\sin \theta_w} \\ g' = \frac{e\kappa}{\sqrt{\kappa^2 \cos^2 \theta_w - \sin^2 \theta_w}} \\ \sin \theta_s = \frac{\sin \theta_w}{\kappa \cos \theta_w} \end{array} \right. \quad (4.16)$$

Il est aussi utile pour simplifier les expressions par la suite, d'introduire le paramètre

$$\beta = \cot \theta_s = \sqrt{\frac{\kappa^2 \cos^2 \theta_w}{\sin^2 \theta_w} - 1} . \quad (4.17)$$

Outre les paramètres qui interviennent déjà dans le modèle standard, le modèle symétrique gauche-droite minimal est donc spécifié en fonction de deux nouveaux paramètres:

1. Le rapport des constantes de couplage droite et gauche $\kappa = g_R/g_L$, qui détermine le couplage des bosons de jauge lourds Z' et W' aux fermions.
2. La valeur moyenne dans le vide v du triplet droit de Higgs Δ , qui brise la symétrie $SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \rightarrow U(1)_Y$ et détermine les masses des bosons de jauge lourds Z' et W' .

4.3 La physique du Z'

Concentrons nous à présent sur une prédiction bien particulière du modèle symétrique gauche-droite, l'existence du boson de jauge massif Z' , et explorons brièvement les perspectives pour sa découverte.

Comme les masses des W' et Z' sont proportionnelles à $|v|^2$, elles peuvent en principe prendre des valeurs très élevées. Elles sont déterminées en insérant les conclusions de la section précédente (4.16) dans le lagrangien (4.8):

$$m_{W'}^2 = e^2 |v|^2 \frac{\kappa^2}{2\sin^2 \theta_w} \quad (4.18)$$

$$m_{Z'}^2 = e^2 |v|^2 \frac{2\kappa^4 \cos^2 \theta_w}{\beta^2 \sin^4 \theta_w} .$$

Les couplages des quarks et leptons au W' sont évidemment donnés par les interactions chirales $g_R P_R$. Leurs couplages au Z' sont déterminés en insérant les conclusions de la section précédente (4.16) dans le lagrangien (4.15). Par exemple, pour les leptons chargés $\ell = (e, \mu, \tau)$ on obtient les couplages vectoriel et axial $v_{Z'}$ et $a_{Z'}$ normalisés à la charge de l'électron e

$$v_{Z'} = \frac{1}{4c_w} \frac{2 - \beta^2}{\beta} \quad (4.19)$$

$$a_{Z'} = -\frac{1}{4c_w} \beta . \quad (4.20)$$

Ces couplages décrivent en fonction des valeur du rapport κ une demi hyperbole dans l'espace paramétrique $(v_{Z'}, a_{Z'})$, dont les asymptotes sont $a_{Z'} = 0$ et $a_{Z'} = v_{Z'}$ avec $a_{Z'} < 0$.

4.3.1 Autres modèles de Z'

Comme il existe beaucoup d'autres extensions du modèle standard qui prédisent l'existence d'un Z' , il serait dommage de les ignorer dans une analyse phénoménologique. D'une manière générale, les interactions d'un quelconque Z' aux quarks et leptons peuvent être écrits sous la forme générale

$$e Z'_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu (v_{Z'} + a_{Z'} \gamma_5) \psi , \quad (4.21)$$

où $v_{Z'}$ et $a_{Z'}$ sont les couplages vectoriel et axial du Z' au lepton ψ . Remarquez que ces couplages sont normalisés à la charge de l'électron e .

Les couplages prédits par les modèles les plus populaires sont montrées sur la figure 4.3 et leurs équations paramétriques sont données dans le tableau 4.1. Tous ces modèles supposent l'universalité, c'est-à-dire que les trois générations sont traitées de manière identique, mais aucun ne fait de prédiction précise quant à la masse du Z' .

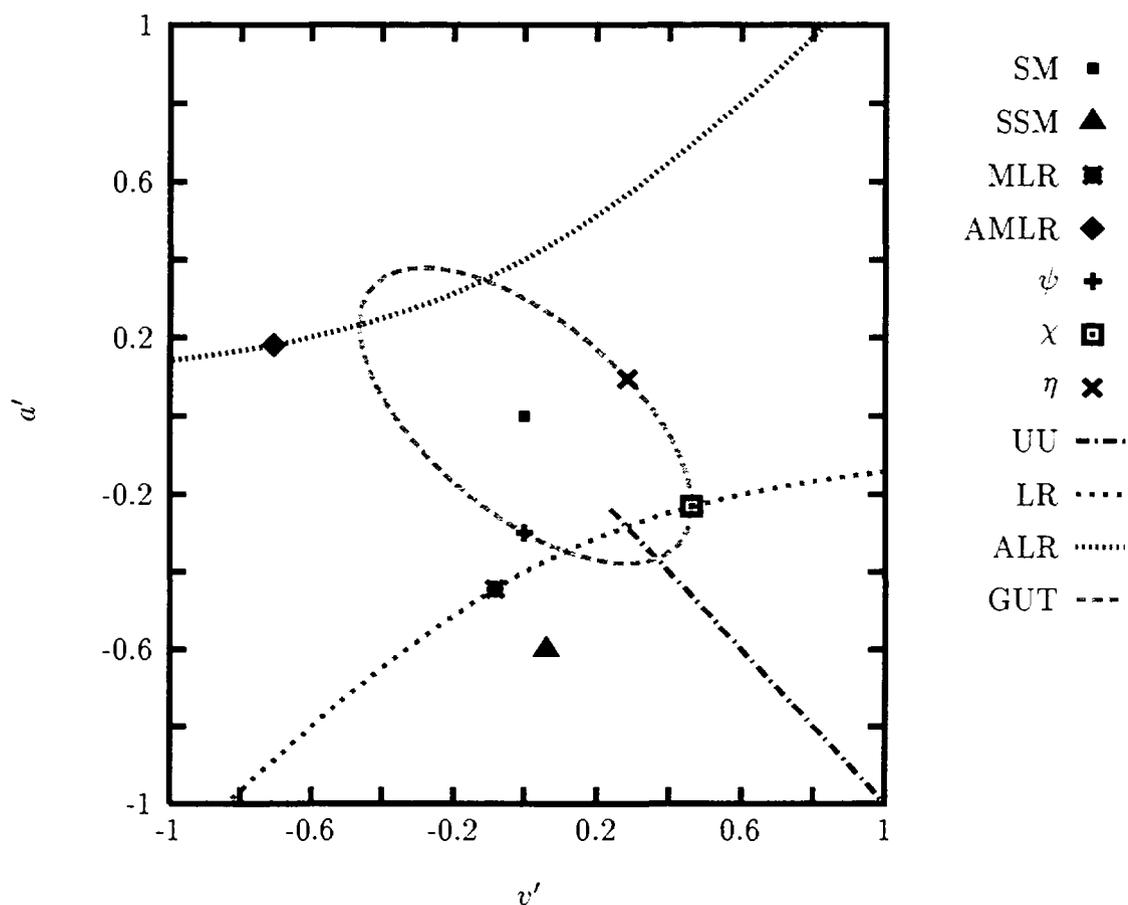


Figure 4.3: Valeurs des couplages vectoriels et axiaux des leptons chargés aux Z' prédits par les modèles mentionnés dans la Table 4.1.

Examinons à présent les perspectives du LHC et du FLC quant à la découverte d'un de ces Z' . Elle sont résumées pour les modèles populaires dans la figure 4.4, qui décrit aussi les limites supérieures des masses de Z' observables au TEVATRON et au LEP2.

4.3.2 Collisions hadroniques

Le principal mécanisme de production de Z' dans les collisions pp ou $p\bar{p}$ est la production d'une paire de lepton par une réaction du type Drell-Yan décrite dans la figure 4.5. Un Z' y est produit par l'annihilation d'une paire quark anti-quark et se désintègre ensuite en une paire lepton anti-lepton. Comme ces derniers ont une masse invariante centrée sur la masse du Z' , qui est très élevée, ce signal ne souffre quasiment d'aucun bruit de fond. On estime qu'une dizaine d'évènement de ce type

modèle	$v_{Z'}$	$a_{Z'}$	paramètres
modèle standard séquentiel	$\frac{1 - 4 \sin^2 \theta_w}{4 \sin \theta_w \cos \theta_w}$	$\frac{-1}{4 \sin \theta_w \cos \theta_w}$	banc d'essai
modèle standard désunifié	$\frac{1}{2 \sin \theta_w} \tan \phi$	$-\frac{1}{2 \sin \theta_w} \tan \phi$	$\sin \phi \geq \sin \theta_w$
symétrique gauche-droite	$\frac{1}{4c_w} \frac{2 - \beta^2}{\beta}$	$-\frac{1}{4c_w} \beta$	$\beta > 0$
symétrique gauche-droite alternatif	$\frac{1}{4c_w} \frac{1 - 2\beta^2}{\beta}$	$\frac{1}{4c_w} \beta$	$\beta > 0$
théories de grande unification	$\frac{1}{\sqrt{6} \cos \theta_w} \cos \beta$	$-\frac{1}{2\sqrt{6} \cos \theta_w} \left(\cos \beta + \sqrt{\frac{5}{3}} \sin \beta \right)$	$-\pi \leq \beta \leq \pi$
$E_6 : \psi$	"	"	$\beta = \frac{\pi}{2}$
$SO(10) : \chi$	"	"	$\beta = 0$
inspiré des supercordes: η	"	"	$\tan \beta = -\sqrt{\frac{5}{3}}$

Tableau 4.1: Valeurs des couplages vectoriels et axiaux des leptons chargés aux Z' prédits par différents modèles populaires.

suffisent à garantir la découverte du Z' .

C'est d'ailleurs ce même mécanisme qui a permis de découvrir le boson intermédiaire Z à partir d'une poignée d'évènements dans les collisions $p\bar{p}$ au SPS du CERN en 1983.

Il est facile de se faire une idée approximative de ce que les collisions hadroniques peuvent nous apporter comme information sur un éventuel Z' en estimant sa section efficace de production. La section efficace microscopique du sous-processus Drell-Yan de la figure 4.5, est donné par [5]

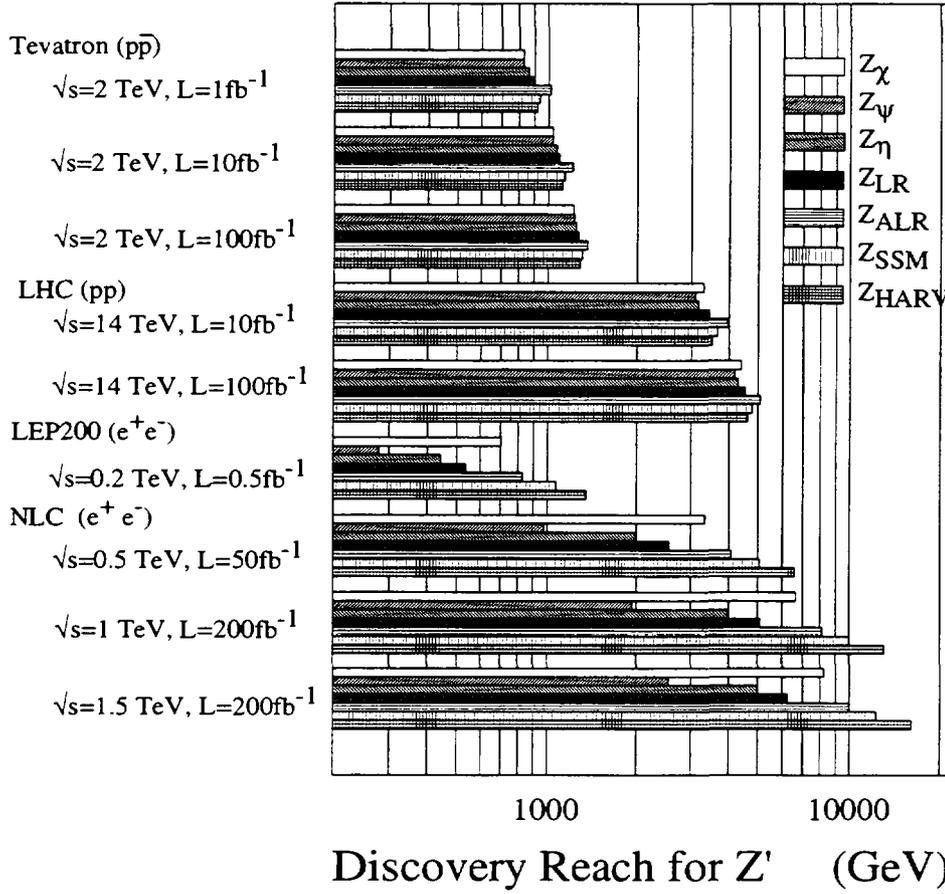


Figure 4.4: Valeurs maximales observables des masses de Z' prédites par différents modèles populaires. Cette figure est adaptée de la référence [6].

$$\begin{aligned}
 d\sigma = & \underbrace{|\mathcal{M}|^2}_{\text{dynamique}} \times \underbrace{\frac{1}{|\vec{v}_{\bar{q}} - \vec{v}_q| 2E_{\bar{q}} 2E_q}}_{\text{flux}} \\
 & \times \underbrace{\frac{d^3 p_{\bar{\ell}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\ell}}} \frac{d^3 p_{\ell}}{(2\pi)^3 2E_{\ell}} (2\pi)^4 \delta^4(p_{\bar{q}} + p_q - p_{\bar{\ell}} - p_{\ell})}_{\text{espace des phases}} .
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Dans le repère du centre de masse et dans la limite ultra-relativiste où l'énergie du centre de masse $E_{CM} \gg m_q = m_{\ell} \approx 0$, cette section efficace devient

$$d\sigma = |\mathcal{M}|^2 \times \frac{1}{2\hat{s}} \times \frac{d\Omega_{\bar{\ell}}}{32\pi^2} , \tag{4.23}$$

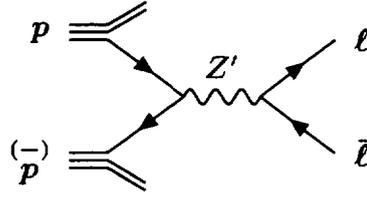


Figure 4.5: Diagramme de Feynman responsable à l'ordre le plus bas de la production et de la désintégration d'un Z' dans les collisions pp ou $p\bar{p}$.

où par définition $\hat{s} = (p_{\bar{q}} + p_q)^2$.

Puisque les faisceaux de protons au LHC ne seront pas polarisés, les quarks qu'ils contiennent ne le seront pas non plus et le carré de la norme de l'élément de matrice $|\mathcal{M}|^2$ ne dépend pas de l'angle de diffusion azimuthal $\phi_{\bar{\ell}}$ de l'élément d'angle solide $d\Omega_{\bar{\ell}} = d\phi_{\bar{\ell}} d\cos\theta_{\bar{\ell}}$ de l'anti-lepton. L'intégration sur cette variable de l'espace des phase donne donc trivialement un facteur 2π et la section efficace différentielle de production de muons est donnée par

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{1}{32\pi\hat{s}} |\mathcal{M}|^2. \quad (4.24)$$

Reste maintenant à calculer le carré de la norme de l'élément de matrice $|\mathcal{M}|^2$. L'application des règles de Feynman au graphe de la figure 4.6 donne pour l'élément de matrice

$$\mathcal{M} = e^2 \frac{1}{\hat{s} - m_{Z'}^2 - im_{Z'}\Gamma_{Z'}} [\bar{u}_{\bar{\ell}}\gamma^\alpha(v_{Z'}^\ell + a_{Z'}^\ell\gamma_5)v_\ell] [\bar{v}_q\gamma^\alpha(v_{Z'}^q + a_{Z'}^q\gamma_5)u_{\bar{q}}] \quad (4.25)$$

et son hermitien conjugué

$$\mathcal{M}^\dagger = e^2 \frac{1}{\hat{s} - m_{Z'}^2 + im_{Z'}\Gamma_{Z'}} [\bar{v}_\ell\gamma^\beta(v_{Z'}^\ell + a_{Z'}^\ell\gamma_5)u_{\bar{\ell}}] [\bar{u}_{\bar{q}}\gamma^\beta(v_{Z'}^q + a_{Z'}^q\gamma_5)v_q], \quad (4.26)$$

où j'ai introduit la largeur de désintégration $\Gamma_{Z'}$ du Z' dans son propagateur. Celle-ci correspond, en effet, à la partie imaginaire de son énergie propre, qui s'ajoute simplement à la masse par resommation de Dyson.

