PRIRODOSLOVNO-MATEMAČKI FAKULTET

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

Zoran Narančić

# INSTANTONSKI DOPRINOSI NELEPTONSKIM RASPADIMA

Disertacija

Zagreb, 1996.

Ova je disertacija izrađena u Zavodu za fiziku Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu.

Veliku zahvalnost osjećam prema svom učitelju i voditelju, prof. dr. *Dubravku Tadiću* zbog njegove pomoći, suradnje i poticanja.

Zahvaljujem se doc. dr. *Dubravku Horvatu* na suradnji i raspravama.

Veliki trud i strpljenje uložio je pri grafičkoj obradi teksta mr. *Radomir Ječmenica*, te mu se ovdje zahvaljujem.

*Zoran Narančić*

## SADRŽAJ

*Poglavlje 1*

# 1. UVOD

Moderna teorija hadrona, kvantna kromodinamika-QCD, zasniva se na lokalnom baždarnom međudjelovanju s obzirom na grupu SU(3). Prva teorija u kojoj je lokalno baždarno međudjelovanje uspješno primjenjeno bila je kvantna elektrodinamika-QED. U toj teoriji proračuni svih mjerljivih veličina osnivaju se na njihovom razvoju u red po malom parametru, konstanti fine strukture $\alpha$.

Prvi računi u QCD-u bili su također napravljeni na taj način, razvojem po jakoj veznoj konstanti. No, uskoro je postalo jasno, da se samo neka, a ne sva međudjelovanja između kvarkova i gluona mogu opisati na taj način. Najzanimljivije pojave, zatočenje kvarkova i nastajanje spektra hadrona, povezane su sa neperturbativnim pojavama, odnosno sa složenom strukturom QCD vakuuma, koji je ispunjen fluktuacijama gluonskog polja.

Belavin, Polyakov, Schwartz i Tyupkin otkrili su 1975 godine klasično, lokalizirano, nesingularno rješenje Yang-Mills-ovih jednadžbi gibanja (u četverodimenzionalnom Euklidskom prostoru) sa netrivijalnom topologijom-instanton. Važnost toga otkrića je u tome, što je to bio prvi primjer fluktuacije gluonskog polja, do kojega se ne može doći perturbacionim metodama. (Četverodimenzionalni prostor Minkowskog postaje Euklidski kada vremenska koordinata u prostoru Minkowskog ($t$) postane imaginarna vremenska kordinata u Euklidskom prostoru ($it$), a pojam instanton označava da dobiveno klasično rješenje ima konačno prostorno i vremensko (iako imaginarno) protegnuće).

Postojanje instantonskog rješenja ima za posljedicu nejedinstvenost osnovnog stanja (vakuuma) ne-Abelovih baždarnih teorija, pošto njegova reinterpretacija u prostoru Minkowskog omogućuje tuneliranje između topološki neekvivalentnih vakuuma (tzv. nvakuumi, gdje je $n$ topološki broj instantona). To dovodi do složene strukture vakuuma (tzv. $\vartheta$ - vakuum).

Utjecaj složene strukture QCD vakuuma na gustoću instantona male veličine razmatrali su Šifman, Vajnštajn i Zaharov (ŠVZ). Kao posljedicu tih razmatranja, oni su izračunali efektivnu Lagrangeovu funkciju koja opisuje instantonsko međudjelovanje $u$ i $d$ kvarkova.

Instantonske doprinose neleptonskim raspadima kaona prvi je istraživao Kim. On je razmatrao $u$ i $d$ kvarkove u pozadinskom instantonskom polju (koje je opisano modelom razrijeđenog plina). Našao je da instantoni pojačavaju $\Delta I=\frac{1}{2}$ prijelaze, ali ne doprinose prijelazima sa $\Delta I=\frac{3}{2}$. Konishi i Ranfone, uz pomoć prije spomenute efektivne Lagrangeove funkcije, koju su izračunali (ŠVZ), primjenom metode renormalizacione grupe, našli su nove, $\Delta I=\frac{1}{2}$ operatore, koji doprinose matričnim elementima operatora $O_i$ u efektivnoj slaboj Hamiltonovoj funkciji.

Teorija neleptonskih slabih procesa jedno je od najsloženijih područja niskoenergetskih slabih međudjelovanja. Ne-Abelove baždarske teorije fundamentalnih međudjelovanja potaknule su istraživanje u okviru algebre struja i kvarkovskih modela: slabe su struje precizno dane u Glashow-Salam-Weinbergovom modelu, međutim još uvijek ostaje problem izvrednjavanja hadronskih matričnih elemenata slabe Hamiltonove funkcije.

Matrični elementi pokušavaju se izvrednijiti u različitim modelima. Instantonski doprinosi jednome od tih modela, modelu kiralne vreće, razmatrat će se u ovome radu. Poznato je da model kiralne vreće primjenjen na raspad $K\to 2\pi$ ne može objasniti $\Delta I=\frac{1}{2}$ pravilo. U amplitudi raspada $K^0$ mezona, doprinosi dijelova sa $\Delta I=\frac{1}{2}$ previše su mali u odnosu na doprinose sa $\Delta I=\frac{3}{2}$. Za očekivati je da će bilo kakvi dodatni doprinosi sa $\Delta I=\frac{1}{2}$ poboljšati teoretska predviđanja. Ovdje će se istražiti doprinosi instantonski induciranih operatora koje su našli Konishi i Ranfone kao moguće objašnjenje gore spomenutog problema za $\Delta I=\frac{1}{2}$ kaonske raspade.

U drugom poglavlju dat će se pregled osnovnih svojstava instantonskih rješenja u kvantnoj teoriji polja i konstruirati (ŠVZ) efektivna Lagrangeova funkcija za instantonsko međudjelovanje $u$ i $d$ kvarkova.

Treće poglavlje opisuje instantonski inducirani $\Delta I = \frac{1}{2}$ operator koji su našli Konishi i Ranfone.

U četvrtom poglavlju dan je račun neleptonskih raspada kaona u modelu kiralne vreće, u koji su uključeni instantonski doprinosi.

U petom poglavlju je razmatrana ovisnost slabe Hamiltonove funkcije o renormalizacionom parametru, sa i bez instantonskih doprinosa.

Šesto poglavlje daje račun raspada hiperona u modelu kiralne vreće, u koji su uključeni instantonski doprinosi.

U sedmom poglavlju dan je pregled dobivenih rezultata.

*Poglavlje 2*

# 2. INSTANTONSKA RJEŠENJA U KVANTNOJ TEORIJI POLJA

## 2.1. INSTANTONI

Pri kvantizaciji teorije polja pomoću funkcionalnih integrala mnogo je jednostavnije i matematički strožije računati u Euklidskom prostoru. Euklidski prostor može se razmatrati kao prostor Minkowskoga sa imaginarnim vremenom. Instantonska polja su takva rješenja klasičnih Y-M jednadžbi gibanja u četverodimenzionalnom Euklidskom prostoru za koje Euklidska akcija $S_E$

$$S_E=\int d^4x_E\left[-\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu}\right] \tag{1}$$

je lokalno minimalna i konačna. U izrazu (1) $\hat{G}^a_{\mu\nu}$ je Y-M polje u Euklidskom prostoru

$$G^a_{\mu\nu}=\frac{\partial}{\partial x_\mu}A_\nu^a-\frac{\partial}{\partial x_\nu}A_\mu^a+gf^{abc}A_\mu^bA_\nu^c \qquad (\mu,\nu=1,\ldots,4), \tag{2}$$

U kvantnoj mehanici procesi koji se opisuju pomoću imaginarnog vremena odgovaraju tuneliranju, koje se događa trenutno u realnom vremenu. Po analogiji sa time gore spomenuta rješenja dobila su ime. Prvo takvo rješenje našli su Belavin, Polyakov, Schwartz i Tyupkin (BPST)[1], za grupu SU(2). Za tu grupu instantonsko polje je oblika

$$
\begin{aligned}
A_\mu^a &= \frac{2}{g}\eta_{a\mu\nu}\frac{(x-x_0)_\nu}{(x-x_0)^2+\rho^2} \\
G_{\mu\nu}^a &= -\frac{4}{g}\eta_{a\mu\nu}\frac{\rho^2}{\left[(x-x_0)^2+\rho^2\right]^2}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

gdje su $\eta_{a\mu n}$ numerički koeficijenti (neka njihova svojstva dana su u dodatku). Često je pogodno rabiti izraz za $A$ u takozvanom singularnom baždarenju. Takav izraz može se dobiti baždarnom transformacijom sa matricom $\mathbf{U}(x)$ oblika

$$
\mathbf{U}=\frac{i\tau_\mu^+(x-x_0)_\mu}{\sqrt{(x-x_0)^2}}
\tag{4}
$$

U tom slučaju za instantonsko polje dobije se

$$
\begin{aligned}
\bar{A}_\mu^a &= \frac{2}{g}\bar{\eta}_{a\mu\nu}(x-x_0)_\nu\frac{\rho^2}{(x-x_0)^2\left[(x-x_0)^2+\rho^2\right]} \\
\bar{G}_{\mu\nu}^a &- \frac{8}{g}\left[\frac{(x-x_0)_\mu(x-x_0)_\rho}{(x-x_0)^2}-\frac{1}{4}\delta_{\mu\rho}\right]\bar{\eta}_{a\nu\rho}\frac{\rho^2}{\left[(x-x_0)^2+\rho^2\right]^2}-(\mu\leftrightarrow\nu)
\end{aligned}
\tag{5}
$$

U gornjem izrazu $\bar{A}_\mu^a$ može se napisati u obliku

$$
\bar{A}_\mu^a=-\frac{1}{g}\bar{\eta}_{a\mu\nu}\partial_\nu\ln\left[1+\frac{\rho^2}{(x-x_0)^2}\right]
\tag{6}
$$

Instantonsko rješenje je samodualno

$$
F_{\mu\nu}^a=\tilde{F}_{\mu\nu}^a
\tag{7}
$$

gdje je

$$
\tilde{F}_{\mu\nu}^a=\frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}^a
\tag{8}
$$

Y-M jednadžbe zadovoljavaju i anti-samodualna rješenja za koja vrijedi

$$
F_{\mu\nu}^a=-\tilde{F}_{\mu\nu}^a
\tag{9}
$$

Ako gornje instantonsko rješenje uvrstimo u Euklidsku akciju, dobije se

$$S_E = 8\frac{\pi^2}{g^2} \tag{10}$$

U rješenju (6) je $\rho$ proizvoljni parametar skale tzv. "instantonska veličina"(polumjer instantona). $\rho$ je proizvoljan pošto je Y-M polje invarijantno na transformacije skale, a $x_0$ je instantonsko središte (točka u kojoj je instanton lokaliziran). Za "mali" $\rho$ moguće instantone razmatrati u približenju "razrjeđenog plina", no za "velike" instantone moraju se rabiti neperturbativne metode.

Rješenje koje su našli BPST odgovara Pontryaginovom topološkom broju jednakom 1. Pontryaginov broj opisuje topološki netrivijalne baždarne transformacije Y-M polja. Kasnije su nađena instantonska rješenja sa topološkim cijelim brojevima većim od jedinice. Za takva rješenja Euklidska akcija je jednaka

$$S_E = 8n\frac{\pi^2}{g^2} \tag{11}$$

Za ostale jednostavne Lieve grupe (u koje spadaju i SU (N) grupe) konstrukcija instantonskog rješenja svodi se na gornji slučaj razmatranjem njihovih SU (2) podgrupa.

## 2.2. INSTANTONI I EFEKTIVNA LAGRANGEOVA FUNKCIJA

U kvantnoj kromodinamici složena struktura vakuuma utječe na gustoću instantona male veličine. Uzevši to u obzir, Šifman, Vajnštajn i Zaharov[2] izračunali su efektivnu Lagrangeovu funkciju, za lagane kvarkove ($m\rho \ll 1$), u pozadinskom instantonskom polju. Euklidskoj akciji (1) kvarkovi sa masom $m$ dodaju član

$$S_E = -\int d^4x_E [\bar{\psi}\,(i\gamma_\mu D_\mu + im)\,\psi] \tag{12}$$

Uvrštavanjem gornjeg izraza u funkcionalni integral te integriranjem po fermionskim poljima dobije se

$$\mathrm{Det}(-i\gamma_\mu D_\mu - im) \tag{13}$$

Determinanta se razmatra kao umnožak vlastitih vrijednosti odgovarajućeg operatora

$$\mathrm{Det}(-i\gamma_\mu D_\mu - im) = \prod_n (\lambda_n - im) \tag{14}$$

gdje su realni brojevi $\lambda_n$ vlastite vrijednosti hermitskog operatora $-i\gamma_\mu D_\mu$

$$-i\gamma_\mu D_\mu u_n(x) = \lambda_n u_n(x) \tag{15}$$

Gornja jednadžba ima jedno rješenje za koje je vlastita vrijednost $\lambda_n$ jednaka 0

$$-i\gamma_\mu D_\mu u_0 = 0 \tag{16}$$

Ako se u operatoru kovarijantne derivacije $D$, za gluonsko polje uzme instantonsko rješenje sa Pontryarginovim brojem $n=1$, u slučaju kada je masa kvarkova jednaka nuli, zbog postojanja rješenja jednadžbe (15) sa vlastitom vrijednošću jednakom nuli, determinanta gornjeg izraza jednaka je nuli. Međutim, ako osim instantonskog postoji još i anti-instantonsko rješenje, minimalna vlastita vrijednost operatora $D$ veća je od nule, tako da je onda (14) različito od nule. Ako se integrira preko anti-instantonskih parametara, držeći instantonsko polje konstantnim, najveći doprinos integralu daju anti-instantoni velikog polumjera, $\rho \sim R$ ($R$ je polumjer zatočenja). Pošto ne postoji konzistentna dinamička teorija za velike udaljenosti, problem se mora riješiti fenomenološki, tako da se međudjelovanja na malim udaljenostima opisuju pomoću poznatog instantonskog rješenja, a fenomenološki pristup se onda primjenjuje na velikim udaljenostima, rabeći usrednjene vakuumske vrijednosti.

Pošto se u problemu javljaju dvije različite skale, za njegovo rješavanje rabiti će se efektivna Lagrangeova funkcija. Doprinosi polja koja se brzo mijenjaju uključuju se u koeficijente koji množe različite operatorske strukture, dok se s obzirom na polja koja se sporije mijenjaju, efektivna Lagrengeova funkcija razmatra kao pravi Lagrangian. Doprinosi instantona malog polumjera, razmatraju se na sličan način. Instanton polumjera $\rho$, sa središtem u $x_0$ doprinosi efektivnoj Lagrangeovoj funkciji slijedeći član

$$\Delta\mathcal{L} = \int \frac{d\rho}{\rho^5} \sum_N C_N(\rho)\, O_N(x_0) \tag{17}$$

gdje je $C_n(\rho)$ c-broj, koeficijent koji opisuje instantonske promjene na skali $\rho$, a $O_n(x_0)$ su operatori koji opisuju promjene velikog dosega.

Nalaženje koeficijenata u gornjem razvoju, ilustrirat će se na najjednostavnijem primjeru kvarka mase nula. Prvi član u gornjem razvoju je oblika $C_I I$, I je jedinični operator, a koeficijent $C_I$ je našao t Hooft[3]

$$C_I = \text{konst.} \left[\frac{8\pi^2}{g^2(\rho)}\right]^6 e^{\frac{-8\pi^2}{g^2(\rho)}} (m_q \rho) \tag{18}$$

Taj član nastaje usrednjenjem efektivne gustoće Lagrangeove funkcije preko "matematičkog", a ne fizikalnog vakuumskog stanja. Slijedeći član u gornjem razvoju je oblika

$$C_q(\rho)\,\bar{q}(x_0)\Gamma q(x_0) \tag{19}$$

$q(x_0)$ je operator kvarkovskog polja, a $\Delta$ je matrica koja djeluje u prostoru spina i boje. Da bi se našao koeficijent $C_q$ razmatra se amplituda raspršenja kvarka sa količinom gibanja p u kvark sa količinom gibanja $p$ ($p$, $p \ll \rho^{-1}$) u instantonskom polju sa zadanim središtem $x_0$ i skalom $\rho$. Ta amplituda može se izračunati na dva načina:

1. uzevši matrični element gustoće efektivne Lagrangeove funkcije

$$\langle p'|\Delta\mathcal{L}|p\rangle = \frac{d\rho}{\rho^5} C_q(\rho)\,\bar{u}(p')\Gamma u(p)\, e^{-ipx_0+ip'x_0} \tag{20}$$

gdje je $u$ spinor koji opisuje Lorentzova i stanja boje razmatranih kvarkova.

2. pomoću redukcione formule[4]

$$\begin{aligned}\langle p'|\Delta\mathcal{L}|p\rangle = i^2\int dx\,dx'\,e^{ip'x'-ipx}\,\bar{u}^m_\alpha(p')\,(\hat{p}')_{\alpha\gamma} \\ \times \langle 0|\mathbf{T}\{q^m_\gamma(x')\,\bar{q}^k_\beta(x)\}|0\rangle(\hat{p})_{\beta\delta}\,u^k_\delta(p)\end{aligned} \tag{21}$$

$a$, $b$ su indeksi boje, dok su $\alpha$, $\beta$ ... Lorentzovi indeksi.

Redukciona formula, u svome standardnom obliku koji je primijenjen (21), vrijedi samo za potencijale koji opadaju dovoljno brzo na velikim udaljenostima. Da bi bio zadovoljen taj uvjet instantonsko rješenje uzima se u singularnom baždarenju.

Slijedeći korak je računanje Greenove funkcije koja se nalazi u izrazu (21). Prvo se umjesto prostora-vremena Minkowskog uvodi Euklidski prostor vrijeme. Greenova funkcija je tada oblika

$$\langle 0|\mathbf{T}\{q_\gamma^m(x')\,\bar{q}_\beta^k(x)\}|0\rangle \underset{x_0\to -ix_4}{\to} \sum_n \psi_{(n)\gamma}^m(x')\,\psi_{(n)\beta}^{+k}\frac{1}{m-iE_n}C_I(\rho)\frac{d\rho}{\rho^5} \tag{22}$$

$\psi_{(n)}$ su vlastite funkcije operatora

$$D=\sum_{i=1}^{4}\gamma_i\left(\frac{\partial}{\partial x_i}+i\frac{1}{2}gA_i^a\tau^a\right) \tag{23}$$

a $E_n$ su njegove vlastite vrijednosti. Za kvark mase nula u sumi (22) najveće doprinose daju vlastite vrijednosti operatora (23) jednake nuli, koje su u singularnom baždarenju oblika[3]

$$\psi_{(0)}(x)=\frac{1}{\pi}\frac{\rho}{(x^2+\rho^2)^{\frac{3}{2}}}\frac{\hat{x}}{(x^2)^{\frac{1}{2}}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}\varphi \tag{24}$$

Za $\gamma$-matrice je upotrebljena spinorna reprezentacija, a $\varphi$ je dvokomponentni spinor koji zadovoljava jednadžbu

$$(\sigma+\tau)\,\varphi=0 \tag{25}$$

Matrica $\sigma$ djeluje u spinornom, a matrica $\tau$ u prostoru boje (to su SU(2) matrice spina i boje).

