



UFPE



Nº 76 BR99H0063

DISSERTAÇÃO DE

MESTRADO INIS-BR-3676

APLICAÇÃO DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO À ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM GERADORES DE VAPOR DE USINAS NUCLEARES

AUTOR EMIR CANDEIA GURJÃO

30 - 12

RECIFE - PERNAMBUCO - BRASIL
FEVEREIRO 1996

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ENERGIA NUCLEAR

Av. Prof. Luiz Freire, 1000 - Cidade Universitária
CEP 50740-540 - Recife - PE - Brasil

621.039
G979a

DISCLAIMER

Portions of this document may be illegible in electronic image products. Images are produced from the best available original document.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA NUCLEAR**

MESTRADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA NUCLEAR

**APLICAÇÃO DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO À
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM GERADORES DE
VAPOR DE USINAS NUCLEARES**

EMIR CANDEIA GURJÃO

**RECIFE - PERNAMBUCO - BRASIL
FEVEREIRO - 1996**

EMIR CANDEIA GURJÃO

**APLICAÇÃO DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO À
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM GERADORES DE
VAPOR DE USINAS NUCLEARES**

Dissertação apresentada ao Curso de
Mestrado em Ciência e Tecnologia
Nuclear, do Departamento de Energia
Nuclear da Universidade Federal de
Pernambuco. Área de concentração:
Engenharia Térmica.

ORIENTADOR: DR. CARLOS ALBERTO BRAYNER DE
OLIVEIRA LIRA

COORIENTADOR: DR. FERNANDO ROBERTO DE ANDRADE
LIMA

RECIFE - PERNAMBUCO - BRASIL
FEVEREIRO - 1996

Universidade Federal de Pernambuco
BIBLIOTECA CENTRAL
CIDADE UNIVERSITÁRIA 17
CEP: 50670-901 - Recife - Pernambuco - Brasil

1608/30/04/97

PE-00027676-1

APLICAÇÃO DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO À ANÁLISE DE SENSIBILIDADE
EM GERADORES DE VAPOR DE USINAS NUCLEARES

Emir Candeia Gurjão

APROVADO EM: 29.02.96

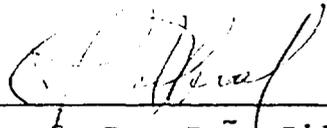
ORIENTADOR: Prof. Dr. Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Fernando Roberto de Andrade Lima

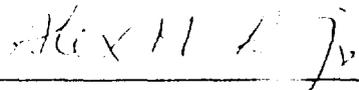
COMISSÃO EXAMINADORA:



Prof. Dr. Elias Silva Filho - DEN/UFPE



Prof. Dr. João Silveira Cabral - DF/UFPB



Prof. Dr. Alex Maurício Araújo - DEM/UFPE

Visto e permitida a impressão



Coordenador do PROTEN/DEN/UFPE

**APLICAÇÃO DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO À
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM GERADORES DE
VAPOR DE USINAS NUCLEARES**

DEDICADA

Aos meus pais Heretiano de Farias Gurjão (in memoriam) e
Ivanilda Candeia Gurjão.

A minha esposa Maria de Fatima Melo Gurjão e nossos filhos,
Emir, Michelle e Diego pelo amor e compreensão sempre presente e a meus
irmãos representado por Edgley pelo crescimento.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira pela orientação, amizade e segurança transmitida.

Ao Professor Fernando Roberto de Andrade Lima pela orientação e encaminhamentos.

Ao Professor Elias Silva Filho pela excelente didática com que proferiu o curso de termohidráulica.

Aos Professores Attilio Dall'Olio, Rajendra Narain, Carlos Dantas, Sueldo Vita, Ricardo Lima e Antonio Celso Dantas Antonino pelas informações e sempre presente ajuda.

A Magali e José Alves pela amizade e apoio no dia a dia.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	PÁGINA
1. Gerador de vapor vertical com feixe em U invertido.....	21
2. Gerador de vapor e sistema de remoção de vapor.....	24
3. Esquema do sistema de troca de calor no gerador de vapor.....	27
4. Tubo médio representativo e área de seção transversal de escoamento.....	28
5. Malha representativa do domínio de integração	71
6. Dependência axial da temperatura na parede do tubo	73
7. Esquema simplificado do gerador de vapor de Angra 1.....	83

LISTA DE TABELAS

TABELA	PÁGINA
1. Dados do gerador de vapor da unidade Angra-1..	84
2. Parâmetros físicos e geométricos gerais.....	85
3. Coeficientes de sensibilidade.....	86
4. Valores não perturbados dos funcionais.....	88
5. Valores não perturbados dos parâmetros.....	88
6. Coeficientes de sensibilidade absolutos.....	89
7. Dados dos funcionais relativos a entalpia	91
8. Dados dos funcionais relativos a pressão	92

LISTA DE SÍMBOLOS

A_T	Área total de transferência de calor
A_C	Área de escoamento
CB_L	Concomitante bilinear
c_p	Calor específico a pressão constante do material do tubo
d	Espessura da parede do tubo
H_1	Coefficiente de transferência de calor entre o fluido primário e a parede do tubo
H_2	Coefficiente de transferência de calor entre a parede do tubo e o fluido secundário
h_1	Entalpia específica do fluido no lado primário
h_2	Entalpia específica do fluido no lado secundário
h_{2e}	Entalpia específica do fluido secundário na entrada
h_{2s}	Entalpia específica do fluido secundário na saída
L	Comprimento do tubo
M_2	Massa total de fluido no lado secundário
\dot{m}_{2e}	Taxa de escoamento de massa da água na entrada do secundário
\dot{m}_{2s}	Taxa de escoamento de massa de vapor na saída do secundário
N	Numero de volumes de controles
p_i	Parâmetro arbitrário
P_A	Perímetro do tubo
P_1	Pressão do fluido no lado primário
P_2	Pressão do fluido no lado secundário

q_1'	Fluxo de calor do fluido primário para a parede do tubo
\dot{Q}_2	Taxa de transfêrencia de calor da parede do tubo para o fluido secundário
S	Termo de fonte
T_1	Temperatura do fluido no lado primário
T_2	Temperatura do fluido no lado secundário
t	Tempo
t_r	Tempo no final do transitório
u_1	Velocidade do fluido no lado primário
V_2	Volume total no lado secundário
v_1	Volume específico do fluido no lado primário
v_2	Volume específico do fluido no lado secundário
Z	Coordenada axial do escoamento
\tilde{H}	Operador
\tilde{H}^*	Operador adjunto
\hat{H}^*	Operador adjunto estendido ou operador importância

LETRAS GREGAS

α	Parâmetro arbitrário para o modelo
Δz	Altura do volume de controle
ρ_1	Densidade do fluido no lado primário
λ	Condutividade térmica do material da parede do tubo
$\theta_{x=0}$	Temperatura na superfície interna da parede do tubo
θ	Temperatura interna da parede do tubo
$\theta_{x=d}$	Temperatura na superfície externa da parede do tubo
χ	Título

SUBSCRITOS

e	Refere-se à condição de entrada
s	Refere-se à condição de saída
1	Refere-se ao lado primário
2	Refere-se ao lado secundário
p	Pressão constante
L	posição no gerador
T	Total
f	Final do transitório
/p _i	Derivada parcial de uma grandeza em relação ao parâmetro p _i
x=0	Indica superfície interna da parede do tubo

$x=d$	Indica superfície externa da parede do tubo
j	Define a entrada de um volume de controle
$j+1$	Define a saída de um volume de controle
0	Significa na posição inicial
u	Velocidade do fluido no primário
h	Entalpia específica do fluido
ρ	Densidade do fluido primário
θ	Temperatura da parede dos tubos
M	Massa do secundário
p	Pressão no fluido

SUPERESCRITOS

T	Transposta de um vetor ou matriz
0	Significa no tempo inicial

SÍMBOLOS OPERACIONAIS

[]	Representação de matriz
$\frac{\bar{\partial}}{\partial}$	Denota derivada de “Frechet “
*	Função ou operador adjunto
$\sim \cdot$	Variável estendida
\wedge^*	Função ou operador importância
--	Refere-se a valor médio
\rightarrow	Representa um vetor cujas componentes são escalares
`	Sistema perturbado
$\langle \rangle$	Integral definida no espaço de fase
$\langle \langle \rangle \rangle$	Integral definida no espaço de fase e no tempo

APLICAÇÃO DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO À ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM GERADOR DE VAPOR DE USINAS NUCLEARES

Autor: Emir Candeia Gurjão

Orientador: Dr. Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira

Co orientador: Dr. Fernando Roberto de Andrade Lima

RESUMO

Grandes códigos computacionais de termohidráulica se constituem cada vez mais em uma ferramenta largamente utilizada na análise de segurança de centrais nucleoeletricas. Entretanto, a inevitável margem de empirismo associada a estes códigos acarreta, em geral, a necessidade de se realizar um estudo de sensibilidade, para se determinar quais os parâmetros que mais influenciam as grandezas físicas de saída da planta.

Cálculos de sensibilidade executados diretamente a partir do código original são onerosos devido à complexidade dos mesmos.

O desenvolvimento de formalismos de teoria de perturbação vem possibilitando a simplificação dos estudos de sensibilidade em vista da rapidez e eficiência com que os cálculos podem ser realizados.

No presente trabalho, a teoria de perturbação via formalismos Diferencial e GPT (Generalized Perturbation Theory) foi aplicada a um modelo existente de um gerador de vapor tipo U. Neste modelo, as equações de conservação da massa, energia e de estado são aplicadas ao fluido refrigerante no lado primário e no lado secundário do gerador de vapor e a equação da condução de calor é usada para descrever a distribuição de temperatura nas paredes dos tubos em U. As equações derivadas e as expressões do coeficiente de sensibilidade para ambos os formalismos foram obtidas, verificando-se mais uma vez a equivalência entre os formalismos utilizados. O sistema de equações foi discretizado através de técnicas de diferenças finitas e um programa em linguagem FORTRAN, denominado GEVADJ foi desenvolvido para calcular as funções adjuntas e os coeficientes de sensibilidade.

Expressões do coeficiente de sensibilidade para alguns funcionais e parâmetros de interesse foram particularizadas e como caso-exemplo foi analisado um transitório de perda de vazão forçada no circuito primário da usina de Angra-1. Os valores médios e no instante final de observação do transitório dos funcionais pressão e entalpia do fluido refrigerante no secundário foram estudados e a influência sobre estes funcionais dos seguintes parâmetros de entrada do gerador de vapor: fluxo da água de alimentação, entalpia da água de alimentação e volume do secundário foi determinada.

As variações dos funcionais acima mencionados em relação às variações no fluxo da água de alimentação e no volume do secundário fornecida pelo método perturbativo, foram comparadas com aquelas obtidas pela variação direta no modelo. A concordância, em geral, foi boa, mostrando que os métodos perturbativos são uma importante ferramenta para análise de sensibilidade em sistemas nucleares.

**APPLICATION OF PERTURBATION METHODS FOR
SENSITIVITY ANALYSIS FOR NUCLEAR POWER PLANT
STEAM GENERATORS**

Author: Emir Candeia Gurjão

Adviser: Dr. Carlos Alberto Brayner Oliveira Lira

Coadviser: Dr. Fernando Roberto de Andrade Lima

ABSTRACT

The differential and GPT (Generalized Perturbation Theory) formalisms of the Perturbation Theory were applied in this work to a simplified U-tube steam generator model to perform sensitivity analysis.

The adjoint and importance equations, with the corresponding expressions for the sensitivity coefficients, were derived for this steam generator model. The system was numerically solved in a FORTRAN program, called GEVADJ, in order to calculate the sensitivity coefficients.

A transient loss of forced primary coolant in the nuclear power plant Angra-1 was used as example case. The average and final values of functionals: secondary pressure and enthalpy were studied in relation to changes in the secondary feedwater flow, enthalpy and total volume in secondary circuit.

Absolute variations in the above functionals were calculated using the perturbative methods, considering the variations in the feedwater flow and total secondary volume. Comparison with the same variations obtained via direct model showed in general good agreement, demonstrating the potentiality of perturbative methods for sensitivity analysis of nuclear systems.

SUMÁRIO

	PÁGINA
LISTA DE FIGURAS	IV
LISTA DE TABELAS	V
LISTA DE SÍMBOLOS	VI
RESUMO.....	XI
SUMÁRIO.....	XV
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Objetivos Gerais	2
1.2. Capítulos subseqüentes	2
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO	7
3.1. Introdução.....	7
3.2. Teoria de perturbação.....	8
3.3. Formalismo diferencial.....	13
3.4. Formalismo GPT.....	15
3.5. Formalismos - Considerações.....	18

	PÁGINA
4. DESCRIÇÃO DO MODELO FÍSICO DO GERADOR DE VAPOR	20
4.1. O gerador de vapor com tubos em U e circulação natural	20
4.2. O modelo.....	23
4.3. Equações de balanço	28
5. APLICAÇÃO DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO ÀS EQUAÇÕES DO MODELO	33
5.1. Introdução.....	33
5.2. Aplicação do formalismo Diferencial	33
5.2.1 Obtenção das equações Adjuntas	34
5.2.2 Determinação da expressão do coeficiente de sensibilidade	42
5.3.3 Equações adjuntas	49
5.3. Aplicação do formalismo GPT.....	50
5.3.1 Aplicação da regra da complementação da dependência de coordenadas	50
5.3.2 Obtenção do sistema de equações não lineares	52
5.3.3 Sistema de equações da função importância	56
5.3.4 Coeficiente de sensibilidade	67
5.4. Discretização das equações adjuntas.....	72
6. PARTICULARIZAÇÃO DOS CASOS DE INTERESSE	76
6.1 Funcional -Resposta.....	76
6.2 Parâmetros	80
7. MODELO - EXEMPLO ESTUDADO.....	82
7.1. Exemplo.....	82
7.2. Características de Angra-1.....	82
7.3. Parâmetros físicos e geométricos gerais.....	84

	PÁGINA
8. RESULTADOS E ANÁLISES.....	86
9. CONCLUSÕES	93
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	94

1. INTRODUÇÃO

O comportamento de um modelo físico é estabelecido pela solução de um conjunto de equações que o descreve.