En sommant sur les polarisations de l'état final et en moyennant sur les polarisations de l'état initial (il y en a $2 \times 2 \times 3 = 12$, chaque quark ayant deux possibilités pour son

spin et trois possibilités pour sa couleur), on obtient dans la limite ultra-relativiste où les masses des quarks et leptons peuvent être négligées pour le carré de la norme de l'élément de matrice

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{12} e^4 \frac{1}{(\hat{s} - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2} \quad (4.27) \\
&\times \left[(v_{Z'}^{\ell,2} + a_{Z'}^{\ell,2})(v_{Z'}^{q,2} + a_{Z'}^{q,2}) \underbrace{\text{tr}[p_\ell \gamma^\beta p_{\bar{\ell}} \gamma^\alpha] \text{tr}[p_{\bar{q}} \gamma^\beta p_q \gamma^\alpha]}_{32 (p_{\bar{q}} \cdot p_\ell p_q \cdot p_{\bar{\ell}} + p_{\bar{q}} \cdot p_{\bar{\ell}} p_q \cdot p_\ell) = 4\hat{s}^2(1 + \cos^2 \theta)} \right. \\
&\quad \left. + (v_{Z'}^{\ell,2} a_{Z'}^{\ell,2} + a_{Z'}^{\ell,2} v_{Z'}^{\ell,2})(v_{Z'}^{q,2} a_{Z'}^{q,2} + a_{Z'}^{q,2} v_{Z'}^{q,2}) \underbrace{\text{tr}[\gamma_5 p_\ell \gamma^\beta p_{\bar{\ell}} \gamma^\alpha] \text{tr}[\gamma_5 p_{\bar{q}} \gamma^\beta p_q \gamma^\alpha]}_{32 (p_{\bar{q}} \cdot p_\ell p_q \cdot p_{\bar{\ell}} - p_{\bar{q}} \cdot p_{\bar{\ell}} p_q \cdot p_\ell) = 8\hat{s}^2 \cos \theta} \right]
\end{aligned}$$

Il est facile d'exprimer les produits scalaires des vecteurs énergie-moment cinétique ultrarelativistes en fonction de l'angle θ entre l'électron initial et le muon final. En effet, dans un repère du centre de masse ceux-ci peuvent être écrits sous la forme

$$\begin{aligned}
p_q &\equiv \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & p_\ell &\equiv \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \\
p_{\bar{q}} &\equiv \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} & p_{\bar{\ell}} &\equiv \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\sin \theta \\ -\cos \theta \end{pmatrix}.
\end{aligned} \quad (4.28)$$

Si l'on exprime la charge de l'électron e en fonction de la constante de structure fine $\alpha = e^2/4\pi$, la section efficace différentielle devient

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\cos\theta} &= \frac{\pi\alpha^2}{6} \frac{\hat{s}}{(\hat{s} - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2} \times \quad (4.29) \\
&\quad \left[(v_{Z'}^{\ell,2} + a_{Z'}^{\ell,2})(v_{Z'}^{q,2} + a_{Z'}^{q,2})(1 + \cos^2 \theta) \right. \\
&\quad \left. + (v_{Z'}^{\ell,2} a_{Z'}^{\ell,2} + a_{Z'}^{\ell,2} v_{Z'}^{\ell,2})(v_{Z'}^{q,2} a_{Z'}^{q,2} + a_{Z'}^{q,2} v_{Z'}^{q,2}) 2 \cos \theta \right].
\end{aligned}$$

En intégrant l'angle polaire θ de 0 à π , le terme proportionnel à $\cos \theta$ s'élimine et on obtient pour la section efficace

$$\sigma(\hat{s}) = \frac{4\pi\alpha^2}{9} (v_{Z'}^{\ell,2} + a_{Z'}^{\ell,2}) (v_{Z'}^{q,2} + a_{Z'}^{q,2}) \frac{\hat{s}}{(\hat{s} - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2} . \quad (4.30)$$

Cette section efficace n'est que la section efficace microscopique, qui traite les quarks comme des particules libres. Il faut encore effectuer à présent sa convolution avec les fonctions de structure des protons (3.14) et sommer sur les différents types de quarks qu'ils contiennent

$$\sigma = \sum_q \int_0^s d\hat{s} F(\hat{s}) \sigma(\hat{s}) , \quad (4.31)$$

où $s = E_{\text{CM}}^2$ est l'énergie du centre de masse du collisionneur et $F(\hat{s})$ est la fonction de luminosité, qui se calcule aisément connaissant les fonctions de structure. Pour des raisons dimensionnelles, elle est *grosso modo* inversement proportionnelle à son argument, c'est-à-dire $F(\hat{s}) \propto 1/\hat{s}$.

Cette convolution ne peut se faire que numériquement, car les fonctions de structure, ne pouvant pas être déterminées par des méthodes perturbatives, sont typiquement déterminées à partir des données expérimentales de diffusion inélastique lepton-proton.

Mais l'on peut néanmoins se faire une idée approximative des choses, en remarquant que la section efficace (4.30) se comporte comme une distribution de Breit-Wigner. Pour autant que la largeur $\Gamma_{Z'}$ ne soit pas trop grande (ce qu'elle n'est certainement pas, si les interactions du Z' sont de l'ordre des interactions électrofaibles) elle a donc un maximum très prononcé autour du point $\hat{s} = m_{Z'}^2$, (dans la limite où la largeur $\Gamma_{Z'}$ est nulle ce point devient même un pôle non-intégrable), et l'on peut en toute sérénité simplifier l'intégrale (4.31) en donnant aux termes de variation lente une valeur constante centrée sur $\hat{s} = m_{Z'}^2$, et en poussant les limites d'intégration au-delà du domaine physique:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{4\pi\alpha^2}{9} (v_{Z'}^{\ell,2} + a_{Z'}^{\ell,2}) \sum_q (v_{Z'}^{q,2} + a_{Z'}^{q,2}) \quad (4.32) \\ &\quad \times \underbrace{F(m_{Z'}^2)}_{\propto \frac{1}{m_{Z'}^2}} m_{Z'}^2 \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\hat{s}}{(\hat{s} - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2}}_{\frac{\pi}{m_{Z'} \Gamma_{Z'}}} \\ &\propto \frac{\alpha^2}{m_{Z'} \Gamma_{Z'}} (v_{Z'}^{\ell,2} + a_{Z'}^{\ell,2}) \sum_q (v_{Z'}^{q,2} + a_{Z'}^{q,2}) . \end{aligned}$$

La masse et la largeur du Z' peuvent être déterminées indépendamment, en mesurant la masse invariante des paires de leptons. Ainsi la mesure de la section efficace nous fournit la valeur de la combinaison des couplages qui intervient dans les deux derniers facteurs de l'équation (4.32).

4.3.3 Collisions électrons-positrons

Comme pour le Z que l'on a pu étudier de manière si précise au LEP et au SLC, la production de Z' réels dans les collisions e^+e^- au FLC est la réaction idéale pour l'étude de ces derniers. Mais encore faut-il que l'énergie du collisionneur soit suffisante!

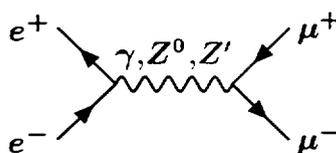


Figure 4.6: Diagramme de Feynman responsable à l'ordre le plus bas de la production de paires de muons dans les collisions e^+e^- .

Mais même si dans un premier stage l'énergie nominale du FLC, c'est-à-dire 500 GeV, n'atteint pas encore la résonance, des effets virtuels du Z' pourront peut-être être observés, par exemple au travers de la production en paire de muon décrite par le diagramme de Feynman de la figure 4.6.

Nous serions alors dans une situation analogue à celle de l'anneau TRISTAN du KEK au Japon. Ce dernier avait été conçu pour l'étude du pôle Z^0 à une époque où l'on croyait encore à une masse plus faible de ce dernier. Bien que cette machine n'ait jamais produit le moindre boson Z^0 elle a du moins permis d'observer au pied de la résonance un surplus de section efficace par rapport aux prédictions de la QED. Ceci aurait suffi pour découvrir le Z^0 , si son existence n'avait pas déjà été clairement mise en évidence auparavant dans les collisions $p\bar{p}$ au SPS du CERN.

La section efficace de production d'une paire muon-antimuon à partir de collisions électrons-positrons est obtenue trivialement à l'aide de la section efficace (4.24)

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{1}{32\pi s} |\mathcal{M}|^2, \quad (4.33)$$

où l'élément de matrice \mathcal{M} s'obtient en appliquant les règles de Feynman appropriées au graphe de la figure 4.6

$$\mathcal{M} = e^2 \sum_{i=\gamma, Z, Z'} \frac{1}{s - m_i^2} [\bar{u}_{\mu+} \gamma^\alpha (v_i + a_i \gamma_5) v_{\mu-}] [\bar{v}_{e-} \gamma^\alpha (v_i + a_i \gamma_5) u_{e+}] . \quad (4.34)$$

Son hermitien conjugué est donné par

$$\mathcal{M}^\dagger = e^2 \sum_{j=\gamma, Z, Z'} \frac{1}{s - m_j^2} [\bar{v}_{\mu-} \gamma^\beta (v_j + a_j \gamma_5) u_{\mu+}] [\bar{u}_{e+} \gamma^\beta (v_j + a_j \gamma_5) v_{e-}] , \quad (4.35)$$

où les couplages vectoriel v_i et axial a_i du photon et du Z^0 aux leptons sont donnés par

$$\begin{cases} v_\gamma = 1 \\ a_\gamma = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} v_{Z^0} = \frac{1 - 4 \sin^2 \theta_w}{4 \sin \theta_w \cos \theta_w} \\ a_{Z^0} = \frac{-1}{4 \sin \theta_w \cos \theta_w} \end{cases} \quad (4.36)$$

En sommant sur les polarisations de l'état final et en moyennant sur les polarisations de l'état initial (il y en a $2 \times 2 = 4$), on obtient dans la limite ultra-relativiste où les masses des électrons et muons peuvent être négligées pour le carré de la norme de l'élément de matrice

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{4} e^4 \sum_{i,j=\gamma, Z, Z'} \frac{1}{s - m_i^2} \frac{1}{s - m_j^2} \quad (4.37) \\ &\times \left[(v_i v_j + a_i a_j)^2 \underbrace{\text{tr}[p_{\mu-} \gamma^\beta p_{\mu+} \gamma^\alpha] \text{tr}[p_{e+} \gamma^\beta p_{e-} \gamma^\alpha]}_{32 (p_{e+} \cdot p_{\mu-} - p_{e-} \cdot p_{\mu+} + p_{e+} \cdot p_{\mu+} - p_{e-} \cdot p_{\mu-}) = 4s^2 (1 + \cos^2 \theta)} \right. \\ &\quad \left. + (v_i a_j + a_i v_j)^2 \underbrace{\text{tr}[\gamma_5 p_{\mu-} \gamma^\beta p_{\mu+} \gamma^\alpha] \text{tr}[\gamma_5 p_{e+} \gamma^\beta p_{e-} \gamma^\alpha]}_{32 (p_{e+} \cdot p_{\mu-} - p_{e-} \cdot p_{\mu+} - p_{e+} \cdot p_{\mu+} + p_{e-} \cdot p_{\mu-}) = 8s^2 \cos \theta} \right] \end{aligned}$$

Il est facile d'exprimer les produits scalaires des vecteurs energie-moment cinétique ultrarelativistes en fonction de l'angle θ entre l'électron initial et le muon final. En effet, dans un repère du centre de masse ceux-ci peuvent être écrits sous la forme

$$\begin{aligned}
p_{e^-} &\equiv \frac{\sqrt{s}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & p_{\mu^-} &\equiv \frac{\sqrt{s}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \\
p_{e^+} &\equiv \frac{\sqrt{s}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} & p_{\mu^+} &\equiv \frac{\sqrt{s}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\sin \theta \\ -\cos \theta \end{pmatrix} .
\end{aligned} \tag{4.38}$$

Si l'on exprime la charge de l'électron e en fonction de la constante de structure fine $\alpha = e^2/4\pi$, la section efficace différentielle devient

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d \cos \theta} &= \frac{\pi \alpha^2 s}{2} \sum_{i,j=\gamma,Z,Z'} \frac{1}{s - m_i^2} \frac{1}{s - m_j^2} \\
&\quad \left[(v_i v_j + a_i a_j)^2 (1 + \cos^2 \theta) + (v_i a_j + a_i v_j)^2 2 \cos \theta \right] .
\end{aligned} \tag{4.39}$$

Afin d'obtenir une idée qualitative² de ce qui se passe, il est pratique de travailler dans la limite où

$$m_{Z^0}^2 \ll s \ll m_{Z'}^2, \quad \text{et} \quad \sin^2 \theta_w = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} v_{Z^0} = 0 \\ a_{Z^0} = -1/\sqrt{3} \end{cases} \tag{4.40}$$

et de négliger la contribution du carré du canal Z' .³ La section efficace différentielle devient alors

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d \cos \theta} &= \frac{\pi \alpha^2}{9} \left\{ \frac{1}{s} (5 + 6 \cos \theta + 5 \cos^2 \theta) \right. \\
&\quad - \frac{1}{m_{Z'}^2} \left[v_{Z'}^2 (3 + 2 \cos \theta + 3 \cos^2 \theta) \right. \\
&\quad \left. \left. + a_{Z'}^2 (1 + 6 \cos \theta + \cos^2 \theta) \right] \right\} .
\end{aligned} \tag{4.41}$$

²Qui, loin du pôle Z' , fournit d'ailleurs des résultats parfaitement réalistes!

³Ceci se justifie par le fait que nous cherchons à mettre en évidence des effets très petits, dûs à un Z' très lourd ou couplant très faiblement.

On voit donc que dans la limite asymptotique (4.40) les couplages et la masse du Z' ont un effet corrélé: un Z' léger avec des couplages faibles est équivalent à un Z' lourd avec des couplages forts. Pour tenir compte de cette corrélation, il est commode d'utiliser les couplages réduits

$$v' = v_{Z'} \frac{\sqrt{s}}{m_{Z'}} \quad a' = a_{Z'} \frac{\sqrt{s}}{m_{Z'}} . \quad (4.42)$$

Il est aisé maintenant d'estimer l'effet qu'aura un Z' sur deux observables chéries des expérimentateurs, à savoir le nombre total d'évènements N et l'assymétrie avant-arrière A :

$$\begin{aligned} N &= \mathcal{L} \int_{-1}^{+1} d \cos \theta \frac{d\sigma}{d \cos \theta} \\ &= \underbrace{\mathcal{L} \frac{40\pi\alpha^2}{27s}}_{N_{\text{SM}}} \left[1 - \frac{1}{5} (3v'^2 + a'^2) \right] \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\int_0^{+1} d \cos \theta \frac{d\sigma}{d \cos \theta} - \int_{-1}^0 d \cos \theta \frac{d\sigma}{d \cos \theta}}{\int_0^{+1} d \cos \theta \frac{d\sigma}{d \cos \theta} + \int_{-1}^0 d \cos \theta \frac{d\sigma}{d \cos \theta}} \\ &= \underbrace{\frac{9}{20}}_{A_{\text{SM}}} \frac{1 - \frac{1}{3} (v'^2 + 3a'^2)}{1 - \frac{1}{5} (3v'^2 + a'^2)} \simeq \frac{9}{20} \left[1 + \frac{4}{15} (v'^2 - 3a'^2) \right] . \end{aligned} \quad (4.44)$$

Les valeurs prédites par le modèle standard, c'est-à-dire en l'absence de Z' , sont données par N_{SM} et A_{SM} . On peut estimer le poids statistique de ces observables en calculant leurs estimateurs de moindre carrés. Si nous nous concentrons uniquement sur les erreurs statistiques ΔN et ΔA (qui sont données par la statistique de Poisson) et ignorons les erreurs systématiques (qui sont donnée par une statistique inconnue et sont donc beaucoup plus difficile à traiter; heureusement, dans ce cas-ci il s'avère qu'elles peuvent être négligées, car les erreurs statistiques dominent), nous obtenons

$$\chi_N^2 = \left(\frac{N_{\text{SM}} - N}{\Delta N_{\text{SM}}} \right)^2 \quad \text{avec} \quad \Delta N_{\text{SM}} = \sqrt{N_{\text{SM}}} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned}
&= N_{\text{SM}} \frac{1}{25} (3v'^2 + a'^2)^2 \\
\chi_A^2 &= \left(\frac{A_{\text{SM}} - A}{\Delta A_{\text{SM}}} \right)^2 \quad \text{avec} \quad \Delta A_{\text{SM}} = \sqrt{\frac{1 - A_{\text{SM}}^2}{N_{\text{SM}}}} \quad (4.46) \\
&= N_{\text{SM}} \frac{144}{7975} (v'^2 - 3a'^2)^2 .
\end{aligned}$$

L'interprétation probabilistique de ces estimateurs est la suivante: en l'absence de Z' , 5% des fluctuations statistiques sont capables de donner lieu à une mesure égale à la valeur moyenne prédite en présence d'un Z' dont les couplages réduits v' et a' fournissent une valeur de χ^2 supérieure à 6. On dit dans le jargon, que la région de l'espace paramétrique (v', a') où $\chi^2 > 6$ peut être explorée à 95% de niveau de confiance. Les valeurs de χ^2 correspondant à d'autres niveaux de confiance peuvent aisément être obtenues à partir de tables de la distribution de χ^2 [1].