Nakon usrednjavanja po instantonskog orjentaciji u prostoru boje, za koeficijente $C_q$ dobije se slijedeći izraz

$$\frac{C_q\bar{u}\Gamma u}{\dfrac{C_I}{(m\rho)}}=-\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\bar{u}_R u_L \tag{26}$$

gdje je $u_{L,R} = 1/2(1\pm\gamma_5)u$. Za gustoću instantona u slučaju jednog laganog kvarka i uzevši u obzir vakuumski kvarkovski kondenzat iz izraza (18) i (26) slijedi

$$\frac{d\rho}{\rho^5}d^{eff}(\rho)=\frac{d\rho}{\rho^5}d_0(\rho)\,[m_q(\rho)\,\rho-\frac{2}{3}\pi^2\langle 0|\,[\bar{q}(1+\gamma_5)\,q]_\rho|0\rangle\rho^3] \tag{27}$$

gdje je

Gornji račun analogno se primjenjuje na proračune za dva ili tri laka kvarka. Za grupu SU(3) ŠVZ[1] na taj način dobili su:

$$d_0(\rho)=\frac{C_I}{m_q\rho}=\text{konst.}\left[\frac{8\pi^2}{g^2(\rho)}\right]^6 e^{-\frac{8\pi^2}{g^2(\rho)}} \tag{28}$$

1 okus:

$$\Delta\mathcal{L}=\int\frac{d\rho}{\rho^5}d_0(\rho)\left(m\rho-\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\overline{q}_R q_L\right) \tag{29}$$

2 okusa:

$$\begin{aligned}\Delta\mathcal{L}=\int\frac{d\rho}{\rho^5}d_0(\rho)\Bigg\{&\prod_{i=1,2}\left(m\rho-\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\overline{q}_R q_L\right)+\frac{3}{32}\left(\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\right)^2\\ &\times\left[\overline{q}_{1R}t^a q_{1L}\overline{q}_{2R}t^a q_{2L}-\frac{3}{4}\overline{q}_{1R}\sigma_{\mu\nu}t^a q_{1L}\overline{q}_{2R}\sigma_{\mu\nu}t^a q_{2L}\right]\Bigg\}\end{aligned} \tag{30}$$

3 okusa:

$$\begin{aligned}\Delta\mathcal{L}=\int\frac{d\rho}{\rho^5}d_0(\rho)\Bigg\{&\prod_{i=1,2,3}\left(m_i\rho-\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\overline{q}_R q_L\right)+\frac{3}{32}\left(\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\right)^2\\ &\times\left(\overline{q}_{1R}t^a q_{1L}\overline{q}_{2R}t^a q_{2L}-\frac{3}{4}\overline{q}_{1R}\sigma_{\mu\nu}t^a q_{1L}\overline{q}_{2R}\sigma_{\mu\nu}t^a q_{2L}\right)\\ &\times\left(m_3\rho-\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\overline{q}_{3R}q_{3L}\right)+\frac{9}{40}\cdot\frac{4}{3}\pi^2\rho^3 d^{abc}\overline{q}_{1R}\sigma_{\mu\nu}t^a q_{1L}\overline{q}_{2R}\sigma_{\mu\nu}t^b q_{2L}\overline{q}_{3R}t^c q_{3L}+2\text{permut}\Big]\\ &+\frac{9}{320}\left(\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\right)^3 d^{abc}\overline{q}_{1R}t^a q_{1L}\overline{q}_{2R}t^b q_{2L}\overline{q}_{3R}t^c q_{3L}+\frac{9}{256}i\left(\frac{4}{3}\pi^2\rho^3\right)^3\\ &\times f^{abc}\overline{q}_{1R}\sigma_{\mu\nu}t^a q_{1L}\overline{q}_{2R}\sigma_{\nu\gamma}t^b q_{3R}\sigma_{\gamma\mu}t^c q_{3L}\Bigg\}\end{aligned} \tag{31}$$

U gornjem izrazu kvarkovski operatori $q$ ovise o $x_0$. Svi izrazi su u prostoru Minkowskog.

*Poglavlje 3*

# 3. INSTANTONSKI INDUCIRANI $\Delta I=1/2$ OPERATOR

Slaba efektivna Hamiltonova funkcija za neleptonske $|\Delta S|=1$ raspade je slijedećeg oblika[5-8]

$$H_{ef}(\Delta S=-1)=\sqrt{2}G_F\cos\theta_c\sin\theta_c\sum_{i=1}^{6}c_i(\mu)O_i(x,\mu) \tag{32}$$

gdje su

$$O_1=[(\frac{1}{2})(\bar{u}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{d}_L\gamma_\mu u_L)-(\bar{u}_L\leftrightarrow\bar{d}_L)] \tag{33}$$

$$\begin{aligned}O_2=&(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{u}_L\gamma_\mu u_L)+(\bar{u}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{d}_L\gamma_\mu u_L)+2(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{d}_L\gamma_\mu d_L)+\\&+2(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{s}_L\gamma_\mu s_L)\end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}O_3=&(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{u}_L\gamma_\mu u_L)+(\bar{u}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{d}_L\gamma_\mu u_L)+2(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{d}_L\gamma_\mu d_L)-\\&-3(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{s}_L\gamma_\mu s_L)\end{aligned} \tag{35}$$

$$O_4=(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{u}_L\gamma_\mu u_L)+(\bar{u}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{d}_L\gamma_\mu u_L)-(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{d}_L\gamma_\mu d_L) \tag{36}$$

$$O_5=(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)(\bar{u}_R\gamma_\mu\lambda^a u_R+\bar{d}_R\gamma_\mu\lambda^a d_R+\bar{s}_R\gamma_\mu\lambda^a s_R) \tag{37}$$

$$O_6=(\bar{d}_L\gamma^\mu s_L)\,\bar{u}_R\gamma_\mu u_R+\bar{d}_R\gamma_\mu d_R+\bar{s}_R\gamma_\mu s_R) \tag{38}$$

$c_i$ su renormalizacioni koeficijenti, u koje su uključene QCD popravke na skali od $\mu\sim 1GeV$ do $\mu\sim M_W$. Matrični elementi operatora $O_i$ računaju se pomoću djelomičnog sačuvanja aksijalne struje (PCAC), algebre struja i faktorizacije. Međutim, taj pristup ne može objasniti opaženo povećanje $\Delta I=\frac{1}{2}$, $|\Delta S|=1$ za amplitude neleptonskih raspada u odnosu na raspade sa $\Delta I=\frac{3}{2}$. U svome radu[9] Konishi i Ranfone razmotrili su mogući doprinos instantoski induciranih QCD efekata tome povećanju. Instantonski doprinosi imaju za posljedicu pojavu novih $\Delta I=\frac{1}{2}$ operatora u efektivnoj Hamiltonovoj funkciji (32). Između tih novih operatora, najnižu dimenziju ima

$$\begin{aligned}\tilde{O}_1=\frac{1}{2}\Big[&(\bar{u}_R s_L)(\bar{d}_R u_L)-\frac{1}{4}(\bar{u}_R\sigma^{\mu\nu}s_L)(\bar{d}_R\sigma_{\mu\nu}u_L)-\frac{3}{4}(\bar{u}_R\lambda^a s_L)(\bar{d}_R\lambda^a u_L)+\\&+\frac{3}{16}(\bar{u}_R\lambda^a\sigma^{\mu\nu}s_L)(\bar{d}_R\lambda^a\sigma^{\mu\nu}u_L)\Big]\end{aligned} \tag{39}$$

Njegov doprinos efektivnoj Hamiltonovoj funkciji je oblika

$$\Delta H_{ef}=-\sqrt{2}G_F\cos\theta_c\sin\theta_c\tilde{c}_1(\mu)\,\tilde{O}_1(x,\mu) \tag{40}$$

Konishi i Ranfone su pokazali da se u efektivnoj Hamiltonovoj funkciji (32) jedino za operator $O_1$ moraju u obzir uzeti instantonski doprinosi. Instantoni polumjera $\rho$ znatno utječu na operatore $O_1$ na udaljenostima $d\sim\rho$, tako da su u prisustvu instantona samo kvantne fluktuacije sa valnim dužinama manjim od $\rho$ opisane uobičajenim (perturbativnim) renormalizacionim koeficijentom $c_i$. Fluktuacije velikih valnih dužina $(\lambda>\rho)$ opisane su anomalnom dimenzijom novoga efektivnoga operatora $\tilde{O}_1$. Da bi se izračunali renormalizacioni koeficijenti $c_1$ i $\tilde{c}_1$ Konishi i Ranfone rabili su jednadžbu renormalizacione grupe u izmjenjenom obliku

$$(D-\Gamma+\ldots)\begin{pmatrix}\langle T(O_1\ldots)\rangle\\ \langle T(\tilde{O}_1\ldots)\rangle\end{pmatrix}=0 \tag{41}$$

$$D=\mu\frac{\partial}{\partial\mu}+\beta(g,\lambda)\frac{\partial}{\partial g}+\beta_\lambda(g,\lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda}\quad;\lambda=\frac{m_s}{\mu} \tag{42}$$

gdje je ostavljeno mjesta za jedan proizvoljan skup lokalnih operatora i njihovih anomalnih dimenzija, $\langle O(\mu)\rangle$ su $n$ matrični elementi tako definirani da uključuju instantone za koje je $\rho\rangle\frac{1}{\mu}$. Matrica $\Gamma$ je oblika

$$\Gamma=\begin{pmatrix}\gamma_0 & \gamma_{-1}\\ \gamma_1 & \tilde{\gamma}_o\end{pmatrix};\gamma_0=\left(\frac{2}{\pi}\right)\alpha_S+\ldots;\left(\alpha_S=\frac{g^2}{4\pi}\right) \tag{43}$$

$\gamma_0$ je anomalna dimenzija operatora $O_1$. $\gamma_1$ je instantonski doprinos

$$\gamma_1=c_0\lambda\left(\frac{2\pi}{\alpha_S}\right)^6\exp\left(-\frac{2\pi}{\alpha_S}\right) \tag{44}$$

$c_0$ je numerička konstanta koja ovisi o definiciji QCD vezne konstante $\alpha_S$. U $\overline{MS}$ renormalizacionoj shemi $c_0\approx5.4\cdot10^{-3}$. Doprinos anti-instantona je dan sa $\gamma_{-1}\approx9.0\,\gamma_1$, a $\tilde{\gamma}_0$ je perturbaciona anomalna dimenzija operatora $\tilde{O}_1$.

Pošto fizika ne ovisi o $\mu$, iz jednadžbe renormalizacione grupe (41) dobije se slijedeća jednadžba za renormalizacione koeficijente

$$(D+\Gamma)\begin{pmatrix}C_1\\ \tilde{C}_1\end{pmatrix}=0 \tag{45}$$

Rješenje ove jednadžbe je oblika

$$\begin{pmatrix}C_1\\ \tilde{C}_1\end{pmatrix}=\left[P\exp\left(\frac{1}{2}\int_0^t du\,\Gamma(\overline{g}(u,g,\lambda),\overline{\lambda}(u,g,\lambda)\right)\right]\begin{pmatrix}C_1\\ \tilde{C}_1\end{pmatrix}_{\mu=M_W,\,g=\overline{g}(M_W),\,\lambda=\overline{L}(M_W)} \tag{46}$$

gdje je $t=\ln\frac{M_W^2}{\mu^2}$ a $(C_1,\tilde{C}_1)\approx(1,0)$ za $\mu=M_W$.

Teško je točno izvrednjiti izraz (46), ali pošto su $\gamma_I$ i $\gamma_{(-I)}$ značajni samo za male vrijednosti $\mu$ (veliki $t$), izraz (46) su Konishi i Ranfone približno izvrijednili. Uz, ($\frac{1}{b_0\pi}\approx 0.48$ za $N_f=4$; odnosno 0.044 za $N_f=3$), dobili su

$$c_1(\mu)\approx\exp\left(\frac{1}{2}\int_0^t\gamma_0 du\right)=\left[\frac{\alpha_S(\mu)}{\alpha_S(M_W)}\right]^{\frac{1}{b_0\pi}} \tag{47}$$

$$\tilde{c}_1(\mu)\approx c_0 m_S\int_{\frac{1}{M_W}}^{\frac{1}{\mu}} d\rho\left[\frac{2\pi}{\alpha_S}\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]^6\exp\left[-\frac{2\pi}{\alpha_S}\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]\left[\frac{\alpha_S\left(\frac{1}{\rho}\right)}{\alpha_S(M_W)}\right]^{\frac{1}{b_0\pi}} \tag{48}$$

$$\approx 1.3\cdot 10^{-3}\left(\frac{m_S}{\mu}\right)\left[\frac{2\pi}{\alpha_\sigma(\mu)}\right]^6\exp\left[\frac{-2\pi}{\alpha_S(\mu)}\right];\qquad[\alpha_S(\mu)\le 1] \tag{49}$$

Za vrijednosti $\mu$, za koje je $\alpha_{\overline{MS}}(\mu)\sim 1$, za $\tilde{c}_1(\mu)$ dobije se

$$\tilde{c}_1(\mu)\approx 0.15\frac{m_S}{\mu} \tag{50}$$

Za $\mu\sim m_S$ vrijednost $\tilde{c}_1$ može se usporediti sa odgovarajućim koeficijentom za operator $O_5$, $|c_5|\approx 0.04-0.1$. Na osnovu toga može se zaključiti da su instantonski inducirani doprinosi bar jednako tako važni kao i pingvinski doprinosi.

*Poglavlje 4*

# 4. INSTANTONSKI DOPRINOSI NELEPTONSKIM RASPADIMA KAONA U MODELU KIRALNE VREĆE

Teorija neleptonskih slabih procesa jedno je od najsloženijih područja niskoenergetskih slabih međudjelovanja. Ne-abelove baždarske teorije fundamentalnih međudjelovanja potaknule su istraživanje u okviru algebre struja i kvarkovskih modela: slabe su struje precizno dane u Glashow-Salam-Weinbergovom modelu, međutim još uvijek ostaje problem izvrijednjivanja hadronskih matričnih elemenata slabe Hamiltonove funkcije.

Neleptonske procese s $\Delta S=1$ možemo podijeliti u dvije klase:

a) procesi sa hiperonima i mezonima

b) procesi (samo) s mezonima

Raspadi iz klase a) su slijedeći (uz uobičajene oznake[33]):

$$\Lambda_0 \to p+\pi^-; \quad \Lambda^0_- \tag{51}$$

$$\Xi^- \to \Lambda+\pi^-; \quad \Xi^-_- \tag{52}$$

$$\Sigma^+ \to p+\pi^0; \quad \Sigma^+_0 \tag{53}$$

$$\Sigma^- \to n+\pi^-; \quad \Sigma^-_- \tag{54}$$

$$\Sigma^+ \to n+\pi^+; \quad \Sigma^+_+ \tag{55}$$

dok su raspadi pod b):

$$K^- \rightarrow \pi^- + \pi^0 \tag{56}$$

$$K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 \tag{57}$$

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- \tag{58}$$

Model kiralne vreće (osnovna svojstva modela dana su u dodatku), primjenjen na raspad $K \rightarrow 2\pi$ ne može objasniti $\Delta I = \frac{1}{2}$ pravilo. U amplitudi raspada $K^0$ mezona, doprinosi dijelova sa $\Delta I = \frac{1}{2}$ previše su mali u odnosu na doprinose sa $\Delta I = \frac{3}{2}$. Za očekivati je da će bilo kakvi dodatni doprinosi sa $\Delta I = \frac{1}{2}$ poboljšati teoretska predviđanja. Kao što je prikazano u prethodnom poglavlju, Konishi i Ranfone su približno izračunali vrijednost renormalizacionog koeficijenta $\tilde{c}_1$ koji množi instantonski inducirani operator sa $\Delta I = \frac{1}{2}$ i $|\Delta S| = 1$ u efektivnoj slaboj Hamiltonovoj funkciji. U ovome poglavlju naći će se vrijednost za renormalizacioni koeficijent $\tilde{c}_1$, koja omogućuje objašnjenje raspada $K \rightarrow 2\pi$ u modelu kiralne vreće i ta će se vrijednost usporediti sa izrazom za $\tilde{c}_1$ koji su dobili Konishi i Ranfone

$$\tilde{c}_1(\mu) \approx 0,15 \frac{m_s}{\mu} \tag{59}$$

Instantonski inducirani doprinos

$$H_I = \sqrt{2} G_F \sin\theta_C \cos\theta_C \tilde{c}_1 \tilde{O}_1 \tag{60}$$

dodaje se efektivnoj Hamiltonovoj funkciji za slabe raspade

$$H_W = \sqrt{2} G_F \sin\theta_C \cos\theta_C \sum_{i=1}^{6} c_i O_i \tag{61}$$

Četverofermionski operatori su dani u prošlom poglavlju (32), kao i instantonski inducirani operator $\tilde{O}_1$ (39).

Doprinosi efektivne Hamiltonove funkcije amplitudi raspada $K\to 2\pi$ u modelu kiralne vreće izračunati su u radu[10]. Njima se trebaju pridodati instantonski doprinosi (39), koji će se izračunati u ovome poglavlju.