Quando varia-se algum parâmetro do modelo, seu comportamento é modificado. Para determinar a resposta a essa mudança, corrige-se o valor do parâmetro no conjunto de equações que descreve o modelo, e portanto, obtém-se uma nova solução.

Na análise de sensibilidade de um modelo pelo cálculo direto, varia-se um parâmetro de controle e mantêm-se fixos os demais; em seguida calculam-se as variações de interesse sucessivas vezes, obtendo-se a chamada superfície de resposta de entrada.

Devido ao grande número de parâmetros que podem provocar mudanças na resposta de interesse e à complexidade dos modelos, o estudo de sensibilidade usando esta metodologia torna-se demorado, de alto custo computacional e muitas vezes, inadequado e impraticável.

O uso de métodos perturbativos nos campos da Física e Termohidráulica de reatores nucleares tem contribuído para a redução dos custos computacionais relativos aos cálculos de sensibilidade de uma resposta e uma maior eficiência de análise. Estes métodos permitem calcular, de maneira global, a sensibilidade da resposta em relação aos parâmetros do sistema sem a escolha prévia de um deles, o que não é possível no caso do cálculo direto. Uma outra vantagem é

a rapidez e a eficiência, já que somente um único sistema adicional de equações necessita ser resolvido para cada resposta estudada.

1-1. Objetivos gerais

O objetivo deste trabalho é aplicar os formalismos diferencial e GPT (Generalized Perturbation Theory) da teoria de perturbação para calcular coeficientes de sensibilidade em um modelo simplificado de gerador de vapor de reatores nucleares refrigerados a água leve (SOUZA, 1981). Para isso, devem ser obtidas as equações adjuntas e de importância dos dois formalismos, e o sistema resultante deve ser resolvido numericamente através de técnicas de diferenças finitas e implementado em um programa escrito em linguagem FORTRAN.

Com o intuito de avaliar a potencialidade dos métodos perturbativos usados nesse trabalho, comparações com os cálculos executados diretamente no modelo deverão ser realizadas para alguns funcionais e parâmetros considerados relevantes ao funcionamento de um gerador de vapor.

1-2. Capítulos subsequentes

Apresenta-se a seguir um resumo do conteúdo dos diversos capítulos desse trabalho.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre o início dos estudos perturbativos, os formalismos desenvolvidos para análise de sensibilidade e as recentes aplicações na área de Termohidráulica de Reatores.

No capítulo 3 são descritos os fundamentos teóricos da teoria de perturbação. Mostra-se o desenvolvimento teórico dos formalismos diferencial e o

da teoria de perturbação generalizada **GPT** que servirão de base para o presente trabalho.

No capítulo 4 é descrito o modelo termohidráulico do gerador de vapor a ser adotado neste trabalho.

No capítulo 5 é aplicada a metodologia perturbativa para dedução das equações das funções adjuntas e funções importância e das expressões dos coeficientes de sensibilidade. Também é descrito o método numérico adotado na solução do mesmo.

O capítulo 6 descreve os casos para o quais a teoria de perturbação foi aplicada ao exemplo proposto, onde as funções adjuntas e funções importância e o coeficiente de sensibilidade, são particularizados para cada funcional e parâmetro de interesse.

O capítulo 7 apresenta os dados para o gerador de vapor da usina de Angra-1.

O capítulo 8 mostra os resultados dos cálculos de sensibilidade e a discussão dos mesmos.

O capítulo 9 contém as conclusões e algumas sugestões para futuros desenvolvimentos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A aplicação da teoria da perturbação no campo da física de reatores teve início a partir de trabalhos realizados por **WIGNER** (1945) sobre o efeito de pequenas perturbações, na época das pilhas atômicas sendo posteriormente usada por **USACHIEV** (1974).

Os métodos perturbativos foram inicialmente aplicados na formulação da teoria de sensibilidade no domínio de problemas lineares. Posteriormente, formulações foram desenvolvidas para analisar problemas de natureza não linear, e teorias de altas ordens relativas a operadores lineares, foram estabelecidas.

Atualmente a teoria de perturbação para análise de sensibilidade vem sendo usada para análises no núcleo do reator, blindagens, neutronics e na área de termohidráulica de reatores, tanto no campo linear como não linear.

Várias formulações da teoria de perturbação para análise de sensibilidade foram desenvolvidas por diversos autores e podem ser subdivididas em três categorias principais, de acordo com a aproximação usada na sua derivação:

i) **Formalismo Variacional**, procura funções que minimizam o funcional de interesse, sendo adotado em particular, por **POMRANING**(1967) , **STACEY**(1972,1974) e **WILLIAMS**(1979).

ii) **Formalismo Diferencial**, usa funções adjuntas, baseado na forma diferencial da resposta considerada, conforme proposto por **OBLÓW** (1976) e extensivamente desenvolvido por **CACUCI** (1980).

iii) **Formalismo GPT** (Teoria de perturbação generalizada), usa o princípio da conservação da função importância, adotado primeiro por **USACHEV** (1974) e então extensivamente usada por **GANDINI** (1967 - 1994), **ANDRADE LIMA & ALVIM** (1986 e 1987).

Cada um desses formalismos tem seu mérito próprio, mas é importante ressaltar que eles conduzem a expressões idênticas para o coeficiente de sensibilidade. A escolha de qualquer um destes métodos é pura questão de conveniência ou de precedentes históricos.

As aplicações da teoria de perturbação para o estudo de sensibilidade em problemas termohidráulicos, iniciaram com **OBLÓW** (1976), que, utilizando o formalismo diferencial (**OBLÓW**, 1978), realizou cálculos do coeficiente de sensibilidade para algumas respostas com relação a parâmetros termohidráulicos no núcleo de um reator térmico. Posteriormente, **CACUCI et alii** (1980a, 1980b) utilizaram o formalismo diferencial para problemas não lineares e mostraram também a equivalência entre o formalismo diferencial e variacional. Nesse trabalho foi também utilizada uma variação do formalismo diferencial, chamada de formalismo matricial, onde o método perturbativo é aplicado às equações já discretizadas.

Em trabalho mais recentes **SANDERS et alii** (1987, 1988) utilizaram o formalismo diferencial para cálculos de sensibilidade de funcionais lineares e não lineares com relação a vários parâmetros termohidráulicos no gerador de vapor de central nuclear PWR, em regime estacionário.

Paralelamente aos trabalhos de desenvolvimento do formalismo diferencial, **GANDINI** se dedicava à generalização da teoria de

perturbação e sugeria a sua aplicação à termohidráulica de reatores. **ANDRADE LIMA et alii** (1984,1985,1985a) realizaram as primeiras aplicações do formalismo GPT para análise de sensibilidade em problemas termohidráulicos em reatores nucleares, onde foi feita uma ampla revisão bibliográfica sobre o assunto.

Nestas aplicações os coeficientes de sensibilidade foram calculados usando-se os formalismos diferencial e GPT, demonstrando ainda a equivalência entre eles. Também se mostrou a viabilidade da aplicação de métodos perturbativos a problemas não lineares.

As referências bibliográficas sobre aplicação da teoria de perturbação no cálculo de sensibilidade de funcionais de interesse com relação a parâmetros termohidráulicos no gerador de vapor de reatores nucleares refrigerados a água leve, resumem-se até o presente momento ao cálculo de sensibilidade pelo formalismo diferencial, para problemas em regime estacionário, apresentado por **ANDRADE LIMA** (1988).

No presente trabalho será aplicada a teoria de perturbação em cálculo de sensibilidade de funcionais de interesse com relação aos parâmetros termohidráulicos, em um gerador de vapor de um reator nuclear tipo PWR, utilizando o modelo termohidráulico proposto por **SOUZA** (1981).

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO

3.1. Introdução

Na modelagem de fenômenos físicos, em reatores nucleares, a análise de sensibilidade de funcionais específicos em relação a parâmetros de interesse é de grande importância na compreensão do comportamento do sistema quando submetido a alterações de estado.

Trabalhos posteriores ao de **OBLow** (1978) proporcionaram o estudo de diversos funcionais, lineares e não lineares, importantes ao projeto e à segurança de reatores nucleares. Formalismos foram empregados com intuito de avaliar a capacidade de geração de resultados confiáveis e possíveis facilidades de aplicação, o que determinaria um certo privilégio de um ou outro método. Os resultados comprovaram a equivalência entre eles, neste trabalho ou em anteriores ficando a escolha de um deles por preferência do pesquisador.

No presente trabalho serão descritos os seguintes formalismos:

- i) Formalismo Diferencial;
- ii) Formalismo GPT ("Generalized Perturbation Theory ").

A seguir são apresentados os princípios básicos da teoria de perturbação e os procedimentos envolvidos na aplicação de cada um destes formalismos.

3.2. Teoria de Perturbação

Considere um sistema de k equações, em geral não-lineares, e acopladas

$$\begin{aligned} m_1(f_1(r, t), p) &= 0 \\ m_2(f_2(r, t), p) &= 0 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ m_k(f_k(r, t), p) &= 0 \end{aligned}$$

É possível escrever o sistema formalmente como:

$$\vec{m}[\vec{f}(\vec{r}, t), \vec{p}] = \begin{bmatrix} m_1(f_1(r, t), p) \\ m_2(f_2(r, t), p) \\ \cdot \\ \cdot \\ m_k(f_k(r, t), p) \end{bmatrix} = \vec{0} \quad (3-1)$$

onde \vec{m} inclui, em geral, operações com relação às variáveis do espaço de fase e/ou tempo. O vetor de estado, que descreve o comportamento de uma variável de estado do sistema,

$$\vec{f}(\vec{r}, t) = \left[f_1(\vec{r}, t), f_2(\vec{r}, t), \dots, f_k(\vec{r}, t) \right]^T \quad (3-2)$$

é uma função do vetor no espaço de fase

$$\vec{r} = [r_1, r_2, \dots, r_i]^T \quad (3-3)$$

e do tempo t , e as componentes m_k ($k=1,2,\dots,k$) são as funções não-lineares de \vec{f} e do vetor dos parâmetros de entrada.

$$\vec{p}(r, t) = [p_1(r, t), p_2(r, t), \dots, p_i(r, t)]^T \quad (3-4)$$

As condições de contorno do sistema (3-1) podem ser escritas formalmente como:

$$\vec{c}(\vec{f}(\vec{r}^s t), p) = 0 \quad (3-5)$$

e as condições iniciais escritas como sendo:

$$\vec{c}(\vec{f}(\vec{r}^i, 0), p) = 0 \quad (3-6)$$

onde \vec{r}^s denota um ponto da superfície do espaço de fase.

Para o propósito da análise de sensibilidade, a quantidade de interesse resultante da resolução do sistema de equações (3-1) é chamada de resposta do sistema, $R(\vec{f}(\vec{r}, t), \vec{p})$. Neste caso definimos esta resposta como:

$$R = \int_{t_0}^{t_1} \int_{\vec{r}} \vec{S}^+(\vec{r}, t) \vec{f}(r, t) dr dt = \langle\langle S^+(\vec{r}, t) \vec{f}(\vec{r}, t) \rangle\rangle \quad (3-7)$$

onde $\vec{S}^+(\vec{r}, t)$ é uma função conhecida do tempo e das coordenadas do espaço de fase. Onde $\langle \rangle$ representa a integração sobre todo o espaço de fase, e $\langle\langle \rangle\rangle$ representa a integração sobre todo o espaço de fase e sobre o tempo.

O problema geral em análise de sensibilidade é determinar a variação de R com respeito à variação de algum parâmetro p_i , do campo usado na equação (3-1).

A variação da resposta devida a uma perturbação é obtida derivando-se a resposta de interesse R em relação aos parâmetros p_i ($i=1,2,\dots,l$), cuja expressão obtida é:

$$\frac{\delta R}{\delta p_i} = \sum_{i=1}^l \frac{\partial}{\partial p_i} \langle\langle \bar{S}^*, f \rangle\rangle = \sum_{i=1}^l \langle\langle \frac{\partial \bar{S}^*}{\partial p_i} f + \bar{S}^* \frac{\partial f}{\partial p_i} \rangle\rangle$$

$$\delta R = \sum \delta p_i \langle\langle \left[\frac{\partial \bar{S}^*}{\partial p_i} f + \bar{S}^* \frac{\partial f}{\partial p_i} \right] \rangle\rangle$$

usando a nomenclatura abreviada

$$\bar{S}_{/i}^* = \frac{\partial \bar{S}^*}{\partial p_{/i}} \quad \text{e} \quad \bar{f}_{/i} = \frac{\partial f}{\partial p_{/i}}$$

obtém-se:

$$\delta R = \sum \delta p_i \left[\langle\langle S_{/i}^*, f \rangle\rangle + \langle\langle \bar{S}^*, \bar{f}_{/i} \rangle\rangle \right] \quad (3-8)$$

onde o primeiro termo da equação representa o “efeito direto”, ou seja, a dependência explícita de R em relação a p_i , e o segundo termo representa o “efeito indireto”, ou seja, a dependência de R em relação a p_i através de f .