Dans le cas qui nous intéresse, les équations (4.45,4.46) délimitent respectivement une ellipse et deux hyperboles dans le plan (v', a') . Ce résultat est confirmé par une analyse plus complète, qui tient compte des effets que j'ai négligés par mes diverses approximations et inclut aussi les corrections radiatives à une boucle [10]. On peut s'en convaincre à l'aide de la figure 4.7. Il s'avère même que les résultats numériques de cette analyse plus réaliste diffèrent de moins de 20% de ceux obtenus plus haut!

Il est peut-être intéressant de remarquer que les collisions e^-e^- [11] peuvent aussi mettre en évidence un Z' virtuel, en induisant des anomalies dans les distributions angulaires de la diffusion Møller $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$. Il s'avère même que ce type de réaction est plus performant que les réactions e^+e^- dans la recherche de Z' , si la masse de cux-ci dépasse d'environ 20% l'énergie du collisionneur.

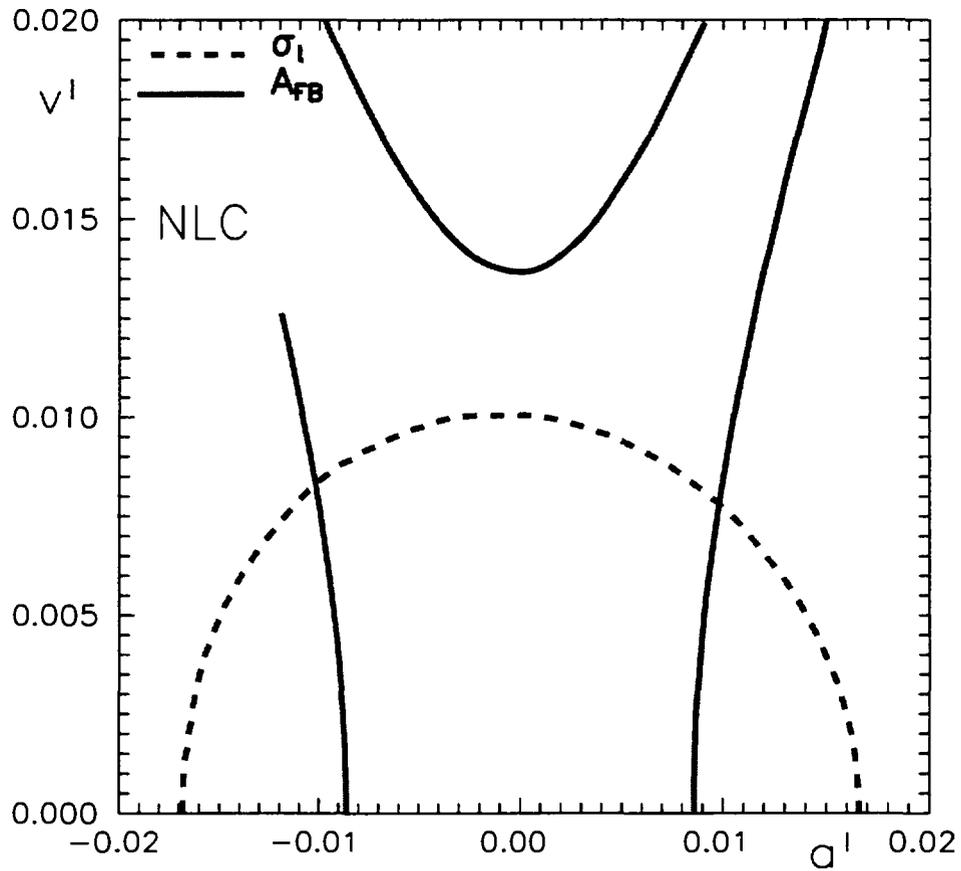


Figure 4.7: Valeurs des couplages réduits (4.42) permettant d'exclure le modèle standard au FLC à 95% de niveau de confiance en observant le nombre total d'évènements ($\sigma_t = N$) et l'asymétrie avant-arrière ($A_{FB} = A$). Cette figure est adaptée de la référence [10].

Chapitre 5

La grande unification

Le modèle symétrique gauche-droite partage un défaut majeur du modèle standard, à savoir sa structure de produit de plusieurs groupes simples. Chacun des facteurs de ces produits directs de groupes simples est en effet muni de sa propre constante de couplage, qui n'est pas prédite *a priori* par la théorie. Il ne peut donc être question d'une unification comme c'est le cas pour l'électromagnétisme, où les interactions électriques et magnétiques ne sont que deux aspects d'une même réalité. Pour qu'il y ait une véritable unification électrofaible, voire une grande unification des interactions fortes et électrofaibles, il faut nécessairement avoir au départ une symétrie de groupe simple.

Bien sûr, vu le succès du modèle standard, il faut aussi impérativement que le groupe simple unifié, que j'appellerai génériquement G , contienne $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ comme sous-groupe. La symétrie de G doit être brisée à une échelle d'énergies suffisamment élevées m_{GUT} , pour garantir l'absence de phénomènes nouveaux aux énergies d'ores et déjà explorées, où seule la symétrie $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ s'est jusqu'à présent manifestée. La philosophie des théories de grande unification peut donc se résumer par la chaîne de brisure spontanée de symétrie

$$G \xrightarrow{m_{\text{GUT}}} SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{m_W} SU(3)_c \otimes U(1)_{\text{EM}} . \quad (5.1)$$

J'examinerai d'abord quelques aspects généraux de la grande unification, partagés par toutes les théories de grande unification, et je me spécialiserai ensuite sur le groupe $SU(5)$, qui constitue l'exemple le plus simple.

5.1 Remarques générales

Pour qu'un groupe simple G convienne à la grande unification il faut qu'il satisfasse à un certain nombre de conditions qui garantissent la possibilité de décrire la structure du modèle standard et sa phénoménologie. Ces conditions sont les suivantes:

- L'ordre de G , c'est-à-dire son nombre de générateurs, doit être supérieur à $8+3+1 = 12$, c'est-à-dire au nombre de générateurs de $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.
- Pour la même raison, le rang de G , c'est-à-dire son nombre maximum de générateurs diagonalisable simultanément, doit être supérieur à $2 + 1 + 1 = 4$.
- Le groupe G doit admettre des représentations complexes afin de permettre de traiter différemment les fermions gauches des fermions droits.
- Les fermions connus doivent pouvoir s'insérer dans une représentation de G qui soit libre d'anomalies.

Il s'avère que de la réunion de l'ensemble de ces critères résulte une élimination draconienne des groupes candidats à la grande unification. Les principaux survivants sont $SU(5)$ [12], $SO(10)$ [13] et E_6 [14], de rang 4, 5 et 6 respectivement.

5.1.1 Quantification de la charge électromagnétique

Dans le cadre du modèle standard la charge électromagnétique Q d'une particule est déterminée par la relation $Q = T^3 + Y$. Alors que les valeurs de leur projection d'isospin T^3 sont quantifiées, celles de leur hypercharge Y , et donc aussi celles de leur charge Q , ne le sont pas. En effet, les valeurs propres des générateurs de groupe simples non-abéliens, tel le $SU(2)_L$ du modèle standard, sont toujours quantifiés. Par contre le générateur du groupe $U(1)$ admet un continuum de valeurs propres. La symétrie de jauge du modèle standard ne peut donc pas expliquer la quantisation de la charge électromagnétique. Si la perversité vous y pousse, rien ne vous empêche donc en principe d'élargir la faune du modèle standard en introduisant des particules de charge $\sqrt{2}$ ou π !

Par contre, si la symétrie est déterminée au départ par un groupe simple (ce que $SU(2) \otimes U(1)$ n'est pas!), l'opérateur de charge est un de ses générateurs (autrement ce groupe n'incluerait pas l'électromagnétisme et on ne pourrait guère parler de grande unification!) et doit donc obligatoirement avoir des valeurs propres quantifiées.

Ceci fournit donc une explication simple et inéluctable à l'incroyable précision avec laquelle les charges de l'électron et du proton s'annulent.

Pour cette même raison la trace de l'opérateur de charge de charge doit être nulle. (Comme l'exige la définition même d'un générateur de groupe de Lie simple non-abélien.) Il en résulte que pour n'importe quelle représentation de G la somme des charges (et des hypercharges) de tous ses membres doit s'annuler.

5.1.2 Unification des constantes de couplage

Pour chaque représentation du groupe unifié G , ses générateurs T_i et en particulier les $8 + 3 + 1 = 12$ générateurs des sous-groupes $SU(3)_c$, $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$, satisfont la relation

$$\text{Tr}(T_i T_j) = C \delta_{ij} \quad (i = 1 \dots n = \text{ordre de } G), \quad (5.2)$$

où C est une constante qui dépend de la représentation particulière sur laquelle est effectuée la trace. Si nous évaluons ce nombre pour la représentation qui contient les 15 fermions du modèle standard et pour les générateurs de $SU(3)_c$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ et $U(1)_{EM}$ (ce dernier, l'opérateur de charge électromagnétique, n'est pas indépendant des autres, mais je le considère aussi dans l'espoir de rendre les choses plus claires) nous obtenons:

$$\text{Tr}(g_s^2 \lambda^2) = g_s^2 \underbrace{\text{tr}(\lambda^2)}_2 [0 + 0 + 2 + 1 + 1] = 2 g_s^2 \quad (5.3)$$

$$\text{Tr}(g^2 \sigma^2) = g^2 \underbrace{\text{tr}(\sigma^2)}_2 [1 + 0 + 3 + 0 + 0] = 2 g^2 \quad (5.4)$$

$$\text{Tr}(g'^2 Y^2) = g'^2 \left[2 \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (1)^2 + 6 \left(\frac{1}{6}\right)^2 + 3 \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] = \frac{10}{3} g'^2 \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}(e^2 Q^2) &= e^2 \left[0 + (-1)^2 + (-1)^2 + 3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 3 \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right] = \frac{16}{3} g'^2, \end{aligned} \quad (5.6)$$

où g_s , g , g' et e sont respectivement les constantes de couplage $SU(3)_c$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ et la charge de l'électron. Nous en déduisons la valeur de la constante (5.2) qui correspond à la représentation qui contient les fermions du modèle standard

$$C/2 = \underbrace{g_s^2}_{4\pi\alpha_3} = \underbrace{g^2}_{4\pi\alpha_2} = \underbrace{\frac{5}{3}g'^2}_{4\pi\alpha_1} = \frac{3}{5}e^2 \quad (5.7)$$

dont nous pouvons déduire la valeur de l'angle de mélange électrofaible, qui est défini par

$$\sin^2 \theta_w = \frac{e^2}{g^2} = \frac{3}{8} = 0.375 \quad (5.8)$$

À première vue il s'agit-là d'une catastrophe pour la grande unification! En effet, aux énergies où nous les observons, les constantes de couplage faibles et fortes ne sont certainement pas égales et l'angle de mélange électrofaible, qui a été mesuré de manière très précise à l'échelle de la masse du Z^0 au LEP et au SLC [1], a une valeur numérique complètement différente:

$$\sin^2 \theta_w(m_Z) = 0.2315 \pm 0.0004 \quad (5.9)$$

Fort heureusement, les relations (5.7,5.8) ne sont valables qu'aux échelles d'énergies m_{GUT} où la symétrie de grande unification n'est pas brisée. Mais en-deçà de ces énergies les constantes de couplages évoluent différemment en fonction de l'énergie, comme l'exige le groupe de renormalisation:

$$\frac{1}{\alpha_i(\mu)} = \frac{1}{\alpha_{\text{GUT}}} + \frac{\beta_i}{2\pi} \ln \left(\frac{m_{\text{GUT}}}{\mu} \right) \quad (5.10)$$

$$\begin{cases} \beta_1 = \frac{4}{3} N_g + \frac{1}{10} N_H = \frac{41}{10} > 0 \\ \beta_2 = -\frac{22}{3} + \frac{4}{3} N_g + \frac{1}{6} N_H = -\frac{19}{6} < 0 \\ \beta_3 = -11 + \frac{4}{3} N_g = -7 < 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

Le premier terme des fonctions beta (donné en général par $-11/3N$ pour un groupe $SU(N)$) est une caractéristique unique des groupes de jauge non-abélien. Les termes suivants font intervenir le nombre de générations de fermions N_g et le nombre de

doublets de Higgs électrofaibles N_H . Dans le cadre de l'*hypothèse du désert*, qui suppose l'absence de phénomènes nouveaux entre les échelles électrofaible et de grande unification, ces nombres prennent les valeurs du modèle standard, à savoir $N_g = 3$ et $N_H = 1$. Ce sont les valeurs que j'adopterai dans ce qui suit. Il est toutefois important de noter qu'il ne s'agit-là que d'une hypothèse de travail. Nous verrons au chapitre suivant comment la prise en compte de partenaires supersymétriques peut avoir des conséquences importantes.

La condition initiale (5.7) est bien réalisée par les équations (5.10), puisque à l'échelle de la grande unification

$$\alpha_1(m_{\text{GUT}}) = \alpha_2(m_{\text{GUT}}) = \alpha_3(m_{\text{GUT}}) = \alpha_{\text{GUT}} . \quad (5.12)$$

Au-delà de l'échelle de la grande unification les constantes de couplage α_1 , α_2 et α_3 ont toutes trois la même fonction beta (déterminée par la structure du groupe de grande unification G) et évoluent donc en unisson. On ne parle donc plus que d'une seule constante de couplage α_G , celle du groupe de grande unification G , qui décroît pour des énergies croissantes jusqu'à la masse de Planck. Au-delà plus aucune prédiction n'est possible en l'absence d'une théorie quantique de la gravitation.

Pour résoudre les trois équations (5.10) nous disposons de conditions initiales à l'échelle de la masse du Z

$$\mu = m_Z : \quad \begin{cases} \alpha_s \approx \frac{1}{10} = \alpha_3 \\ \alpha \approx \frac{1}{128} = \alpha_2 \sin^2 \theta_w = \frac{3}{5} \alpha_1 \cos^2 \theta_w \end{cases} \quad (5.13)$$

Il en résulte pour (5.10) un groupe de 3 équations linéaires à 3 inconnues dont les solutions sont

$$\begin{aligned} m_{\text{GUT}} &\simeq 2 \cdot 10^{14} \text{ GeV} \\ \alpha_{\text{GUT}} &\simeq \frac{1}{42} \\ \sin^2 \theta_w(m_Z) &\simeq 0.214 . \end{aligned} \quad (5.14)$$

Voilà qui est déjà nettement mieux que le résultat (5.8), mais cela reste encore toujours incompatible avec le résultat expérimental (5.9). Hélas, même en faisant un calcul plus précis à l'aide de fonctions beta à deux boucles et tenant compte des erreurs sur les mesures de α_s et α , la prédiction pour l'angle de mélange électrofaible reste

inacceptable face au résultat expérimental (5.9). Comme nous le verrons plus loin, de telles valeurs de m_{GUT} et α_{GUT} impliquent par ailleurs des taux de désintégration du proton qui auraient déjà été observés depuis belle lurette!

Sans vouloir trop anticiper sur le prochain chapitre, une autre façon de présenter ce désaccord est exposée dans la figure 6.3a.

Est-ce donc la fin des théories de grande unification? Bien sûr que non! Le calcul précédant se base entièrement sur l'**hypothèse du désert**, qui est inhérente qu'au modèle minimal de grande unification $SU(5)$. En fait, il est très facile de peupler ce désert en rajoutant (arbitrairement) des représentations exotiques de quarks, tel le quix **6** ou le queight **8**. Si en outre on considère un groupe de grande unification autre que $SU(5)$, le mécanisme de brisure spontanée de symétrie s'effectue en général en cascades successives, donnant lieu à un où plusieurs seuils d'énergie compris entre les échelles de grande unification et électrofaibles. À chacun de ces seuils des nouvelles particules acquièrent leur masse, et le désert se transforme ainsi en jungle luxuriante. . .

Quel que soit la théorie de grande unification étudiée il est clair que l'échelle d'énergie m_{GUT} à laquelle cette symétrie devient manifeste doit être très élevée, de l'ordre de $10^{15\pm 3}$ GeV. En effet, comme les couplages évoluent logarithmiquement en fonction de l'énergie dans les équations (5.10), seule une très grande valeur de m_{GUT} permet l'unification des couplages.

5.1.3 La désintégration du proton

Il est clair que si des quarks et des leptons appartiennent à une même représentation irréductible du groupe de grande unification G , il y aura des vecteurs de jauge qui induiront des transitions des uns aux autres. Évidemment, puisque ce genre de transition n'est pas observé à basses énergies ces bosons de jauge doivent correspondre aux symétries de G qui sont brisées spontanément, et par conséquent leur masses doivent être de l'ordre de m_{GUT} . Pas étonnant qu'on ne les ai pas encore découverts!