Instantonski inducirani operator, može se uz pomoć identiteta za SU(3) matrice boje $\lambda^a$

$$(\lambda^a)_{ij}(\lambda^a)_{kl}=2\delta_{il}\delta_{jk}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\delta_{kl} \tag{62}$$

i Fierzovih transformacija, kao na primjer

$$(\bar{u}_R\lambda^a s_L)(\bar{d}_R\lambda^a u_L)=(\bar{u}_R u_L)(\bar{d}_R s_L)-\frac{1}{2}(\bar{u}_R\sigma^{\mu\nu}u_L)(\bar{d}_R\sigma_{\mu\nu}s_L)-\frac{2}{3}(\bar{u}_R s_L)(\bar{d}_R u_L) \tag{63}$$

napisati u obliku

$$\begin{aligned}\tilde{O}_1=\frac{3}{4}(\bar{u}_R s_L)(\bar{d}_R u_L)-\frac{3}{16}(\bar{u}_R u_L)(\bar{d}_R s_L)-\frac{3}{16}(\bar{u}_R\sigma^{\mu\nu}s_L)(\bar{d}_R\sigma_{\mu\nu}u_L)+\\+\frac{9}{32}(\bar{u}_R\sigma^{\mu\nu}u_L)(\bar{d}_R\sigma_{\mu\nu}s_L)\end{aligned} \tag{64}$$

Sada se moraju izračunati matrični elementi operatora $\tilde{O}_1$ između mezonskih stanja. Matrični se element može rastaviti na kvarkovske i mezonske doprinose

$$\langle M_f|\tilde{O}_1|M_i\rangle=\langle M_f|\tilde{O}_1|M_i\rangle_Q+\langle M_f|\tilde{O}_1|M_i\rangle_{Mes}. \tag{65}$$

Kvarkovski doprinos izražava se preko integrala kvarkovskih valnih funkcija $a$ i $b$

$$a=4\pi\int_0^R r^2 dr\left[U_u^3(r)\,U_s(r)+V_u^3(r)\,V_s(r)\right] \tag{66}$$

$$b=4\pi\int_0^R r^2 dr\,[U_u^2(r)\,V_u(r)\,V_s(r)+U_u(r)\,V_u^2(r)\,V_s(r)] \tag{67}$$

gdje su $U$ i $V$ velika i mala komponenta kvarkovske valne funkcije

$$U(r)=\frac{N}{\sqrt{4\pi}}\sqrt{\frac{\omega+mR}{\omega}}\,i j_0(pr) \tag{68}$$

$$U(r) = -\frac{N}{\sqrt{4\pi}}\sqrt{\frac{\omega - mR}{\omega}}\,(\vec{\sigma}\hat{r})\,j_1(pr) \tag{69}$$

Rezultati za kvarkovske doprinose dani su u tablici 4.1.

| | $\tilde{O}_{1/i}$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\langle\pi\|O\|K\rangle$ | $(\bar{u}_R s_L)\,(\bar{d}_R u$ | $(\bar{u}_R u_L)\,(\bar{d}_R s$ | $(\bar{u}_R \sigma^{\mu\nu} s_L)\,(\bar{d}_R \sigma_{\mu\nu}$ | $(\bar{u}_R \sigma^{\mu\nu} u_L)\,(\bar{d}_R \sigma_{\mu\nu}$ |
| $\langle\pi^-\|O\|K^-\rangle$ | $3/2(a+b)$ | $-1/4(a+b)$ | 0 | $-3(a+b)$ |
| $\langle\pi^0\|O\|K^0\rangle$ | $-\frac{1}{4\sqrt{2}}(a+b$ | $\frac{3}{2\sqrt{2}}(a+b)$ | $-\frac{3}{\sqrt{2}}(a+b)$ | 0 |

**Tablica 4.1.** Kvarkovski doprinosi matričnim elementima operatora $\tilde{O}_1$.

Mezonsko polje opisuje se rješenjem u statičkom približenju, kod kojega svako polje ima kvarkovski izvor unutar hadrona, na primjer

$$\begin{aligned}\phi_a^M(r) &= D_0^M\left(\frac{1}{\mu_M r}\right)\exp(-\mu_M r)\,(\chi_m^{+}\lambda_a\chi_n)\,(\tilde{d}_m^{c} b_n^{c} + \tilde{b}_m^{c} d_n^{c}) + \\ &+ D_1^M\left(\frac{1}{\mu_M r} + \frac{1}{\mu_M^2 r^2}\right)\exp(-\mu_M r)\,(\chi_k^{+}(\vec{\sigma}\hat{r})\chi_l)\,(\tilde{b}_k^{c} b_l^{c} + \tilde{d}_k^{c} b_l^{c+})\end{aligned} \tag{70}$$

$b^{+}(b)$ i $d^{+}$ $(d)$ su operatori stvaranja (poništavanja) za kvarkove (antikvarkove) unutar hadrona, $D_0^M$ i $D_1^M$ jednaki su

$$D_0^M = -\left(\frac{\tilde{N}N}{8\pi f_M}\right)\frac{\mu_M R^2 \exp(\mu_M R)}{1+\mu_M R}\left[\tilde{\epsilon}_+\epsilon_+\tilde{j}_0(pR)\,j_0(pR) + \tilde{\epsilon}_-\epsilon_-\tilde{j}_1(pR)\,j_1(pR)\right] \tag{71}$$

$$D_1^M = -\left(\frac{\tilde{N}N}{16\pi f_M}\right)\frac{\mu_M^2 R^3 \exp(\mu_M R)}{1+\mu_M R + 0.5\mu_M^2 R^2}\left[\tilde{\epsilon}_+\epsilon_-\tilde{j}_0(pR)\,j_1(pR) + \tilde{\epsilon}_-\epsilon_+\tilde{j}_1(pR)\,j_0(pR)\right] \tag{72}$$

gdje su

$$p=\left(\frac{1}{R}\right)\left(\omega^2-(mR)^2\right)^{1/2} \tag{73}$$

$$\epsilon=\frac{\omega}{R} \tag{74}$$

$$\epsilon_{\pm}=(\omega\pm mR)^{1/2} \tag{75}$$

Oznaka ~ na vrhu simbola, (npr. $\tilde{N}$ ) znači da, s obzirom da je SU(3) simetrija slomljena različitom masom kvarkova u tripletu (*u*, *d*, *s*), treba voditi računa od kojih se kvarkovskih izvora formira (vanjsko) mezonsko polje.

Na osnovu strukture mezonskog polja, zaključuje se da samo oni članovi operatora $\tilde{O}_1$ koji se transformiraju kao PP (P = pseudoskalar) daju mezonske doprinose. PP članovi su bilinearni (npr. $\phi_a^M\phi_b^M$) u statičkim mezonskim poljima, dok su ostali članovi bar kvartički (npr. $\phi_a^M\phi_b^M\phi_c^M\phi_d^M$). Ovi kvartički članovi sadrže u normalnom produktu osam kvarkovskih operatora stvaranja i poništavanja. Takva kombinacija identički iščezava kada se računa između mezonskih stanja od kojih svako sadrži dva operatora stvaranja. Matričnom elementu doprinose samo dva bilinearna člana

$$(\bar{u}\gamma_5 s)(\bar{d}\gamma_5 u) \tag{76}$$

i

$$(\bar{u}\gamma_5 u)(\bar{d}\gamma_5 s) \tag{77}$$

Iz graničnih uvjeta za mezonske aksijalno-vektorske struje

$$\begin{aligned}\partial_r\phi_M^a=\frac{\tilde{N}N}{8\pi f_M}\big[&(\tilde{\epsilon}_-\epsilon_+\tilde{j}_1 j_0+\tilde{\epsilon}_-\epsilon_+\tilde{j}_1 j_0)(\tilde{\chi}_f^+(\vec{\sigma}\hat{r})\lambda^a\chi_g)(\tilde{b}_f^{c+}b_g^c+\tilde{d}_f^c d_g^{c+})+\\&+(\tilde{\epsilon}_+\epsilon_+\tilde{j}_0 j_0+\tilde{\epsilon}_-\epsilon_-\tilde{j}_1 j_1)(\chi_f^+\lambda_a\chi_g)(\tilde{d}_f^d b_g^d+\tilde{b}_f^{d+}d_g^{d+})\big]\end{aligned} \tag{78}$$

te iz

$$A_\mu^a(x) = \bar{\psi}_1(x)\gamma_\mu\gamma_5\frac{\lambda^a}{2}\psi_2(x) + f_M\partial_\mu\phi_M^a(x) \tag{79}$$

dobije se

$$i\bar{\psi}_1(x)\gamma_5\psi_2(x) = -\frac{f_M}{m_1+m_2}\mu_M^2\phi_M^a(x) \tag{80}$$

Za mezonski dio operatora $\tilde{O}_1$ se na taj način dobije

$$\tilde{O}_1^M(x) = -\frac{3}{8}M_{\bar{u}s}\phi^{K^-}(x)M_{\bar{d}u}\phi^{\pi^+}(x) + \frac{3}{8}M_{\bar{u}u}^i\phi^{M_i}(x)M_{\bar{d}s}\phi^{\bar{K}^0}(x) \tag{81}$$

gdje je na primjer

$$M_{\bar{u}s} = \frac{f_{K^-}\mu_{K^-}^2}{m_u+m_s} \tag{82}$$

i

$$M_{\bar{u}u}^i\phi^{M_i}(x) = \frac{1}{2m}\left\{\frac{\sqrt{6}}{6}f_{\eta 8}\mu_{\eta 8}^2\phi^{\eta 8}(x) + \frac{\sqrt{3}}{3}f_{\eta 1}\mu_{\eta 1}^2\phi^{\eta 1}(x) + \frac{\sqrt{2}}{2}f_{\pi^0}\mu_{\pi^0}^2\phi^{\pi^0}(x)\right\} \tag{83}$$

Rezultati za mezonske doprinose su dani u tablici 4.2.

| | $\tilde{O}_{1/i}$ | |
|---|---|---|
| $\langle\pi\|O\|K\rangle$ | $(\bar{u}_R s_L)(\bar{d}_R u_L)_{PC}$ | $(\bar{u}_R u_L)(\bar{d}_R s_L)_{PC}$ |
| $\langle\pi^-\|O\|K^-\rangle$ | $-6\tau_4^{(0)}$ | $-\frac{1}{6}\tau_1 - \frac{1}{2}\tau_2 - \frac{1}{3}\tau_3$ |
| $\langle\pi^0\|O\|K^0\rangle$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}\tau_4$ | $\frac{1}{6\sqrt{2}}\tau_1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\tau_2 + \frac{1}{3\sqrt{2}}\tau_3 + \frac{6}{\sqrt{2}}\tau_2^{(0)}$ |

**Tablica 4.2.** Mezonski doprinosi matričnim elementima operatora $\tilde{O}_1$

Veličine $\tau_i$ definirane su na slijedeći način:

$$\tau_1 \equiv \tau(\overline{K}^0, \eta_8) \; ; \; \tau_2 \equiv \tau(\overline{K}^0, \pi^0) \tag{84}$$

$$\tau_3 \equiv \tau(\overline{K}^0, \eta_1) \; ; \tau_4 \equiv \tau(K^-, \pi^+) \tag{85}$$

i

$$\tau_2^{(0)} \equiv \tau^{(0)}(\overline{K}^0, \pi^0) \; ; \tau_4^{(0)} \equiv \tau^{(0)}(K^-, \pi^+) \tag{86}$$

Oni su na primjer dani kao

$$\tau_1 = \pi M_{\overline{d}s} M_{\overline{u}u} D_1^{\overline{K}^0} D_1^{\eta 8} I(\mu_{\overline{K}^0}, \mu_{\eta 8}) \tag{87}$$

ili

$$\tau_2^{(0)} = \pi M_{\overline{d}s} M_{\overline{u}u} D_0^{\overline{K}^0} D_0^{\pi^0} \frac{\exp(-\mu_{K_o} + \mu_{\pi^0}) R}{\mu_{\overline{K}^0}\mu_{\pi^0}(\mu_{\overline{K}^0} + \mu_{\pi^0})} \tag{88}$$

$I(\mu_1, \mu_2)$ $I(\mu_1, \mu_2)$ su radijalni integrali oblika

$$I(\mu_1, \mu_2) = \int_R^\infty r^2 dr \left[ \left( \frac{1}{\mu_1 r} + \frac{1}{\mu_1^2 r^2} \right) \exp{-\mu_1 r} \left( \frac{1}{\mu_2 r} + \frac{1}{\mu_2^2 r^2} \right) \exp{-\mu_2 r} \right] \tag{89}$$

Mezonski doprinosi operatora $\tilde{O}_1$ znatno ovise o vrijednostima kvarkovskih masa. Vrijednosti koje se najćešće uzimaju su:

$$m_u = m_d = 5,4 MeV; m_s = 150 Mev \tag{90}$$

U tablici 4.3. prikazane su vrijednosti za amplitudu raspada $K \to 2\pi$ izračunate za različite vrijednosti kvarkovskih masa. Vrijednosti za $\tilde{C}_1$ su izabrane tako da $\xi$ (gdje je $\xi$ omjer amplituda raspada: $\xi = \left| \frac{A(K^0 \to \pi^+\pi^-)}{A(K^0 \to \pi^0\pi^0)} \right|$) ne odstupa za više od 2% od eksperimentalnih vrijednosti.

Odvojeni kvarkovski i mezonski doprinosi efektivnim Hamiltonovim funkcijama (60) i (61) prikazani su u tablici 4.4. Instantonski doprinosi dominiraju u amplitudi raspada $A^0$.

Kod samih instantonskih doprinosa dominantan je mezonski dio, koji, ovisno o vrijednosti od $\tilde{c}_1$, može i do deset puta biti veći od kvarkovskog dijela.

| $m_u$ ($m_d$) [MeV] | $m_s$ [MeV] | $C_1$ | $A^0_{+-}$ | pogreška % | $A^0_{00}$ | pogreška % | $\xi$ | pogreška % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 100 | 0.8<br>0.7<br>0.55 | 27.96<br>25.42<br>21.61 | 0<br>9.1<br>22.7 | 25.77<br>23.30<br>19.58 | 1.6<br>8.1<br>22.8 | 1.08<br>1.09<br>1.10 | -1.7<br>-1.6<br>0 |
| 5 | 100 | 0.97 | 27.57 | -1.4 | 25.41 | 0.2 | 1.09 | -1.6 |
| 5 | 150 | 1.37<br>1.18<br>0.9 | 27.93<br>25.11<br>20.97 | 0.1<br>10.1<br>25.0 | 25.76<br>23.03<br>18.98 | 1.6<br>9.2<br>25.2 | 1.08<br>1.09<br>1.10 | -1.7<br>-1.6<br>0 |
| 5.4 | 150 | 1.46 | 27.89 | -0.3 | 25.76 | 1.6 | 1.08 | -1.7 |

**Tablica 4.3.** Amplitude raspada $A^0_{+-}$ i $A^0_{00}$ za različite vrijednosti $m_q$ i $\tilde{c}_1$ (U jedinicama $10^8$ GeV. Faktor produljenja je $\kappa = 1$. Parametri kiralnog modela kao u FIT II[10].

| Doprinosi kiralne vreće | | | | Instantonski doprinosi | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | Kvarko vi | Mezoni | (1+2) | $C_1$ | Kvarko vi | Mezoni | (5+6) | (3+7) | Eksp. |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $A^+_{+0}$ | 0.82 | 1.01 | 1.83 | / | / | / | / | 1.83 | 1.83 |
| $A^0_{+-}$ | 4.76 | 2.89 | 7.65 | 0.66<br>1.13<br>1.37 | 1.68<br>2.87<br>3.48 | 18.67<br>17.44<br>16.80 | 20.35<br>20.31<br>20.28 | 27.99<br>27.95<br>27.93 | 27.96 |
| $A^0_{00}$ | 3.60 | 2.36 | 5.96 | 0.66<br>1.13<br>1.37 | 1.68<br>2.87<br>3.48 | 18.17<br>16.97<br>16.35 | 19.84<br>19.84<br>19.83 | 25.80<br>25.79<br>25.79 | 25.36 |

**Tablica 4.4.** Kvarkovski i mezonski doprinosi amplitudama raspada (Rabe se isti parametri kao u tablici 4.3. Za kvarkovske mase ($m_u$; $m_s$) uzete su slijedeće vrijednosti: (4; 80), (4; 150) i (5; 150) MeV za $\tilde{c}_1$ =0.66, 1.13 i 1.37).

Vrijednosti $\tilde{c}_1$ za koje se dobiva odlično slaganje sa eksperemintalnim vrijednostima, puno su veće u odnosu na teoretske vrijednosti. U tablici 4.5. prikazani su neki rezultati, koji se dobivaju za vrijednosti od $\tilde{c}_1$ bliske teoretskima. Dobro slaganje sa eksperimentom zahtjeva uzimanje premalih kvarkovskih masa.

| $m_u(=m_d)$ [MeV] | $m_s$ [MeV] | $\tilde{c}_1$ | $A^0_{+-}$ (eks.= 27.96) | pogreška % | $A^0_{00}$ (eks.= 25.36) | pogreška % | $\xi$ | pogreška % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 20 | 0.04 | 25.9 | -8.0 | 23.7 | -7.0 | 1.09 | -1.6 |
| 1.5 | 30 | 0.09 | 26.0 | -7.5 | 23.8 | -6.6 | 1.09 | -1.6 |
| 3 | 60 | 0.33 | 25.1 | -11.4 | 22.9 | -10.7 | 1.09 | -1.6 |

**Tablica 4.5.** Amplitude raspada $A^0_{+-}$ i $A^0_{00}$ za male kvarkovske mase (u jedinicama $10^{-8}$ GeV i parametri modela kao u tablici 4.3.)

Svi računi napravljeni su u modelu kiralne vreće, koji je poluempirička aproksimacija. Slaganje sa eksperimentalnim vrijednostima je unutar 10%, što nije tako loše, s obzirom na mogućnost dodatne aproksimacije koja je rađena u modelu kiralne vreće bez instantonskih doprinosa, a sastoji se u produženju koje povezuje amplitude algebre struja sa fizikalnim amplitudama. Neki od rezultata prikazani su u tablici 4.5, gdje su za $\tilde{c}_1$ dobivene između ostalih, i vrlo male vrijednosti, npr. 0.04. Međutim, takve vrijednosti zahtjevaju poprilično male kvarkovske mase, tako da se čini da taj rezultat nije sasvim prihvatljiv.

U tablici 4.6. prikazani su rezultati koji se dobivaju za vrijednost faktora produljenja $\kappa=1.84$. Vrijednosti $\tilde{c}_1$ za koje se dobiva podudaranje unutar 2% sa eksperimentalnim podacima nešto su manje od vrijednosti koje su za to potrebne kada je $\kappa=1.0$.

U približnom teoretskom modelu koji se ovdje rabi[10], dvije amplitude raspada mogu se objasniti, kada se izvrši izbor kvarkovskih masa, pomoću samo jednoga teoretskog parametra $\tilde{c}_1$.