Para se obter δR é necessário avaliar $\bar{f}_{/i}$. Expandindo-se a equação perturbada (aqui denotada através de símbolo “ ”)

$$\bar{m}'(\bar{f}', \bar{p}') \tag{3-9}$$

em torno de uma solução de referência \bar{f} até primeira ordem, obtém-se:

$$\delta\bar{m} = \bar{m}'(\bar{f}, \bar{p}') - \bar{m}(\bar{f}, \bar{p}') = \sum_{i=1}^k \delta p_i \left[\frac{\partial \bar{m}}{\partial p_i} + \bar{H} \frac{\partial \bar{f}}{\partial p_i} \right] \tag{3-10}$$

onde \bar{H} é um operador dado pela expressão:

$$\bar{H} = \frac{\partial \bar{m}}{\partial \bar{f}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \bar{m}_1}{\partial f_1} & \frac{\partial \bar{m}_1}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial \bar{m}_1}{\partial f_k} \\ \frac{\partial \bar{m}_2}{\partial f_1} & \frac{\partial \bar{m}_2}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial \bar{m}_2}{\partial f_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \bar{m}_k}{\partial f_1} & \frac{\partial \bar{m}_k}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial \bar{m}_k}{\partial f_k} \end{vmatrix}$$

e $\frac{\partial}{\partial f_i}$ denota uma derivada no sentido de FRECHET (FINLAYSON (1972),

SAGAN (1969), GANDINI (1994)).

Desde que na equação (3-10) os parâmetros p_i , e sua variação δp_i foram assumidos independentes entre si, tem-se:

$$\frac{\partial \bar{m}}{\partial p_i} + \bar{H} \frac{\partial \bar{f}}{\partial p_i} = \bar{0} \text{ ou } \bar{m}_{,i} + \bar{H} \bar{f}_{,i} = 0 \tag{3-11}$$

Definindo-se

$$\bar{S}(p_i) = - \frac{\partial \bar{m}}{\partial p_i} \tag{3-12}$$

tem-se

$$\bar{H}\vec{f}_i = \bar{S}(p_i) \quad (3-13)$$

A condição de contorno e inicial para equação (3-13) pode ser derivada, de forma análoga, a partir das equações (3.5) e (3-6), obtendo-se:

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \left[\bar{c}(\vec{f}(\vec{r}^s, t), p_i) \right] = 0 \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial p_i} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial f} \times \frac{\partial \vec{f}}{\partial p_i} = 0 \quad ; \quad (r = r^s) \quad (3-14)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \left[\bar{c}(f(r, 0), p_i) \right] \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial p_i} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial f} \times \frac{\partial \vec{f}}{\partial p_i} = 0 \quad ; \quad (t = 0)$$

Pode-se avaliar \vec{f}_{ii} nas equações (3-13) e (3-14) o qual substituído em (3-8) fornece a variação δR procurada.

Para cada parâmetro do sistema é definido o coeficiente de sensibilidade na seguinte forma

$$\frac{\partial R}{\partial p_i} = \langle\langle S_{/p_i}^+, \vec{f} \rangle\rangle + \langle\langle \bar{S}^+, \vec{f}_{/p_i} \rangle\rangle \quad (3-15)$$

A equação (3-13) é linear (\bar{H} depende de \vec{f} , não de \vec{f}_{ii}), já que a matriz dos coeficientes e o vetor dos termos independentes não são funções do vetor de estado derivado, mas dependentes do parâmetro em estudo.

Em vista disso, para cada parâmetro de interesse ao estudo de um determinado funcional, uma nova equação(3-14) deverá ser resolvida para determinar a expressão da equação (3-15). Ou seja, para um dado funcional ,i parâmetros a serem analisados implicarão em i equações derivadas a serem resolvidas. Então recorre-se ao seu sistema adjunto o qual, permanece linear, mas com a vantagem de independe de \mathbf{p}_i , como será visto a seguir.

3.3 Formalismo Diferencial

Com a finalidade de determinar o coeficiente de sensibilidade é definido o operador \vec{H}^* adjunto de \vec{H} , pela expressão:

$$\langle \vec{f}_{ii} H^* \vec{f}^* \rangle = \langle \vec{f}^* \vec{H} f_{ii} \rangle + CB_L(\vec{f}^*, f_{ii}) \quad (3-16)$$

onde:

\vec{f}^* é o vetor adjunto de \vec{f}_{ii} e

$CB_L(\vec{f}^*, \vec{f}_{ii})$ é o vetor concomitante bilinear de \vec{f}^*

\vec{f}_{ii} é avaliado no contorno do espaço de fase e no tempo.

Pode-se escrever o sistema adjunto ao sistema dado pelas equações (3-13) e (3-14), como:

$$H \vec{f}_{ii} = \vec{S}(i) \xrightarrow{\text{adjunto}} \vec{H}^* \vec{f}^* = \vec{S}^* \quad (3-17)$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial p_i} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{f}} \frac{\partial \bar{f}}{\partial p_i} = 0 \xrightarrow{\text{adjunto}} \bar{c}'(\bar{f}^*) = 0 \quad \text{em } (r = r')$$

(3-18)

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial p_i} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{f}} \frac{\partial \bar{f}}{\partial p_i} = 0 \xrightarrow{\text{adjunto}} \bar{c}'(\bar{f}^*) = 0 \quad \text{em } (t = 0)$$

onde a escolha conveniente das condições de contorno e iniciais, dadas pela equação (3-18), permite calcular

$CB_L(\bar{f}^*, \bar{f}_{ii})$ a partir de valores conhecidos de \bar{f}_{ii} avaliados no contorno do espaço de fase e do tempo.

Então a equação (3-16) pode ser reescrita como:

$$\langle \bar{f}_{ii} S^* \rangle = \langle \bar{f}^* \bar{S}(p_i) \rangle + CB_L(\bar{f}^*, \bar{f}_{ii}) \quad (3-19)$$

que substituída na equação (3-8) resulta em:

$$\delta R = \sum \delta p_i \left[\langle \bar{f}_{ii} S_{ii}^* \rangle + \langle \bar{f}^* \bar{S}(p_i) \rangle + CB_L(\bar{f}^*, \bar{f}_{ii}) \right] \quad (3-20)$$

A equação (3-20) permite avaliar δR a partir de uma solução de referência do sistema de equações (3-1) com condições dadas pelas equações (3-5) e de uma solução do sistema de equações lineares (3-17), com condições dadas pelas equações (3-18), independente de p_i . Ao contrário da expressão (3-8), cujo cálculo implica na solução da equação (3-13) para cada parâmetro p_i , a solução da equação (3-20) depende de \bar{f}^* , solução da equação (3-17), que independe de p_i .

3.4 Formalismo GPT

A diferença fundamental entre os formalismos diferencial e GPT, reside no fato de que este último não faz uso das propriedades das funções adjuntas, em particular da equação (3-16), porém utiliza exclusivamente o conceito de função importância e do princípio de conservação da mesma.

Conceitos básicos

i) Função Importância

Avalia a influência da variação de um parâmetro, quando inserido no espaço de fase de um sistema, no valor de um funcional

ii) Princípio da conservação da função importância

A contribuição de uma variável de estado para o valor de um funcional ou resposta, admitido linear com o campo de densidade da variável de estado, é conservado em todo o espaço de fase do sistema.

iii) Operador adjunto

Dada \vec{f} uma auto-função do operador \vec{H} e \vec{f}^* uma auto função do operador \vec{H}^* definiremos:

\vec{f}^* é uma função adjunta de \vec{f} e \vec{H}^* é um operador adjunto de \vec{H} se, e somente se:

$$\langle \vec{f}^*, \vec{H}\vec{f} \rangle = \langle \vec{f}, \vec{H}^*\vec{f}^* \rangle$$

iv) Operador adjunto estendido

É o operador que incorpora o concomitante bilinear ou seja $\hat{H}^* = \bar{H}^* + h(\bar{p}(\bar{r}))\delta(\bar{r} - \bar{r}^*)$ onde $\bar{h}(\bar{p}(\bar{r}))$ é obtido a partir de $CB_L(\bar{f}^*, \bar{f}_{/i})$

Do princípio da conservação da função importância (\hat{f}^*), é deduzida a seguinte relação:

$$\langle\langle \bar{f}_{/i} \hat{S}^* \rangle\rangle = \langle\langle \hat{f}^* \hat{S}(p_i) \rangle\rangle \quad (3-21)$$

Esta relação é conhecida como a relação de reciprocidade da fonte e foi introduzida por GANDINI (1987) nos seus estudos relativos à análise de sensibilidade.

O procedimento GPT pode ser resumido nas seguintes etapas:

- a) Aplica-se a regra da complementação das coordenadas;
- b) São adicionadas as condições de contorno e iniciais, através do uso apropriado da função delta, na equação que descreve o comportamento do fenômeno físico;
- c) A equação derivada resultante pode ser escrita da seguinte maneira:

$$[\hat{H}] \bar{f}_{/i} = \hat{S}(p_i) ; e \quad (3-22)$$

- d) O sistema adjunto, aqui mais propriamente denominado função importância, é escrito como

$$[\hat{H}^*] \hat{f}_{/i} = \hat{S}^+, \quad (3-23)$$

com condição de contorno:

$$\hat{c}^*(\hat{f}^*) = \bar{0} \quad (3-24)$$

Ao contrário do procedimento adotado no formalismo diferencial, as condições para a equação (3-23) foram admitidas homogêneas por consideração da definição da função importância. Em outras palavras, nenhuma variação de parâmetro terá mais influência sobre o valor de um funcional ou resposta quando esta ocorrer fora do espaço de fase de um sistema. Ou seja, no formalismo GPT, as condições ao contorno estão fixadas pela definição da função importância.

É verificado que a equação (3-21) pode ser reescrita como:

$$\langle\langle \vec{f}_i [\hat{H}] \hat{f}^* \rangle\rangle = \langle\langle \hat{f}^* [\hat{H}] \vec{f}_i \rangle\rangle, \quad (3-25)$$

que corresponde à equação (3-16) com o concomitante bilinear incorporado ao operador $[\hat{H}]$. É concluído que a função importância tem o mesmo significado para o GPT que a função adjunta tem para o formalismo diferencial, ou seja, o concomitante bilinear de (\vec{f}^*, \vec{f}_i) é anexado ao operador adjunto $[H^*]$ definido o operador adjunto modificado $[\hat{H}^*]$.

O operador \hat{H}^* é obtido a partir de \hat{H} , utilizando-se as regras de inversão dadas abaixo:

- Mudança do sinal das derivadas de ordem ímpar;
- Transposição dos elementos da matriz;
- Inversão na ordem do operador;
- Substituição do termo de fonte S por S^*

Por fim, o coeficiente de sensibilidade pode ser definido por:

$$\frac{\partial R}{\partial p} = \langle \hat{S}_i^* \bar{f} \rangle + \langle \hat{f} \cdot \hat{S}(p_i) \rangle \quad (3-26)$$

Da mesma forma que a equação (3-20), a equação (3-26) depende de \hat{f}^* , cuja solução independe de p_i .

CACUCI et alii (1980a) sugeriram o uso do operador adjunto estendido para incorporar as condições de contorno ao invés de utilizar o termo do concomitante bilinear, mas não fizeram uso deste artifício. Por outro lado, GANDINI(1987) sugeriu o uso de funções delta para incluir as condições de contorno na equação que descreve o problema, mas também não fez aplicação desta situação a problemas envolvendo termohidráulica de reatores nucleares. As primeiras aplicações utilizando a definição do operador adjunto estendido para a análise de sensibilidade em problemas termohidráulicos de reatores nucleares, foram realizadas por ANDRADE LIMA e DA SILVA(1984), ANDRADE LIMA et alii(1985) e DA SILVA e ANDRADE LIMA (1985).

3-5. Formalismos - Considerações

É interessante neste ponto, transcrever as observações de GOES (1995) relativas ao uso dos formalismos:

“A utilização dos formalismos, até então apresentados, de teoria de perturbação, consiste na linearização da resposta de um dado funcional quando submetido a variações nos parâmetros do sistema.

Do exposto, o coeficiente de sensibilidade assume o papel da declividade da reta neste processo de linearização, tendo como função descrever o comportamento direcional da resposta (informação qualitativa), fornecendo as

características de crescimento ou decrescimento em relação ao valor de referência do funcional, e definir a parcela de natureza angular de afastamento da resposta em relação ao valor não perturbado (informação quantitativa)

O procedimento adotado, no entanto, está sujeito a erros apreciáveis quando a função resposta apresenta regiões em que a declividade sofre alterações bruscas, como por exemplo: regiões de máximo ou mínimo, ou de inflexão; ou simplesmente, em regiões não bem comportadas”.

4 DESCRIÇÃO DO MODELO FÍSICO DO GERADOR DE VAPOR

4.1 O Gerador de Vapor com Tubos em U e Circulação Natural

O gerador de vapor é um dos sub-sistemas mais importantes na composição do circuito de refrigeração do primário de reator tipo PWR (Pressurized Water Reactor ou Reator a Água leve Pressurizada) . Ele realiza o acoplamento térmico entre os circuitos primário e secundário neste tipo de central nuclear. Geralmente utiliza-se gerador de vapor vertical com feixe de tubos na forma de U invertido, e circulação natural no secundário, constituído de uma seção de troca de calor, uma câmara superior, contendo separadores e secadores de vapor, uma seção de recirculação e um sistema de remoção de vapor com uma seqüência de válvulas de alívio e segurança, conforme figura 1.