Mais en dépit de leur masses inaccessibles ces bosons de jauge peuvent se manifester à basse énergie en induisant la désintégration du proton. Les diagrammes typiques pour la grande unification $SU(5)$ sont montrés dans la figure 5.1.

Il est aisé de se faire une idée approximative de la largeur de désintégration du proton à travers ce mécanisme. Pour cela il suffit de remarquer que l'échelle des énergies impliquées dans les processus de diffusion de la figure 5.1 est de l'ordre de la masse du proton m_p . Ainsi les propagateurs des bosons échangés entre les fermions $1/(p^2 - m_{\text{GUT}}^2)$, où $p \sim m_p \ll m_{\text{GUT}}$, peuvent sans danger être remplacés par $1/m_{\text{GUT}}^2$. (On parle alors d'une théorie effective à basse énergie. Un exemple fameux et encore très

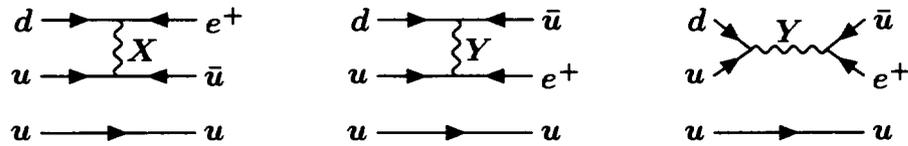


Figure 5.1: Diagrammes de Feynman décrivant la désintégration du proton dans le cadre de la grande unification $SU(5)$. L'état initial est un proton formé (en première approximation) de deux quarks u et d'un quark d . L'état final consiste en un positron et un méson neutre.

utilisé est la théorie de Fermi des interactions électrofaibles.) Comme en outre les processus de la figure 5.1 font intervenir deux fois le couplage des fermions aux vecteurs de jauge, leur élément de matrice est manifestement proportionnel à $\alpha_{\text{GUT}}/m_{\text{GUT}}^2$. La largeur de désintégration du proton étant proportionnelle au carré de cet élément de matrice, il est donc clair, simplement sur la base de considérations dimensionnelles, que l'ordre de grandeur de la durée de vie du proton est donné par

$$\tau_p \sim \frac{1}{\alpha_{\text{GUT}}^2} \frac{m_{\text{GUT}}^4}{m_p^5} . \quad (5.15)$$

Si l'on utilise les nombres obtenus précédemment (5.14) on obtient une durée de vie du proton d'environ 10^{29} années. De quoi faire pâlir Mathusalem, surtout si l'on se souvient que l'âge de l'univers excède à peine 10^{10} ans...

Il n'en reste pas moins que nous disposons de pas mal de protons autour de nous. Ainsi un cube de $5 \times 5 \times 5 \text{ m}^3$ de fer (c'est-à-dire à peu près 1000 tonnes) contient plus de 10^{32} protons, ce qui permettrait en principe de détecter quelques milliers de désintégrations par an. Or les expériences visant à découvrir une désintégration éventuelle du proton ont jusqu'à présent fait chou blanc et ont ainsi permis d'établir une limite inférieure de 10^{32} ans pour la durée de vie du proton. Bien sûr, le résultat (5.15) de notre grossière analyse dimensionnelle ne peut être pris au pied de la lettre, mais il s'avère que des calculs bien plus sophistiqués qui tentent de tenir compte des fonctions d'onde hadroniques confirment cette première approximation. Bien que ces calculs restent entâchés d'une grande incertitude, ils fournissent une évidence supplémentaire qu'une partie du moins du désert qui s'étend de l'échelle électrofaible à l'échelle de grande unification est peuplée!

5.1.4 Le problème de la hiérarchie

À cause de la lenteur inévitable de l'évolution logarithmique des couplages de jauge,

toutes les théories de grande unification prédisent une échelle pour la brisure de la symétrie de grande unification m_{GUT} immensément plus élevée que celle de la brisure de la symétrie électrofaible m_W . Ceci implique que les valeurs moyennes dans le vide (et donc les masses) des bosons de Higgs responsables des deux brisures spontanées de symétrie de l'équation (5.1) diffèrent par environ 12 ordres de grandeur.

En principe il ne s'agit pas-là d'un problème fondamental, si ce n'est qu'une telle différence d'échelles d'énergies ne peut guère être qualifiée de *naturelle!* Mais il y a bien pire. En effet, les corrections radiatives aux masses des scalaires contiennent des divergences quadratiques, ce qui a des conséquences désastreuses...

Ces corrections radiatives induisent une énergie propre Σ qui renormalise (au travers d'une resommation de Dyson) la masse du scalaire m_0 , qui apparaît dans le lagrangien. Comme nous considérons ici des théories de jauge renormalisables, les divergences contenues dans Σ doivent être des constantes qui ne dépendent pas du moment du scalaire. Elles peuvent donc être soustraites et réabsorbées dans une constante de renormalisation, le contreterme δm_0^2 . La masse du scalaire m , mesurée à une échelle d'énergie quelconque λ , est ainsi donnée par la relation

$$m^2(\lambda) = m_0^2 + \Sigma(\lambda, \Lambda) - \delta m_0^2, \quad (5.16)$$

où Λ est l'échelle d'énergie à partir de laquelle la théorie considérée devient caduque, c'est-à-dire m_{GUT} dans le cas de théories de grande unification, ou m_{Planck} en général.

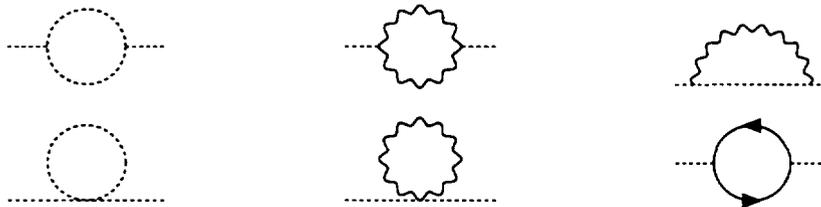


Figure 5.2: Diagrammes de Feynman typiques intervenant dans l'énergie propre d'un scalaire.

À une boucle l'énergie propre est déterminée par des diagrammes de Feynman du type de ceux représentés dans la figure 5.2. Sa forme peut-être estimée en appliquant les règles de Feynman usuelles et en comptant les puissances du moment circulant dans la boucle. Les quatre derniers diagrammes donnent ainsi lieu à une correction du type

$$\begin{aligned}
\Sigma(\lambda, \Lambda) &\sim g^2 \int_{\lambda}^{\Lambda} d^4 p \frac{1}{p^2} & (5.17) \\
&\sim Q \int_{\lambda^2}^{\Lambda^2} dp^2 + L \int_{\lambda^2}^{\Lambda^2} \frac{dp^2}{p^2} + F \int_{\lambda^2}^{\Lambda^2} \frac{dp^2}{p^4} \\
&\sim Q (\Lambda^2 - \lambda^2) + L \ln \frac{\Lambda^2}{\lambda^2} + F \left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\Lambda^2} \right) \\
&\simeq Q \Lambda^2,
\end{aligned}$$

où Q est un nombre sans dimensions de l'ordre de grandeur de g^2 . Similairement, par analyse dimensionnelle les coefficients du terme logarithmique et du terme fini sont de l'ordre de $L \sim g^2 m^2$ et $F \sim g^2 m^4$. En insérant ce résultat dans l'équation (5.16) on obtient pour la masse du Higgs léger (responsable de la brisure de la symétrie électrofaible) mesurée à l'échelle électrofaible m_W

$$m^2(m_W) = Q m_{\text{GUT}}^2 - (\delta m_0^2 - m_0^2). \quad (5.18)$$

La solution *naturelle* à cette équation est d'avoir trois termes du même ordre de grandeur

$$m^2(m_W) \sim Q m_{\text{GUT}}^2 \sim (\delta m_0^2 - m_0^2). \quad (5.19)$$

Mais l'existence d'un Higgs 10^{12} fois plus léger que l'énergie de grande unification implique une solution très artificielle

$$m^2(m_W) \ll Q m_{\text{GUT}}^2 \simeq (\delta m_0^2 - m_0^2), \quad (5.20)$$

qui ne peut s'obtenir qu'au prix d'un ajustement incroyablement précis, à mieux que douze ordres de grandeurs près, entre les trois termes du côté droit de l'équation (5.18). Ceci est une difficulté fondamentale, commune à toutes les théories de grande unification, qu'on l'appelle le *problème de la hiérarchie de jauge*.

En principe on peut imaginer qu'il est possible d'invoquer une symétrie supplémentaire du lagrangien¹ qui explique la quasi annulation dont résulte cette hiérarchie. Mais la

¹Je dis bien *en principe*, car jusqu'à présent personne n'a pu implémenter une telle symétrie de manière convaincante.

catastrophe prend sa pleine ampleur lorsqu'on constate que les corrections radiatives d'ordre plus élevé (à deux boucles ou plus) briseront cette symétrie. Même si cette brisure est très faible et la valeur du coefficient Q de la divergence quadratique n'est que peu modifiée, la subtile annulation nécessaire pour maintenir le Higgs électrofaible léger sera néanmoins complètement détruite. En fait, un réajustement du contre-terme δm_0^2 devrait donc être réeffectué systématiquement ordre par ordre en théorie des perturbations et l'annulation résulterait ainsi d'un hasard d'une improbabilité inconcevable!

Il y a donc en fait deux problèmes de hiérarchie:

1. Le problème **fondamental** de la hiérarchie, qui est lié à l'existence de deux échelles d'énergies séparées par 12 ordres de grandeurs et dont la solution requière un ajustement de paramètre d'une précision ahurissante. Jusqu'à présent aucune solution satisfaisante à cette énigme n'a été trouvée.
2. Le problème **technique** de la hiérarchie, qui est lié à la nécessité de réeffectuer cet ajustement répétitivement, à chaque ordre des perturbations. Cette difficulté est évitée par deux théories:
 - (a) La **techni-couleur**, postule l'existence d'une nouvelle interaction forte dictée par une symétrie de jauge non-abélienne. Cette force de techni-couleur est asymptotiquement libre, mais elle confine des *techni-fermions* à des énergies inférieures à environ 1 TeV, à l'instar de la QCD qui confine les quarks en-deçà de 1 GeV. Le rôle du Higgs est joué par un état composé de *techni-méson* et l'on parle d'une *brisure dynamique* de la symétrie électrofaible.
Comme la coupure d'énergie Λ devient l'échelle de compositivité, on peut donc contempler la solution naturelle (5.19), où m_{GUT} est remplacé par $m_{\text{TC}} \sim 1 \text{ TeV}$. En raison des nombreuses complications qui ont graduellement du être implémentées pour ne pas contredire les données expérimentales de plus en plus précises, cette théorie n'est à l'heure actuelle plus en odeur de sainteté.
 - (b) La **supersymétrie**, que j'introduirai au chapitre suivant, a pour conséquence d'annuler identiquement le coefficient Q des divergences quadratiques. Comme les corrections logarithmiques qui subsistent sont beaucoup plus petites, nous pouvons aussi contempler la solution naturelle (5.19), où Qm_{GUT}^2 est remplacé par $L \ln m_{\text{GUT}}^2/m_W^2 \sim m^2$.

5.2 $SU(5)$

Avant de nous embarquer plus avant dans la description de quelques aspects plus précis de la grande unification $SU(5)$ il est peut-être utile de décrire quelques représentations de ce groupe. Pour ce faire je montre dans le tableau 5.1 les décompositions en représentations de $SU(3) \otimes SU(2)$ des représentations irréductibles les plus importantes de $SU(5)$.

Il est aussi utile de noter les décompositions en représentations irréductibles de quelques produits de représentations irréductibles:

représentation irréductible	$SU(5)$	$SU(3) \otimes SU(2)$
singulet	1	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})$
fondamentale	5	$(\mathbf{3}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{2})$
fondamentale conjuguée	$\bar{\mathbf{5}}$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{2})$
tenseur antisymétrique	10	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{3}, \mathbf{2}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{1})$
tenseur symétrique	15	$(\mathbf{6}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{3}, \mathbf{2}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{3})$
adjointe	24	$(\mathbf{8}, \mathbf{1}) \oplus (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{2}) \oplus (\mathbf{3}, \mathbf{2}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{3}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{1})$

Tableau 5.1: Quelques représentations irréductibles du groupe $SU(5)$ et leur décompositions en représentations du groupe $SU(3) \otimes SU(2)$.

$$\mathbf{5} \otimes \bar{\mathbf{5}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{24} \quad (5.21)$$

$$\bar{\mathbf{5}} \otimes \bar{\mathbf{5}} = \bar{\mathbf{10}} \oplus \bar{\mathbf{15}} \quad (5.22)$$

$$\bar{\mathbf{5}} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{5} \oplus \mathbf{45} \quad (5.23)$$

$$\mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \bar{\mathbf{5}} \oplus \bar{\mathbf{45}} \oplus \mathbf{50} \quad (5.24)$$

5.2.1 Les bosons de jauge

Les $8 + 3 + 1 = 12$ bosons de jauge du modèle standard s'assemblent en 3 représentations irréductibles de $SU(3)_c \otimes SU(2)_L$, qui sont univoquement définies par leurs nombres quantiques, définis dans le tableau 2.1:

$$g_a \ (a=1\dots 8) \oplus W_i \ (=W^\pm, Z) \oplus B \quad (5.25)$$

$$(\mathbf{8}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{2}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{1})$$

Afin d'avoir affaire à une théorie de jauge, ces vecteurs doivent nécessairement s'insérer dans la représentation adjointe **24** de $SU(5)$. Comme on le voit à l'aide du tableau 5.1, cela ne pose aucun problème². Nous pouvons donc déjà affirmer d'emblé qu'en plus des $8 + 3 + 1 = 12$ bosons de jauge du modèle standard il doit y

²Évidemment, puisque $SU(3) \otimes SU(2) \subset SU(5)$.

avoir 12 autres bosons de jauge. Ces derniers, qu'on dénote généralement X et Y , sont inobservables car ils acquièrent une masse de l'ordre de m_{GUT} par brisure spontanée de symétrie.

En terme de composantes on représente généralement la représentation adjointe de la manière suivante

$$\begin{aligned}
 A(\mathbf{24}) &= \sum_{\alpha} \frac{1}{2} \lambda_{\alpha} A_{\alpha} \tag{5.26} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{ccc|cc} & & & \bar{X}_1 & \bar{Y}_1 \\ & g_{\alpha} & & \bar{X}_2 & \bar{Y}_2 \\ & & & \bar{X}_3 & \bar{Y}_3 \\ \hline X_1 & X_2 & X_3 & & \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 & & \\ & & & W_i & \end{array} \right) + \frac{1}{2\sqrt{15}} \left(\begin{array}{ccc|cc} & & & -2 & \\ & & & -2 & \\ & & & -2 & \\ \hline & & & & +3 \\ & & & & +3 \end{array} \right) B ,
 \end{aligned}$$

où les matrices λ sont les généralisations des matrices de Gell-Mann (ou de Pauli) à 5 dimensions. J'ai utilisé des barres horizontales et verticales pour aider à visualiser les décompositions en octet, triplets et doublets de $SU(3) \otimes SU(2)$.

5.2.2 Les fermions

Les 15 fermions du modèle standard s'assemblent en 5 représentations irréductibles de $SU(3)_c \otimes SU(2)_L$, qui sont univoquement définies par leurs nombres quantiques, définis dans le tableau 2.1:

$$\begin{aligned}
 \left(\begin{array}{c} \nu_L \\ \ell_L \end{array} \right) \oplus \ell_L^c \oplus \left(\begin{array}{c} u_L \\ d_L \end{array} \right) \oplus u_L^c \oplus d_L^c \tag{5.27} \\
 (\mathbf{1}, \mathbf{2}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{3}, \mathbf{2}) \oplus (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}) \oplus (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})
 \end{aligned}$$

Au lieu d'utiliser des fermions droits ψ_R , comme il est de coutume dans le cadre du modèle standard, j'ai utilisé ici des fermions complexes conjugués gauches ψ_L^c . Ceci est uniquement un choix commode dicté principalement par la tradition et qui ne doit pas vous impressionner. En effet, il s'agit du même degré de liberté puisque ces deux types de fermions sont reliés par la bijection

$$\psi_L^c = C \gamma_0^T \psi_R^* , \tag{5.28}$$

où C est la matrice de conjugaison de charge. J'ignorerai par la suite l'indice L .

Le but du jeu est maintenant d'insérer les fermions (5.27) du modèle standard dans des représentations irréductibles de $SU(5)$ à l'aide du tableau 5.1. L'idéal serait évidemment d'avoir ces 15 fermions dans une représentation irréductible. Malheureusement la représentation irréductible **15** ne se prête absolument pas à cela en raison de sa décomposition $SU(3) \otimes SU(2)$ incompatible. La manière la plus économique de représenter les fermions est de les inclure dans une $\bar{\mathbf{5}} = (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{2})$ et une $\mathbf{10} = (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}) \oplus (\mathbf{3}, \mathbf{2}) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{1})$, ce qui permet en effet de reproduire la décomposition (5.27).