Iako se podudaranje sa eksperimentalnim podacima može dobiti za vrijednosti $\tilde{c}_1=0.04$ (koje su manje od grubog teoretskog proračuna (0.15)), podudaranja koja se dobivaju sa većim vrijednostima

$$1.0 < \tilde{C} < 1.5 \tag{91}$$

izgledaju mnogo prihvatljivijima.

| $A$ | $m_u$ ($m_d$) [MeV] | $m_s$ [MeV] | $C_1$ | $A \cdot 10^8$ [GeV$^{-1}$] | $A_{eks}$ | pogreška % | $\xi$ | $\xi_{eks}$ | pogreška % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A^+_{+0}$ | | | | 1.87 | 1.83 | 2.1 | | | |
| $A^0_{+-}$ | 1.5 | 30 | 0.800 | 27.97 | 27.96 | -1.8 | 1.08 | 1.10 | -1.8 |
| $A^0_{00}$ | | | | 25.36 | 25.36 | 1.5 | | | |
| $A^+_{+0}$ | | | | 1.87 | 1.83 | 2.1 | | | |
| $A^0_{+-}$ | 4 | 80 | 0.528 | 27.97 | 27.96 | 0.4 | 1.08 | 1.10 | -1.8 |
| $A^0_{00}$ | | | | 25.87 | 25.36 | 2.0 | | | |
| $A^+_{+0}$ | | | | 1.87 | 1.83 | 2.1 | | | |
| $A^0_{+-}$ | 5 | 150 | 1.093 | 27.97 | 27.96 | -1.8 | 1.08 | 1.10 | -1.8 |
| $A^0_{00}$ | | | | 25.92 | 25.36 | 2.2 | | | |

**Tablica 4.6.** Amplitude raspada za $\kappa = 1.84$ ($R(K) = 4.795$ GeV$^{-1}$)

Svi teoretski rezultati, prikazani u tablicama 4.3-6. jako su ovisni o modelima unutar kojih su proračunati. Na primjer, za MIT model vreće dobivaju se vrijednosti potpuno različite od onih dobivenih u kiralnom modelu vreće. Za očekivati je, da će se u nekom drugom teoretskom modelu, kao na primjer u onome koji rabi $1/N$ razvoj, dobiti drugačije vrijednosti za $\tilde{C}_1$. Na kraju, može se zaključiti da se u modelu kiralne vreće zahtjevaju znatne instantonski-inducirane popravke ako se želi objasniti $K \to 2\pi$ raspade.

*Poglavlje 5*

# 5. OVISNOST SLABOG EFEKTIVNOG HAMILTONIANA O RENORMALIZACIONOM PARAMETRU

## 5.1 UVOD

U ovome poglavlju razmatra se ovisnost matričnih elemenata o parametru $\mu$. Iako se u principu ovisnost o parametru na kraju računa mora poništiti, u praktičnim računima ovisnost o $\mu$ značajno utječe na konačni rezultat. Često se predlaže da vrijednost za $\mu$ odgovara nekoj količini gibanja $Q$ koja je karakteristična za zadani proces[5,7,8,11-13]. Najčešće se uzima količina gibanja kvarka u hadronu. Analiza duboko-neelastičnog raspšenja podržava takav izbor[14,15]. Postoje također neke činjenice koje ukazuju na mogućnost da se uzme količina gibanja hadrona umjesto kvarkovske[14].
Razmatrati će se izrazi slijedećeg oblika

$$c(\mu)\langle f|H_W|i\rangle(\mu) \tag{92}$$

Ovisnot renormalizacionog koeficienta o $\mu$ poništava se ovisnošću matričnog elementa o $\mu$. Konačan rezultat ne smije ovisiti o parametru $\mu$. Međutim, u primjeni, javljaju se dva problema:

1) izraz (92) se računa u nekome modelu u kojemu $\mu$ nije ekplicitno zadan.

2) Čak ako se i zna vrijednost od $\mu$, vrlo je vjerojatno da za tu vrijednost neće vrijediti asimptotska sloboda. Iz toga razloga neće biti moguće da se izračuna vodeći logaritamski doprinos rabivši račun smetnje do na jednu petlju.

U ovome pogljavlju računati će se matrični modeli u kiralnom modelu vreće. U kvarkovskim modelima vreće mogu se napraviti samo grube procjene ovisnosti parametara modela o parametru $\mu$, kao što je to uradio Hoegaasen[16]. On je dobio za $\mu$ vrijednost kompatibilnu sa kvarkovskim modelom, tako da je usporedio parametre modela sa QCD bježećom konstantom veze i masama izračunatim do na dvije petlje.

Jednadžba renormalizacione grupe, može se rabiti za računanje ranormalizacionog parametra samo ako je bježeća jaka konstanta veze dovoljno mala:

$$\alpha_S(\mu) < 1 \qquad (93)$$

Ako uvjet (93) nije ispunjen, izraz (92) više nema smisla. Da bi račun smetnje do na jednu petlju bio zadovoljavajući, mora biti ispunjeno $\alpha_S(\mu) < 0.5$ ili čak i manje. U većini računa rabi se slabiji uvjet[5,7,8,11-15]. U ovome pogljavlju pokazat će se da veličina $\alpha_S$ ovisi o invarijantnoj skali renormalizacione grupe $\Lambda$. Bilo je čak i nekih prijedloga[5,14,15] da najbolje suglasje sa eksperomentalnim rezultatima daju vrijednosti $\alpha_S \sim 2$. Iz tih razloga čini se opravdanim da se (93) uzme kao uvjet koji određuje prihvatljivost kvarkovskih modela. U nekom modelu, za $\mu$ se mora uzeti takva vrijednost da $\mu_B$ da (93) bude zadovoljeno. Kada je $\mu_B$ poznat, renormalizacioni koeficijent se određuje za tu vrijednost $\mu_B$:

$$C_j = C_j(\mu_B) \qquad (93a)$$

Međutim, ono što se želi pokazati,je eksplicitna neovisnost izraza (92) o $\mu$.

Ovisnost matričnih elemenata o $\mu$ proučavat će se pomoću jednadžbi renormalizacione grupe. One se mogu primjeniti ako se kvarkovi razmatraju kao slobodne čestice čija efektivna količina gibanja zadovaljava bar da je

$$\alpha_S(\sqrt{|Q^2|}) < 1 \qquad (94)$$

Ako oba uvjeta (93) i (93a) vrijede tada se esplicitno poništava ovisnost izraza (  ) o $\mu$ i renormalizacioni koeficijent ovisi o Q.

## 5.2 RENORMALIZACIONA GRUPA I DOPRINOSI NA MALIM UDALJENOSTIMA

Prvo će se razmotriti mogućnost poništenja ovisnosti izraza (92) o $\mu$ u jenostavnom slučaju, u kojemu se kvarkovi razmatraju kao slobodne čestice sa količinom gibanja Q. Žele se izračunati QCD doprinosi na malim udaljenostima matričnom elementu nekoga operatora $F$[7,8]

$$\langle F\rangle=\langle 0|T(F\bar{q}_1 q_2 \bar{q}_3 q_4|0\rangle \tag{95}$$

koji djeluje između kvarkovskih stanja. $T$ je vremenski uređen produkt koji sadrži kvarkovska stanja. Račun će se napraviti u QCD računu smetnje poboljšanom renormalizacionom grupom. To će se postići rješavanjem jednadžbe renormalizacione grupe, čiji je shematski oblik

$$(D+\gamma_F+\sum_q \gamma_q m_q \frac{\partial}{\partial m_q})\langle F\rangle=0 \tag{96}$$

$$D\equiv\mu\frac{\partial}{\partial\mu}+\alpha_S\beta(\alpha_S)\frac{\partial}{\partial\alpha_S} \tag{97}$$

Ova jednadžba dobivena je na osnovu fizikalnog zahtjeva da matrični element $\langle F\rangle$ ne može ovisiti o renormalizacionom parametru $\mu$. $\alpha_S$ je jaka vezna konstanta, a $\gamma$ su anomalne dimenzije, dobivene iz odgovarajućih QCD renormalizacionih konstanti $Z$[11-13]. Jednadžba (96) zbraja vodeće logaritamske članove u svim redovima računa smetnje. Naravno, taj postupak ima smisla samo ako je u promatranom području bježeća konstanta veze

$$\alpha(\mu)=\frac{g^2(\mu)}{4\pi} \tag{98}$$

dovoljno mala (vrijedi asimptotska sloboda). Ovo objašnjava uvjet (93) razmatran u uvodu.

Operator $F$ je Fourier-ov transformat (FT) Wilson-ovog razvoja slabe Hamiltonove funkcije $H(x)$[11-13].

$$F=FT(H(x))=FT(\sum_i \tilde{c}_i\tilde{O}_i(0))=\sum_i \tilde{c}_i(p)\tilde{O}_i \tag{99}$$

$O_i$ su četvero-kvarkovski operatori, a $p$ je četvero-vektor količine gibanja.

Iz elektro-slabe teorije dobije se $\Delta S=1$ Hamiltonova funkcija

$$H^0(\Delta S=1)=\sqrt{2}G\sin\theta_C\cos\theta_C\sum_{i=1}^{4}\tilde{c}_1(M_W)\cdot[O_i-O_i(u\to c)] \tag{100}$$

$$\tilde{c}_1(M_W)=-1;\ \tilde{c}_2(M_W)=1/5;\ \tilde{c}_3(M_W)=2/15;\ \tilde{c}_4(M_W)=2/3 \qquad (101)$$

$$O_1=\bar{s}_L\gamma_\mu d_L\bar{u}_L\gamma^\mu u_L-\bar{s}_L\gamma_\mu u_L\bar{u}_L\gamma^\mu d_L \qquad (102)$$

$$O_2=\bar{s}_L\gamma_\mu d_L\bar{u}_L\gamma^\mu u_L+\bar{s}_L\gamma_\mu u_L\bar{u}_L\gamma^\mu d_L+2\bar{s}_L\gamma_\mu d_L\bar{d}_L\gamma^\mu d_L+2\bar{s}_L\gamma_\mu d_L\bar{s}_L\gamma^\mu s_L \qquad (103)$$

$$O_3=\bar{s}_L\gamma_\mu d_L\bar{u}_L\gamma^\mu u_L+\bar{s}_L\gamma_\mu u_L\bar{u}_L\gamma^\mu d_L+2\bar{s}_L\gamma_\mu d_L\bar{d}_L\gamma^\mu d_L-3\bar{s}_L\gamma_\mu d_L\bar{s}_L\gamma^\mu s_L \qquad (104)$$

$$O_4=\bar{s}_L\gamma_\mu d_L\bar{u}_L\gamma^\mu u_L+\bar{s}_L\gamma_\mu u_L\bar{u}_L\gamma^\mu d_L-\bar{s}_L\gamma_\mu d_L\bar{d}_L\gamma^\mu d_L \qquad (105)$$

$$\tilde{O}_i=O_i-(u\rightarrow c) \qquad (106)$$

$G$ je Fermi-eva vezna konstanta a $\theta_c$ Cabibbov kut.

Ako sva četiri kvarka imaju jednake mase (ili im je masa jednaka nuli) tada će svi operatori $O_i$ biti multiplikativno renormalizabilni. U tom slučaju, koji ima okusnu SU(4) simetriju, koja nije ostvarena u prirodi, svaki $\tilde{O}_i$ ima svoju vlastitu anomalnu dimenziju $\gamma_i$, tako da je jednadžba renormalizacione grupe sada oblika[17]:

$$\left(D+\gamma_i+\sum_q \gamma_q m_q\frac{\partial}{\partial m_q}\right)\langle\tilde{O}_i\rangle=0 \qquad (107)$$

$$\langle\tilde{O}_i\rangle=\langle 0|T(\tilde{O}_i\bar{q}_1 q_2\bar{q}_3 q_4)|0\rangle \qquad (108)$$

U računima koji odgovaraju realnoj situaciji, QCD doprinosi do na jednu petlju miješaju operatore $\tilde{O}_i$, tako da pripadajuće $\gamma$ čine nedijagonalnu matricu anomalnih dimenzija. Međutim, kao što će se ovdje pokazati, svi kvalitativni zaključci su isti kao i oni koji slijede iz (107).

Iz izraza (96, 99, 107) za renormalizacione koeficijente dobije se slijedeća jednadžba (jednadžba renormalizacione grupe)

$$(D-\gamma_i+\gamma_F+\sum_q \gamma_q m_q \frac{\partial}{\partial m_q})\,\tilde{c}_i(p)=o \tag{109}$$

Za slučaj koji se razmatra vrijedi

$$\gamma_F=0;\quad \gamma_q=0\ (m_q=0) \tag{110}$$

Usporedbom jednadžbi renormalizacione grupe (107) i (109), vidi se da između njih postoji velika formalna sličnost. One se razlikuju samo u predznaku $\gamma_i$ člana. Ova činjenica je bitna, jer omogućava poništavanje ovisnosti o $\mu$.

Vrijednost renormalizacionog koeficienta $\tilde{c}_i$ o renormalizacionom parametru $\mu$, može se, rješavanjem jednadžbe renormalizacione grupe, izraziti preko njegove vrijednosti kod mase slabog bozona $M_W$[5,7,8,11-13].

$$\tilde{c}_i(\mu)=\tilde{c}_i(M_W)\,(\frac{\alpha(M_W)}{\alpha(\mu)})^{-\gamma_i/\beta} \tag{111}$$

$$\gamma_i\cong-\frac{1}{2\pi}\alpha_s diag(4,-2,-2,-2) \tag{112}$$

$$\beta=(-\frac{11}{6}N_c+\frac{1}{3}n_f)\frac{\alpha_s}{\pi} \tag{113}$$

Za vrijednosti $N_c=3,\ n_f=4$ dobije se

$$\beta=-\frac{25}{6}\frac{\alpha_s}{\pi} \tag{114}$$

Koeficijenti $c_i(M_W)$ odgovaraju "goloj" ("bare") slaboj Hamiltonovoj funkciji koja se dobije tako da se slabo međudjelovanje umjesto sa propagatorima slabih vektorskih mezona opiše s lokalnim četvero-fermionskim međudjelovanjem.

Funkcionalna promjena $c_i$ od $M_W$ do parametra $\mu$ ekvivalentna je zbrajanju vodećih (logaritamskih) QCD popravaka na malim udaljenostima. Ovaj rezultat bi se odmah mogao primjeniti, kad bi kvarkovska polja u matričnom elementu $\langle\tilde{o}_i\rangle$ imala efektivni četvero-vektor količine gibanja $\mu$.

Međutim, ovdje je pretpostavljeno da kvarkovi imaju četvero-vektor količine gibanja Q. Rabivši (107) (uz $\gamma_q=0$ ) može se izračunati funkcionalna promjena $\langle\tilde{O}_i\rangle$ od parametra $Q^2$ do parametra $\mu^2$

$$\langle Q_i\rangle(\mu)=\langle\tilde{O}_i\rangle(Q)\left(\frac{\alpha(Q)}{\alpha(\mu)}\right)^{\frac{\gamma_i}{\beta}} \tag{115}$$

Pošto je matrični element (108) jednak umnožku izraza (111) i (115), konačni rezultat ne ovisi o parametru $\mu$[17]

$$\tilde{c}_i(\mu)\langle\tilde{O}_i\rangle(\mu)=\left(\frac{\alpha(M_W)}{\alpha(\mu)}\frac{\alpha(\mu)}{\alpha(Q)}\right)^{-\frac{\gamma_i}{\beta}}\tilde{c}_i(M_W)\langle O_i\rangle(Q) \tag{116}$$

Jednadžba (115) ima smisla samo ako vrijede uvjeti (92) i (94).

Ovaj jednostavan model može se pokušati primjeniti u realnim uvjetima,kada su kvarkovi vezani, ako se pretpostavi da izmjene gluona visokih energija odgovaraju izmjenama efektivnih gluona između kvazi-slobodnih kvarkova. Ti gluoni se tada ponašaju analogno obojenom magnetskom kvarkovskom međudjelovanju koje se rabi u svim kvarkovskim modelima[18]. Tada je $\alpha(Q)$ efektivna konstanta veze koja odgovara efektivnoj konstanti $\alpha_c$ koja se rabi kod proračuna obojenog magnetskog međudjelovanja između kvarkova. Osim toga, svi kvarkovski propagatori moraju se aproksimirati propagatorima za slobodne čestice. Gore navedene aproksimacije i pretpostavke dovode do izraza (116). Na osnovu toga moglo bi se pokušati povezati, ili možda zamijeniti, vrijednost parametra $\mu$ sa efektivnom količinom gibanja $Q$ kvarka u hadronu, $\mu\sim Q$.

Za operatore koji nisu multiplikativno renormalizabilni, može se također pokazati, za realistične Hamiltonove funkcije, da njihovi matrični elementi ne ovise o $\mu$[5,17].

Ako se žele izračunati koeficijenti $c_i$ za slučaj kada je $p<m_c$ mora se prijeći u operatorsku bazu koja ne sadrži $c$- kvark. Pogodna baza za četvero-fermionske operatore, za slučaj kada je renormalizacija izračunata u približenju do na jednu petlju, dobije se dodavanjem slijedećih operatora:

$$O_6=\overline{s}_L\gamma_\mu d_L(\overline{u}_R\gamma^\mu u_R+\overline{d}_R\gamma^\mu d_R+\overline{s}_R\gamma^\mu s_R) \tag{117}$$

$$O_5=\overline{s}_L\gamma_\mu t^a d_L(\overline{u}_R\gamma^\mu t^a u_R+\overline{d}_R\gamma^\mu t^a d_R+\overline{s}_R\gamma^\mu t^\alpha s_R) \tag{118}$$

operatorima (101-105). Operatori $\tilde{O}_i$ mogu se razviti pomoću operatora $O_i$

$$\langle\tilde{O}_\epsilon\rangle=\sum_j c_{\epsilon j}\langle O_j\rangle(\epsilon=1,2,\ldots,6) \tag{119}$$

$(i=1,\ldots,6)$ koji ne sadrže $c$-kvarkove.