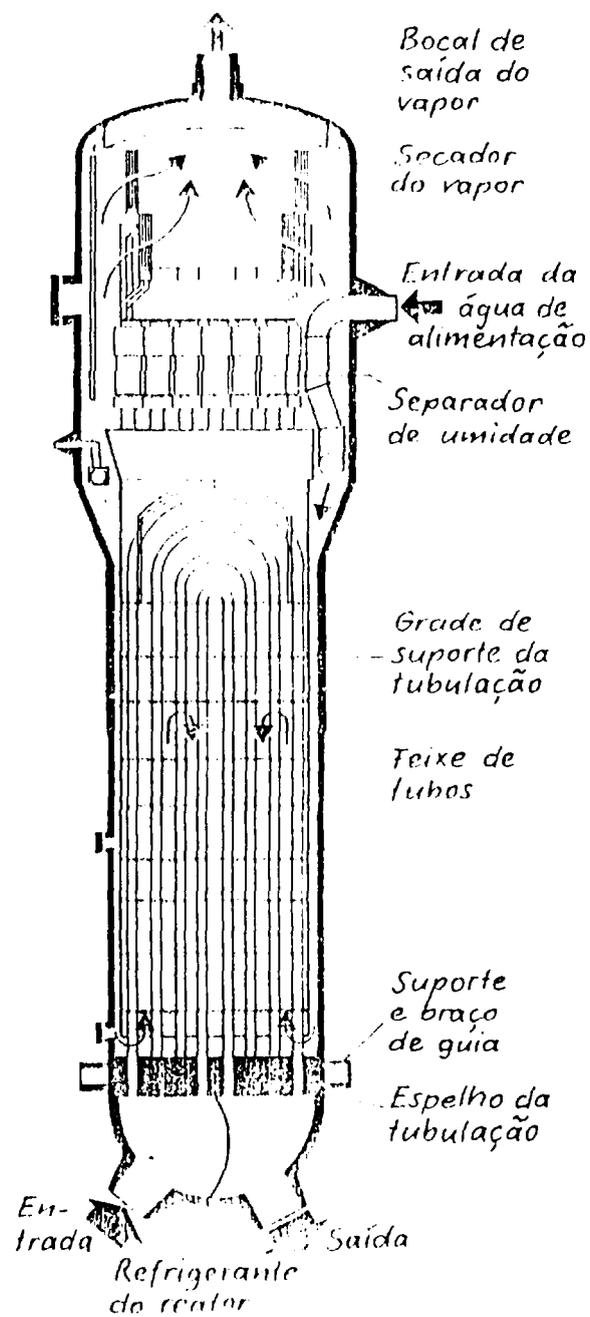


Figura 1. Gerador de Vapor Vertical com feixe em U invertido

4-1.1 O Lado Primário

O refrigerante proveniente do vaso do reator entra no gerador de vapor através dos bocais existentes em uma câmara hemisférica situada na parte inferior. A câmara é subdividida em duas metades. Uma das metades da câmara recebe o refrigerante que entra pelos bocais e o conduz ao feixe de tubos em "U", onde efetua a troca de calor com o refrigerante secundário, para em seguida ocupar a outra metade da câmara hemisférica, saindo pelos bocais, de onde é bombeada de volta ao vaso do reator.

4.1.2 O Lado Secundário

O refrigerante secundário forçado pela bomba de alimentação, entra subresfriado no gerador de vapor onde, mistura-se com a água de recirculação saturada e escoam para uma seção de troca de calor.

O vapor resultante saindo da seção da troca de calor passa por um conjunto de separadores de mistura, situados acima do feixe de tubos, onde a maior parte da água líquida que acompanha o vapor úmido é retirada. Secadores são também utilizados para aumentar o título de vapor. Para Angra-1, o título do vapor mínimo na saída atinge 99,75%.

A água retirada pelos separadores de mistura é conduzida para baixo por um canal anular, formado pela parede externa dos tubos e a parede interna do gerador de vapor, misturando-se com a água de alimentação, depois retornando para a seção de troca de calor.

O vapor ao sair da câmara superior do gerador de vapor, escoam para a turbina.

4.2 O Modelo

Modelos homogêneos podem ser utilizados para simular gerador de vapor com tubos em U e com circulação natural.

No presente trabalho, será usado o modelo homogêneo de gerador de vapor desenvolvido por SOUZA (1981). Este modelo foi empregado na análise de transitórios na central nuclear de Angra-1, apresentando bons resultados quando comparado com códigos mais sofisticados, como por exemplo, códigos da linha ALMOD. Para o estudo da análise de sensibilidade através de métodos perturbativos, em particular o método GPT, o interesse por este modelo reside na forma e no acoplamento das equações que o descrevem, bem como no tipo de condições de contorno e iniciais impostas no mesmo.

A figura 2 representa um esquema de tais geradores de vapor, juntamente com as válvulas e os principais componentes do circuito secundário. Destacando-se as fronteiras do modelo:

- a) Entrada e saída do refrigerante primário;
- b) Superfície de aquecimento;
- c) Entrada da água de alimentação;
- d) Sistema de remoção de vapor.

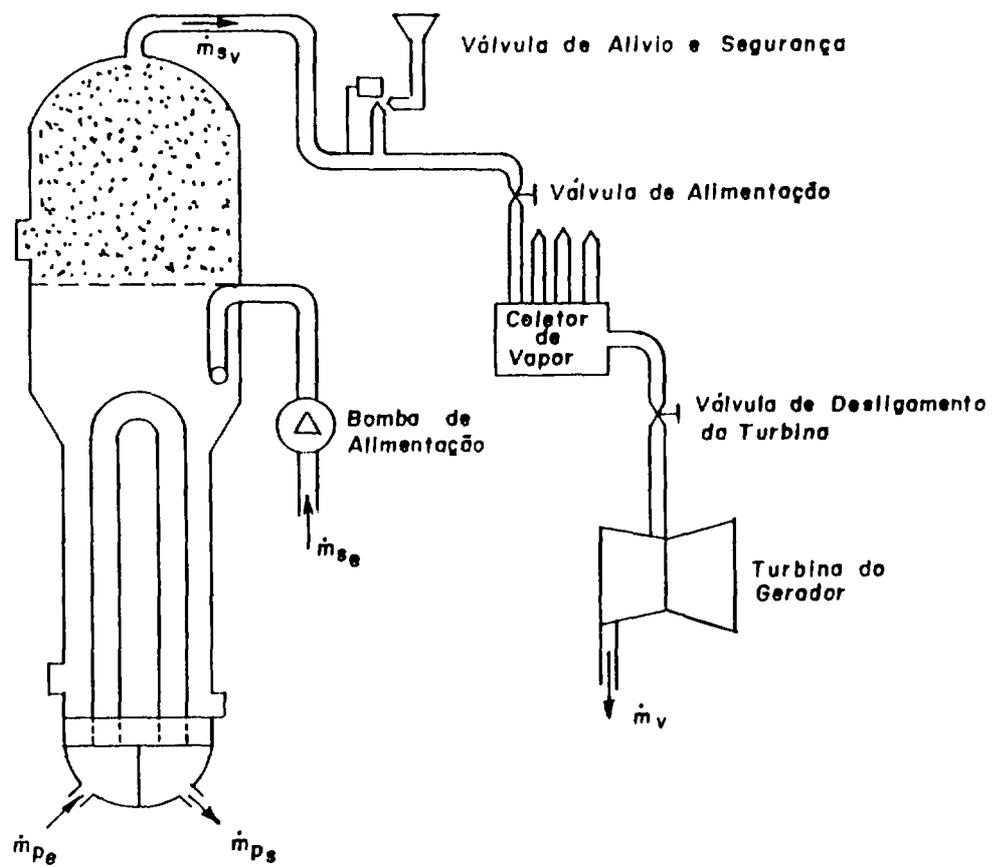


Figura 2. Gerador de vapor e sistema de remoção de vapor

4.2.1 Hipóteses Básicas

4.2.1.1 No Lado Primário

a) Desprezam-se os efeitos sônicos de propagação da onda de pressão ao longo do canal primário;

b) Volume específico e temperatura do fluido primário são funções conhecidas da entalpia e pressão do sistema;

c) A pressão do sistema primário é conhecida em função do tempo e é uniforme ao longo dos tubos. O cálculo das taxas de variação das propriedades desse fluido é feito utilizando-se apenas as equações de conservação de massa e energia;

d) O fluido primário é líquido comprimido;

e) Consideram-se os canais primários idênticos, e os cálculos são desenvolvidos para um único tubo médio equivalente; e

f) Considera-se escoamento unidimensional na direção axial. E a área da seção transversal de escoamento é constante.

4.2.1.2 No Lado Secundário

a) A água líquida e o vapor estão em equilíbrio térmico. Portanto, a temperatura da mistura permanece constante e é representada pela temperatura de saturação;

b) O lado secundário é simulado utilizando um modelo de volume homogêneo;

c) Os parâmetros médios representativos do modelo homogêneo são calculados a partir das equações de conservação integradas no volume , portanto só dependem do tempo; e

d) O volume específico é descrito por uma equação de estado, função da entalpia específica e da pressão de sistema.

4.2.1.3 Transferência de Calor do Primário para o Secundário

a) A transferência de calor do primário para o secundário é feita por condução através da parede do tubo;

b) A parede do tubo é considerada plana e é dividida em “N” seções axiais;

c) A transferência de calor do líquido primário para a parede do tubo é feita por convecção; e

d) A transferência de calor da parede do tubo para a mistura secundária se dá por ebulição nucleada.

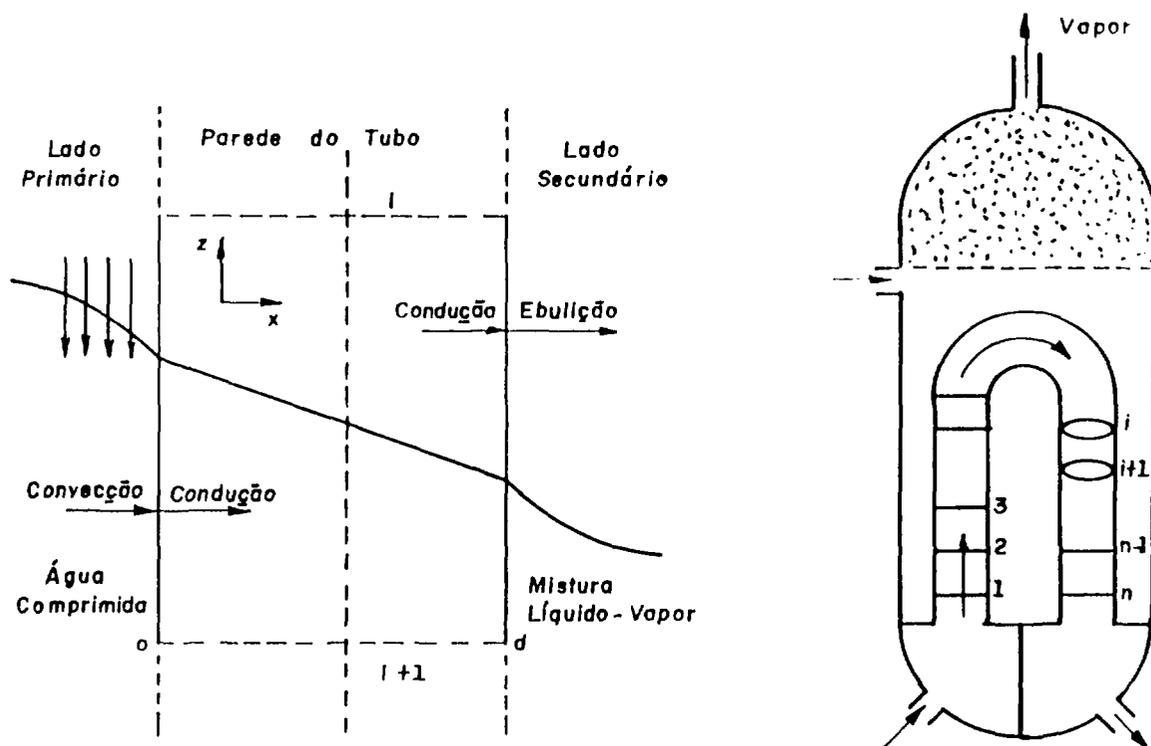


Figura 3. Esquema do sistema de troca de calor no gerador de vapor

4.3 Equações de Balanço

4.3.1 Lado Primário

4.3.1.1 Introdução

Dadas as curvas de pressão do primário em função do tempo determinadas pelo pressurizador como funções de entrada, usam-se as equações de conservação de massa e energia e uma equação de estado para obtenção de distribuição de entalpia específica, volume específico e temperatura ao longo dos tubos, em qualquer instante.

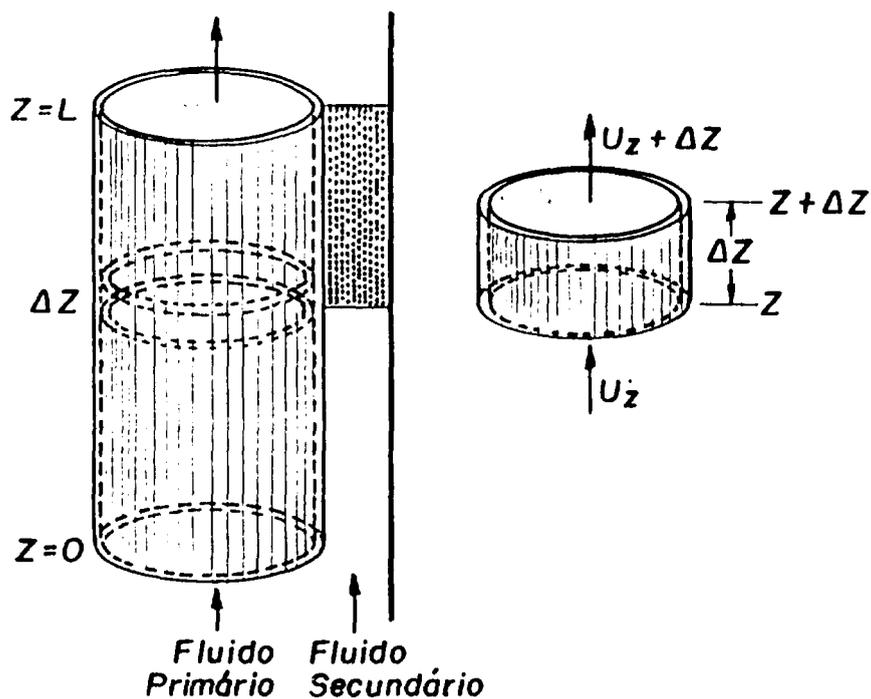


Figura 4. Tubo médio representativo e área de seção transversal de escoamento

4.3.1.2 Equação da Continuidade (Balanço de Massa)

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_1 u_1) = 0 \quad (4-1)$$

4.3.1.3 Equação de Energia

$$\rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \rho_1 u_1 \frac{\partial h_1}{\partial z} + \frac{P_A}{A_c} q_1' - \frac{d p_1}{dt} = 0 \quad (4-2)$$

4.3.1.4 Equação de Estado

$$\rho_1 = \rho_1(h_1, p_1) \quad (4-3)$$

4.3.1.5 Condições de Contorno e Iniciais

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(z, 0) = (u_1)^0, \quad u_1(0, t) = (u_1)_0 \\ \rho_1(z, 0) = (\rho_1)^0, \quad \rho_1(0, t) = (\rho_1) \cdot \\ h_1(z, 0) = (h_1)^0, \quad h_1(0, t) = (h_1)_0 \end{array} \right. \quad (4-4)$$

4.3.2 Equação de Condução de Calor na Parede

4.3.2.1 Introdução

Usa-se a equação de condução de calor ou lei de FOURIER, para calcular a distribuição de temperatura da superfície de aquecimento da parede plana.