En terme de composantes on représente généralement ces représentations irréductibles de la manière suivante:

$$\psi(\bar{\mathbf{5}}) = \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ \ell \\ -\nu \end{pmatrix} \quad \chi(\mathbf{10}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{ccc|cc} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u_1 & -d_1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u_2 & -d_2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u_3 & -d_3 \\ \hline u_1 & u_2 & u_3 & 0 & -\ell^c \\ d_1 & d_2 & d_3 & \ell^c & 0 \end{array} \right), \quad (5.29)$$

où j'ai à nouveau utilisé des barres horizontales et verticales pour aider à visualiser les décompositions en triplets, doublets et singlets de $SU(3) \otimes SU(2)$. Comme je l'avais indiqué à la section 5.1.1 en traitant de la quantification de la charge électromagnétique, on voit bien que la somme des charges de chacun de ces deux multiplets est nulle. Le nombre de couleurs de la QCD fournit ainsi une attrayante explication de la charge $1/3$ des quarks.

En tout il existe trois copies de ces deux multiplets qui correspondent aux trois générations de fermions. À ma connaissance il n'existe actuellement aucune théorie de grande unification attractive qui contienne ces trois générations dans une unique représentation irréductible et expliquerait ainsi la triplification.

Le lagrangien fermionique s'écrit

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\psi} \gamma^\mu D_\mu \psi + \text{Tr}(\bar{\chi} \gamma^\mu D_\mu \chi) \\ &= \bar{\psi}^a \gamma^\mu (D_\mu)_a^b \psi_b + \bar{\chi}^{ab} \gamma^\mu (D_\mu)_b^c \chi_{ca} \quad (a, b, c = 1 \dots 5), \end{aligned} \quad (5.30)$$

où les dérivées covariantes sont données par

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi + ig \underbrace{A_\mu^\alpha \frac{1}{2} \lambda_\alpha \psi}_{A_\mu \psi} \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned} D_\mu \chi &= D_\mu(xy - yx) \\ &= (D_\mu x)y + x(D_\mu y) - (D_\mu y)x - y(D_\mu x) \\ &= \partial_\mu \chi + ig \underbrace{(A_\mu x)y + x(A_\mu y) - (A_\mu y)x - y(A_\mu x)}_{(A_\mu)_d^c \chi_{cd} - (A_\mu)_d^c \chi_{cd} \equiv 2A_\mu \chi}. \end{aligned} \quad (5.32)$$

L'expression pour la dérivée covariante de ψ (5.31) est évidente en vertu de la définition de la représentation fondamentale et de l'équation (5.26). Pour trouver la dérivée covariante de χ (5.32) j'ai exprimé ce champ sous la forme du produit direct antisymétrisé de deux représentations fondamentales x et y (5.22) $\chi_{ab} = x_a y_b - x_b y_a$.

En insérant ces dérivées covariantes explicitement dans le lagrangien fermionique (5.30) on retrouve donc automatiquement les interactions fortes dans les combinaisons des indices $a, b, c = 1 \dots 3$ et les interactions électrofaibles dans les combinaisons des indices $a, b, c = 1 \dots 2$. Les combinaisons mixtes d'indices donnent lieu à de nouvelles interactions. Par exemple, des combinaisons $a = 1, 2, 3$ et $b = 4$ dans le lagrangien de ψ

$$ig \left(\bar{\psi}^1 \gamma^\mu (A_\mu)_1^4 + \bar{\psi}^2 \gamma^\mu (A_\mu)_2^4 + \bar{\psi}^3 \gamma^\mu (A_\mu)_3^4 \right) \psi_4 = \frac{ig}{\sqrt{2}} X_\mu \bar{d}^c \gamma^\mu \ell \quad (5.33)$$

et des combinaisons $a = 4, b = 1, 2, 3$ et $c = 5$ dans le lagrangien de χ

$$2ig \left(\bar{\chi}^{41} \gamma^\mu (A_\mu)_1^5 + \bar{\chi}^{42} \gamma^\mu (A_\mu)_2^5 + \bar{\chi}^{43} \gamma^\mu (A_\mu)_3^5 \right) \chi_{54} = -\frac{ig}{\sqrt{2}} \bar{Y}_\mu \bar{u} \gamma^\mu \ell^c \quad (5.34)$$

résultent des transitions lepton-quark du type de celles représentées dans la figure 5.1. C'est à cause de ce type de transitions interdite dans le cadre du modèle standard qu'on appelle les 12 bosons de jauge X et Y des **leptoquarks**.

5.2.3 Les bosons de Higgs

Il y a un grand nombre de possibilités pour implémenter le secteur de Higgs et inclure le doublet de Higgs du modèle standard dans une représentation de $SU(5)$. Une chose

est néanmoins certaine, au moins deux représentations irréductibles de scalaires seront nécessaires pour briser d'abord la symétrie $SU(5)$ et puis la symétrie $SU(2) \otimes U(1)$. La façon la plus économique de faire cela est d'invoquer l'existence d'un Higgs Φ adjoint **24**

$$\Phi(\mathbf{24}) = \sum_{\alpha} \frac{1}{2} \lambda_{\alpha} \Phi_{\alpha} \quad (5.35)$$

et d'un Higgs H fondamental **5**

$$H(\mathbf{5}) = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} . \quad (5.36)$$

Le lagrangien de Higgs s'écrit donc

$$\mathcal{L} = \text{Tr} |D_{\mu} \Phi|^2 + |D_{\mu} H|^2 - V(\Phi, H) , \quad (5.37)$$

où les dérivées covariantes sont données par

$$D_{\mu} H = \partial_{\mu} H + ig \underbrace{A_{\mu}^{\alpha} \frac{1}{2} \lambda_{\alpha} H}_{A_{\mu} H} \quad (5.38)$$

$$D_{\mu} \Phi = \partial_{\mu} \Phi + ig \underbrace{A_{\mu}^{\alpha} T_{\alpha} \Phi}_{[A_{\mu}, \Phi]} . \quad (5.39)$$

L'expression pour la dérivées covariante de H (5.38) est évidente en vertu de la définition de la représentation fondamentale et de l'équation (5.26). Le commutateur dans la dérivées covariante de Φ (5.39) s'obtient aisément si l'on se souvient que les matrices de la représentation adjointe sont données par les constantes de structure $T_{\alpha}^{\beta\gamma} = if_{\alpha\gamma\beta}$ qui définissent l'algèbre de Lie $[\lambda_{\alpha}, \lambda_{\beta}] = 2if_{\alpha\beta\gamma} \lambda_{\gamma}$.

Sous des conditions assez générales, le potentiel de Higgs prend sa valeur minimale pour des valeurs non-triviales des champs scalaires. Il s'avère que leurs valeurs moyennes dans le vide prennent les formes suivantes

$$\langle \Phi \rangle \equiv v_\Phi \frac{1}{\sqrt{15}} \left(\begin{array}{ccc|cc} 2 & & & & \\ & 2 & & & \\ & & 2 & & \\ \hline & & & -3 & \\ & & & & -3 \end{array} \right) \quad (5.40)$$

$$\langle H \rangle \equiv v_H \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} . \quad (5.41)$$

Pour déterminer les masses des vecteurs de jauge il suffit à présent d'insérer ces valeurs moyennes dans le vide dans la partie cinétique du lagrangien de Higgs (5.37). En se concentrant uniquement sur les termes qui impliquent les carrés des valeurs moyennes dans le vide nous obtenons ainsi pour Φ

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \dots + g^2 \text{Tr} |A\langle \Phi \rangle - \langle \Phi \rangle A|^2 \\ &= \dots + \frac{5}{6} g^2 v_\Phi^2 \left(|X_1|^2 + |X_2|^2 + |X_3|^2 + |Y_1|^2 + |Y_2|^2 + |Y_3|^2 \right) \end{aligned} \quad (5.42)$$

et pour H

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \dots + g^2 |A\langle H \rangle|^2 \\ &= \dots + \frac{1}{2} g^2 v_H^2 \left[|Y_1|^2 + |Y_2|^2 + |Y_3|^2 + |W|^2 + \frac{1}{2} \underbrace{\left(-W_3 + \frac{3}{\sqrt{15}} B \right)^2}_{\frac{1}{\cos^2 \theta_w} Z^2} \right] , \end{aligned} \quad (5.43)$$

où j'ai fait usage de la valeur de l'angle de mélange électrofaible $\sin^2 \theta_w = 3/8$ à l'échelle de la grande unification (5.8) et de la définition des états propres de masse W et Z (2.1). Les masses des vecteurs de jauge sont donc

$$m_Y \simeq m_X = \sqrt{\frac{5}{6}} g v_\Phi \quad (5.44)$$

$$m_W = \cos \theta_w m_Z = \frac{1}{\sqrt{2}} g v_H . \quad (5.45)$$

Comme les vecteurs W et Z doivent être environ 10^{12} fois plus légers que les leptosquarks X et Y , nous en déduisons la hiérarchie des valeurs moyennes dans le vide

$$\frac{m_X}{m_W} \sim \frac{v_\Phi}{v_H} \sim 10^{12} , \quad (5.46)$$

ce qui justifie donc pleinement l'approximation dans l'équation (5.44).

Chapitre 6

La supersymétrie

La supersymétrie est une symétrie qui établit une relation entre les fermions et les bosons. Elle permet de passer des uns aux autres, comme les transformations de jauge permettent de passer d'un champ à l'autre à l'intérieur d'une même représentation du groupe de jauge. À l'instar de ces multiplets de jauge, on parlera ainsi de supermultiplets de la supersymétrie, qui contiennent à la fois de fermions et des bosons.

J'introduirai ici la supersymétrie de la manière la plus piétonne, c'est-à-dire à partir du lagrangien de Wess-Zumino, qui est le lagrangien supersymétrique le plus simple qui soit. Il me permettra entre autres de justifier l'algèbre supersymétrique et de montrer explicitement comment disparaissent les divergences quadratiques dans la renormalisation des masses des scalaires, qui s'étaient montrées si néfastes à la grande unification. Je décrirai ensuite brièvement l'extension supersymétrique minimale du modèle standard et montrerai comment la supersymétrie s'associe bien à la grande unification.

Toutefois, avant de nous embarquer plus avant il est peut-être utile de rappeler quelques propriétés du groupe de Lorentz, c'est-à-dire du groupe des rotations de l'espace-temps. Ses représentations irréductibles sont les scalaires (à 1 composante), les spineurs (à 2 composantes), les vecteurs (à 4 composantes) *etc.*

L'algèbre du groupe de Lorentz $SO(1, 3)$ s'avère être identique à celle du groupe plus familier $SU(2) \otimes SU(2)$. Il est très facile de former ses représentations irréductibles à partir des nombres quantiques de spin de chaque composante $SU(2)$. Ainsi $(0, 0)$ correspond aux scalaires, $(1/2, 0)$ aux spineurs, $(0, 1/2)$ aux spineurs conjugués complexes, $(1/2, 1/2)$ aux vecteurs *etc.* Les spineurs de Dirac se transforment comme la représentation réductible $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$.

Alors que les scalaires et les vecteurs sont bien connus, il n'en est peut-être pas de même pour les spineurs à 2 composantes. En effet les spineurs familiers sont ceux

de Dirac, qui ont 4 composantes mais ne forment pas une représentation irréductible du groupe de Lorentz. Par contre les spineurs de Majorana, qui sont définis comme étant leur propre conjugué de charge (attention, pas leur conjugué complexe!)

$$\psi^c = \psi \quad , \quad (6.1)$$

n'ont que 2 degrés de liberté et forment bien représentation irréductible du groupe de Lorentz. Par la suite j'utiliserai leurs propriétés suivantes

$$\bar{\psi}_1 \psi_2 = \bar{\psi}_2 \psi_1 \quad (6.2)$$

$$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \psi_2 = -\bar{\psi}_2 \gamma_\mu \psi_1 \quad (6.3)$$

$$\bar{\psi}_1 \gamma_5 \psi_2 = \bar{\psi}_2 \gamma_5 \psi_1 \quad (6.4)$$

$$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_2 = \bar{\psi}_2 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_1 \quad (6.5)$$

$$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma_\nu \psi_2 = -\bar{\psi}_2 \gamma_\mu \gamma_\nu \psi_1 \quad . \quad (6.6)$$

6.1 Le modèle de Wess-Zumino

Considérons le lagrangien libre que Wess et Zumino ont introduit en 1974 [16]

$$\mathcal{L}_{WZ} = \frac{1}{2} (\partial^\mu A) (\partial_\mu A) + \frac{1}{2} (\partial^\mu B) (\partial_\mu B) + \frac{i}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi \quad , \quad (6.7)$$

où A est un champ scalaire, B est un champ pseudo-scalaire et ψ est un champ spineur de Majorana. Ceci est la forme la plus simple du lagrangien de Wess-Zumino. Plus loin j'introduirai aussi des masses et des interactions. Aussi anodin qu'il puisse paraître, ce lagrangien possède des propriétés remarquables que je vais décrire d'ici peu.

6.1.1 Les transformations de Poincaré

Le lagrangien (6.7) est manifestement un scalaire pour les transformations du groupe de Poincaré, c'est-à-dire du groupe des transformations rigides (rotations et translations) d'espace-temps. Pour ce qui suit il est néanmoins instructif de vérifier ce fait explicitement, par exemple dans le cas de translations infinitésimales d'amplitude ξ^μ . Les variations infinitésimales correspondantes des trois champs s'écrivent en fonction du générateur des translations P_μ

$$\delta A = \xi^\mu P_\mu A \quad (6.8)$$

$$\delta B = \xi^\mu P_\mu B \quad (6.9)$$

$$\delta\psi = \xi^\mu P_\mu \psi . \quad (6.10)$$

Comme le générateur des translations peut s'écrire explicitement sous la forme de l'opérateur différentiel $P_\mu = i\partial_\mu$, la variation du lagrangien (6.7) est donc

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L}_{WZ} &= \frac{1}{2}(\partial^\mu\delta A)(\partial_\mu A) + \frac{1}{2}(\partial^\mu A)(\partial_\mu\delta A) + \dots \quad (6.11) \\ &= \frac{i}{2}\xi^\nu \left[(\partial^\mu\partial_\nu A)(\partial_\mu A) + \underbrace{(\partial^\mu A)(\partial_\mu\partial_\nu A)}_{\partial_\mu(\partial^\mu A\partial_\nu A) - (\partial_\nu\partial^\mu A)(\partial_\mu A)} + \dots \right] \\ &= \partial_\nu [i\xi^\nu\mathcal{L}_{WZ}] . \end{aligned}$$

Puisque $\delta\mathcal{L}_{WZ}$ est une dérivée totale, son intégrale est nulle et l'action est donc bien invariante sous l'effet d'une translation d'espace-temps. Le même genre de procédure est bien sûr aussi applicable pour les transformations de Lorentz.

6.1.2 Les transformations supersymétriques

Tout cela était bien connu. Mais le lagrangien (6.7) est aussi invariant (à une dérivée totale près) sous l'effet d'une transformation infinitésimales bien moins évidente:

$$\delta A = \bar{\epsilon} \psi \quad (6.12)$$

$$\delta B = \bar{\epsilon} i\gamma_5 \psi \quad (6.13)$$

$$\delta\psi = i\gamma^\mu\partial_\mu(A + i\gamma_5 B) \epsilon , \quad (6.14)$$

où ϵ est un fermion de Majorana infinitésimal constant. Le calcul de la variation de \mathcal{L}_{WZ} est maintenant un peu moins trivial

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L}_{WZ} &= (\partial^\mu A)(\partial_\mu\delta A) + (\partial^\mu B)(\partial_\mu\delta B) + \frac{i}{2}(\delta\bar{\psi})\partial_\mu\psi + \frac{i}{2}\bar{\psi}\partial_\mu(\delta\psi) \quad (6.15) \\ &= \bar{\epsilon} \left[\partial^\mu(A + i\gamma_5 B) - \frac{1}{2}\partial_\nu(A + i\gamma_5 B)\gamma^\nu\gamma^\mu \right] \partial_\mu\psi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^\nu [\partial^\mu \partial^\nu (A + i\gamma_5 B)] \epsilon \\
= & \partial_\mu \{\dots\} - \bar{\epsilon} \left\{ \partial_\mu \left[\partial^\mu (A + i\gamma_5 B) - \frac{1}{2} \partial_\nu (A + i\gamma_5 B) \gamma^\nu \gamma^\mu \right] \right\} \psi \\
& - \frac{1}{2} \bar{\epsilon} \underbrace{\gamma^\mu \gamma^\nu}_{2\eta^{\mu\nu} - \gamma^\nu \gamma^\mu} [\partial^\mu \partial^\nu (A + i\gamma_5 B)] \psi \\
= & \partial_\mu \{\dots\} .
\end{aligned}$$

Qui l'eut cru? Les infâmes transformations (6.12–6.14) reflètent donc bien une symétrie du lagrangien (6.7)! Il faut bien admettre que ces transformations sont pour le moins inhabituelles.