Novi operatori zadovoljavaju jednadžbu renormalizacione grupe

$$\hat{D}(O_i)+\hat{\gamma}_{ij}(O_j)=0;\ (i,j=1,2,5,6) \tag{120}$$

$$\hat{\gamma}_{ij}=-\frac{\alpha_S}{2\pi}\begin{bmatrix} \frac{34}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{10}{9} & -\frac{23}{9} & \frac{5}{6} & 0 \\ \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & 6 & \frac{16}{3} \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 \end{bmatrix} \tag{121}$$

Sa $\hat{x}$ su označene one veličine koje su izračunate samo za tri kvarkovska okusa. Operatori $\tilde{O}_i$ sada zadovoljavaju ($m_c$ je konačan)]

$$(D+\gamma_i+\gamma_c m_c\frac{\partial}{\partial m_c})\langle\tilde{O}_i\rangle=0 \tag{122}$$

Iz (119-122) dobije se jednadžba za $c_{\epsilon j}$ koeficijente

$$\sum_j[(D+\gamma_c m_c\frac{\partial}{\partial m_c}+\gamma_\epsilon)\delta_{ij}-\hat{\gamma}^{Tr}_{ij}]\,c_{\epsilon j}=0 \tag{123}$$

Transponirana matrica $\hat{\gamma}^{TR}$ dijagonalizira se pomoću matrice $W$

$$\sum_{j,k=1,2,5,6} W^{-1}_{ij}\hat{\gamma}^{Tr}_{jk}W_{kl}=\hat{\gamma}_i\delta_{il} \tag{124}$$

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix} 1 & -0.204 & 0.366 & 0.034 \\ 0.021 & 1 & -0.064 & 0.093 \\ -0.030 & 0.152 & 1 & -0.202 \\ -0.048 & -0.302 & 0.278 & 1 \end{bmatrix} \tag{125}$$

Iz gornjega slijedi da je

$$\gamma_i/\beta_i=2Q_i \qquad (i=1,2,5,6) \tag{126}$$

$$\mathbf{Q_1}=\begin{bmatrix} -0.4172 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2977 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.8027 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1197 \end{bmatrix} \tag{127}$$

Rješavanjem jednadžbe (123) dobije se dobro poznati izraz za[5] efektivnu slabu Hamiltonovu funkciju

$$H_{eff}=\sqrt{2}G\sin\theta_c\cos\theta_c\sum_{i=1}^{6} c_i O_i \tag{128}$$

$$c_i(i=1,2,5,6)=\sum_{\substack{\alpha=+,-\\ k,j=1,2,5,6}} \kappa_1^{-a_\alpha} W_{ij}\kappa_2^{-a_j} W_{jk}^{-1} B_k^{(\alpha)}(m_c) \tag{129}$$

$$c_3=\frac{2}{15}\kappa_1^{-a_+}\kappa_2^{-\frac{2}{9}}=\frac{1}{5}c_4 \tag{130}$$

$$a_+=\frac{6}{25}\,;\,a_-=-\frac{12}{25} \tag{131}$$

$$\kappa_1=\alpha(m_c)/\alpha(M_W)\,;\kappa_2=\hat{\alpha}(\mu)/\hat{\alpha}(m_c) \tag{132}$$

$$B_1^{\binom{+}{-}}(m_c)=\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix};B_2^{\binom{+}{-}}=\begin{pmatrix}\frac{1}{5}\\0\end{pmatrix} \tag{133}$$

$$B_5^{\binom{+}{-}}=0=B_6^{\binom{+}{-}} \tag{134}$$

Gornji postupak može se rabiti pri proračunu slijedećeg matričnog elementa

$$\langle O_i \rangle = f(\mu^2) \cdot \mathrm{konst.} \tag{135}$$

Rješavanjem jednadžbe renormalizacion grupe dobiva se[17]

$$\langle O_i \rangle (\mu^2) = \sum_{j,k=1,2,5,6} (W^{-1})^T_{ij} (\hat{\alpha}(Q)/\hat{\alpha}(\mu))^{-Q_j} W^T_{jk} \langle O_k \rangle (Q^2) \tag{136}$$

Pomoću izraza (136) mogu se izračunati matrični elementi slabe efektivne Hamiltonove funkcije

$$\langle H_{eff}(\mu^2) \rangle (\mu^2) = \langle H_{eff}(Q^2) \rangle (Q^2) \tag{137}$$

Jednadžba (137) nam pokazuje da se svi operatori na desnoj strani izračunaju tako da se rabe stanja koja ovise o količini gibanja $Q$, koja je karateristična za dani model. Na desnoj strani dolazi do promjene renormalizacionih koeficijenata $c_i$. Matrice $\mathbf{W}$ se u izrazima (129) i (136) tako kombiniraju da se poništi ovisnost o $\mu$. Nakon dugoga računa na desnoj strani se dobiju novi koeficijenti $c_i(Q)$. Oni su dani izrazima koji odgovaraju (129-134), osim što se svagdje $\kappa_2$ mora zamijeniti sa $\kappa_Q$[17]

$$\kappa_2 \rightarrow \kappa_Q = \hat{\alpha}(Q)/\hat{\alpha}(m_c) \tag{138}$$

## 5.3 TOČKA IZVRIJEDNJENJA ("SUBTRACTION POINT") U MODELU KIRALNE VREĆE

U modelima kiralne vreće ne može se pouzdano odrediti točka izvrednjenja. Međutim neke približne vrijednosti mogu poslužiti za procjenu primjenljivosti računa popravaka na malim udaljenostima.

Predloženo je[16] da se točka izvrednjenja odredi izjednačavanjem teoretske QCD jake vezne konstante $\alpha_S$ sa efektivnom veznom konstantom $\alpha_C$ koja se rabi pri računanju obojenog magnetskog međudjelovanja između kvarkova. Pokazalo se da je na taj način dobivena točka izvrednjenja (uz pretpostavljanje određene vrijednosti za invarijantnu skalu renormalizacione grupe $\Lambda$) u suglasju sa stvarnim vrijednostima kvarkovskih masa $m_q$ za dani model.

Za kiralni model vreće nađen je ([10,19] i tablice 5.1. i 5.2.) skup parametara koji sadrži $m_q$ (za dani model) i $\alpha_C$. Oba ova parametra ne mogu istovremeno biti jednaki QCD kvarkovskoj masi $m_q$ i promjenljivoj QCD veznoj konstanti $\alpha_S$. U modelu koji se razmatra u ovome radu kvarkovi su kvazi-slobodni[23], tako da se može očekivati da su kvarkovske mase $m_q$ u modelu usporedive sa promjenjljivim ("running") kvarkovskim masama. Vezna konstanta $\alpha_C$ povezana je sa efektivnom izmjenom gluona. Vrlo mala vrijednost te konstante daje previše velike vrijednosti za $\mu_B$. Kvarkovske mase u modelu u suglasju su sa prihvatljivim vrijednostima za $\mu_B$, koje se mogu izračunati iz izraza[20,21]

$$m_i(\mu)=\hat{m}_i\left(\frac{L}{2}\right)^{-2\gamma_o/\beta_o}\left(1-2\frac{\beta_1\gamma_o}{\beta_o^3}\frac{\ln L+1}{L}+8\frac{\gamma_1}{\beta_o^2 L}\right) \tag{139}$$

Ovdje je

$$L=\ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right);\ B_0=11-\frac{2}{3}n_f;\ \beta_1=102-\frac{38}{3}n_f;\ \gamma_0=2;\ \gamma_1=\frac{102}{12}-\frac{5}{18}n_f \tag{140}$$

$\hat{m}_i$ je invarijantna masa renormalizacione grupe a $\Lambda$ je invärijantna skala. Za vrijednost $\Lambda=100$ MeV mogu se rabiti relacije[20,21]

$$\hat{m}_u+\hat{m}_d=(26\pm4)\,\mathrm{MeV} \tag{141}$$

$$\hat{m}_s+\hat{m}_u=(313\pm49)\,\mathrm{MeV} \tag{142}$$

Proračun[21] za invarijantnu masu stranog kvarka daje

$$\hat{m}_s=(303{,}7\pm49{,}2)\,\mathrm{MeV} \tag{143}$$

Neke vrijednosti za parametre modela i amplituda za raspad $K\to2\pi$, koje su izračunate u[10,19,22] i četvrtom poglavlju, nalaze se u tablici 5.1. U trećem stupcu prikazane su vrijednosti za parametar $\mu$ koje su se rabile pri proračunu renormalizacionih koeficijenata

$c_i(\mu)$. Za vrijednost parametra $\mu_B$, kada je vrijednost za $m_s$ unesena u izraz (139), dobije se $\mu_B$=0.5 GeV, ($m_s$=0.239 MeV; $\hat{m}_s$=0.295 GeV; $\Lambda$=0.1 GeV).

U radu[10,22] mase $u$- i $d$- kvarkova bile su jednake nuli. Pošto su one i tako vrlo male, iz (139) i (141-143) slijedi da to znatno ne mijenja izračunatu vrijednost za $\mu_B$.

Da bi se provjerila ovisnost numeričkih rezultata o parametru $\mu$, u tablici 5.1. su također uzete vrijednosti

$$\mu=m_s=0.239 \text{ GeV} \tag{144}$$

i

$$\mu^2=\frac{1}{2}(m_s^2+m_u^2)\;;\mu=0.169 \text{ GeV} \tag{145}$$

| $R$ | $m_s$/GeV | $\mu$/GeV | $\alpha_s(\mu)$ | $\lvert A^+_{+0}\rvert$ | $\lvert A^0_{+-}\rvert$ | $\lvert A^0_{00}\rvert$ | napomena |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 4.20 | 0.239 | 0.500 | 0.31 | 1.83 | 7.65 | 5.96 | bez instantona[11] |
| 4.20 | 0.239 | 0.500 | 0.31 | 1.83 | 27.95 | 27.93 | bez instantona[12] |
| 4.20 | 0.239 | 0.239 | 0.60 | 1.83 | 15.69 | 13.85 | instantoni: $\tilde{c}_1=1$, $m_u$=7 MeV |
| 4.20 | 0.239 | 0.239 | 0.60 | 1.83 | 22.87 | 20.93 | $\tilde{c}_1=\lvert c_1\rvert$ |
| 4.20 | 0.239 | 0.169 | 1.28 | 1.78 | 9.37 | 7.67 | $\tilde{c}_1=0$ |
| 4.20 | 0.239 | 0.169 | 1.28 | 1.78 | 24.67 | 22.72 | $\tilde{c}_1=\lvert c_1\rvert$ |
| 4.20 | 0.239 | 0.182 | 1.03 | 1.78 | 9.05 | 7.35 | $\tilde{c}_1=0$ |
| 4.20 | 0.239 | 0.182 | 1.03 | 1.78 | 25.87 | 23.90 | $\tilde{c}_1=\lvert c_1\rvert$ |

**Tablica 5.1.** Parametri kiralnog modela vreće i amplitude kaonskog raspada ($m_u$=0; $m_W$=81 GeV; $m_c$=1.7 GeV; eksperimentalne vrijednosti amplituda u jedinicama $10^{-8}$ GeV su 1.83, 27.96 i 25.36)

Za vrijednosti dane u (144), koje su također prikazane u tablici 5.1, iz poznatih izraza[20,21].

$$\alpha_S(\mu)=\frac{g^2(\mu)}{4\pi}=\frac{4\pi}{\beta_0 L}\left\{1-\frac{\beta_1}{\beta_o^2}\frac{\ln L}{L}\right\} \tag{146}$$

za vrijednost jake vezne konstante dobije se

$$\alpha_S(0.169\ \mathrm{GeV})=1.28 \tag{147}$$

koja je prevelika da bi zadovoljila uvjet (93).

U tablici 5.1. također su prikazani rezultati dobiveni kada se za minimalnu vrijednost za parametar $\mu$ rabi, $\mu=0.182$ GeV, za koju uvjeti (93) i (94) još vrijede

$$\alpha_S(0.182\ \mathrm{GeV})=1.03 \tag{148}$$

Kao što je već spomenuto, vrijednosti za $\mu_B$ i $\alpha_S$ ovise o izboru parametra skale $\Lambda$, međutim, njegova promjena nema znatan utjecaj na rezultat, naime, dobivene numeričke vrijednosti vrlo su bliske onima u[10,19,22], gdje su se rabile slijedeće vrijednosti

$$\mu=0.5\ \mathrm{GeV};\ M_W=100\ \mathrm{GeV};\ m_c=2\ \mathrm{GeV}. \tag{149}$$

Hoegaasen[16] je, rabivši izraz za divergenciju aksijalno-vektorske struje

$$\partial_\mu A_a^\mu=f_a m_a^2\phi_a \tag{150}$$

dobio vezu između masa kvarkova ($m_1$, $m_2$) koje tvore dani mezon i mezonskih masa $M_\pi$ i $M_K$. Ta veza, koja je oblika

$$m_1+m_2=\frac{M}{4}\frac{MR(1+MR)}{1+MR+0.5(MR)^2};\ (M=M_\pi, M_K) \tag{151}$$

ovisi o polumjeru vreće $R$. Polumjeri koji se rabe u tablici 5.1. ne zadovoljavaju tu vezu.

Polumjer vreće u izrazu (151), određen je poznatim mezonskim masama i kvarkovskim masama koje su ovisne o danomu modelu. Suglasnost između (151) i hadronskih masa danih izrazom[10,23]

$$M(R)=\frac{4\pi}{3}BR^3+\frac{D}{R}-C(R)+G\frac{\ln R}{R}+E_p(R) \qquad (152)$$

može se dobiti jedino uz uvjet da se za različite mezone (ili općenito hadrone) rabe različite vrijednosti za $B$. U izrazu (152)

$$D=N_0a_0+N_sa_s+\frac{8}{3}\alpha_C\cdot 0.175(a_{nn}+a_{ns}+a_{ss}) \qquad (153)$$

$$C(R)=\frac{8}{3}\alpha_C(0.023a_{ns}+0.043a_{ss})\left[\frac{M_K^2R(1+M_K)R}{2(1+M_KR+0.5M_K^2R^2)}-\frac{M_\pi^2R(1+M_\pi R)}{4(1+M_\pi R+0.5M_\pi^2R^2)}\right] \qquad (154)$$

$$G=N_0b_0+N_sb_s \qquad (155)$$

U tablici 5.2. prikazana su dva primjera prilagodbe parametara, tako da su istovremeno prilagođavane mase $\rho$-mezona i kaona. Neki proračuni za amplitude raspada $K\to 2\pi$ dani su u tablici 5.3. Pri proračunu renormalizacionih koeficijenata rabile su se vrijednosti za mase dane u (149).

| $\alpha_c$ | $Z_0$ | $m_u$ | $m_s$ | $m_u/m_s$ | $M_\rho$ | $R_\rho$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.01 | 3.95 | 9.517 | 142.8 | 15 | 0.773 | 2.002 |
| 0.01 | 3.95 | 9.517 | 142.8 | 15 | 0.773 | 2.002 |
| $B_\rho$ | $M_K$ | $B_K$ | $R_K$ | $R_K$ (Høg) | $\Delta R/R$ [%] | $\alpha_s(m_s)$ |
| 0.363 | 0.498 | 0.540 | 1.27 | 1.41 | 9.9 | 2.696 |
| 0.363 | 0.497 | 0.540 | 1.27 | 1.76 | 28 | 2.696 |

**Tablica 5.2.** Parametri kiralnog modela vreće u suglasju s uvjetom ()

| $R$ | $m_s$ | $m_{ud}$ | $\mu$/GeV | $\alpha_s(\mu)$ | $A^{+}_{+0}$ | $A^{0}_{+-}$ | $A^{0}_{00}$ | napomena |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1.108 | 0.182 | 0.01 | 0.5 | 0.31 | 6.63 | 15.37 | 6.88 | bez instantona |
| 1.108 | 0.182 | 0.01 | 0.182 | 1.03 | 6.46 | 16.39 | 8.09 | bez instantona |
| 1.108 | 0.182 | 0.01 | 0.182 | 1.03 | 6.46 | 25.03 | 16.56 | $\tilde{c}_1 = \|c_1\|$ |
| 1.108 | 0.182 | 0.01 | $0.182/\sqrt{2}$ | 5.73 | 6.39 | 16.81 | 8.58 | bez instantona |
| 1.108 | 0.182 | 0.01 | $0.182/\sqrt{2}$ | 5.73 | 6.39 | 25.68 | 17.26 | $\tilde{c}_1 = \|c_1\|$ |
| 1.270 | 0.128 | 0.01 | 0.5 | 0.31 | 4.28 | 10.03 | 7.40 | bez instantona |

**Tablica 5.3.** Amplitude kaonskih raspada za parametre iz tablice 5.2.

## 5.4. ZAKLJUČAK

Pokazano je da su vodeći QCD doprinosi na malim udaljenostima (ili visokim energijama) matričnim elementima slabih raspada, multiplikativne prirode, ako su zadovoljeni određeni dinamički uvjeti.

U idealnoj situaciji, u kojoj se svi proračuni mogu u potpunosti provesti, izbor renormalizacione skale (točke izvrednjenja) nije važan. U proračunima koji se temelje na kvarkovskim modelima (npr. kiralna vreća) vrijednost za $\mu_B$ koja je u suglasju sa modelom nemože se točno odrediti. Vrijednost za $\mu_B$ koja se u tome slučaju mora predpostaviti, rabi se za proračun vrijednosti $c_j(\mu_B)$ koje moraju biti u suglasju sa matričnim elementima operatora.

Ovdje su također prikazane neke pretpostavke i približenja koja bi mogla objasniti slutnje[5,7,8,11-15] da vrijednost za $\mu$ odgovara količini gibanja $Q$ koja je karakteristična za dani proces.

U slučaju proračuna koji se temelje na modelu vreće (kiralne ili obične) dinamička situacija je takva da $\mu_B$ može biti dovoljno velik da se dobije suglasnost proračuna renormalizacione grupe. Međutim, neodređenost u izboru vrijednosti za $\mu_B$ znatno utječe na točnost teoretskih predviđanja.

*Poglavlje 6*

# 6. INSTANTONSKI DOPRINOSI NELEPTONSKIM RASPADIMA HIPERONA U MODELU KIRALNE VREĆE

U četvrtom poglavlju razmatrani su instantonski doprinosi neleptonskim raspadima kaona. Instantonski inducirani operatori koji čuvaju stranost također su bili primjenjeni za proračune barionskih masa[24], širine $\tau$ raspada[25] i u kiralnim modelima zatočenja kvarkova[26]. Di Salvo u svome radu[27] tvrdi da instantonski doprinosi poboljšavaju QCD pravila zbroja za pione. Isto tako, u[27] se tvrdi da je veličina instanstonkih doprinosa pravilima zbroja u suglasju sa instantonskom jačinom koja se zahtjevala u poglavlju četiri da bi se objasnili $K \to 2\pi$ raspadi.