4.3.2.2 Equação da Condução de Calor na parede

$$\rho c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (4-5)$$

4.3.2.3 Condições de Contorno e Iniciais

$$\theta(x, z, 0) = f(x, z) \quad (4-6)$$

$$\dot{q}_1 = H_1 [T_1 - \theta]_{x=0} = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (4-7)$$

$$\dot{q}_2 = H_2 [\theta - T_2]_{x=d} = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=d} \quad (4-8)$$

$$T_1 = f(h_1, P_1)$$

4.3.3 Lado Secundário

4.3.3.1 Introdução

Admite-se equilíbrio térmico entre líquido e vapor, e que, ao se adotar o modelo de volume homogêneo, os desvios das propriedades termodinâmicas são pequenos quando comparados com um modelo constituído de volumes separados de líquido e vapor. Usam-se equações de conservação de massa e energia integradas no volume (tornam-se independentes da posição) e uma equação de estado, função da entalpia específica e da pressão, para obtenção de equações que descrevem o comportamento da pressão, entalpia e temperatura da mistura homogênea.

4.3.3.2 Equação da Continuidade

$$\frac{dM_2}{dt} = -(\dot{m}_{2s} - \dot{m}_{2e}) \quad (4-9)$$

4.3.3.3 Equação da Energia

$$M_2 \frac{dh_2}{dt} = -h_2(\dot{m}_{2e} - \dot{m}_{2s}) + V_2 \frac{dp_2}{dt} + \dot{m}_{2e}h_{2e} - \dot{m}_{2s}h_{2s} + \dot{Q}_2 \quad (4-10)$$

4.3.3.4 Equação de Estado

$$V_2 = f_3(h_2, p_2) \quad (4-11)$$

Elimina-se o volume específico do secundário usando a equação

$$v_2 = V_2 / M_2 \Rightarrow M_2 f_3(h_2, p_2) - V_2 = 0$$

4.3.3.5 Condições de contorno e Iniciais

$$h_2(0) = (h_2)^0$$

$$M_2(0) = (M_2)^0 \quad (4-12)$$

$$P_2(0) = (P_2)^0$$

$$\dot{Q}_2 = \frac{A_T H_2}{L} \int_0^L [\theta_{x-d} - T_2] dz$$

4.3.4 Dependência Funcional

$\dot{m}_{2s} = f_4(p_2, v_2) \longrightarrow$ Fluxo mássico de saída de água de alimentação

$h_{2s} = h_{v_2} = f_5(p_2) \longrightarrow$ Entalpia específica do fluido secundário na saída

5. APLICAÇÃO DA TEORIA DE PERTURBAÇÃO ÀS EQUAÇÕES DO MODELO

5.1 Introdução

Este capítulo descreve a aplicação da teoria de perturbação às equações que descrevem o comportamento termohidráulico do gerador de vapor de reatores nucleares refrigerados a água leve. O sistema de equações das funções adjuntas e funções importância e a expressão do coeficiente de sensibilidade são obtidos através dos formalismos diferencial e GPT. Portanto, é possível confrontar as vantagens e desvantagens de um sobre o outro.

A discretização e o método de resolução do sistema de equações adjuntas e do coeficiente de sensibilidade são apresentados.

5.2 Aplicação do Formalismo Diferencial

A aplicação deste formalismo requer a obtenção de equações adjuntas baseadas na associação a cada equação de uma variável dependente do problema.

5.2.1 Obtenção das Equações Adjuntas

5.2.1.1 Equação da Continuidade no Lado Primário

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \rho_1 u_1 = 0 \quad (5-1)$$

A equação (5-1) derivada com relação a um parâmetro arbitrário $\alpha = (\rho_1)$ resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{1\alpha}) + \frac{\partial}{\partial z} (u_1 \rho_{1\alpha}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_1 u_{1\alpha}) = 0$$

Fazendo :

$$A_{12} = \rho_1; \quad A_{17} = 1; \quad A_{18} = u_1$$

Obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial z} [A_{12} \rho_{1\alpha}] + \frac{\partial}{\partial t} [A_{17} \rho_{1\alpha}] + \frac{\partial}{\partial z} [A_{18} \rho_{1\alpha}] = 0 \quad (5-2)$$

e com

$$S_{u_1} = - \frac{\partial}{\partial z} [A_{18} \rho_{1\alpha}] - \frac{\partial}{\partial t} [A_{17} \rho_{1\alpha}] \quad (5-3)$$

obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial z} [A_{12} u_{1/\alpha}] = S_{u_1}$$

cuja equação adjunta resulta em

$$-A_{12} \frac{\partial u_1}{\partial z} = S_{u_1} \quad (5-4)$$

5.2.1.2 Equação da Energia no lado primário

$$\rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \rho_1 u_1 \frac{\partial h_1}{\partial z} + \frac{P_A}{A_c} q_1'' - \frac{dp_1}{dt} = 0 \quad (5-5)$$

A equação (5-5) derivada em relação a um parâmetro arbitrário α resulta em:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial h_1}{\partial t} (\rho_{1/\alpha}) + \rho_1 \frac{\partial}{\partial t} (h_{1/\alpha}) + \rho_1 u_1 \frac{\partial}{\partial z} (h_{1/\alpha}) + u_1 \frac{\partial h_1}{\partial z} \frac{\partial \rho_1}{\partial \alpha} + \\ & + \rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial z} \frac{\partial u_1}{\partial \alpha} + \frac{P_A}{A_c} \left[H_1 \frac{\partial T_1}{\partial h_1} h_{1/\alpha} - H_1 \theta_{1/\alpha} \right]_{x=0} = 0 \end{aligned}$$

Fazendo:

$$A_{23} = \rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial z}; \quad A_{24} = \rho_1; \quad A_{25} = \rho_1 u_1; \quad A_{29} = \frac{\partial h_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial h_1}{\partial z};$$

$$A'_{10} = \frac{P_A}{A_c} \left(H_1 \frac{\partial T_1}{\partial h_1} \right); \quad A'_{00} = \frac{P_A}{A_c} H_1$$

obtem-se:

$$\begin{aligned}
 & A_{23}u_{1/\alpha} + A_{24} \frac{\partial}{\partial t} [h_{1/\alpha}] + A_{25} \frac{\partial}{\partial z} [h_{1/\alpha}] + A_{29}\rho_{1/\alpha} + \\
 & + A_{10}' h_{1/\alpha} - A_{00}' \theta / \alpha \Big|_{x=0} = 0
 \end{aligned} \tag{5-6}$$

e com:

$$S_{h_1} = -A_{29}\rho_{1/\alpha} - A_{23}u_{1/\alpha} - A_{00}' \theta / \alpha \Big|_{x=0} \tag{5-7}$$

obtem-se:

$$A_{24} \frac{\partial}{\partial t} h_{1/\alpha} + A_{25} \frac{\partial}{\partial z} h_{1/\alpha} - A_{10}' h_{1/\alpha} = S_{h_1} \tag{5-8}$$

logo a equação adjunta é:

$$-\frac{\partial}{\partial t} [A_{24} h_1'] - \frac{\partial}{\partial z} [A_{25} h_1'] - A_{10}' h_1' = S_{h_1}' \tag{5-9}$$

5.2.1.3 Equação de estado no lado primário

$$\rho_1 = \rho_1(h_1, p_1) \tag{5-10}$$

A equação (5-10) derivada em relação a um parâmetro arbitrário α resulta em:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} h_{1/\alpha} - \rho_{1/\alpha} = 0$$

Fazendo:

$$A_{36} = \frac{\partial \rho_1}{\partial h_1} \text{ e } A_{39} = 1$$

obtém-se:

$$A_{36} h_{1/\alpha} - A_{39} \rho_{1/\alpha} = 0 \quad (5-11)$$

e com:

$$S_{\rho_1} = -A_{36} h_{1/\alpha} \quad (5-12)$$

tem-se:

$$-A_{39} \rho_{1/\alpha} = S_{\rho_1}$$

cuja adjunta é:

$$A_{39} \rho_1^* = S_{\rho_1}^* \quad (5-13)$$

5.2.1.4 Equação de Condução de Calor na Parede:

$$\rho c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (5-14)$$

A equação (5-14) derivada em relação a um parâmetro arbitrário α resulta em

$$\rho c_p \frac{\partial}{\partial t} \theta_{/\alpha} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \theta_{/\alpha}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial \alpha} (\rho c_p) \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

usando as simplificações:

$$S_0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial \alpha} (\rho c_p) \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad \text{e} \quad B_1 = \rho c_p \quad (5-15)$$

obtem-se:

$$B_1 \frac{\partial}{\partial t} \theta_{/ \alpha} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\lambda \theta_{/ \alpha}) = S_0 \quad (5-16)$$

cuja a equação adjunta é:

$$-\frac{\partial}{\partial t} [B_1 \theta^*] - \lambda \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \theta^*}{\partial x} = S_0^* \quad (5-17)$$

5.2.1.5 Equação da Continuidade no Lado Secundário:

$$\frac{dM_2}{dt} = -(\dot{m}_{2s} - \dot{m}_{2e}) \quad (5-18)$$

A equação(5-18) derivada em relação a um parâmetro arbitrário α resulta em:

$$\frac{d}{dt} M_2 + \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial h_2} h_{2/\alpha} + \left(\frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial p_2} + \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} - \frac{\partial v_2}{\partial p_2} \right) p_{2/\alpha} = \dot{m}_{2e/\alpha}$$

Fazendo:

$$C_{21} = 1; \quad C_{24} = \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial h_2}; \quad C_{26} = \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial p_2} + \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial p_2};$$

obtem-se:

$$C_{21} \frac{d}{dt} (M_{2/\alpha}) = -C_{24} h_{2/\alpha} - C_{26} p_{2/\alpha} + \dot{m}_{2e/\alpha} \quad (5-19)$$

e com

$$S_{M_2} = \dot{m}_{2e/\alpha}, \quad (5-20)$$

obtém-se

$$C_{21} \frac{d}{dt}(M_{2/\alpha}) = -C_{24}h_{2/\alpha} - C_{26}p_{2/\alpha} + S_{M_2/\alpha} \quad (5-21)$$

cuja equação adjunta é:

$$-\frac{d}{dt}[C_{21}M_2^*] = S_{M_2}^* \quad (5-22)$$

5.2.1.6 Equação da Energia no Lado Secundário:

$$M_2 \frac{dh_2}{dt} = -h_2(\dot{m}_{2e} - \dot{m}_{2s}) + V_2 \frac{dp_2}{dt} + \dot{m}_{2e}h_{2e} - \dot{m}_{2s}h_{2s} + \dot{Q}_2 \quad (5-23)$$

Substituindo-se $\dot{Q}_2 = \frac{A_T H_2}{L} \int_0^L [\theta_{x-d} - T_2] dz$ na equação

(5-23) derivando-se em relação a um parâmetro arbitrário α resulta em

$$\begin{aligned} & M_{2/\alpha} \frac{dh_2}{dt} + M_2 \frac{d}{dt}(h_{2/\alpha}) + h_{2/\alpha} [(\dot{m}_{2e} - \dot{m}_{2s}) + (h_{2s} - h_2) \frac{\partial \dot{m}_{2e}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial h_2}] - V_2 \frac{d}{dt} p_{2/\alpha} - \\ & - \frac{A_T H_2}{L} \int_0^L [\theta_{/\alpha}]_{x-d} dz + p_{2/\alpha} \left[\dot{m}_{2s} \frac{\partial h_{2s}}{\partial p_2} + (h_{2s} - h_2) \left(\frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial p_2} - \frac{\partial \dot{m}_{2e}}{\partial p_2} \right) + A_T H_2 \frac{\partial T_2}{\partial p_2} \right] = \\ & -h_2 \frac{\partial \dot{m}_{2e}}{\partial \alpha} + \frac{\partial V_2}{\partial \alpha} \frac{dp_2}{dt} + \frac{\partial}{\partial \alpha} (\dot{m}_{2e} h_{2e}) \end{aligned}$$

fazendo

$$C_{12} = \frac{dh_2}{dt}; \quad C_{13} = M_2; \quad C_{14} = (\dot{m}_{2e} - \dot{m}_{2s}) + (h_{2s} - h_2) \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial h}; \quad C_{15} = V_2;$$

$$; C_{16} = \dot{m}_{2s} \frac{\partial h_{2s}}{\partial P_2} + (h_{2s} - h_2) \left(\frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial p_2} + \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial p_2} \right) + A_1 H_2 \frac{\partial T_2}{\partial p_2}; \quad C_{17} = \frac{A_1 H_2}{L};$$