En fait, si j'avais utilisé le formalisme du super-espace [15] (qui me prendrait trop de temps à introduire ici) ces transformations supersymétriques découleraient de manière parfaitement logique et évidente de la structure même de l'espace-temps. Elles s'écriraient alors sous une forme bien plus élégante et moins mystérieuse que dans les équations (6.12–6.14).

On peut considérer les transformations supersymétriques comme formant le sommet d'une hiérarchie de transformations. En effet, alors que les translations agissent indépendamment sur chaque composantes spinorielles ou vectorielles d'un champ, les transformations de Lorentz mélangent ces différentes composantes. Par contre, les transformations de Lorentz ne mélangent jamais différents champs, contrairement aux transformations de jauge qui par essence relient les différents éléments d'un même multiplet, c'est-à-dire d'un ensemble de champs de spin identique. Finalement, les transformations supersymétriques effectuent le dernier pas, en fournissant un moyen de passer d'un spin à un autre!

6.1.3 L'algèbre supersymétrique

À l'instar du générateur des translations P_μ , il existe aussi un générateur des transformations supersymétriques Q . Par exemple, la transformation (6.12) du scalaire A peut par analogie avec l'équation (6.8) s'écrire

$$\delta A = \bar{\epsilon} Q A . \quad (6.16)$$

Mais alors que P_μ , est un vecteur de Lorentz, Q est un spineur de Majorana. Pour en apprendre plus sur lui, examinons l'effet du commutateur de deux transformations (6.16) successives:

$$\begin{aligned}
[\delta_2, \delta_1]A &= \underbrace{[\bar{\epsilon}_2 Q, \bar{\epsilon}_1 Q]}_{\bar{Q}\epsilon_2} A & (6.17) \\
&= (\bar{Q}\epsilon_2 \bar{\epsilon}_1 Q - \bar{\epsilon}_1 Q \bar{Q}\epsilon_2) A \\
&= \left(\bar{\epsilon}_{1\alpha} \epsilon_{2\beta} \bar{Q}_\beta Q_\alpha - \bar{\epsilon}_{1\alpha} \epsilon_{2\beta} \underbrace{Q_\alpha \bar{Q}_\beta}_{-\bar{Q}_\beta Q_\alpha} \right) A \\
&= \bar{\epsilon}_{1\alpha} \epsilon_{2\beta} \{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} A .
\end{aligned}$$

J'ai utilisé dans l'avant dernière ligne la relation d'anticommutation habituelle de deux opérateurs fermioniques. D'autre part, si l'on utilise la forme explicite de la transformation (6.12) ce même commutateur devient

$$\begin{aligned}
[\delta_2, \delta_1]A &= \delta_2(\bar{\epsilon}_1 \psi) - \delta_1(\bar{\epsilon}_2 \psi) & (6.18) \\
&= -i\bar{\epsilon}_1 \gamma^\mu \partial_\mu (A + i\gamma_5 B)\epsilon_2 + i\bar{\epsilon}_2 \gamma^\mu \partial_\mu (A + i\gamma_5 B)\epsilon_1 \\
&= -i\left(\bar{\epsilon}_1 \gamma^\mu \epsilon_2 - \underbrace{\bar{\epsilon}_2 \gamma^\mu \epsilon_1}_{-\bar{\epsilon}_1 \gamma^\mu \epsilon_2}\right) \partial_\mu A - i\left(\bar{\epsilon}_1 \gamma^\mu \gamma_5 \epsilon_2 - \underbrace{\bar{\epsilon}_2 \gamma^\mu \gamma_5 \epsilon_1}_{\bar{\epsilon}_1 \gamma^\mu \gamma_5 \epsilon_2}\right) \partial_\mu B \\
&= 2i\bar{\epsilon}_1 \gamma^\mu \epsilon_2 \partial_\mu A \\
&= 2\bar{\epsilon}_{1\alpha} \epsilon_{2\beta} \gamma_{\alpha\beta}^\mu P_\mu A .
\end{aligned}$$

En comparant les équations (6.17) et (6.18) On voit donc que les générateurs des translations P_μ et des transformations supersymétriques Q sont intimement connectés à travers l'anticommutateur de ces derniers:

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 2\gamma_{\alpha\beta}^\mu P_\mu . \quad (6.19)$$

On peut aisément vérifier que cette importante relation est aussi valable pour les autres champs B et ψ . De manière analogue on peut aussi établir le reste de l'algèbre de la supersymétrie, que j'indique ici symboliquement:

$$\text{super-algèbre de Poincaré} \left\{ \begin{array}{l} [P, P] = 0 \\ [L, L] \propto L \\ [P, P] \propto P \\ [P, Q] = 0 \\ [P, \bar{Q}] = 0 \\ [L, Q] \propto Q \\ [L, \bar{Q}] \propto \bar{Q} \\ \{Q, Q\} = 0 \\ \{\bar{Q}, \bar{Q}\} = 0 \\ \{Q, \bar{Q}\} \propto P \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{algèbre de Lie} \\ \text{de Poincaré} \end{array} \quad (6.20)$$

où L représente les transformations de Lorentz, c'est-à-dire les rotations d'espace-temps. Pour simplifier je n'ai pas représenté les indices vectoriels et spinoriels dans les équations (6.20).

L'algèbre (6.20) est dite *supersymétrique* ou *graduée* en raison de la présence des anticommutateurs. Elle contient comme sous-algèbre la familière algèbre de Lie du groupe de Poincaré $SO(1, 3)$, qui connecte les translations et rotations spacio-temporelles. Il est important de remarquer que, bien que j'ai déduit l'algèbre (6.20) à partir du modèle de Wess-Zumino, elle ne se restreint pas seulement à celui-ci. Il s'agit de l'algèbre générale de la supersymétrie.

Les représentations irréductibles de l'algèbre de Poincaré ont toutes un spin bien défini, $S = 0$ pour les singulets scalaires, $S = 1/2$ pour les doublets spineurs, $S = 1$ pour les quadruplets vecteurs, *etc.*. Par contre, les représentations irréductibles de la super-algèbre de Poincaré (6.20) sont des *super-multiplets* qui contiennent des composantes de différents spins. Ainsi, les trois champs A , B et ψ du lagrangien de Wess-Zumino (6.7) forment ce qu'on appelle le *super-multiplet chiral*.

Nécessairement tout super-multiplet doit avoir autant de degrés de liberté bosoniques que fermioniques, afin que l'on puisse passer des uns aux autres par le générateur supersymétrique Q . Ainsi la supersymétrie offre une explication naturelle de l'existence simultanée de bosons et de fermions.

Les opérateurs supersymétriques Q génèrent des translations supplémentaires du super-espace-temps, qui n'est rien d'autre que l'espace-temps de Minkowski auquel ont été rajouté deux dimensions de Grassman, c'est-à-dire qui obéissent à une statistique fermionique.

On peut en fait rajouter plus que deux dimensions de Grassman. Cela a pour effet de nécessiter des générateurs supersymétriques additionnels et d'élargir l'algèbre supersymétrique (6.20) en conséquence. On parle alors de supersymétrie $N = 2$, $N = 4$ ou $N = 8$. Mais aux basses énergies seule la supersymétrie $N = 1$ que j'ai décrite ici à l'aide du modèle de Wess-Zumino est phénoménologiquement viable.

6.1.4 La renormalisation des masses scalaires

Nous avons remarqué au chapitre précédent, que la présence de divergences quadratiques dans l'énergie propre des scalaires est un problème majeur auquel sont confrontées toutes les théories de grande unification. La supersymétrie fournit une solution très élégante à ce problème: puisque les fermions n'ont pas de divergence quadratique et puisqu'une transformation supersymétrique permet de les transformer à loisir en scalaires et *vice versa*, il doit y avoir un mécanisme dans toute théorie supersymétrique qui annule aussi les divergences quadratiques des scalaires. L'existence de ce mécanisme est garanti par un théorème fondamental de la supersymétrie, appelé *théorème de non-renormalisation*.

Ceci résoud du moins la partie technique du problème de la hiérarchie, c'est-à-dire qu'une fois que les paramètres du potentiel des scalaires sont ajustés de manière à reproduire la hiérarchie des valeurs moyennes dans le vide (5.46), celle-ci se maintient naturellement à tous les ordres en théorie de perturbations. La supersymétrie a donc pour vertu de stabiliser les corrections radiatives. Notons bien, toutefois, que le problème fondamental de la hiérarchie n'en est pas résolu pour autant, car aucune explication n'est fournie quant à la raison pour laquelle les deux échelles de masses sont aussi différentes.

On peut aisément vérifier explicitement l'annulation des divergences quadratiques dans le cadre du modèle de Wess-Zumino. Le lagrangien (6.7) ne correspond en fait qu'à la partie libre du lagrangien. Il s'avère que l'on peut rajouter des termes de masses et d'interactions sans pour autant briser la supersymétrie. Je me suis abstenu de les inclure précédemment, afin de ne pas compliquer inutilement les calculs. Si vous n'êtes pas prêts à un *acte de foi*, il n'est pas trop difficile de vérifier que les transformations (6.12–6.14) laissent aussi invariant (à une dérivée totale près) le lagrangien complet de Wess-Zumino suivant:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{WZ} = & \frac{1}{2}(\partial^\mu A)^2 + \frac{1}{2}(\partial^\mu B)^2 + \frac{i}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi & (6.21) \\
 & - \frac{1}{2}m^2A^2 - \frac{1}{2}m^2B^2 - \frac{1}{2}m\bar{\psi}\psi \\
 & - \frac{1}{\sqrt{2}}g\bar{\psi}(A - i\gamma_5 B)\psi - \frac{1}{\sqrt{2}}mgA(A^2 + B^2) - \frac{1}{4}g^2(A^2 + B^2)^2 .
 \end{aligned}$$

Il est capital de remarquer que les trois membres du super-multiplet ont exactement la même masse m et que leurs interactions sont régies par le même couplage g . Il s'agit-là d'une propriété que partagent tous les lagrangiens supersymétriques.

Les interactions du lagrangien de Wess-Zumino (la troisième ligne de l'équation (6.21)) renormalisent les masses des champs (la deuxième ligne de l'équation (6.21)). Les

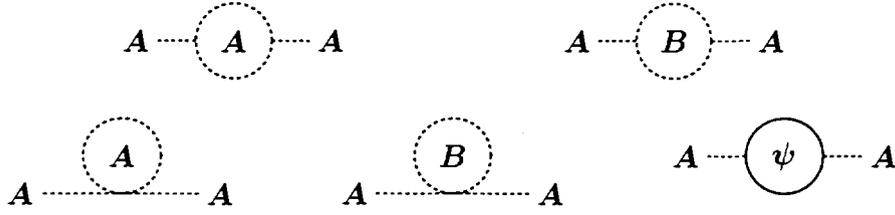


Figure 6.1: Diagrammes de Feynman à l'ordre le plus bas intervenant dans l'énergie propre du scalaire A . Les deux premiers diagrammes divergent logarithmiquement et les trois derniers diagrammes divergent quadratiquement.

masses renormalisées sont ainsi déterminées par les énergies propres Σ (5.16). Calculons explicitement cette énergie propre à une boucle pour le scalaire A . En vertu du lagrangien (6.21) elle est déterminée par les cinq graphes de Feynman de la figure 6.1, qui donnent les contributions suivantes:

$$\Sigma \left(\text{---} \textcircled{A} \text{---} \right) = \left(-\frac{mg}{\sqrt{2}} \right)^2 (2!)^2 \int d^4p \frac{1}{(p^2 - m^2)} \frac{1}{(p - k)^2 - m^2} \quad (6.22)$$

$$\Sigma \left(\text{---} \textcircled{B} \text{---} \right) = \left(-\frac{mg}{\sqrt{2}} \right)^2 4! \int d^4p \frac{1}{(p^2 - m^2)} \frac{1}{(p - k)^2 - m^2} \quad (6.23)$$

$$\Sigma \left(\text{---} \textcircled{A} \text{---} \right) = -\frac{g^2}{4} 4! \int d^4p \frac{1}{p^2 - m^2} \quad (6.24)$$

$$\Sigma \left(\text{---} \textcircled{B} \text{---} \right) = -\frac{2g^2}{4} (2!)^2 \int d^4p \frac{1}{p^2 - m^2} \quad (6.25)$$

$$\begin{aligned} \Sigma \left(\text{---} \textcircled{\psi} \text{---} \right) &= (-) \left(-\frac{g}{\sqrt{2}} \right)^2 (2!)^2 \int d^4p \operatorname{tr} \left[\frac{i}{\not{p} - m} \frac{i}{\not{p} - \not{k} - m} \right] \quad (6.26) \\ &= (-) -2g^2 \int d^4p \frac{\operatorname{tr} [(\not{p} + m)(\not{p} - \not{k} + m)]}{(p^2 - m^2)[(p - k)^2 - m^2]} , \end{aligned}$$

où k est le moment constant qui entre dans la boucle. Manifestement les deux premiers diagrammes ne donnent lieu qu'à des divergences logarithmiques. Le signe $(-)$ qui marque la contribution du fermion, reflète la statistique de Fermi-Dirac à laquelle il est soumis. La trace dans la dernière équation donne

$$\operatorname{tr} [(\not{p} + m)(\not{p} - \not{k} + m)] = 4(p^2 - p \cdot k + m^2) \quad (6.27)$$

$$= 2 \left\{ (p^2 - m^2) + [(p - k)^2 - m^2] - (k^2 - 4m^2) \right\} ,$$

ce qui permet d'écrire la boucle fermionique sous la forme

$$\Sigma \left(\text{---} \textcircled{\psi} \text{---} \right) = \text{---} \text{---} - 4g^2 \int d^4p \left[\frac{1}{(p - k)^2 - m^2} + \frac{1}{p^2 - m^2} - \frac{k^2 - 4m^2}{(p^2 - m^2)[(p - k)^2 - m^2]} \right] . \quad (6.28)$$

En effectuant le changement de variable $p \rightarrow p+k$ pour le premier terme de l'intégrand, on voit que ce dernier donne la même contribution que le deuxième terme. On observe donc dans la somme des contributions des deux boucles bosoniques et de la boucle fermionique l'annulation de la divergence quadratique:

$$\Sigma = \underbrace{(8 - 6 - 2)}_0 g^2 \underbrace{\int_{\lambda}^{\Lambda} d^4p \frac{1}{p^2 - m^2}}_{\sim \Lambda^2 - \lambda^2} - 2 g^2 (2k^2 - 15m^2) \underbrace{\int_{\lambda}^{\Lambda} d^4p \frac{1}{p^4 + \dots}}_{\sim \ln \frac{\Lambda}{\lambda}} . \quad (6.29)$$

Ainsi le facteur Q du dernier terme de l'équation (5.18) est identiquement nul. Il en résulte que la masse du scalaire n'évolue donc qu'au plus logarithmiquement en fonction de l'énergie, ce qui permet même en présence d'une profonde hiérarchie d'implémenter une solution *naturelle* à l'équation (5.18).

6.2 Le modèle standard supersymétrique minimal

La prédiction fondamentale de la supersymétrie est qu'à chaque degré de liberté de spin S correspond un degré de liberté de spin $S + 1/2$ ou $S - 1/2$. Or, dans le cadre du modèle standard, on compte $2 \times 3 = 90$ degrés de liberté fermioniques (3 générations de 15 quarks et leptons, ainsi que leurs anti-particules) pour seulement $2 \times (8 + 3 + 1) + 4 = 28$ degrés de liberté bosoniques (12 bosons de jauge à 2 projections de spin plus le doublet scalaire complexe). Nous sommes donc loin du compte!

Manifestement, s'il y a une supersymétrie, elle doit être brisée à basse énergie. La question de la brisure de la supersymétrie est à l'heure actuelle encore loin d'être

résolue, et, bien qu'il s'agisse d'un sujet extrêmement important, je ne m'y attarderai pas ici. Je me contenterai de noter que le consensus général est d'affirmer (espérer?) qu'un mécanisme qui à lieu à des énergies très élevées induit des interactions à basses énergies qui brisent explicitement (par de la magie noire?) la supersymétrie.

Mais alors, que reste-t-il de l'annulation des divergences quadratiques, qui sont la raison principale de l'engouement pour la supersymétrie? Pas de danger: uniquement des termes de *brisure molle* sont rajoutés au lagrangien supersymétrique. Ce qu'on veut dire par là, c'est que ces interactions *ad hoc* sont choisies de manière à ne pas détruire la subtile annulation des divergences quadratiques.