Međutim, neleptonski raspadi $K \to 2\pi$ nisu najpogodniji primjer za ocjenu instantonskih doprinosa. Smatra se da bi $\pi$-$\pi$ međudjelovanje u konačnom stanju moglo dati zadovoljavajući opis raspada $K \to 2\pi$. Postojanje međudjelovanja u konačnom stanju, ako se pokaže važnim, otežava pokušaje da se istraži doprinos instantonski induciranih operatora.

Kod neleptonskih raspada hiperona međudjelovanje u konačnom stanju nije tako važno, tako da oni mogu poslužiti za bolju procjenu doprinosa instantonski induciranih operatora. Osim toga, jednostavni proračuni u modelu[22,28,29] daju prihvatljiv teoretski doprinos. Korektno su dobiveni relativni predznaci i relativne veličine za $_s$-valne amplitude raspada,uz iznimku za amplitudu $A(\Sigma^+_+)$ . Međutim, apsolutne teoretske vrijednosti za neke *p*-valne (*B*) amplitude raspade nisu u suglasju s ekperimentalnim vrijednostima za gotovo faktor 2. Ima pokušaja da se to objasni doprinosima koji dolaze od barionskih rezonanci[30]. Međutim, ovdje se neće razmatrati ti doprinosi već se želi samo odrediti da li instantonski inducirani doprinosi mogu poboljšati prije dobivene rezultate koji se osnivaju na kiralnom modelu vreće[22].

## 6.1 KIRALNA VREĆA I NELEPTONSKI RASPADI BARIONA

Standardna slaba efektivna ($|\Delta S=1|$) Hamiltonova funkcija dana je izrazom (100). Amplituda za neleptonski raspad

$$B(1/2^+)\to B'(1/2^+)+\pi \tag{156}$$

određena je izrazom

$$\langle B',\pi|H_{eff}^{|\Delta S|=1}(x)|B\rangle=\overline{u}'(A-\gamma_5 B)\,u. \tag{157}$$

$A$ su $s$-valne amplitude koje opisuju doprinose koji ne čuvaju parnost, a $B$ su p-valne amplitude koje opisuju doprinose koji čuvaju parnost. Uz uporabu izraza za PCAC

$$\pi^a=\frac{1}{f_\pi m_\pi^2}\partial^\mu A_\mu^a \tag{158}$$

iz algebre struja, dobije se za amplitudu

$$\langle B',\pi|H_{eff}^{|\Delta S|=1}(x)|B\rangle=\lim_{q^2\to m_\pi^2}\frac{-q^2+m_\pi^2}{f_\pi m_\pi^2}\int d^4x e^{iqx}\langle B'|T(\partial^\mu A_\mu^a,H_{eff}^{|\Delta S|=1}(0))|B\rangle$$

Amplitudama $A$ i $B$ doprinose slijedeće veličine[22,29]

a) komutatorski članovi algebre struja $A^C$

b) separabilni članovi $A^S$ i $B^S$

c) barionski polovi $B^P$

$s$-valna amplituda raspada $A$, koja opisuje dio ukupne amplitude koji ne čuva parnost dana je izrazom

$$A=A^C+A^S \tag{160}$$

dok je $p$-valna amplituda ($B$) koja opisuje dio koji čuva parnost dana sa

$$B=B^{P}+B^{S} \tag{161}$$

Izrazi za $A^{C}$ amplitude su

$$A^{C}(\Lambda^{0}_{-})=-\frac{\tilde{G}_F}{f_\pi}\hat{a}_{\Lambda n} \tag{162}$$

$$A^{C}(\Xi^{-}_{-})=\frac{\tilde{G}_F}{f_\pi}\hat{a}_{\Xi\Lambda} \tag{163}$$

$$A^{C}(\Sigma^{+}_{0})=\frac{\tilde{G}_F}{\sqrt{2}f_\pi}\hat{a}_{\Sigma p} \tag{164}$$

$$A^{C}(\Sigma^{+}_{+})=\frac{\tilde{G}_F}{f_\pi}(\sqrt{2}\hat{a}_{\Sigma n}+\hat{a}_{\Sigma p}) \tag{165}$$

$$\tilde{G}_F=\frac{G_F}{2\sqrt{2}}\cos\theta_C\sin\theta_C \tag{166}$$

Matrični elementi oblika

$$a_{B'B}=\tilde{G}_F\hat{a}_{B'B}=\langle B'|H_{eff}^{|\Delta S|=1}|B\rangle=\tilde{G}_F[C_1\langle B'|O_1|B\rangle+\ldots] \tag{167}$$

dobivaju, naprimjer karakteristični AA (aksijalni vektor)·(aksijalni vektor)) doprinos oblika

$$\begin{aligned}\langle B'|O_1^{(1)}|B\rangle=\int d^3x\langle B'|:\Big\{\Big[d(x)\,s(x)_A\theta(R_{bag}-x)+\\ +f_{\bar{K}^0}(\partial_\mu\phi^{\bar{K}^0}(x))\,\theta(x-R_{bag})\Big]\Big[\frac{1}{2}(\bar{u}(x)\,u(x)-\bar{d}(x)\,d(x))_A\theta(R_{bag}-x)+\\ +\frac{\sqrt{2}}{2}f_{\pi^0}(\partial_\mu\phi^{\pi^0}(x)\,\theta(x-R_{bag})\Big]+\ldots\Big\}:|B\rangle\end{aligned} \tag{168}$$

gdje je $d(x)\,s(x)_A=d(x)\gamma_\mu\gamma_5 s(x)$ aksijalno-vektorska kvarkovska struja, a $\phi$ su mezonska polja.

Svaki matrični element $a$ (npr. $\hat{a}_{\Lambda n}$) dobiva dva doprinosa,zbog rastava prostora čestice u dvije faze: kvarkovsku i mezonsku:

Na taj način dobivaju se slijedeći izrazi

$$a_{\alpha\beta}=a^{Q}_{\alpha\beta}+a^{Mes}_{\alpha\beta} \tag{169}$$

$$\hat{a}^{Q}_{\Lambda n}=\sqrt{6}\left[2c_1\,(a_1+b_1)-(c_6-\frac{8}{3}c_5)\,(c_1+b_1)\right] \tag{170}$$

$$\begin{gathered}\hat{a}^{Mes}_{\Lambda n}=-\frac{4}{\sqrt{6}}\Big[(c_1-c_2-c_3+2c_4)\boldsymbol{\Omega}_2+\\ +2(c_1-c_2-c_3-c_4)\boldsymbol{\Omega}_4-\Big(c_6+\frac{8}{3}c_5\,(\boldsymbol{\Omega}_2-\boldsymbol{\Omega}_4)\Big)\Big]\end{gathered} \tag{171}$$

$$\hat{a}^{Q}_{\Xi^0\Lambda}=\sqrt{\frac{2}{3}}\left\{12c_1(a_2+b_2)-\left(c_6-\frac{8}{3}c_5\right)\left[3(a_2-a_2)-(9b-b')\right]\right\} \tag{172}$$

$$\begin{gathered}\hat{a}^{Mes}_{\Xi^0\Lambda}=\frac{2}{3\sqrt{6}}\Big[-c_1(5\boldsymbol{\Omega}_1+9\boldsymbol{\Omega}_2+4\boldsymbol{\Omega}_3+18\boldsymbol{\Omega}_4)+c_2(-5\boldsymbol{\Omega}_1-9\boldsymbol{\Omega}_2+20\boldsymbol{\Omega}_3-18\boldsymbol{\Omega}_4)+\\ +c_3(45\boldsymbol{\Omega}_1-9\boldsymbol{\Omega}_2-18\boldsymbol{\Omega}_4)+18c_4(\boldsymbol{\Omega}_2-\boldsymbol{\Omega}_4)-12\Big(c_6+\frac{8}{3}c_5\Big)\boldsymbol{\Omega}_3\Big]\end{gathered} \tag{173}$$

$$\hat{a}^{Q}_{\Sigma^+p}=\frac{2}{3}\left[18c_1(a_3+b_3)-\left(c_6-\frac{8}{3}c_5\right)(3a_3-13b_3)\right] \tag{174}$$

$$\begin{gathered}\hat{a}^{Mes}_{\Sigma^+p}=\frac{2}{9}\Big[c_1(4\boldsymbol{\Omega}_1+12\boldsymbol{\Omega}_2+8\boldsymbol{\Omega}_3+30\boldsymbol{\Omega}_4)+\\ +c_2(-4\boldsymbol{\Omega}_1-12\boldsymbol{\Omega}_2+40\boldsymbol{\Omega}_3-30\boldsymbol{\Omega}_4)+\\ +c_3(36\boldsymbol{\Omega}_1-12\boldsymbol{\Omega}_2-30\boldsymbol{\Omega}_4)+\\ +c_4(24\boldsymbol{\Omega}_2-30\boldsymbol{\Omega}_4)-\Big(c_6+\frac{8}{3}c_5\Big)24\boldsymbol{\Omega}_3\Big]\end{gathered} \tag{175}$$

$$\hat{a}^{Q}_{\Sigma^0 n}=-\frac{\sqrt{2}}{3}\left[18c_1(a_4+b_4)-\left(c_6-\frac{8}{3}c_5\right)(3a_4-13b_4)\right] \tag{176}$$

$$\begin{aligned}\hat{a}^{Mes}_{\Sigma^0 n}=\frac{4}{9\sqrt{2}}\Big[&c_1(2\Omega_1+9\Omega_2+4\Omega_3+12\Omega_4)+\\&+c_2(-2\Omega_1-9\Omega_2+20\Omega_3-12\Omega_4)+\\&+c_3(18\Omega_1-9\Omega_2-12\Omega_4)+6c_4(3\Omega_2-2\Omega_4)+\\&+6c_4(3\Omega_2-2\Omega_4)-\left(c_6+\frac{8}{3}c_5\right)12\Omega_3\Big]\end{aligned} \tag{177}$$

Izrazi $a_i$, $b_i$ i $\Omega_i$ dani su u[22,29]. Na primjer

$$a_1=4\pi\int_0^{R_{bag}} r^2 dr\left[u^2_{u/B'}(r)\,u_{u/B}(r)\,u_{s/B}(r)\right] \tag{178}$$

$$b_2=4\pi\int_0^{R_{bag}} r^2 dr\left[v_{u/B'}(r)\,v_{u/B}(r)\,u_{u/B'}(r)\,u_{s/B}(r)\right] \tag{179}$$

i

$$\begin{aligned}\Omega_1=f_K f_\eta D_1^K\Bigg[&\left(\frac{1}{\mu_K R}+\frac{1}{\mu_K^2 R^2}\right)e^{-\mu_K R}R^2\frac{N_0^2}{4\pi f_n}j_0^2+\\&+\mu_\eta^2 D_1^\eta I(\mu_K,\mu_\pi)\Bigg]\end{aligned} \tag{180}$$

$$+\mu_\eta^2 D_1^\eta I(\mu_{K'},\mu_\pi)\,] \tag{181}$$

gdje je $(I(\mu_1,\mu_2)$ dan izrazom (89).

$u(r)$ je gornja komponenta kvarkovskog polja a indeksi predstavljaju kvarkovske okuse *(u,s)* u odgovarajućem barionu $(B,B')$. $K$ i $\eta$ odnose se na polja koja se transformiraju kao odgovarajući mezoni.

Separabilni članovi su oblika

$$A^S(\Lambda^0_-) = -\sqrt{\frac{2}{3}}\tilde{G}_F f_\pi (m_\Lambda - m_N)\, a_s \tag{182}$$

$$A^S(\Xi^-_-) = +\sqrt{\frac{2}{3}}\tilde{G}_F f_\pi (m_\Xi - m_\Lambda)\, a_s \tag{183}$$

$$A^S(\Sigma^+_0) = -\frac{\sqrt{2}}{3}\tilde{G}_F f_\pi (m_\Sigma - m_n)\, \tilde{a}_s \tag{184}$$

$$A^S(\Sigma^-_-) = -\frac{2}{3}\tilde{G}_F f_\pi (m_\Sigma - m_n)\, a_s \tag{185}$$

$$A^S(\Sigma^+_+) = A^S(\Sigma^-_-) + \sqrt{2}A^S(\Sigma^+_0) \tag{186}$$

gdje je

$$a_s = [c_1 - 2(c_2 + c_3 + c_4) - (c_6 + \frac{16}{3}c_5)\frac{m_\pi^2}{(m_s - m_u)(m_d + m_u)}] \tag{187}$$

i

$$\tilde{a}_s = [-c_1 + 2(c_2 + c_3 + c_4) + (c_6 + \frac{16}{3}c_5)\frac{m_\pi^2}{(m_s - m_d)\, 2m_d}] \tag{188}$$

Također

$$B^S(\Lambda^0_-) = \sqrt{\frac{2}{27}}\tilde{G}_F f_\pi (3\tilde{F} + \tilde{D})(m_\Lambda + m_N)\, b_s \tag{189}$$

$$B^S(\Xi^-_-)=-\sqrt{\frac{2}{27}}\tilde{G}_F f_\pi(3\tilde{F}-\tilde{D})(m_\Xi+m_\lambda)b_s \tag{190}$$

$$B^S(\Sigma^+_0)=-\frac{\sqrt{2}}{3}\tilde{G}_F f_\pi(\tilde{F}-\tilde{D})(m_\Sigma+m_N)\tilde{b}_s \tag{191}$$

$$B^S(\Sigma^-_-)=-\frac{2}{3}\tilde{G}_F f_\pi(\tilde{F}-\tilde{D})(m_\Sigma+m_N)b_s \tag{192}$$

$$B^S(\Sigma^+_+)=B^S(\Sigma^-_-)+\sqrt{2}B^S(\Sigma^+_0) \tag{193}$$

gdje je

$$b_s=\left[-c_1+2(c_2+c_3+c_4)-\left(c_6+\frac{16}{3}c_5\right)\frac{m_\pi^2}{(m_s+m_u)(m_d+m_u)}\right] \tag{194}$$

$$\tilde{b}_s=\left[c_1-2(c_2+c_3-2c_4)+\left(c_6+\frac{16}{3}c_5\right)\frac{m_\pi^2}{(m_s+m_d)2m_d}\right] \tag{195}$$

U separabilnim članovima rabe se slijedeći odnosi

$$f+d=1;\ f=0.345;\ g=13.4 \tag{196}$$

$$\tilde{F}+\tilde{D}=g_A=1.25;\ \frac{\tilde{D}}{g_A}=0.65;\ f_\pi=0.093\ \text{GeV} \tag{197}$$

$$m_u=0.005\ \text{GeV};\ m_d=0.005\ \text{GeV};\ m_s=0.1\ GeV \tag{198}$$

Članovi sa barionskim polovima su dominantni u p-valnim amplitudama. Oni ovise o matričnim elementima $a_{B,B'}$ koji su dani izrazima (170-177)

$$B^P(\Lambda^0_-)=2g(m_\Lambda+m_N)\left[\frac{a_{\Sigma p}}{\sqrt{3}}\frac{d}{(m_\Sigma-m_N)(m_\Lambda+m_\Sigma)}-\frac{a_{\Lambda n}}{\sqrt{2}}\frac{f+d}{(m_\Lambda-m_N)2m_N}\right] \tag{199}$$

$$B^{P}(\Xi^{-}_{-}) = -2g(m_{\Lambda}+m_{\Xi})\left[\frac{a_{\Xi\Lambda}}{\sqrt{2}}\frac{f-d}{2m_{\Xi}(m_{\Xi}+m_{\Lambda})}+\right. \left.+\frac{a_{\Xi\Sigma}}{\sqrt{3}}\frac{2d}{(m_{\Xi}-m_{\Sigma})(m_{\Sigma}+m_{\Lambda})}\right] \tag{200}$$

$$B^{P}(\Sigma^{+}_{0}) = -g\frac{m_{\Sigma}+m_{p}}{m_{\Sigma}-m_{p}}a_{\Sigma p}\left(\frac{1}{2m_{p}}-\frac{f}{m_{\Sigma}}\right) \tag{201}$$

$$B^{P}(\Sigma^{+}_{+}) = 2g(m_{\Sigma}+m_{N})\left[-\frac{a_{\Sigma p}}{\sqrt{2}}\frac{f+d}{(m_{\Sigma}-m_{N})2m_{N}}-a_{\Sigma n}\frac{f}{(m_{\Sigma}-m_{N})2m_{\Sigma}}+\right. \left.+\frac{a_{\Lambda n}}{\sqrt{3}}\frac{d}{(m_{\Lambda}-m_{N})(m_{\Sigma}+m_{\Lambda})}\right] \tag{202}$$

## 6.2 INSTANTONI I NELEPTONSKI BARIONSKI RASPADI

Operator $O_1$ (101) koji daje čisti prijelaz $\Delta I=1/2$ i ima strukturu SU(3) okteta, zbog svoje antisimetrije jedini dobiva instantonske doprinose (64). Renormalizacioni koeficijent koji su procijenili Konishi i Ranfone (50), u ovome poglavlju će se razmatrati kao slobodni parametar. Ovisnost renormalizacionog koeficijenta o parametru $\mu$ razmatrana je u prošlom poglavlju.

Instantonski inducirani članovi dodaju se standardnim članovima (170-177). Doprinos $\tilde{a}_{B'B}$ dodaje se svakom matričnom elementu $a_{B'B}$:

$$\tilde{a}_{\Lambda n} = -\frac{15}{4\sqrt{6}}\tilde{C}_1(a_1+b_1) - \frac{\sqrt{6}}{6}\tilde{C}_1(\tau_3+3\tau_4) \tag{203}$$

$$\tilde{a}_{\Xi\Lambda} = -\frac{9}{\sqrt{6}}\tilde{C}_1(a_2+b_2) - \frac{\sqrt{6}}{4}\tilde{C}_1\left(\frac{1}{6}\tau_1+\frac{3}{2}\tau_2+8\tau_3+3\tau_4\right) \tag{204}$$

$$\tilde{a}_{\Sigma p}=-\frac{9}{2}\tilde{C}_1(a_3+b_3)-\tilde{C}_1\left(\frac{1}{3}\tau_1+\tau_2+\frac{2}{3}\tau_3+\frac{5}{2}\tau_4\right) \tag{205}$$

$$\tilde{a}_{\Sigma n}=-\frac{9}{2}\tilde{C}_1(a_4+b_4)-\frac{1}{\sqrt{2}}\tilde{C}_1\left(\frac{1}{3}\tau_1+\frac{3}{2}\tau_2+\frac{2}{3}\tau_3+2\tau_4\right) \tag{206}$$

Kao što je prikazano u prošlom odjeljku, doprinosi kvarkovskih faza izražavaju se preko integrala $a_i$, $b_i$, $a_i'$ i $b_i'$. Mezonska faza opisana je veličinama $\tau_i$ koje su uvedene u četvrtom poglavlju.