Tem-se:

$$C_{13} \frac{d}{dt}(h_{2/\alpha}) + C_{14} h_{2/\alpha} = -h_2 \frac{\partial \dot{m}_{2e}}{\partial \alpha} + \frac{\partial V_2}{\partial \alpha} \frac{dp_2}{dt} + \frac{\partial}{\partial \alpha} (\dot{m}_{2s} h_{2e}) - \quad (5-24)$$

$$- C_{12} M_{2/\alpha} + C_{15} \frac{d}{dt}(p_{2/\alpha}) - C_{16} p_{2/\alpha} + C_{17} \int_0^l [\theta_{/\alpha}]_{x=d} dz$$

e com

$$S_{h_2} = -h_2 \frac{\partial \dot{m}_{2e}}{\partial \alpha} + \frac{\partial V_2}{\partial \alpha} \frac{dp_2}{dt} + \frac{\partial}{\partial \alpha} (\dot{m}_{2s} h_{2e}) \quad (5-25)$$

obtem-se

$$C_{13} \frac{d}{dt}(h_{2/\alpha}) + C_{14} h_{2/\alpha} = S_{h_2} - C_{12} M_{2/\alpha} \quad (5.26)$$

$$+ C_{15} \frac{d}{dt}(p_{2/\alpha}) - C_{16} p_{2/\alpha} + C_{17} \int_0^l [\theta_{/\alpha}]_{x=d} dz$$

cuja equação adjunta é:

$$-\frac{d}{dt}[C_{13} h_2^*] + C_{14} h_2^* = S_{h_2}^* \quad (5-27)$$

5.2.1.7 Equação de Estado no Lado Secundário:

$$v_2 = f(h_2, p_2) \quad (5-28)$$

$$V_2 = v_2 M_2 \quad (5-29)$$

A equação (5-29) derivada em relação ao parâmetro arbitrário α resulta em:

$$v_2 M_{2/\alpha} + M_2 \frac{\partial v_2}{\partial h_2} h_{2/\alpha} + M_2 \frac{\partial v_2}{\partial p_2} p_{2/\alpha} = V_{2/\alpha}$$

Fazendo:

$$C_{32} = v_2; \quad C_{34} = M_2 \frac{\partial v_2}{\partial h_2}; \quad C_{36} = M_2 \frac{\partial v_2}{\partial p_2};$$

obtem-se:

$$C_{36} p_{2/\alpha} = V_{2/\alpha} - C_{32} M_{2/\alpha} - C_{34} h_{2/\alpha} \quad (5-30)$$

$$S_{p_2} = V_{2/\alpha}$$

obtem-se

$$C_{36} p_{2/\alpha} = S_{p_2} - C_{32} M_{2/\alpha} - C_{34} h_{2/\alpha}; \quad (5-31)$$

cuja adjunta é:

$$C_{36} P_2' = S_{P_2}' \quad (5-32)$$

5.2.2 Determinação da Expressão do coeficiente de sensibilidade

Multiplicando-se a equação (5-2) por u_1^* e a equação (5-4) por $u_{1/\alpha}$, integrando as duas equações obtidas em z e t , subtraindo as equações obtidas membro a membro e simplificando obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & -\iint_{z \ 1} [A_{12} u_1^* u_{1/\alpha}] dz dt - \iint_{z \ 1} u_1^* \frac{\partial}{\partial z} [A_{18} \rho_{1/\alpha}] dz dt - \\
 & -\iint_{z \ 1} u_1^* \frac{\partial}{\partial t} [A_{17} \rho_{1/\alpha}] dz dt = \iint_{z \ 1} S_{u_1}^* u_{1/\alpha} dz dt
 \end{aligned} \tag{5-33}$$

Multiplicando-se a equação (5-6) por h_1^* e a equação (5-9) por $h_{1/\alpha}$, integrando-se as duas equações obtidas em z e t , e seguindo mesmo procedimento descrito acima obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & -\iint_{z \ 1} \frac{\partial}{\partial t} [A_{24} h_1^* h_{1/\alpha}] dz dt - \iint_{z \ 1} \frac{\partial}{\partial z} [A_{25} h_1^* h_{1/\alpha}] - \iint_{z \ 1} A_{23} h_1^* u_{1/\alpha} dz dt - \\
 & + \iint_{z \ 1} A_{00}^* h_1^* \theta_{1/\alpha} dz dt - \iint_{z \ 1} A_{29} h_1^* \rho_{1/\alpha} dz dt = \iint_{z \ 1} S_{h_1}^* h_{1/\alpha} dz dt
 \end{aligned} \tag{5-34}$$

Multiplicando-se a equação (5-11) por ρ_1^* e a equação (5-13) por $\rho_{1/\alpha}$, integrando as duas equações obtidas em z e t , e seguindo o mesmo procedimento descrito acima obtém-se;

$$\iint_{z \ 1} A_{38} \rho_1^* h_{1/\alpha} dz dt = \iint_{z \ 1} S_{\rho_1}^* \rho_{1/\alpha} dz dt \tag{5-35}$$

Multiplicando-se a equação (5-16) por θ^* e a equação (5-17) por $\theta_{/\alpha}$, integrando as duas equações obtidas em z, x e t , e seguindo o mesmo procedimento descrito acima obtém-se;

$$\begin{aligned} \int \int \int_{x \ z \ t} S_0^* \theta_{/\alpha} dz dx dt - \int \int \int_{x \ z \ t} S_{0/\alpha}^* \theta^* dz dx dt - \int \int [B_1 \theta^* \theta_{/\alpha}]_0^l dz dx - \\ - \int \int_{z \ t} \left[\lambda \theta_{/\alpha} \frac{\partial \theta^*}{\partial x} - \theta^* \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \theta_{/\alpha}) \right]_0^d dz dt \end{aligned} \quad (5-36)$$

Multiplicando-se a equação (5-21) por M_2^* e a equação (5-22) por $M_{2/\alpha}$, integrando as duas equações obtidas em t , e seguindo o mesmo procedimento descrito acima obtém-se;

$$\int_1^l S_{M_2}^* M_{2/\alpha} dt = \int_1^l M_2^* S_{M_2} dt - [C_{21} M_2^* M_{2/\alpha}]_0^l - \int_1^l C_{24} M_2^* h_{2/\alpha} dt - \int_1^l C_{28} M_2^* p_{2/\alpha} dt \quad (5-37)$$

Multiplicando-se a equação (5-26) por h_2^* e a equação (5-27) por $h_{2/\alpha}$, integrando as duas equações obtidas em t , e seguindo o mesmo procedimento descrito acima obtém-se:

$$\begin{aligned} \int_1^l S_{h_2}^* h_{2/\alpha} dt = \int_1^l h_2^* S_{h_2} dt - \int_1^l C_{12} M_{2/\alpha} h_2^* dt - [C_{13} h_2^* h_{2/\alpha}]_0^l + \\ + \int_1^l C_{15} h_2^* \frac{d}{dt} (p_{2/\alpha}) dt - \int_1^l C_{18} h_2^* p_{2/\alpha} dt + \int_1^l C_{17} h_2^* dt \int_0^l [\theta_{/\alpha}]_{x=d} dz \end{aligned} \quad (5-38)$$

Multiplicando-se a equação (5-31) por P_2^* e a equação (5-32) por $P_{2/\alpha}$, integrando as duas equações obtidas em t , subtraindo as equações obtidas membro a membro e simplificando onde for possível obtém-se;

$$-\int_1 C_{32} \dot{p}_2 M_{2/\alpha} dt - \int_1 C_{34} \dot{p}_2 h_{2/\alpha} dt = \int_1 \dot{S}_{p_2} p_{2/\alpha} dt - \int_1 \dot{p}_2 S_{p_2} dt \quad (5-39)$$

Finalmente, adicionando membro a membro as equações (5-33) a (5-39) e usando-se os símbolos $\langle \rangle$ como representação da integração no tempo t ; $\langle\langle \rangle\rangle$ representando a integração na coordenada z do espaço de fase e do tempo t , e $\langle\langle\langle \rangle\rangle\rangle$ representando a integração nas coordenadas z e x do espaço de fase e do tempo t obtém-se:

$$\begin{aligned} &\langle\langle [S'_1 + A_{22} \dot{h}_1] u_{V_{1\alpha}} \rangle\rangle + \langle\langle [S'_1 - A_{33} \dot{h}_1 - H \frac{\partial T_1}{\partial h_1} \theta']_{x=0} h_{V_{1\alpha}} \rangle\rangle + \langle\langle [S'_n + A_{22} \dot{h}_1 - A_{17} \frac{\partial \dot{h}_1}{\partial t} - \\ & - A_{18} \frac{\partial \dot{h}_1}{\partial z}]_{V_{1\alpha}} \rangle\rangle + \langle\langle\langle [S'_0 - (A'_{10}) \dot{h}_1 \delta(x) - C_{17} \dot{h}_1 \delta(x-d)]_0 / \alpha \rangle\rangle\rangle \\ & + \langle [S'_{12} + C_{24} M_2 + C_{34} \dot{p}_2]_{h_{2/\alpha}} \rangle + \langle [S'_{12} + C_{12} \dot{h}_2 + C_{32} \dot{p}_2]_{M_{2/\alpha}} \rangle \end{aligned} \quad (5-40)$$

$$\begin{aligned} & + \langle [S'_{p_2} + C_{16} \dot{h}_2 + C_{26} M_2 + \frac{d}{\alpha} (C_{15} \dot{h}_2) - H_2 \frac{\partial T_s}{\partial p_2} \int_0^d \theta'_{x=d} dx]_{p_{2/\alpha}} \rangle \\ & \langle\langle\langle S'_0 \rangle\rangle\rangle + \langle S'_2 \dot{h}_2 \rangle + \langle S'_{p_2} \dot{p}_2 \rangle + \langle S'_4 M_2 \rangle + \langle [A_{17} \dot{h}_1]_{V_{1\alpha}} + \\ & A_{21} \dot{h}_1]_{V_{1\alpha}, t=0} \rangle + \langle [A_{18} \dot{h}_1]_{V_{1\alpha}} + A_{22} \dot{h}_1]_{V_{1\alpha}} + A_{12} \dot{h}_1]_{V_{1\alpha}, t=0} \rangle + \langle\langle\langle B \theta'_{1\alpha}]_{t=0} \rangle\rangle - \\ & - \langle\langle\langle [\theta' \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial X}]_0^d \rangle\rangle\rangle + [C_{13} \dot{h}_2 h_{2/\alpha}]_{t=0} + [C_{21} M_2 M_{2/\alpha} - C_{15} \dot{h}_2 P_{2/\alpha}]_{t=0} \end{aligned}$$

onde as condições iniciais e de contorno impostas são:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 u_1^*(z, t_1) = 0; \quad u_1^*(L, t_1) = 0 \\
 h_1^*(z, t_1) = 0; \quad h_1^*(L, t_1) = 0 \\
 h_2^*(t_1) = 0; \quad M_2^*(t_1) = 0 \\
 \theta^*(x, z, t_1) = 0; \quad -\left[\lambda \frac{\partial \theta^*}{\partial x} \right]_{x=0} = H_1 \theta_{x=0}^*; \quad -\left[\lambda \frac{\partial \theta^*}{\partial x} \right]_{x=d} = H_2 \theta_{x=d}^*
 \end{array} \right. \quad (5-41)$$

Para a finalidade de análise de sensibilidade a quantidade de interesse resultante da resolução das equações (5-1), (5-2), (5-3), (5-5), (5-6), (5-9), (5-10) e (5-11) é chamada de resposta do sistema e, neste caso define-se esta resposta como:

$$\begin{aligned}
 R = & \langle \langle S_{u_1}^* u_1 \rangle \rangle + \langle \langle S_{h_1}^* h_1 \rangle \rangle + \langle \langle S_{\rho_1}^* \rho_1 \rangle \rangle + \langle \langle \langle S_{\theta}^* \theta \rangle \rangle \rangle + \\
 & + \langle S_{h_2}^* h_2 \rangle + \langle S_{M_2}^* M_2 \rangle + \langle S_{p_2}^* p_2 \rangle
 \end{aligned} \quad (5-42)$$

onde: $S_{u_1}^*$, $S_{h_1}^*$, $S_{\rho_1}^*$, S_{θ}^* , $S_{h_2}^*$, $S_{M_2}^*$, $S_{p_2}^*$ são funções conhecidas

O problema geral em análise de sensibilidade é determinar a taxa de variação de R com respeito à variação de algum elemento α do campo usado nas equações do modelo.

Diferenciando (5-42) com respeito a α , determina-se a taxa da variação da resposta R, cuja expressão obtida é

$$\begin{aligned}
\frac{dR}{d\alpha} = & \left[\left\langle \left\langle \frac{\partial S_{u_1}^+}{\partial \alpha} u_1 \right\rangle \right\rangle + \left\langle \left\langle \frac{\partial S_{h_1}^+}{\partial \alpha} h_1 \right\rangle \right\rangle + \left\langle \left\langle \frac{\partial S_{\rho_1}^+}{\partial \alpha} \rho_1 \right\rangle \right\rangle + \right. \\
& \left. + \left\langle \left\langle \left\langle \frac{\partial S_0^+}{\partial \alpha} \theta \right\rangle \right\rangle \right\rangle + \left\langle \frac{\partial S_{h_2}^+}{\partial \alpha} h_2 \right\rangle + \left\langle \frac{\partial S_{M_2}^+}{\partial \alpha} M_2 \right\rangle + \left\langle \frac{\partial S_{P_2}^+}{\partial \alpha} p_2 \right\rangle \right] + \\
& \left. + \left[\left\langle \left\langle S_{u_1}^+ u_{1/\alpha} \right\rangle \right\rangle + \left\langle \left\langle S_{h_1}^+ h_{1/\alpha} \right\rangle \right\rangle + \left\langle \left\langle S_{\rho_1}^+ \rho_{1/\alpha} \right\rangle \right\rangle + \left\langle \left\langle \left\langle S_0^+ \theta_{/\alpha} \right\rangle \right\rangle \right\rangle + \right. \\
& \left. + \left\langle S_{h_2}^+ h_{2/\alpha} \right\rangle + \left\langle S_{M_2}^+ M_{2/\alpha} \right\rangle + \left\langle S_{P_2}^+ p_{2/\alpha} \right\rangle \right]
\end{aligned} \tag{5-43}$$

Onde os termos $\left\langle \frac{\partial S(f)^+}{\partial \alpha} f \right\rangle$ que estão no primeiro colchete representam o “efeito direto”, ou seja, a dependência explícita de R em relação a α , e os termos $\left\langle S_f^+ \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right\rangle$ do segundo colchete representam o “efeito indireto”, ou seja, a dependência de R em relação a α através de f .