Ces nouveaux termes mous lèvent la dégénérescence de masse des divers membres d'un même supermultiplet et permettent ainsi aux partenaires supersymétriques des particules observées, d'acquérir une masse suffisamment élevée pour expliquer leur absence dans les expériences courantes. Toutefois, ces masses ne peuvent pas être trop élevées, faute de quoi un spectre des divergences quadratiques réapparaîtrait, avec toutes les conséquences désastreuses qu'on imagine... En effet, il est aisé de se convaincre que l'effet de la levée de dégénérescence est d'avoir pour l'énergie propre (6.29)

$$\Sigma = g^2(\tilde{m}^2 - m^2) \quad , \quad (6.30)$$

où m représente l'échelle de masse des particules observées et \tilde{m} représente l'échelle de masse de leurs partenaires supersymétriques. La valeur *naturelle* de l'énergie propre étant de l'ordre de la valeur moyenne dans le vide électrofaible $v \approx 300$ GeV, les masses des partenaires supersymétriques ne peuvent donc pas dépasser *grosso modo* 1 TeV. Or ceci sera le domaine d'énergie exploré par le LHC et le FLC, ce qui explique en partie le grand intérêt que porte la communauté de la physique des particules à ces machimes.

On est en droit de se demander si certains des bosons et fermions que nous observons ne seraient pas d'ores et déjà des partenaires d'un même multiplet supersymétrique. Hélas, pour que des particules appartiennent au même supermultiplet, il faut aussi nécessairement qu'elles appartiennent à la même représentation du groupe de jauge¹. Or les bosons de jauge appartiennent aux représentations adjointes alors que les fermions appartiennent aux représentations fondamentales, ce qui implique qu'ils ne peuvent pas être des partenaires supersymétriques. De même, bien que le doublet

¹En vertu d'un théorème fondamental de la supersymétrie, dû à Haag, Lopuzanski et Sohnius, dont il résulte que pour n'importe quelle théorie relativiste des champs, les générateurs de symétries internes sont des scalaires du super-groupe de Lorentz et commutent donc avec les générateurs supersymétriques.

de Higgs appartient à la même représentation électrofaible qu'un doublet de leptons gauches, il ne porte pas de nombre leptonique et ne peut donc pas non plus être un partenaire supersymétrique de leptons.

Il existe toutefois un moyen de contourner ce dernier argument. En effet, il existe des interactions supersymétriques qui ne respectent pas la conservation du nombre leptonique. On ignore celles-ci de manière *ad hoc* dans le cadre du modèle standard supersymétrique minimal, justement afin d'éviter l'apparition de processus qui brisent le nombre leptonique. Si de tels termes sont néanmoins introduits dans le lagrangien, on parle d'une théorie brisant la parité R , et il n'y a plus de différence fondamentale entre les secteurs leptonique et scalaire. Je reparlerai un peu plus loin de cette importante parité R , mais me confinerai au modèle standard supersymétrique minimal, qui respecte cette symétrie discrète.

Il faudra donc chercher les partenaires supersymétriques des particules que nous connaissons à plus haute énergie. Examinons d'abord cette faune supersymétrique et étudions ensuite brièvement sa phénoménologie.

6.2.1 La faune supersymétrique

Le spectre des particules connues et de leurs partenaires supersymétriques est montré dans le tableau 6.1. Je n'ai pas été trop consistant dans ma nomenclature, mais l'idée générale est très simple: les partenaires fermioniques des bosons reçoivent le nom du boson afublé du suffixe *-ino*, alors que les partenaires bosoniques des fermions reçoivent le nom du fermions afublé du préfixe *s-*.

Vous n'aurez pas manqué de remarquer que j'ai introduit deux doublets de Higgs. Ceci est indispensable, car les higgsinos sont des fermions chiraux, et il est donc nécessaire d'avoir un deuxième doublet *miroir* pour annuler les anomalies. J'ai déjà décrits précédemment au chapitre 3.3.2 quelques caractéristiques de ce secteur de Higgs. Les contraintes imposées par la supersymétrie au potentiel de Higgs sont assez restrictives, de sorte que celui-ci reste nécessairement invariant par transformation de CP et seulement deux paramètres suffisent à le déterminer de manière unique, au lieu de six comme c'est le cas pour le modèle général à deux doublets de Higgs.

Il y a encore une autre subtilité importante. Le tableau 6.1 indique les états propres de jauge, mais les termes mous de brisure de supersymétrie provoquent un mélange higgsinos-gauginos dans les états propres de masse. Ces derniers sont appelés des charginos et des neutralinos, et sont donnés en fonctions des gauginos et higgsinos par des transformations unitaires du type

$$\tilde{\chi}_i^0 = a_i \tilde{\gamma} + b_i \tilde{Z} + c_i \tilde{h}^0 + d_i \tilde{H}^0 \quad (i = 1 \dots 4)$$

symbole	spin	nom	symbole	spin	nom
H_1 H_2	0	Higgs	\tilde{H}_1 \tilde{H}_2	$\frac{1}{2}$	higgsino
ℓ ν	$\frac{1}{2}$	leptons	$\tilde{\ell}$ $\tilde{\nu}$	0	sleptons
d u		quarks	\tilde{d} \tilde{u}		squarks
γ	1	photon	$\tilde{\gamma}$	$\frac{1}{2}$	photino
Z W^\pm		bosons de jauge	\tilde{Z} \tilde{W}^\pm		gauginos
g		gluon	\tilde{g}		gluino

Tableau 6.1: Spectre des états propres de jauge du modèle standard et de leurs partenaires supersymétriques.

$$\tilde{\chi}_j^+ = e_j \tilde{W}^+ + f_j \tilde{H}^+ \quad (j = 1, 2) \quad (6.31)$$

$$\tilde{\chi}_j^- = g_j \tilde{W}^- + h_j \tilde{H}^- \quad (j = 1, 2) .$$

Les coefficients a , b , c , d , e , f , g et h de ces transformations unitaires dépendent des paramètres qui régissent la brisure spontanée de symétrie électrofaible et la brisure molle de la supersymétrie.

Le secteur scalaire des sleptons et des squarks peut aussi impliquer des mélanges. Si l'on fait intervenir tous les termes possibles de brisure molle de supersymétrie, on compte en tout 30 masses, 39 angles de mélange et 41 phases complexes, c'est-à-dire 110 paramètres! Ceci est évidemment un défaut majeur, car la théorie perd ainsi une grande portion de son potentiel prédictif.

Une façon très populaire d'échapper à cette impasse est de faire appel à la grande unification et d'ainsi contraindre la plupart de ces paramètres à avoir une valeur commune à l'échelle de la grande unification. On parvient ainsi à réduire le nombre total de paramètres indépendants à 5!

6.2.2 La phénoménologie supersymétrique

Inutile de préciser qu'en prédisant un plus-que-dédoublé du nombre des particules observées jusqu'à ce jour, on obtient une phénoménologie riche. Très riche! Une phénoménologie si riche, que je me contenterai ici simplement de l'illustrer par quelques exemples et d'énoncer deux prédictions fondamentales. Pour obtenir une vision très inclusive (voire presque exhaustive) je recommande la lecture (ou du moins le survol) de l'imposante compilation de Haber et Kane [17].

La masse du Higgs léger

En dépit du large nombre de paramètres dont dépend toute extension supersymétrique du modèle standard, minimale ou non, il est une conséquence de la supersymétrisation du potentiel de Higgs à laquelle il est pratiquement impossible d'échapper: l'un des scalaires du secteur de Higgs doit être léger!

Si l'on ignore les corrections radiatives, la masse de ce Higgs doit être inférieure à celle du Z^0 . Toutefois, en vertu de la légère levée de dégénérescence des masses des fermions et sfermions, un parfum des divergences quadratiques dans la renormalisation des masses scalaires subsiste, qui se manifeste principalement par une boucle de quarks top, ceux qui couplent le plus fortement au Higgs. Il en résulte que le carré de la masse du Higgs le plus léger est donnée par

$$m_h^2 \simeq m_Z^2 \cos 2\beta + \frac{3g^2}{4\pi^2} \frac{m_t^4}{m_W^2} \ln \frac{m_t^2}{m_t^2}, \quad (6.32)$$

où le premier terme, qui correspond à l'approximation d'arbre, est toujours inférieur à la masse du Z^0 . Le second terme contient l'effet de la boucle de top et s'annule bien si le top et le stop sont dégénérés. Par contre, si l'on considère une masse du top de 1 TeV (la limite supérieure approximative pour les masses des particules supersymétriques, que j'avais déduite de l'équation (6.30)) cette correction radiative s'élève à presque $(120 \text{ GeV})^2$, de sorte que

$$m_h \lesssim 140 \text{ GeV} . \quad (6.33)$$

Cette prédiction s'avère être particulièrement robuste, car elle ne dépend pratiquement pas des autres paramètres de la supersymétrie. En outre, elle n'est que faiblement corrigée par les effets de boucles d'ordre supérieur, en vertu du théorème de non-renormalisation. On peut donc affirmer sans embage, que la supersymétrie prédit de manière catégorique l'existence d'un Higgs léger.

La parité R et le LSP

La phénoménologie du modèle standard supersymétrique minimal est stigmatisée par une importante symétrie discrète, la parité R . Il s'agit d'un nombre quantique multiplicatif, qui prend la valeur $R = +1$ pour les particules ordinaires (celles que nous observons "quotidiennement") et qui prend la valeur $R = -1$ pour leurs partenaires supersymétriques. En l'absence de cette symétrie, il existe des termes supersymétriques que l'on peut rajouter au lagrangien et qui brisent la conservation du nombre leptonique ou baryonique. Or comme certains des processus qui ne conservent pas ces nombres quantiques (comme la désintégration du proton, par exemple) sont soumis à des contraintes expérimentales draconiennes, on préfère en général procéder à l'élimination pure et simple de tous ces termes, même ceux qui ne donnent pas lieu à des effets observables à l'heure actuelle. Ceci est l'unique raison qui justifie l'introduction de la parité R .

L'existence de cette symétrie détermine de manière fondamentale toute la phénoménologie du modèle standard supersymétrique. En effet, la conservation de ce nombre quantique exige que toutes interactions ou réactions doivent nécessairement impliquer un nombre pair de particules supersymétriques (qui peut être nul). Ceci implique en particulier que

- les seuils d'énergie de production de particules supersymétriques sont élevés, car elles ne peuvent être produites que paires;
- les effets virtuels dûs aux échanges de particules supersymétriques sont faibles, car elles ne peuvent intervenir qu'au travers de diagrammes de boucles;
- les produits de désintégration de particules supersymétriques contiennent une autre particule supersymétrique (ou un nombre impair), de sorte qu'on a affaire à une cascade de désintégrations successives qui se termine toujours par la production de la particule supersymétrique la plus légère, le *lightest supersymmetric particle* ou LSP.

Toute brisure de parité R engendre nécessairement des réactions qui ne conservent pas les nombres leptonique ou baryonique et ne souffrent donc d'aucun bruit de fond du modèle standard. En outre, comme en l'absence de parité R les particules supersymétriques ne doivent pas nécessairement être produites en paires, leur seuil de production est diminué de moitié, ce qui permettrait leur observation à des énergies plus basses. Similairement, les effets virtuels d'échanges de particules supersymétriques sont plus importants, car ils peuvent avoir lieu à travers des diagrammes d'arbre. On peut donc affirmer qu'en dépit de son caractère très *ad hoc*, la parité R correspond au cas le plus conservatif, c'est-à-dire celui où il est le plus difficile de détecter la supersymétrie.

À cause de la parité R , le LSP est stable. Comme il aura en outre été produit abondamment peu après le big bang, il ne peut s'agir que d'une particule neutre qui interagit faiblement, faute de quoi nous l'aurions aisément déjà détectée autour de nous. En fait, le LSP est un candidat idéal pour la matière sombre!

Les uniques particules supersymétriques neutres qui entrent en ligne de compte, sont un sneutrino $\tilde{\nu}$ ou le neutralino le plus léger $\tilde{\chi}_1^0$. C'est ce dernier qui s'avère être le LSP dans le cadre des théories de grande unification supersymétriques et c'est aussi l'hypothèse de travail utilisée dans la vaste majorité des études phénoménologiques consacrées à la supersymétrie.

Il était de coutume anciennement d'approximer le LSP par un photino $\tilde{\gamma}$ afin de simplifier les analyses. On ne peut guère parler dans ce cas d'une approximation, car si le neutralino le plus léger s'avère être un higgsino \tilde{h} , ses propriétés sont totalement différentes de celles d'un photino. De nos jours il n'est simplement plus acceptable d'effectuer cette simplification.

Comme le LSP n'interagit que faiblement, à l'instar d'un neutrino il échappera à la détection en emportant une importante quantité d'énergie. Typiquement, la signature pour la production de particules supersymétriques consiste donc en un évènement à énergie ou énergie transverse manquante. Par exemple, le premier graphe de Feynman de la figure 6.2 décrit la production et désintégration d'un squark par fusion d'un quark et d'un gluon dans des collisions hadroniques. On dénombre bien dans l'état final un nombre pair de LSP qui s'échappent du détecteur sans laisser de traces, ainsi qu'un jet issu du quark. Il s'agit-là d'un de ces infâmes évènements de *monojets*, qu'on avait cru observer en 1985 au CERN et qu'on avait faussement interprétés comme la découverte de la supersymétrie.

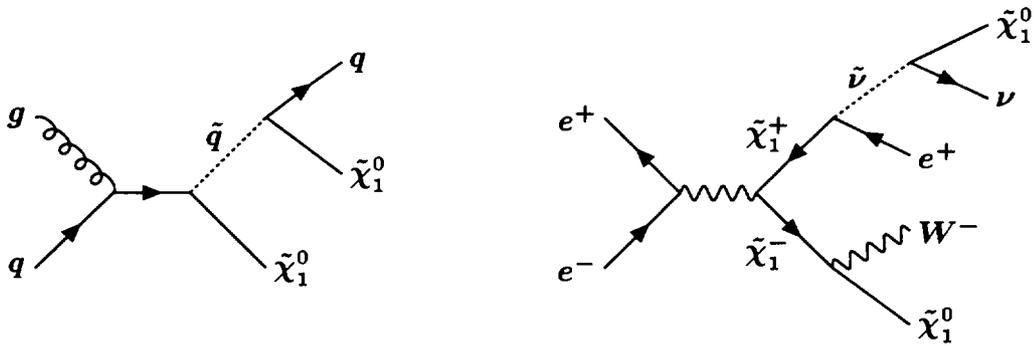


Figure 6.2: Diagrammes de Feynman décrivant des typiques mécanismes de productions de particules supersymétriques au LHC (fusion quark-gluon) et au FLC (annihilation électron-positron).

Le deuxième graphe de Feynman de la figure 6.2 représente l'annihilation d'électrons et positrons en une paires de charginos, et la désintégration de ces derniers à travers

deux canaux différents. En général, plus les particules supersymétriques produites sont lourdes, plus leurs cascades de désintégration peuvent être complexes.

6.3 La grande unification supersymétrique

Puisque la supersymétrie annule les divergences quadratiques qui apparaissent dans la renormalisation des masses des scalaires, il est bien entendu tentant d'envisager une grande unification supersymétrique. Il s'avère que cette audace est récompensée au-delà de toute espérance. En effet, non seulement la grande unification $SU(5)$ peut-elle ainsi être implémentée sans plus aucune contradiction avec l'expérience, mais en plus la grande unification supersymétrique fournit un mécanisme dynamique de brisure de la symétrie électrofaible.

Une autre récompense importante déjà évoquée de la grande unification supersymétrique, consiste en la réduction singulière du nombre de paramètres. C'est peut-être pour cette dernière raison (la plus mauvaise!) que pratiquement toutes les analyses de supersymétrie font automatiquement appel à la grande unification, souvent sans même la mentionner...

6.3.1 L'unification des couplages

Nous avons vu au chapitre précédent que la grande unification $SU(5)$ sous sa forme la plus simple n'est pas compatible avec la réalité expérimentale. Nous en étions arrivés à cette conclusion en supposant l'unification des trois constantes de couplages à très haute énergie, et en constatant que leur évolution vers les énergies habituelles donne lieu à un angle de mélange électrofaible trop différent de celui qui a été mesuré sur la résonance Z^0 . En outre la durée de vie du proton ainsi déduite s'avère être trop courte.

Une autre façon de voir les choses est d'utiliser comme conditions aux limites les mesures très précises dont nous disposons à présent à l'échelle d'énergie de la masse du Z^0 et d'évoluer les constantes de couplage en sens inverse, c'est-à-dire vers les hautes énergies. C'est ce qui est représenté sur la figure 6.3a, où l'on voit qu'après la traversé du désert les trois couplages ne se rencontrent pas au même point comme l'exige la grande unification.