Dodatni separabilni doprinosi zbog instantona dani su izrazima

$$A^s(\Lambda^0_-)=\frac{7}{12}\sqrt{\frac{2}{3}}\tilde{G}_F f_\pi \tilde{C}_1\,(m_p-m_\Lambda)\,\frac{m_\pi^2}{(m_d+m_u)\,(m_u-m_s)} \tag{207}$$

$$A^s(\Xi^-_-)=\frac{7}{12}\sqrt{\frac{2}{3}}\tilde{G}_F f_\pi \tilde{C}_1\,(m_\Xi-m_\Lambda)\,\frac{m_\pi^2}{(m_d+m_u)\,(m_u-m_s)} \tag{208}$$

$$A^s(\Sigma^+_0)=\frac{7}{36}\tilde{G}_F f_\pi \tilde{C}_1\,(m_\Sigma-m_N)\,\frac{m_\pi^2}{2m_u\,(m_d-m_s)} \tag{209}$$

$$A^s(\Sigma^-_-)=-\frac{7}{9}\tilde{G}_F f_\pi \tilde{C}_1\,(m_\Sigma-m_N)\,\frac{m_\pi^2}{(m_u+m_d)\,(m_u-m_s)} \tag{210}$$

i

$$B^s(\Lambda^0_-)=\frac{7}{36}\sqrt{\frac{2}{3}}\tilde{G}_F f_p \tilde{C}_1\,(3\tilde{F}+\tilde{D})\,(m_N+m_\Lambda)\,\frac{m_\pi^2}{(m_d+m_u)\,(m_u+m_s)} \tag{211}$$

$$B^S(\Xi^-_-) = -\frac{7}{36}\sqrt{\frac{2}{3}}\tilde{G}_F f_\pi \tilde{C}_1 (3\tilde{F}-\tilde{D})\,(m_\Xi+m_\Lambda)\,\frac{m_\pi^2}{(m_d+m_u)\,(m_u+m_s)} \tag{212}$$

$$B^S(\Sigma^+_0) = -\frac{7}{12\sqrt{3}}\sqrt{\frac{2}{3}}\tilde{G}_F f_\pi \tilde{C}_1 (\tilde{F}-\tilde{D})\,(m_\Sigma+m_N)\,\frac{m_\pi^2}{2m_u\,(m_u+m_s)} \tag{213}$$

$$B^S(\Sigma^-_-) = -\frac{7}{18}\tilde{G}_F f_\pi \tilde{C}_1 (\tilde{F}-\tilde{D})\,(m_\Sigma+m_N)\,\frac{m_\pi^2}{(m_d+m_u)\,(m_u+m_s)} \tag{214}$$

## 6.3 REZULTATI

Teoretski opis neleptonskih raspada hiperona osniva se na radovima[22,28,29]. U tim radovima uspjelo se djelomično reproducirati iznose amplituda raspada i njihove relativne iznose, što se može vidjeti iz prvog stupca tablica 6.1. i 6.2. Tako je naprimjer teoretski iznos za $|A(\Lambda^0_-)|$ manji od odgovarajućeg iznosa za amplitudu $|A(\Xi)|$. Nadalje, teorija daje slijedeću nejednakost:

$$|B(\Lambda^0_-)| < |B(\Sigma^+_+)| \tag{215}$$

Ove teoretske nejednakosti u potpunom su suglasju sa ekperimentalnim podacima[12,31].

Za mjerenje kakvoće teoretskih predviđanja uvode se slijedeće veličine:

$$\Delta_A^2 = \sum_i \left|\frac{A(i)_{th} - A(i)_{\exp}}{A(i)_{\exp}}\right|^2 \tag{216}$$

i

$$\Delta_B^2=\sum_u \left|\frac{B(i)_{th}-B(i)_{\exp}}{B(i)_{\exp}}\right|^2 \tag{217}$$

Poznato je da teoretski pristup koji se ovdje rabi daje slabe rezultate za amplitude koje narušuju stranost, $A(\Sigma_+^+)$. Proračuni daju za tu amplitudu $A(\Sigma_+^+)\sim 0$, što se kvalitativno slaže sa time da ta amplituda ima najmanju apsolutnu eksperimentalnu vrijednost. Njezina teoretska veličina ovisi o lomljenju okusne simetrije[30,32], što je samo djelomično uključeno u ove račune.

| $R$=4.582 GeV$^{-1}$; $m_u$=$m_d$=0.005 GeV; $m_s$=0.1 GeV | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A\cdot 10^6$ | $\tilde{C}_1$=0 | $\tilde{C}_1$=0.25 | $\tilde{C}_1$=0.5 | $\tilde{C}_1$=0.8 | $\tilde{C}_1$=1.093 | $\tilde{C}_1$=1.5 | $\tilde{C}_1$=2.0 | eks. |
| $\Lambda_-^0$ | 0.288 | 0.310 | 0.333 | 0.359 | 0.386 | 0.422 | 0.467 | 0.325 |
| $\Xi_-^-$ | -0.520 | -0.529 | -0.537 | -0.548 | -0.558 | -0.572 | -0.590 | -0.451 |
| $\Sigma_0^+$ | -0.469 | -0.484 | -0.500 | -0.518 | -0.537 | -0.562 | -0.593 | -0.327 |
| $\Sigma_+^+$ | 0.003 | 0.041 | 0.079 | 0.124 | 0.170 | 0.231 | 0.307 | 0.130 |
| $\Delta_A^2$ (bez $\Sigma_+^+$) | 0.226 | 0.263 | 0.317 | 0.398 | 0.904 | 0.676 | 0.948 | |
| $\Delta_A^2$ | 1.180 | 0.742 | 0.471 | 0.401 | 0.999 | 1.281 | 2.801 | |

**Tablica 6.1.** $A$ amplitude koje narušavaju parnost

Teškoće sa tom amplitudom prikazane su u prvom stupcu tablice 6.1. Ako se ta amplituda izostavi, dobije se $\Delta_A^2=0.226$. Ako se doda ta amplituda, dobiva se nezadovoljavajućih $\Delta_A^2=1.18$. Ako se amplituda $A(\Sigma_+^+)$ izostavi, vrijednost za $\tilde{C}_1=0$ daje najbolje suglasje sa eksperimentom. Ako se pretpostavi da instantonski inducirani član može dati zadovoljavajuće teoretsko predskazanje za tu amplitudu, situacija se mijenja, te je najbolja vrijednost $\tilde{C}_1=0.8$, a prihvatljivima se čine i vrijednosti koje zadovoljavaju $\tilde{C}_1\leq 1$. Međutim, to se ne čini prihvatljivim, ako se imaju u vidu drugi teoretski prijedlozi za rješavanje toga problema[30,32]. Čini se razumnim da se rezultati vezani uz $A(\Sigma_+^+)$ amplitudu isključe iz razmatranja instantonskih doprinosa. To se vidi i iz razmatranja $B$ amplituda, koje su prikazane u tablici 6.2. Kao što je već spomenuto, izrazi (162-165) i (199-202) moraju dati kompatibilne rezultate. Za $B$-amplitude (199-202), izbor $\tilde{C}_1=0$ daje najbolje suglasje sa eksperimentalnim podacima. Usporedba te vrijednosti sa vrijednošću $\tilde{C}_1=0.5$ daje

$$\Delta_B^2(\tilde{C}_1=0)=0.258;\quad \Delta_B^2(\tilde{C}_1=0.5)=0.482 \tag{218}$$

Za očekivati je, da će vrijednost $\tilde{C}_1=0.8$, koja daje dobro slaganje u slučaju $A$ amplituda, poboljšati slaganje u slučaju $B$ amplituda.

| $R$=4.582 GeV$^{-1}$; $m_u=m_d$=0.005 GeV; $m_s$=0.1 GeV | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $B\cdot 10^6$ | $\tilde{C}_1=0$ | $\tilde{C}_1=0.25$ | $\tilde{C}_1=0.5$ | $\tilde{C}_1=0.8$ | $\tilde{C}_1=1.093$ | $\tilde{C}_1=1.5$ | $\tilde{C}_1=2.0$ | eks. |
| $\Lambda^0_-$ | 2.58 | 3.02 | 3.47 | 4.00 | 4.52 | 5.25 | 6.14 | 2.21 |
| $\Xi^-_-$ | 1.10 | 1.14 | 1.19 | 1.25 | 1.31 | 1.39 | 1.48 | 1.66 |
| $\Sigma^+_0$ | 2.12 | 2.09 | 2.06 | 2.02 | 1.98 | 1.93 | 1.86 | 2.66 |
| $\Sigma^+_+$ | 3.08 | 3.32 | 3.56 | 3.84 | 4.12 | 4.51 | 4.99 | 4.24 |
| $\Delta_B^2$ (bez $\Sigma^+_+$) | 0.183 | 0.289 | 0.456 | 0.775 | 1.20 | 1.99 | 3.27 | |
| $\Delta_B^2$ | 0.258 | 0.336 | 0.482 | 0.784 | 1.68 | 2.00 | 3.30 | |

**Tablica 6.2.** $B$ amplitude koje narušavaju parnost

Na osnovu izvršenih proračuna,čini se da teoretski rezultati značajnije ovise o promjeni parametara modela nego o relativno slabom instantonskom doprinosu. Na primjer, ako se za uzme za $R$=5.645 GeV$^{-1}$ i $\tilde{C}_1=0$ dobiju se slijedeće vrijednosti:

$$A(\Lambda^0_-)=0.178;\quad A(\Xi^-_-)=-0.366;\quad A(\Sigma^+_0)=-0.293 \tag{219}$$

$$A(\Xi^+_+)=0.004;\quad \Delta^2_A(\text{Bez } A(\Sigma^+_+))=0.280;\quad \Delta^2_A=1.22 \tag{220}$$

Te vrijednosti su nešto malo slabije nego one u prvom stupcu u tablici 6.1. Međutim, gore odabrana vrijednost za $R$ daje vrlo slabe vrijednosti za $B$ amplitude:

$$B(\Lambda^0_-)=1.98;\quad B(\Xi^-_-)=0.440;\quad B(\Sigma^+_0)=1.33;\quad B(\Sigma^+_+)=1.97 \tag{221}$$

tako da se dobije $\Delta^2_B=1.09$. To se može usporediti sa odgovarajućom vrijednošću $\Delta^2_B=0.258$ u tablici 6.2.

Uz isključenje vrijednosti za amplitudu $A(\Sigma^+_+)$, najbolje slaganje za sve amplitude dobije se za vrijednost $\tilde{C}_1=0$. Na osnovu toga moglo bi se zaključiti da eksperimentalne vrijednosti za amplitude neleptonskih raspada hiperona ukazuju na vrlo malu vrijednost renormalizacionog parametra $\tilde{C}_1$.

*Poglavlje 7*

# 7. ZAKLJUČAK

U ovome radu istraživali su se doprinosi instantonski induciranih operatora, neleptonskim raspadima, u modelu kiralne vreće. Doprinosi instantonski induciranih operatora kaonskim raspadima u cilju mogućeg objašnjenja $\Delta I=\frac{1}{2}$ pravila, razmatrani su u četvrtom poglavlju. Doprinosi efektivne Hamiltonove funkcije amplitudi raspada kaona u modelu kiralne vreće izračunati su u radu[10]. Matrični element je pri tome bio rastavljen na kvarkovske i mezonske doprinose, a na isti način izračunati su i instantonski doprinosi. Razmatrane su amplitude raspada za različite vrijednosti kvarkovskih masa. Instantonski doprinosi dominiraju u amplitudama raspada neutralnih kaona, u odnosu na rezultate dobivene bez instantona. Kod samih instantonskih doprinosa dominantan je mezonski dio, koji ovisno o vrijednosti od $\tilde{C}_1$ može biti i do deset puta veći od kvarkovskog dijela. Vrijednosti za $\tilde{C}_1$ koje daju odlično slaganje sa eksperimentalnim vrijednostima, puno su veće u odnosu na teoretske vrijednosti. Dobro slaganje sa eksperimentalnim vrijednostima doiva se jedino kada se uzmu vrlo male vrijednosti za kvarkovske mase. Razmatrana su uključivanja u model kiralne vreće produženja koja povezuju amplitude algebre struja sa fizikalnim amplitudama. Vrijednosti $\tilde{C}_1$ za koje se dobiva podudaranje unutar 2% sa ekperimentalnim vrijednostima , ako se za faktor produljenja uzme $\kappa=1,84$ nešto su manje nego za $\kappa=1,0$.

Na osnovu dobivenih rezultata može se zaključiti da su najprihvatljive vrijednosti za $\tilde{C}_1$ nalaze u intervalu

$$1.0 < \tilde{C}_1 < 1.5$$

No, mora se naglasiti da dobiveni rezultati ovise o modelima unutar koji se proračunavaju. Na primjer, za MIT model vreće dobivaju se različite vrijednosti od onih dobivenih u modelu kiralne vreće.

U petom poglavlju je razmatrana ovisnost slabe Hamiltonove funkcije o renormalizacionom parametru, sa i bez instantonskih doprinosa. Razmatrani su izrazi oblika

$$C_j(\mu^2)\langle f|O_j|i\rangle(\mu^2)$$

Ovisnost renormalizacionog koeficijenta o $\mu$ u principu se poništava ovisnošću matričnog elementa o $\mu$. Međutim, u primjeni gornji izraz se računa u nekome modelu u kojemu nije eksplicitno zadana ovisnost o $\mu$. Ovdje su za primjer uzete amplitude neleptonskih raspada u kiralnom modelu vreće.

U jednostavnom slučaju, kada sva četiri kvarka imaju jednake mase (ili su im mase jednake nuli), operatori koji tvore efektivnu Hamiltonovu funkciju su multiplikativno renormalizabilni. Pokazano je da u tome slučaju matrični element ne ovisi o $\mu$.

U računima koji odgovaraju realnoj situaciji, QCD dopronosi do na jednu petlju miješaju operatore, tako da se dobiva nedijagonalna matrica anomalnih dimenzija. Pokazano je da se i u tome slučaju dobije neovisnost o renormalizacionom parametru, iz čega je izveden zaključak da se vrijednost renormalizacionog parametra može povezati, ili možda zamijeniti, sa količinom gibanja karakterističnom za dani model (npr. količinom gibanja kvarka u hadronu).

Isto tako, namodelu kiralne vreće pokazano je da se u proračunima koji se temelje na kvarkovskim modelima, nemože točno odrediti vrijednost renormalizacionog parametra koja bi bila u suglasju sa modelom. Vrijednost renormalizacionog parametra koja se u tome slučaju mora predpostaviti, rabi se za proračun renormalizacionih koeficijenata, a za dobivene vrijednosti zahtjeva se da budu u suglasju sa matričnim elementima operatora. Na primjeru kiralne vreće (proučavajući neleptonske raspade kaona sa i bez instantonskih doprinosa) pokazano je da neodređenost u izboru renormalizacionog parametra znatno utječe na točnost teoretskih predviđanja. Vrijednosti koje su pri tome dobivene za renormalizacioni parametar dovoljno su velike da bi bile u suglasju sa primjenom jednadžbi renormalizacione grupe.

U šestom poglavlju dan je račun raspada hiperona u modelu kiralne vreće u koji su uključeni instantonski doprinosi. Pri pokušaju ocjene doprinosa instantonskih članova neleptonskim rapadima kaona, dolazi do poteškoća, zbog mogućnosti da međudjelovanje piona u konačnom stanju daje prihvatljiv teoretski opis bez uključivanja instantona. Pošto kod neleptonskih raspada hiperona nema međudjelovanja piona u konačnom stanju, oni mogu poslužiti za bolju procjenu instantonskih doprinosa. Na osnovu izvršenih proračuna došlo se do zaključka da teoretski rezultati značajnije ovise o promjeni parametara modela nego o relativno slabom instantonskom doprinosu. Isto tako, proračuni su pokazali da se uz isključenje vrijednosti za amplitudu $A(\Sigma^+_+)$ najbolje suglasje sa ekperimentalnim vrijednostima za sve amplitude dobije za vrijednosti $\tilde{C}_1=0$. Na osnovu toga moglo bi se zaključiti da eksperimentalne vrijednosti za amplitude neleptonskih raspada hiperona u modelu kiralne vreće ukazuju na vrlo malu vrijednost renormalizacionog parametra $\tilde{C}_1$.

Konačni zaključak je preme tome da intantonski doprinosi su važna komponenta doprinosa slabim procesima. Međutim, točno razumijevanje njihove uloge moguće je tek kada se potpuno prouče gore spomenuti efekti koji tek zajedno s instantonima daju potpunu sliku slabih procesa.

*Poglavlje 8*

# 8. DODATAK

## 8.1 NOTACIJA

U ovom radu upotrijebljen je prirodni sustav jedinica gdje je $\hbar = 1 = c$. Metrika je oblika

$$g^{\mu\nu}=diag.(1,-1,-1,-1)$$

Kontravarijantne koordinate su

$$x^{\mu}=(x^{0},x^{1},x^{3},x^{4})=(t,x,y,z)=(t,\vec{x})$$

Skalarni produkt četverovektora je

$$AB=A_{\mu}B^{\mu}=A_{\mu}g^{\mu\nu}B_{\nu}=A_{0}B_{0}-\vec{A}\cdot\vec{B}$$

a derivacija

$$\partial^{\mu}\equiv\frac{\partial}{\partial x_{\mu}}=(\frac{\partial}{\partial_{t}},-\nabla)=(\partial_{t},-\vec{\partial})$$

i

$$\partial^{\mu}A_{\mu}=\partial_{t}A_{0}+\nabla\vec{A}$$

Zbraja se po indeksima koji se ponavljaju: grčki indeksi idu od 0 do 3, latinski (mali) od 1 do 3, a latinski veliki po dimenziji grupe unutarnje simetrije.