Comparando-se (5-43) e (5-40) obtém-se:

$$S_{u_1}^+ = S_{u_1}^* + A_{23} h_1^* \tag{5-44}$$

$$S_{h_1}^+ = S_{h_1}^* - A_{36} \rho_1^* - H_1 \frac{\partial T_1}{\partial h_1} [0^*]_{x=0} \tag{5-45}$$

$$S_{\rho_1}^+ = S_{\rho_1}^* + A_{29} h_1^* - A_{17} \frac{\partial u_1^*}{\partial t} - A_{18} \frac{\partial u_1^*}{\partial z} \tag{5-46}$$

$$S_0^+ = S_0^* - \left[(A_{00}^*) h_1^* \right] \delta(x) - C_{17} h_2^* \delta(x-d) \tag{5-47}$$

$$S_{h_2}^+ = S_{h_2}^* + C_{24} M_2^* + C_{34} p_2^* \tag{5-48}$$

$$S_{M_2}^+ = S_{M_2}^* + C_{12} h_2^* + C_{32} p_2^* \tag{5-49}$$

$$S_{p_2}^+ = S_{p_2}^{\cdot} + C_{16}h_2^{\cdot} + C_{26}M_2^{\cdot} + \frac{d}{dt}(C_{15}h_2^{\cdot}) - H_2 \frac{\partial T_a}{\partial p_2} \int_0^t \theta_{x-d}^{\cdot} dz \quad (5-50)$$

Substituindo as equações (5-44) a (5-50) em (5-41), obtém-se (3-19) e este resultado encontrado é substituído na equação (5-43) obtendo-se a expressão do coeficiente de sensibilidade dado por (3-20)

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\alpha} = & \{ \ll \frac{\partial S_{u_1}^+}{\partial \alpha} u_1 \gg + \ll \frac{\partial S_{h_1}^+}{\partial \alpha} h_1 \gg + \ll \frac{\partial S_{p_1}^+}{\partial \alpha} p_1 \gg + \ll \ll \frac{\partial S_{\theta}^+}{\partial \alpha} \theta \gg \gg + \\ & + \ll \frac{\partial S_{h_2}^+}{\partial \alpha} h_2 \gg + \ll \frac{\partial S_{M_2}^+}{\partial \alpha} M_2 \gg + \ll \frac{\partial S_{p_2}^+}{\partial \alpha} p_2 \gg + \ll \ll S_0 \theta^{\cdot} \gg \gg \gg + \\ & + \ll S_{h_2} h_2^{\cdot} \gg + \ll S_{p_2} p_2^{\cdot} \gg + CB_{L_1} + CB_{L_w} + CB_{L_2} \end{aligned} \quad (5-51)$$

onde:

$$CB_{L_1} = \ll [A_{17} u_1^{\cdot} \rho_{V\alpha} + A_{24} h_1^{\cdot} h_{V\alpha}]_{t=0} \gg + \ll [A_{18} u_1^{\cdot} \rho_{V\alpha} + A_{25} h_1^{\cdot} h_{V\alpha} + A_{12} u_1^{\cdot} u_{V\alpha}]_{z=0} \gg \quad (5-52)$$

$$CB_{L_w} = \ll [B_1 \theta^{\cdot} \theta_{,\alpha}]_{t=0} \gg - \ll [\theta^{\cdot} \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial X}]_0^d \gg \quad (5-53)$$

$$CB_{L_2} = [C_{13} h_2^{\cdot} h_{2/\alpha} + C_{21} M_2^{\cdot} M_{2/\alpha} - C_{15} h_2^{\cdot} p_{2/\alpha}]_{t=0} \quad (5-54)$$

Como os valores dos termos de fonte $S_{u_1}^+, S_{h_1}^+, S_{p_1}^+, S_{\theta}^+, S_{h_2}^+, S_{M_2}^+, S_{p_2}^+$, para cada caso aqui estudado ou é nulo ou depende das coordenadas temporal e/ou axial (z,t) suas derivadas em relação ao parâmetro arbitrário α , $\frac{\partial S^+}{\partial \alpha}$, são todas nulas.

Utilizando-se a definição (3-12), obtém-se:

$$S_{u_1} = 0, S_{h_1} = 0, S_{p_1} = 0 \quad \text{para o primário}$$

$$S_{\theta} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \quad \text{na parede dos tubos, e}$$

$$S_{h_2} = -h_2 \dot{m}_{2\theta/\alpha} + V_{2/\alpha} \frac{\partial P_2}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial \alpha} (\dot{m}_{2\theta} h_{2\theta}),$$

$$S_{M_2} = \dot{m}_{2s/\alpha}, \quad \text{para o secundário}$$

$$S_{P_2} = V_{2/\alpha} \dots$$

Substituindo-se estes valores juntamente com as expressões (5-52), (5-53) e (5-54) na expressão (5-42), obtém-se uma expressão geral para o coeficiente de sensibilidade dada abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\alpha} = & \lll \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \theta^{\cdot} \ggg + \langle (\dot{m}_{2s/\alpha}) M_2^{\cdot} \rangle + \langle (V_{2/\alpha}) p_2^{\cdot} \rangle + \\ & \langle (-h_2 \dot{m}_{2\theta/\alpha} + V_{2/\alpha} \frac{\partial P_2}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial \alpha} (\dot{m}_{2\theta} h_{2\theta})) h_2^{\cdot} \rangle + \iint_{x_1} [\theta^{\cdot} \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial X}]_0^d \\ & + \int [A_{17} u_1^{\cdot} p_{1/\alpha} + A_{24} h_1^{\cdot} h_{1/\alpha}]_{1-0} dz + \iint_{x,z} [B_1 \theta^{\cdot} \theta_{/\alpha}]_{1-0} dx dz + \quad (5-55) \\ & + \int [A_{18} u_1^{\cdot} p_{1/\alpha} + A_{25} h_1^{\cdot} h_{1/\alpha} + A_{12} u_1^{\cdot} u_{1/\alpha}]_{z-0} dt \\ & + [C_{13} h_2^{\cdot} h_{2/\alpha} + C_{21} M_2^{\cdot} M_{2/\alpha} - C_{15} h_2^{\cdot} p_{2/\alpha}]_{1-0} \end{aligned}$$

5.2.3 Equações Adjuntas

Substituindo as equações de (5-45) a (5-51) nas equações (5-4), (5-9), (5-13), (5-17), (5-22), (5-27) e (5-32) obtém-se as equações indicadas nos itens a seguir.

5.2.3.1 Lado Primário

$$\left\{ \begin{array}{l} -A_{12} \frac{\partial u_1^*}{\partial z} + A_{23} h_1^* = S_{u_1}^* \\ -\frac{\partial}{\partial t} [A_{24} h_1^*] - \frac{\partial}{\partial z} [A_{25} h_1^*] - A_{10} h_1^* - A_{36} \rho_1^* - H_1 \frac{\partial T_1}{\partial h_1} \theta_{x=0}^* = S_{h_1}^* \\ -A_{39} \rho_1^* + A_{29} h_1^* - A_{17} \frac{\partial u_1^*}{\partial t} - A_{18} \frac{\partial u_1^*}{\partial z} = S_{\rho_1}^* \\ u_1^*(L, t) = 0 \quad u_1^*(z, t_1) = 0; \quad h_1^*(L, t) = 0 \quad h_1^*(z, t_1) = 0 \end{array} \right. \quad (5-56)$$

5.2.3.2 Na parede:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial}{\partial t} (B_1 \theta^*) - \lambda \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^2} - [A_{00} h_1^*] \delta(x) - C_{17} h_2^* \delta(x-d) = S_{\theta}^* \\ \theta^*(x, z, t_1) = 0 \\ -\left[\lambda \frac{\partial \theta^*}{\partial x} \right]_{x=0} = H_1 [\theta^*]_{x=0}; \quad -\left[\lambda \frac{\partial \theta^*}{\partial x} \right]_{x=d} = H_2 [\theta^*]_{x=d} \end{array} \right. \quad (5-57)$$

5.2.3.3 Lado Secundário:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 -\frac{d}{dt}(C_{13}h_2^*) + C_{14}h_2^* + C_{24}M_2^* + C_{34}p_2^* = S_{h_2}^* \\
 -\frac{d}{dt}[C_{21}M_2^*] + C_{12}h_2^* + C_{32}p_2^* = S_{M_2}^* \\
 C_{36}p_2^* + C_{16}h_2^* + C_{26}M_2^* + \frac{d}{dt}(C_{15}h_2^*) - H_2 \frac{\partial T_s}{\partial P_2} \int_0^t \theta^*_{x-d} dz = S_{p_2}^* \\
 h_2^*(t_1) = 0; \quad M_2^*(t_1) = 0
 \end{array} \right. \quad (5-58)$$

5.3 Aplicação do Formalismo GPT

5.3.1 Aplicação da Regra da Complementação da Dependência de Coordenadas

Quando uma ou mais componentes do campo vetorial \vec{f} não depende de uma ou mais coordenadas do espaço de fase-tempo é necessário realizar o processo de complementação de coordenadas. Consistentemente com o ponto de vista de tratar \vec{f} como funções de (pseudo) densidade, e sem alteração das especificações do problema e dos resultados, as variáveis podem ser interpretadas como quantidades médias e são então substituídas por um operador médio adequado aplicado à correspondente variável estendida. Estas variáveis estendidas são admitidas como sendo dependentes também destas coordenadas, e portanto, as variáveis originais em relação a estas últimas sejam de interesse. Nenhuma outra especificação para estas variáveis é requerida. Esta regra é referenciada como "complementação da dependência de coordenadas", e é necessária para que as operações de reversão na obtenção do operador que governa a função importância possa ser feita corretamente GANDINI (1987).

Na forma do modelo presentemente adotado identifica-se que o espaço de fase-tempo é (x,z,t) . Deste modo, deve-se complementar a dependência de

coordenadas para $u_1(z,t)$, $h_1(z,t)$, $\rho_1(z,t)$, $h_2(t)$, $M_2(t)$ e $P_2(t)$ através das variáveis estendidas

$\tilde{u}_1(x,z,t)$, $\tilde{h}_1(x,z,t)$, $\tilde{\rho}_1(x,z,t)$, $\tilde{h}_2(x,z,t)$, $\tilde{M}_2(x,z,t)$ e $\tilde{P}_2(x,z,t)$ respectivamente através do uso dos operadores médio a seguir definidos.

$\frac{\langle \cdot \rangle}{A}$ (neste caso na forma $\frac{2\pi \int (\cdot) dx}{2\pi \int dx}$), que resulta em:

$$u_1(z,t) \rightarrow \frac{1}{A} \langle \cdot \rangle \tilde{u}_1(x,z,t)$$

$$h_1(z,t) \rightarrow \frac{1}{A} \langle \cdot \rangle \tilde{h}_1(x,z,t) \quad (5-59)$$

$$\rho_1(z,t) \rightarrow \frac{1}{A} \langle \cdot \rangle \tilde{\rho}_1(x,z,t)$$

e para que $h_2(t)$, $M_2(t)$, $P_2(t)$ resultem dependentes de x e z , usa-se o operador

médio na seguinte forma $\frac{\langle \cdot \rangle_{x,z}}{V} = \frac{2\pi \iint (\cdot) dx dz}{2\pi \iint dx dz}$ que resulta em

$$h_2(t) = \frac{1}{V} \langle \cdot \rangle \tilde{h}_2(x,z,t)$$

$$M_2(t) \rightarrow \frac{1}{V} \langle \cdot \rangle \tilde{M}_2(x,z,t) \quad (5-60)$$

$$P_2(t) \rightarrow \frac{1}{V} \langle \cdot \rangle \tilde{P}_2(x,z,t)$$

A notação da dependência das coordenadas nas variáveis estendidas será omitida daqui em diante sem que haja possibilidade de confusão.

5.3.2 Obtenção do Sistema de Equações Não Lineares

$$m(f, \alpha) = 0$$

5.3.2.1 Equação da Continuidade no Primário:

As condições de contorno e inicial dados em (4-4) somadas convenientemente à equação (4-1) resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} + u_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial z} + \rho_1(z, t)\delta(t) - (\rho_1)^0 \delta(t) + \rho_1 u_1(z, t)\delta(z) - \\ - \rho_1(u_1)^0 \delta(z) + u_1 \rho_1(z, t)\delta(z) - u_1(\rho_1)_0 \delta(z) = 0 \end{aligned} \quad (5-61)$$

Observa-se neste caso que as condições de contorno e inicial sobre u_1 e ρ_1 foram adicionadas, já que este é o caso mais geral, ou seja, aparecem derivadas de duas variáveis com respeito as coordenadas diferentes. Portanto todas as condições de limites requeridas na solução devem ser adicionadas.

Introduzindo os operadores estendidos, definidos em (5-59), a equação(5-61) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\rho}_1}{\partial t} + \tilde{\rho}_1 \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial z} + \tilde{u}_1 \frac{\partial \tilde{\rho}_1}{\partial z} + \tilde{\rho}_1 \delta(t) - (\rho_1)^0 \delta(t) + \tilde{\rho}_1 \tilde{u}_1 \delta(z) - \tilde{\rho}_1 (u_1)^0 \delta(t) + \\ + \tilde{u}_1 \tilde{\rho}_1 \delta(z) - \tilde{u}_1 (\rho_1)_0 \delta(z) = 0 \end{aligned} \quad (5-62)$$

5.3.2.2 Equação da Energia no Primário:

As condições de contorno e inicial dadas em (4-4) somadas convenientemente na forma de funções delta na equação (4-3) resulta em:

$$\begin{aligned} & \rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \rho_1 u_1 \frac{\partial h_1}{\partial z} - \frac{P_A}{A_c} q_1'' - \frac{dp_1}{dt} + \rho_1 h_1(z, 0) \delta(t) - \rho_1 (h_1)^0 \delta(t) + \\ & + \rho_1 u_1 h_1(0, t) \delta(z) - \rho_1 u_1 (h_1)^0 \delta(z) = 0 \end{aligned} \quad (5-63)$$

Observa-se que somente as condições limites sobre h_1 foram adicionadas. Pois, somente derivadas deste funcional com respeito a coordenada diferentes existem na equação.