Par contre, comme le montre la figure 6.3b, l'unification a bien lieu en présence d'un seuil supersymétrique à environ 1 TeV. Et qui plus est, elle a lieu à une énergie suffisamment élevée pour préclure l'observation de désintégrations du proton dans les

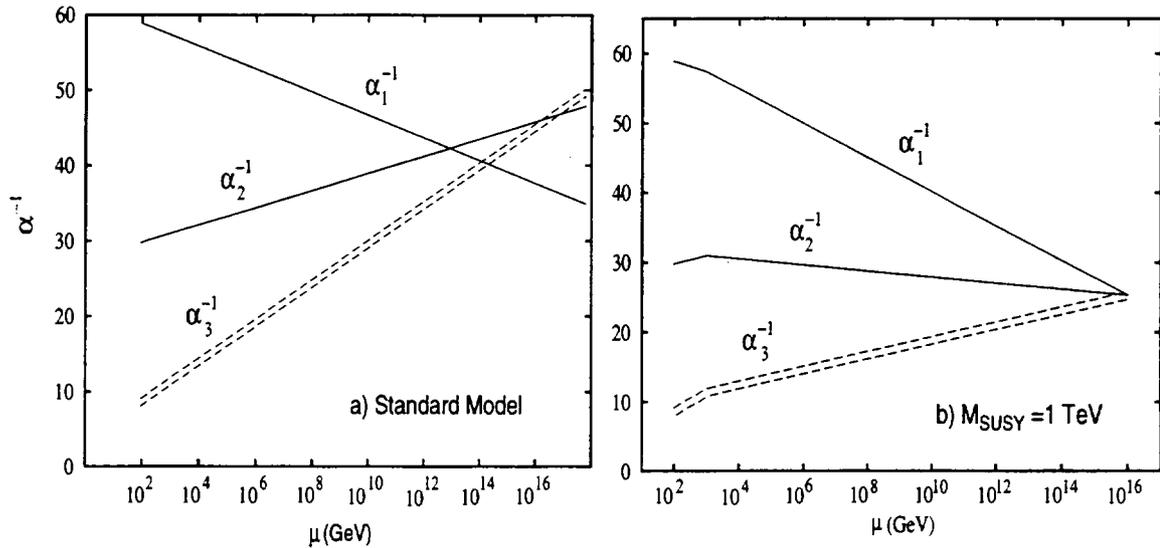


Figure 6.3: Évolution des couplages $SU(3)_c$, $SU(2)_L$ et $U(1)_Y$ en fonction de l'énergie à partir des données expérimentales à la masse du Z^0 . La figure (a) correspond au cas où seules les particules connues du modèle standard peuplent les régions d'énergies en-deçà du désert. La figure (b) suppose en outre une population supersymétrique aux environs de 1 TeV. Ces figures sont adaptées de la référence [18].

expériences présentes. En effet, à cause de la présence d'un plus grand nombre de scalaires et de fermions les fonctions beta s'accroissent, d'où il résulte une évolution fortement ralentie du couplage fort et même une inversion de la direction de l'évolution du couplage faible.

Si l'on introduit les valeurs de $m_{GUT} = 10^{16}$ GeV et $\alpha_{GUT} = 1/25$ suggérées par la figures 6.3b dans la formule (5.15) on obtient un temps de vie du proton d'environ 10^{35} ans, à peu près mille fois plus longue que la limite impliquée jusqu'à présent par l'absence d'observation de ce phénomène.

6.3.2 La brisure radiative de la symétrie électrofaible

L'évolution des masses des scalaires présente aussi un intérêt considérable. En effet, au départ d'une masse commune de tous les éléments d'un supermultiplet à l'échelle de la grande unification, il s'avère que justement pour l'un des Higgs le carré de sa masse évolue si rapidement vers le bas, qu'il devient négatif à une énergie appréciable. Cet effet est montré dans la figures 6.4. À partir de cette énergie on ne peut plus traiter de "masse" le coefficient du terme quadratique dans le potentiel scalaire, et ce

dernier acquiert la typique forme en *sombrero*.

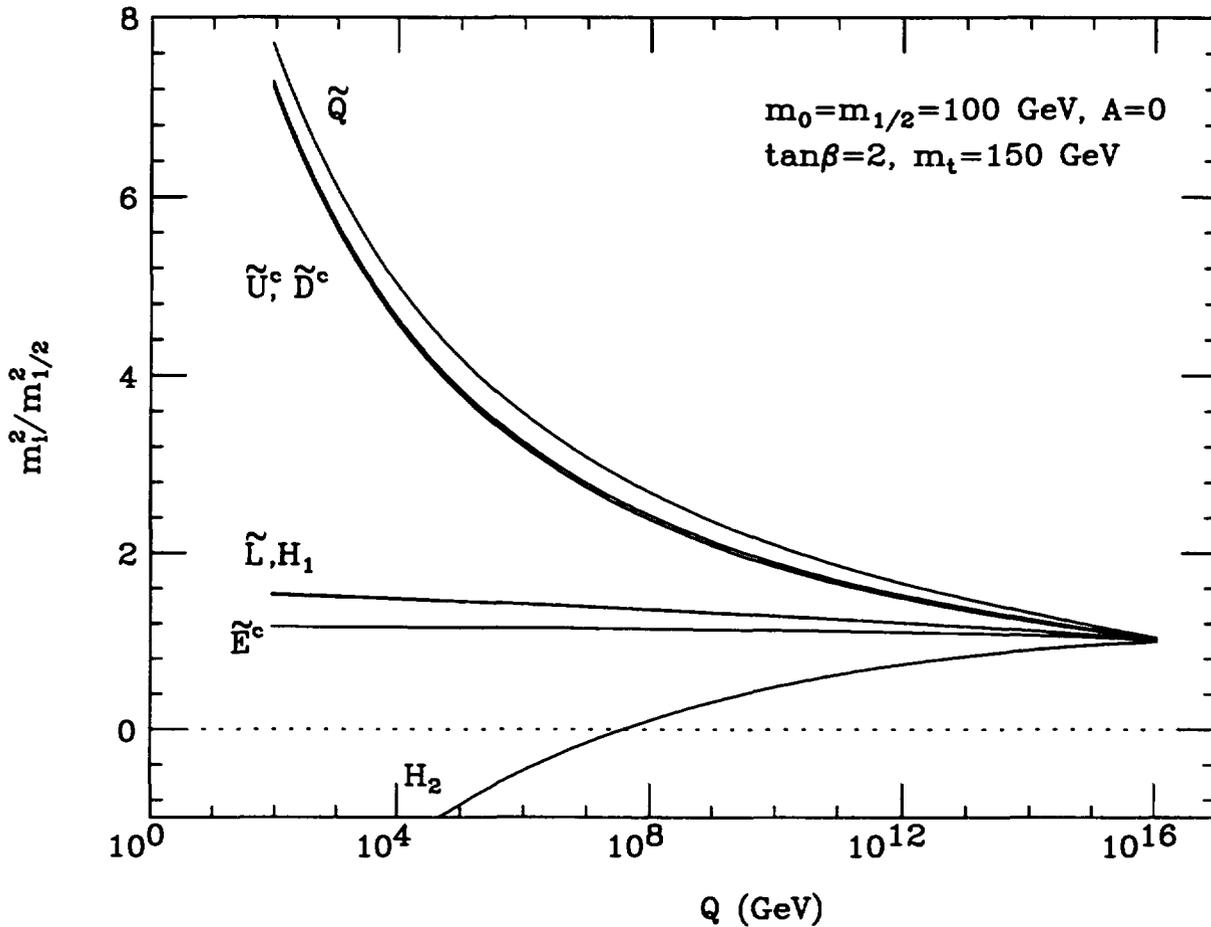


Figure 6.4: Évolution des masses de divers scalaires en fonction de l'énergie. L'ordonnée représente le rapport des carrés des masses des scalaires aux carrés des masses de leurs partenaires fermioniques. Cette figure est adaptée de la référence [18].

Comme la brisure spontanée de symétrie électrofaible a donc lieu dynamiquement, on peut à première vue être tenté de croire avoir ainsi résolu le problème fondamental de la hiérarchie. Il n'en est rien! En effet, l'existence d'une hiérarchie de jauge est un ingrédient de base de ce résultat, car les valeurs numériques représentées dans la figure 6.4 dépendent très sensiblement des valeurs initiales utilisées pour les masses des particules observées².

²En particulier, l'ingrédient majeur est la masse élevée du quark top.

Chapitre 7

Ce dont je n'ai pas traité

Comme je l'avais déjà indiqué dans l'introduction, les quatre thèmes traités dans ces notes, à savoir

- les extensions du secteur de Higgs,
- la symétrie gauche-droite,
- la grande unification,
- la supersymétrie,

ne forment qu'un sous-ensemble très restreint des possibles extensions du modèle standard. Bien que cette sélection soit très représentative du *goût* prévalant à l'heure actuelle, il reste néanmoins important de ne pas perdre de vue qu'il existe un grand nombre de théories et modèles alternatifs. J'en passe brièvement en revue trois des plus importants, à savoir

- la compositivité,
- la technicouleur,
- la théorie de cordes,

en insistant toutefois qu'il est loin de s'agir-là d'une liste exhaustive.

7.1 La compositivité

En un siècle nous avons découvert que la matière peut se décomposer en atomes, les atomes en électrons et noyaux, les noyaux en nucléons et les nucléons en quarks. Pourquoi n'y aurait-il pas une étape supplémentaire, voire plusieurs? Et aussi les leptons pourraient en principe être des états liés de particules plus fondamentales.

Il existe plusieurs modèles qui invoquent de tels hypothétiques constituants plus élémentaires, que ceux que nous connaissons à l'heure actuelle, appelés *préons*. Ces derniers doivent interagir fortement entre eux par une force dite d'*hypercouleur*, qui les confine à l'intérieur des particules observées, à l'instar des quarks confinés à l'intérieur des hadrons.

Bien que ces types de modèles peuvent fournir une explication élégante des similarités entre quarks et leptons et leurs nombres quantiques, il s'avère ardu d'établir une base dynamique à l'origine de leurs confinement. Toutefois, cette difficulté peut parfaitement être liée à notre manque d'imagination quand il s'agit de construire un nouveau mécanisme d'interactions.

Toutefois, même en ignorant les détails des interactions entre préons, ces modèles peuvent toujours être paramétrisés de manière effective par leur échelle de compositivité Λ , c'est-à-dire l'énergie qui correspond à l'inverse du rayon de confinement. Typiquement, la compositivité se manifesterait alors aux énergies basses par rapport à Λ , par des interactions de contacts, qui permettraient d'observer, par exemple, des moments magnétiques anormaux, des facteurs de forme dans les collisions leptoniques ou des processus interdits dans le cadre du modèle standard. Dans des collisions d'énergies comparables à Λ , on pourrait même observer des états excités lourds des leptons et des quarks.

7.2 La technicouleur

Comme son nom l'indique, la *technicouleur* est une théorie essentiellement inspirée de la QCD, qui suppose l'existence d'une interaction de jauge $SU(N)_T$ dont l'échelle d'énergie est de l'ordre du TeV. Comme pour le pion dans le cas de la QCD, la brisure de la symétrie chirale de la technicouleur implique l'existence de bosons de Goldstone, les *technipions*. Ces derniers renormalisent les propagateurs des bosons de jauge électrofaibles et leur fournissent ainsi leur masses par resommation de Dyson.

La technicouleur est donc un mécanisme de génération de masses alternatif au mécanisme de Higgs. Il a en outre l'avantage d'éviter l'écueil des divergences

quadratiques. Ce modèle était à sa conception très simple et élégant. Malheureusement, au fur et à mesure que les contraintes expérimentales sont devenues plus contraignantes, il a progressivement dû être compliqué, jusqu'à se voir complètement dénaturé.

Néanmoins, bien qu'il semble à présent que la technicouleur n'ai plus aucun avenir immédiat, son idée de base reste très prometteuse. Elle a inspiré bon nombre d'autres théories de Higgs composites et pourrait bien un jour resurgir de ses cendres dans un autre contexte.

7.3 La théorie des cordes

Le fondement de la théorie quantique des champs est la notion de particule. On peut abandonner ce paradigme à l'échelle de la distance de Planck, pour considérer des *cordes*.

On distingue divers types de cordes, entre autres selon qu'elles sont ouvertes ou fermées, et qu'elles n'ont que des degrés de liberté bosoniques ou aussi fermioniques. Dans ce dernier cas (qui est évidemment le cas intéressant!) on parle de *supercordes*.

Ces cordes ont différents modes de vibrations, comme une corde de violon qui peut vibrer dans son mode fondamental ou des modes excités. Pour les cordes quantiques, il y a beaucoup de différents modes fondamentaux. Ils sont dégénérés à l'énergie nulle, c'est-à-dire qu'ils sont de masse nulle. Il s'agit-là de toutes les particules que nous observons, et qui, vuent de l'échelle de Planck, ont bien une masse quasiment nulle.¹ Les états excités de la corde ont eux des masses qui s'accroissent en multiples de la masse de Planck et ne jouent donc aucun rôle à nos énergies.

La théorie des cordes a le grand avantage esthétique d'une étonnante économie de principe: au départ d'une corde qui peut vibrer de différentes manières, on peut en principe reproduire le monde tel que nous le connaissons. Hélas, je dis bien "en principe", car les supercordes ont un petit défaut: elles ne peuvent exister que dans un espace à dix dimensions d'espace-temps!

En soit, cela n'est pas très effrayant, car on peut toujours argumenter² que six des dimensions spatiales sont recroquevillées sur elles-mêmes sur une distance de l'ordre de la longueur de Planck. Nous n'aurions donc aucune chance de jamais observer ces

¹Il est aisé de générer par corrections radiatives les faibles masses observées de ces modes fondamentaux.

²Comme Kaluza et Klein au début du siècle, dans le contexte d'une unification de la gravitation et de l'électromagnétisme.

dimensions directement. Voilà qui paraît bien artificiel à première vue, mais devient absolument fascinant lorsqu'on se rend compte qu'en se *compactifiant*, ces dimensions spatiales génèrent les interactions de jauge!

Le problème qui subsiste, c'est que cette compactification peut s'effectuer d'un nombre infini de manières différentes, dont chacune détermine des interactions et spectres d'excitations fondamentales (donc de particules) différents. On est donc loin du rêve platonicien d'une solution unique, la *theory of everything*, qui berçait il y a quinze ans les théoriciens des cordes.

De plus, comme la structure même des cordes et de l'espace-temps ne se manifeste qu'à l'énergie de Planck, il semble impossible de vérifier l'hypothèse des cordes de manière directe. En fait, il sera peut-être même impossible de jamais pouvoir la falsifier, avec tout ce que cela entraîne comme problèmes épistémologiques...

Il n'en reste pas moins que la théorie des supercordes recèle bon nombre de *miracles* mathématiques, qui donnent à certains l'impression que cette théorie est *trop belle pour ne pas être correcte*. Ajoutons à cela, qu'une prédiction fondamentale de la théorie des cordes est l'existence d'excitations de masse nulle et de spin 2, des gravitons. Il s'agit donc peut-être de la seule théorie quantique de la gravitation que nous ayons à notre disposition.

Bibliographie

- [1] R.M. Barnett *et al.*, *Phys. Rev.* **D54** (1996) 1 [<http://pdg.lbl.gov/pdg.html>].
- [2] The $\mu^+\mu^-$ Collider Collaboration, *Muon Muon Collider: Feasibility Study*, BNL-52503.
- [3] Zeroth Order Design Report for the Next Linear Collider (Volume 2), SLAC-R-0474-VOL-2 [<http://www.slac.stanford.edu/accel/nlc/zdr>].
- [4] J.F. Gunion, H.E. Haber, G.L. Kane, S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, Benjamin Cummings (Frontiers in Physics).
- [5] C. Itzykson, B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill (Physics Series).
- [6] NLC ZDR Design Group and NLC Physics Working Group, *Physics and Technology of the Next Linear Collider*, SLAC-R-0485 [hep-ex/9605011].
- [7] R.N. Mohapatra, J.C. Pati, *Phys. Rev.* **D11** (1975) 566.
- [8] A. Leike, S. Riemann, T. Riemann, *Phys. Lett.* **B291** (1992) 187 [hep-ph/9507436].
- [9] P. Langacker, M. Luo, *Phys. Rev.* **D44** (1991) 817.
- [10] A. Leike, *Z. Phys.* **C62** (1994) 265 [hep-ph/9311356].
- [11] Une description de la physique des collisions e^-e^- , ainsi qu'un large répertoire bibliographique, sont accessibles à l'adresse WWW: <http://www.hep.psi.ch/e-e.html>.
- [12] H. Georgi, S. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* **32** (1974) 438.
- [13] H. Fritzsch, P. Minkowski, *Ann. Phys.* **93** (1975) 193.
- [14] F. Gursev, P. Ramond, P. Sikivie, *Phys. Lett.* **B60** (1975) 177.

- [15] **S.J. Gates, M.T. Grisaru, M. Rocek, W. Siegel**, *Superspace or One Thousand and One Lessons in Supersymmetry*, **Benjamin Cummings (Frontiers in Physics)**.
- [16] J. Wess, B. Zumino, *Phys. Lett.* **B49** (1974) 52.
- [17] H.E. Haber, G.L. Kane, *Phys. Rept.* **117** (1985) 75.
- [18] J.L. Lopez, *Rept. Prog. Phys.* **59** (1996) 819 [hep-ph/9601208].