Diracova jednadžba je

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}-m)\,\psi\equiv(i\partial\!\!\!/-m)\,\psi=0$$

a za spinore $u$ i $v$

$$(p\!\!\!/-m)\,u(p)=0\,;\;(p\!\!\!/+m)\,v(p)=0$$

Gama matrice (u Diracovoj reprezentaciji) izgledaju ovako

$$\boldsymbol{\gamma}^{0}=\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix}\mathbf{I} & 0\\ 0 & \mathbf{I}\end{bmatrix};\;\boldsymbol{\gamma}=\boldsymbol{\beta}\vec{\alpha}\begin{bmatrix}0 & \vec{\boldsymbol{\sigma}}\\ -\vec{\boldsymbol{\sigma}} & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\gamma}_{5}=\boldsymbol{\gamma}^{5}=\begin{bmatrix}0 & \mathbf{I}\\ \mathbf{I} & 0\end{bmatrix}$$

gdje je **I** 2x2 matrica, a $\vec{\boldsymbol{\sigma}}$ su Paulujeve matrice

$$\boldsymbol{\sigma}^{1}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix};\;\boldsymbol{\sigma}^{2}=\begin{bmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{bmatrix};\;\boldsymbol{\sigma}^{3}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$$

## 8.2 't HOOFTOVI SIMBOLI

U ovome dodatku navode se neka svojstva t' Hooftovih simbola:

$$\eta_{a\mu\nu}=\begin{cases}\epsilon_{a\mu\nu}, & \mu,\ \nu=1,2,3\\ -\delta_{a\nu}, & \mu=4,\\ \delta_{a\mu}, & \nu=4,\\ 0, & \mu=\nu=4.\end{cases}$$

(Simboli $\bar{\eta}_{a\mu\nu}$ dobiju se promjenom predznaka ispred $\delta$.)

$$\eta_{a\mu\nu}=\frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\eta_{a\alpha\beta}$$

$$\eta_{a\mu\nu}=-\eta_{a\nu\mu};\quad \eta_{a\mu\nu}\eta_{b\mu\nu}=4\delta_{ab}$$

$$\eta_{a\mu\nu}\eta_{a\mu\lambda}=3\delta_{\nu\lambda};\quad \eta_{a\mu\nu}\eta_{a\mu\nu}=12$$

$$\eta_{a\mu\nu}\eta_{a\gamma\lambda}=\delta_{\mu\gamma}\delta_{\nu\lambda}-\delta_{\mu\lambda}\delta_{\nu\gamma}+\epsilon_{\mu\nu\gamma\lambda}$$

$$\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}\eta_{a\gamma\sigma}=\delta_{\gamma\mu}\eta_{a\nu\lambda}-\delta_{\gamma\nu}\eta_{a\mu\lambda}+\delta_{\gamma\lambda}\eta_{a\mu\nu}$$

$$\eta_{a\mu\nu}\eta_{b\mu\lambda}=\delta_{ab}\delta_{\nu\lambda}+\epsilon_{abc}\eta_{c\nu\lambda}$$

$$\epsilon_{abc}\eta_{b\mu\nu}\eta_{c\gamma\lambda}=\delta_{\mu\gamma}\eta_{a\nu\lambda}-\delta_{\mu\lambda}\eta_{a\nu\gamma}-\delta_{\nu\gamma}\eta_{a\mu\lambda}+\delta_{\nu\lambda}\eta_{a\mu\gamma}$$

$$\eta_{a\mu\nu}\bar{\eta}_{b\mu\nu}=0;\quad \eta_{a\gamma\mu}\bar{\eta}_{b\gamma\lambda}=\eta_{a\gamma\lambda}\bar{\eta}_{b\gamma\mu}$$

Odnosi za $\bar{\eta}_{a\mu\nu}$ dobiju se zamjenom

$$\eta_{a\mu\nu}\to\bar{\eta}_{a\mu\nu},\quad \epsilon_{\mu\nu\gamma\delta}\to-\epsilon_{\mu\nu\gamma\delta}$$

## 8.3 MODEL KIRALNE VREĆE

Model kiralne vreće opisan je slijedećom efektivnom Lagrangeovom funkcijom[34]

$$L=L_q+L_i+L_M \tag{222}$$

gdje su

$$L_q=\left[\frac{i}{2}\overline{\psi}(x)\gamma^\mu D_\mu\psi(x)-\frac{i}{2}(D_\mu\overline{\psi}(x))\gamma^\mu\psi(x)-\frac{1}{4}\mathrm{Tr}\mathbf{F}_{\mu\nu}\mathbf{F}^{\mu\nu}-B\right]\theta_B \tag{223}$$

$$L_I=-\frac{1}{2}\overline{\psi}(x)\mathbf{U}_5\psi(x)\delta_S \tag{224}$$

$$L_M=\frac{f_\pi^2}{4}\mathrm{Tr}(\partial_\mu\mathbf{U}\partial^\mu\mathbf{U}^+)\overline{\theta}_b=\frac{f_\pi^2}{4}\mathrm{Tr}(L_\mu L^\mu) \tag{225}$$

Ovdje je $\theta_B(\overline{\theta}_B)$ unutrašnja (vanjska) $\theta$- funkcija i za sfernu vreću je jednaka $\theta(R_B-r)$ $(\theta(r-R_B))$

$$\mathbf{U}=\exp\left(i\boldsymbol{\lambda}^a\frac{\phi^a}{f_\pi}\right),\quad \mathbf{U}_5=\exp\left(i\boldsymbol{\lambda}^a\phi^a\frac{\gamma_5}{f_\pi}\right). \tag{226}$$

a $\delta_S$ je površinska $\delta$-funkcija. U je 3x3 matrica koja sadrži pseudoskalarni oktet Goldstonovih bozona (mezona) $\phi^a$

i

$$L_\mu = U^+ \partial_\mu U \qquad (227)$$

Unutar vreće kvarkovi zadovoljavaju Diracovu jednadžbu koja se dobije iz (223-225). Rješenje te jednadžbe je

$$\psi_f^c(x) = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \begin{bmatrix} j_0 \\ i(\vec{\sigma}\hat{r})\, j_1 \end{bmatrix} \chi_m^f b_{m,f}^c + \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \begin{bmatrix} (\vec{\sigma}\hat{r})\, j_1 \\ i j_0 \end{bmatrix} \chi_m^f d_{m,f}^{c+}. \qquad (228)$$

Isto tako

$$\overline{\psi}_f^c(x) = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \chi_m^{f+} [j_0, i(\vec{\sigma}\hat{r})\, j_1]\, b_{m,f}^{c+} + \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \chi_m^{f+} [(\vec{\sigma}\hat{r})\, j_1, i j_0]\, d_{m,f}^c. \qquad (229)$$

Ovdje $c$ označava boju a $f$ okus kvarkova, a $m$ je projekcija spina. $b_{m,f}^c$ i $d_{m,f}^c$ su operatori poništavanja kvarka i antikvarka, $\chi$ označuje kvarkovski spinor, a $j_{0,1}(r)$ su sferne Besselove funkcije reda (0, 1).

Mezonsko polje izvan vreće, koje određuju granični uvjeti i neprekinutost aksijalno-vektorske struje, dobije se razvojem matrice **U** do linearnog člana:

$$\begin{aligned} \phi_a^M(r) = {} & D_0^M \phi_s(r) \left(b_{m,f}^{c+} \lambda_a d_{m,f}^{c+} + d_{m,f}^c \lambda_a b_{m,f}^c\right) \left[\chi_{m,f}^+ 1 \chi_{m',f'}\right] + \\ & + D_1^M \phi_p(r) \left(b_{m,f}^{c+} \lambda_a b_{m,f}^c + d_{m,f}^c \lambda_a d_{m,f}^{c+}\right) \left[\chi_{m,f}^+ (\vec{\sigma}\hat{r}) \chi_{m'f'}\right] \end{aligned} \qquad (230)$$

gdje su radijalne funkcije sferne Hankelove funkcije sa imaginarnim argumentom

$$\phi_s(\rho) = h_0^{(1)}(i\rho), \quad \phi_p(\rho) = h_1^{(1)}(i\rho). \qquad (231)$$

$D$ su konstante čije se vrijednosti mogu naći u[22]. Mezonski soliton (mezonsko "polje", mezonska faza) je operatorska funkcija kvarkovskih operatora $b$, $d$ itd.

Granični uvjet[23] koji određuje vlastite frekvencije kvarkova je oblika

$$-i(\gamma\hat{r})\,\psi(x)\,|_{x=R} = (1 + i\gamma_5 \lambda_a \phi^a(x))\,\psi(x)\,|_{x=R}. \qquad (232)$$

Jednadžba vlastitih vrijednosti (za kvarkove sa masom) je

Ovdje je[23]

$$\tan\sqrt{\omega^2-(mR_{\text{bag}})^2}=\frac{\sqrt{\omega^2-(mR_{\text{bag}})^2}}{1-\dfrac{(\omega+mR_{\text{bag}})}{A_H}} \quad (233)$$

$$A_H=1+\left(\frac{1}{n}\right)\rho_H \quad (234)$$

i

$$\rho_H=\frac{\omega_0(1+\mu R)}{48\pi f_M^2R^2(\omega_0-1)(1+\mu R+0.5\mu^2R^2)}\Sigma_H \quad (235)$$

U gornjem izrazu $n$ je broj ne-stranih kvarkova a matrični element $\Sigma_H$ je oblika

$$\Sigma_H=\sum_{i,j}\langle H|(\vec{\sigma}_i\vec{\sigma}_j)(\vec{\tau}_i\vec{\tau}_j)|H\rangle. \quad (236)$$

Ovdje je sa $|H\rangle$ označeno hadronsko stanje. Prilagodba hadronske mase eksperimentalnim vrijednostima određuje parametre vreće.

*Poglavlje 9*

## 9. LITERATURA

[1]. A. Belavin, A. Polyakov, A. Schwartz, Y. Tyupkin, Phys. Lett. 59B (1975) 85

[2]. M. Shifman, A. Vainshtein, V. Zakharov, Nucl. Phys. B163 (1980) 46

[3]. G. t Hooft, Phys.Rev. D14 (1976) 3432

[4]. J. Bjorken, S. Drell, Relativistic Quantum Fields, McGraw-Hill, New York (1965)

[5]. M. Shifman, A. Vainshtein, V. Zakharov, Nucl. Phys. B120 (1977) 316; Sov. Phys. JETP 45 (1977) 670

[6]. K. Wilson, Phys. Rev. 179 (1969) 1499

[7]. M. Gaillard, B. W. Lee, Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 108

[8]. G. Altarelli, L. Maiani, Phys. Lett. 52B (1974) 351

[9]. K. Konishi, S. Ranfone, Phys. Lett. 172B (1986) 417

[10]. D. Horvat, D. Tadić, Z. Phys. C 35 (1987) 231

[11]. H. Galić et al., Fizika 12 (1980) 149; H. Galić, B. Guberina, D. Tadić, Fortschr. Phys. 29 (1981) 261

[12]. J. F. Donoghue, E. Golowich, B. Holstein, Phys. Rep. 131 (1986) 319

[13]. R. D. C. Miller, B. H. J. McKellar, Phys. Rep. 106 (1984) 169

[14]. G. Altarelli, G. Parisi, Nucl. Phys. B126 (1977) 298

[15]. M. Voloshin, K. Ter-Martirosian, Teoria Kalibrovocnih Vzaimoideistvii Elementarnih Chastic, Energoizdat, Moskva (1984)

[16]. H. Hoegaasen, Phys.Scr. 29 (1984) 193

[17]. E. de Rafael, Preprint MPI-PAE/Pth 78/84 1984

[18]. A. W. Thomas, Adv. Nucl. Phys. 13 (1984) 1

[19]. D. Horvat, Z. Narančić, D. Tadić, C 38 (1988) 431

[20]. J. Gasser, H. Leutwyler, Phys. Rep. 87 (1982) 77

[21]. S. Narison, Riv. N. Cimento 10 (1987) 1

[22]. D. Horvat, D. Tadić, Z.Phys.C 31 (1986) 311

[23]. H. Hoegaasen, F. Myhrer, Z.Phys.C 21 (1983) 73

[24]. D. Klabučar, Phy. Rev. D 49 (1994) 1506

[25]. I. I. Balitsky, M. Beneke, V.M.Braun, Phys. Lett. 318B (1993)371

[26]. M. Kim, M. K. Banerjee, Univ. of Maryland Report, (1993)

[27]. E. Di Salvo, Nuovo Cimento 104 A (1991) 1

[28]. J. F. Donoghue, H. Golowich, W. R. Ponce, B. R. Holstein, Phy.Rev. D21 (1980) 186

[29]. D. Tadić, J. Trampetić, Phy. Rev. D23 (1981) 144

[30]. A. Le Yaounc, O. Pene, J. C. Raynal, L. Oliver, Nucl. Phys. B149 (1979) 321; M. Milošević, D. Tadić, J. Trampetić, ibid B207 (1982) 461; M. D. Scadron, M. Visinescu, Phy. Rev. D28 (1983) 1117; D. Palle, D. Tadić, Z. Phys. C 23 (1984) 301; F. Ženczykowski, Phy. Rev. D 40 (1989) 2290

[31]. A. Sharma, M. Gupta, M. P. Khanna, Phy. Rev. D29 (1984) 159

[32]. S. Pakvasa, J. Trampetić, Phys. Lett. 126B (1983) 122

[33]. R. E. Marshak, Riazuddin, C. P. RYan, Theory of Weak Interactions in Particle Physics, Wiley Interscience, New York (1969)

[34]. G. E. Brown, M. Rho, Phys. Lett. 82B (1979) 177; G. E. Brown, M. Rho, V. Vento, Phys. Lett. 84B (1979) 383; Xue-Qian Li, Zhen Qi, Commun. Theor. Phys. 18 (1992) 213; G. E. Brown, M. Rho, Comments Nucl. Part. Phys. 18 (1988) 1; A. Hosaka, H. Toki, Prog. Theor. Phys. Suppl. 109 (1992) 137

*Poglavlje 10*

# 10. SAŽETAK

U ovom radu izučavani su instantonski doprinosi neleptonskim raspadima kaona i hiperona u kiralnom modelu vreće.

Instantonski inducirani operator rabio se prvo za proračun raspada $K\to 2\pi$ u modelu kiralne vreće. Odlično suglasje sa eksperimentalnim podacima dobiveno je za vrijednost renormalizacionog koeficijenta $\tilde{C}_1 \approx 1.4$. Međutim, ta vrijednost, koja je veća od vrijednosti dobivene ranije teoretskim putem $(\tilde{C}_1 \approx 0.15 \frac{m_s}{\mu})$, znatno ovisi o parametrima modela u kojem su napravljeni proračuni.

Također je proučavana ovisnost matričnih elemenata o renormalizacionom parametru $\mu$. Na jednostavnom modelu je pokazano da se, u principu, ovisnot o $\mu$ mora poništiti, iako u konkretnim proračunima izbor renormalizacionog parametra znatno utječe na teoretska predviđanja za kaonske raspade sa i bez instantonskih doprinosa.

Razmotreni su i instantoski doprinosi neleptonskim raspadima hiperona u kojima se mijenja stranost. Prijašnji proračuni, bez instantonskih doprinosa, dali su dobar kvalitativan, a donekle i kvantitativan toretski opis amplituda raspada. Ovdje provedeni računi pokazali su da instantoni značajno ne poboljšavaju prijašnje rezultate.

# *Poglavlje 11*

## 11. ABSTRACT

Instantons contributions to nonleptonic decays in chiral-bag model are the subject of this study.

The intanton induced-term was introduced in chiral-bag model based analysis of $K \to 2\pi$ decays. Almost perfect fit of the experimental data was possible with the induced-term coefficient

$\tilde{C}_1 \cong 1,4$. However, this conclusion, which is appreciably larger than the rough theoretical estimate (which was $\tilde{C}_1 = 0,15$) depends on the approxmimation used in the theoretical approach.

Also, the $\mu$-dependence of the operator matrix elements were studied. Although the $\mu$-dependence must in principle cancel as was illustrated by using a simple model, in practice the choice of $\mu$ markledy influences the theoretical predictions for $K \to 2\pi$ decays, with and without intantons.

Nonleptonic strangeness-changing hyperon decays were also considered together with instanton induced term. The same type of analysis has led previously to a reasonable qualitative, and to some extent quantitative, description of the decay amplitudes. The instanton contributions do not improve old results. Data favor a very small instanton influence.

*Poglavlje 12*

# 12. ŽIVOTOPIS

Rođen sam 1. listopada 1954. godine u Zagrebu. Osnovnu i srednju školu polazio sam u Zagrebu. Maturirao sam 1973. godine na Prvoj gimnaziji. Diplomirao sam fiziku 1979. godine na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu, a 1989. godine magistrirao radom: "Vezana stanja teških kvarkova u supersimetričnoj kvantnoj kromodinamici", uz voditeljstvo prof. dr. Mladena Martinisa.

Od 1983. godine radim kao asistent na Zavodu za fiziku Fakulteta elektrotehnike i računarstva u Zagrebu. Sudjelujem u izvođenju nastave fizike za studente elektrotehnike, te drugih tehničkih fakulteta za koje se nastava fizike ostvaruje na Zavodu za fiziku FER-a. Uz nastavni rad sudjeljujem u izradi zbirki zadataka iz opće fizike namijenjene studentima tehničkih fakulteta.

Od 1987. godine surađujem na projektu "Struktura elementarnih čestica i teorija polja" pod vodstvom prof. dr. Dubravka Tadića, pod čijim mentorstvom je izrađena ova doktorska disertacija.

Oženjen sam i imam jednog sina.

Mr. sc. Zoran Narančić

*Poglavlje 13*

# 13. POPIS RADOVA

**Udžbenici**


1. P. Kulišić, L. Bistričić, D. Horvat, Z. Narančić, T. Petković, D. Pevec: Riješeni zadaci iz mehanike i topline, Školska knjiga, Zagreb 1987

2. V. Henč-Bartolić, M. Baće, L. Bistričić, D. Horvat, Z. Narančić, T. Petković, D. Pevec: Riješeni zadaci iz valova i optike, Školska knjiga, Zagreb 1992


**Radovi u časopisima**


1. D. Horvat, Z. Narančić, D. Tadić: Nonleptonic kaon decays and nonperturbative QCD effects in chiral-bag model, Z. Phys. C 38 (1988) 431

2. D. Horvat, A. Ilakovac, Z. Narančić, D. Tadić : The $\mu$ - dependence of the effective weak Hamiltonian and $K \to 2\pi$ amplitudes in chiral-bag model, Z. Phys. C 44 (1989) 255

3. M. Martinis, Z. Narančić: Supersymmetric part of the heavy quark-antiquark potential, Fizika 23 (1991) 405

4. D. Horvat, Z. Narančić, D. Tadić: $K^0-\bar{K}^0$ mixing and the chiral - bag model, Z. Phys. C 56 (1992) 469

5. D. Horvat, Z. Narančić, D. Tadić: Instantons and nonleptonic hyperon decays, Phys. Rev. D 51 (1995) 6277