Introduzindo-se os operadores estendidos, definidos em (5-59), a equação(5-63) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} & \tilde{\rho}_1 \frac{\partial \tilde{h}_1}{\partial t} + \tilde{\rho}_1 \tilde{u}_1 \frac{\partial \tilde{h}_1}{\partial z} - \frac{P_A}{A_c} [H_1 \theta - H_1 \tilde{T}_1] \delta(x) - \frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial t} + \tilde{\rho}_1 \tilde{h}_1 \delta(t) - \tilde{\rho}_1 (h_1)^0 \delta(t) + \\ & + \tilde{\rho}_1 \tilde{u}_1 \tilde{h}_1 \delta(z) - \tilde{\rho}_1 \tilde{u}_1 (h_1)^0 \delta(z) - \frac{P_A}{A_c} H_1 \tilde{T}_1 \tilde{h}_1 \delta(z) + \frac{P_A}{A_c} H_1 \tilde{T}_1 (h_1)^0 \delta(z) = 0 \end{aligned} \quad (5-64)$$

5.3.2.3 Equação de Estado no Primário

Introduzindo os operadores estendidos, definidos em (5-60) a equação (4-3) é escrita na seguinte forma:

$$f_1(h_1, p_1) - \tilde{p}_1 = 0 \quad (5-65)$$

5.3.2.4 Equação da Condução de Calor na Parede

$$\rho C_p \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} + \rho C_p \theta \delta(t) - \rho C_p f(x, z) \delta(t) - \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} \delta(x) -$$

$$-H_1(T_1 - \theta_{x=0}) \delta(x) - \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=d} \delta(x-d) - H_2(\theta_{x=d} - T_s) \delta(x-d) = 0$$
(5-66)

Foram introduzidos todas as condições limites requeridas na solução do problema, observando-se que se tem mais de uma derivada da mesma variável com respeito a diferentes coordenadas.

Introduzindo-se os operadores estendidos em (5-59) e (5-60) a equação (5-66) pode ser reescrita como:

$$\rho C_p \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} + \rho C_p \theta \delta(t) - \rho C_p f(x, z) \delta(t) - [\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} -$$

$$H_1 \theta_{x=0}] \delta(x) - H_1 \tilde{T}_1 \delta(x) - [\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=d} - H_2 \theta] \delta(x-d) - H_2 \tilde{T}_2 \delta(x-d) = 0$$
(5-67)

5.3.2.5 Equação da Continuidade no Secundário

As condições de contorno e inicial dada por (4-12) somadas convenientemente na forma de funções delta a equação (4-10) resultam em:

$$-M_2 \frac{dh_2}{dt} - h_2 [\dot{m}_{2e} - \dot{m}_{2s}] + V_2 \frac{dp_2}{dt} + \dot{m}_{2e} h_{2e} - \dot{m}_{2s} h_{2s} + \dot{Q}_2 -$$

$$-M_2 h_2(t) \delta(t) + M_2 (h_2)^0 \delta(z) - V_2 p_2(t) \delta(t) + V_2 (p_2)^0 \delta(t) = 0$$
(5-68)

As condições limites sobre h_2 e P_2 serão adicionadas, já que se tratam de derivadas de duas variáveis com respeito à mesma coordenada.

A taxa de transferência de calor da parede para o fluido secundário é dado por:

$$\dot{Q}_2 = \frac{A_T H_2}{L} \left[\int_0^L \theta_{x-d} dz - \int T_2 dz \right] \quad (5-69)$$

Introduzindo-se o valor de \dot{Q}_2 dado por (5-70), e os operadores estendidos, definidos em (5-61) a equação (5-69) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} -\tilde{M}_2 \frac{\partial \tilde{h}_2}{\partial t} - \tilde{h}_2 (\dot{m}_{2s} - \dot{m}_{2e}) + V_2 \frac{\partial \tilde{p}_2}{\partial t} + \dot{m}_{2e} h_{2e} - \dot{m}_{2s} h_{2s} + \frac{A_T H_2}{L} \left[\int_0^L \theta_{x-d} dz - \right. \\ \left. - \int_0^L T_2 dz - \tilde{M}_2 \tilde{h}_2(t) \delta(t) + \tilde{M}_2 (h_2)^0 \delta(t) - V_2 \tilde{p}_2(t) \delta(t) + V_2 (p_2)^0 \delta(t) - 0 \right] \end{aligned} \quad (5-70)$$

5.3.2.6 Equação da Energia no Secundário

As condições de contorno e inicial dadas em 4-12 somadas convenientemente na forma de funções delta à equação (4-9) resultam em:

$$-\frac{dM_2}{dt} - [\dot{m}_{2s} - \dot{m}_{2e}] - M_2(t) \delta(t) + (M_2)^0 \delta(t) = 0 \quad (5-71)$$

Aqui as condições iniciais foram adicionadas à equação já que se tem somente derivada temporal sobre o funcional m .

Introduzindo-se os operadores estendidos definidos em (5-60) a equação (5-71) pode ser escrita como:

$$-\frac{d\tilde{M}_2}{dt} - [\dot{m}_{2*} - \dot{m}_{2\circ}] - \tilde{M}_2(t)\delta(t) + (M_2)^0\delta(t) = 0 \quad (5-72)$$

5.3.2.7 Equação de Estado no Secundário

Introduzindo-se os operadores estendidos definidos em (5-60) a equação (4-11) é escrita na seguinte forma:

$$V_2 - v_2 M_2 = 0 \longrightarrow V_2 - f_v(h_2, p_2) \tilde{M}_2 = 0 \quad (5-73)$$

A equação (5-73) é uma equação algébrica não necessitando, ao contrário das demais, de condições de contorno.

5.3.3 Sistema de Equações da Função Importância

5.3.3.1 Obtenção da Equação $\hat{H}\hat{f} / \alpha = \hat{S}(\alpha)$

As equações de (5-62), (5-64), (5-65), (5-67), (5-70), (5-72) e (5-73) podem ser escritas na seguinte forma compacta:

$$\vec{m}(\vec{f}\vec{\alpha}) = [m_{u_1}, m_{h_1}, m_{\rho_1}, m_0, m_{h_2}, m_{M_2}, m_{p_2}]^T \quad (5-74)$$

$$\hat{H} \text{ (adjunto estendido de H) dado por: } \quad \hat{H} = \frac{\partial \vec{m}}{\partial \vec{f}},$$

Utilizando-se a expressão (5-74) obtém-se

$$h_{11} = \frac{\partial m_{u_1}}{\partial \alpha_1} = \tilde{\rho}_1 \frac{\partial}{\partial z}(\cdot) + \frac{\partial \tilde{\rho}_1}{\partial z} + \tilde{\rho}_1 \delta(z) - (\rho_1)_0 \delta(z)$$

$$h_{12} = \frac{\bar{\partial} m_{u_1}}{\partial \bar{h}_1} = 0; \quad h_{13} = \frac{\bar{\partial} m_{u_1}}{\partial \bar{p}_1} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{u}_1(\cdot)) + \bar{u}_1 \delta(z) - (u_1)^0 \delta(z)$$

$$h_{14} = \frac{\bar{\partial} m_{u_1}}{\partial \theta} = 0; \quad h_{15} = \frac{\bar{\partial} m_{u_1}}{\partial h_2} = 0; \quad h_{16} = \frac{\bar{\partial} m_{u_1}}{\partial M_2} = 0; \quad h_{17} = \frac{\bar{\partial} m_{u_1}}{\partial P_2} = 0$$

$$h_{21} = \frac{\bar{\partial} m_{h_1}}{\partial \bar{u}_1} = \bar{p}_1 \frac{\partial \bar{h}_1}{\partial z} + \bar{p}_1 \bar{h}_1 \delta(z) - \bar{p}_1 (h_1)^0 \delta(z); \quad h_{22} = \frac{\bar{\partial} m_{h_1}}{\partial \bar{h}_1} = \bar{p}_1 \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + \bar{p}_1 \bar{u}_1 \frac{\partial(\cdot)}{\partial z}$$

$$h_{23} = \frac{\bar{\partial} m_{h_1}}{\partial \bar{p}_1} = \frac{\partial \bar{h}_1}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{h}_1}{\partial z} + \bar{h}_1 \delta(t) - (h_1)^0 \delta(t) + \bar{u}_1 \bar{h}_1 \delta(z) - \bar{u}_1 (h_1)^0 \delta(z);$$

$$h_{24} = \frac{\bar{\partial} m_{h_1}}{\partial \theta} = \frac{P_A}{A_C} H_1 \delta(z); \quad h_{25} = \frac{\bar{\partial} m_{h_1}}{\partial \bar{h}_2} = 0; \quad h_{26} = \frac{\bar{\partial} m_{h_1}}{\partial \bar{M}_2} = 0; \quad h_{27} = \frac{\bar{\partial} m_{h_1}}{\partial p_2} = 0$$

$$h_{31} = \frac{\bar{\partial} m_{p_1}}{\partial \bar{u}_1} = 0; \quad h_{32} = \frac{\bar{\partial} m_{p_1}}{\partial \bar{h}_1} = -\frac{\partial p_1}{\partial h_1}; \quad h_{33} = \frac{\bar{\partial} m_{p_1}}{\partial \bar{p}_1} = 1; \quad h_{34} = \frac{\bar{\partial} m_{p_1}}{\partial \theta} = 0; ;$$

$$h_{35} = \frac{\bar{\partial} m_{p_1}}{\partial \bar{h}_2} = 0 \quad h_{36} = \frac{\bar{\partial} m_{p_1}}{\partial \bar{M}_2} = 0; \quad h_{37} = \frac{\bar{\partial} m_{p_1}}{\partial \bar{P}_2} = 0$$

$$h_{41} = \frac{\bar{\partial} m_{\theta}}{\partial \bar{u}_1} = 0; \quad h_{42} = \frac{\bar{\partial} m_{\theta}}{\partial \bar{h}_1} = \frac{P_A}{A_C} H_1 \delta(x); \quad h_{43} = \frac{\bar{\partial} m_{\theta}}{\partial \bar{p}_1} = 0;$$

$$h_{44} = \frac{\bar{\partial} m_{\theta}}{\partial \theta} = B_1 \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} - \lambda \frac{\partial}{\partial x} \delta(x) + H_1 \delta(x) - \lambda \frac{\partial}{\partial x} \delta(x-d) - H_2 \delta(x-d)$$

$$h_{45} = \frac{\bar{\partial} m_{\theta}}{\partial \bar{h}_2} = H_2 \delta(x-d); \quad h_{46} = \frac{\bar{\partial} m_{\theta}}{\partial \bar{M}_2} = 0; \quad h_{47} = \frac{\bar{\partial} m_{\theta}}{\partial \bar{P}_2} = H_2 \frac{\partial \bar{T}_2}{\partial \bar{P}_2} \delta(x-d)$$

$$h_{51} = \frac{\bar{\partial} m_{h_2}}{\partial \alpha_1} = 0; \quad h_{52} = \frac{\bar{\partial} m_{h_2}}{\partial \tilde{h}_1} = 0; \quad h_{53} = \frac{\bar{\partial} m_{h_2}}{\partial \tilde{p}_1} = 0; \quad h_{54} = \frac{\bar{\partial} m_{h_2}}{\partial \theta} =$$

$$\frac{A_1 H_2}{L} \int_0^L dz \delta(x-d)$$

$$h_{55} = -\tilde{M}_2 \frac{\partial}{\partial t} (\cdot) - \dot{m}_{2s} + (\tilde{h}_2 - h_{2s}) \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial h_2} - \dot{m}_{2s}$$

$$h_{56} = \frac{\bar{\partial} m_{h_2}}{\partial \tilde{M}_2} = -\frac{\partial \tilde{h}_2}{\partial t} - \tilde{h}_2 \delta(t) + (h_2)^0 \delta(t);$$

$$h_{57} = \frac{\bar{\partial} m_{h_2}}{\partial \beta_2} = \tilde{h}_2 \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial p_2} + V_2 \frac{\partial}{\partial t} - \dot{m}_{2s} \frac{\partial h_{2s}}{\partial p_2} - h_{2s} \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial \beta_2} + A_1 H_2 \frac{\partial \tilde{T}_2}{\partial \beta_2} \quad h_{61} = \frac{\bar{\partial} m_{M_2}}{\partial \alpha_1} = 0;$$

$$h_{62} = \frac{\bar{\partial} m_{M_2}}{\partial \tilde{h}_1} = 0; \quad h_{63} = \frac{\bar{\partial} m_{M_2}}{\partial \tilde{p}_1} = 0; \quad h_{64} = \frac{\bar{\partial} m_{M_2}}{\partial \theta} = 0; \quad h_{65} = \frac{\bar{\partial} m_{M_2}}{\partial \tilde{h}_2} = -\frac{\partial_{2s}}{\partial h_2};$$

$$h_{66} = \frac{\bar{\partial} m_{M_2}}{\partial \tilde{M}_2} = -\frac{d}{dt} (\cdot); \quad h_{67} = \frac{\bar{\partial} m_{M_2}}{\partial \beta_2} = -\frac{\partial_{2s}}{\partial p_2}$$

$$h_{71} = \frac{\bar{\partial} m_{p_2}}{\partial \alpha_1} = 0; \quad h_{72} = \frac{\bar{\partial} m_{p_2}}{\partial \tilde{h}_1} = 0; \quad h_{73} = \frac{\bar{\partial} m_{p_2}}{\partial \tilde{p}_1} = 0;$$

$$h_{74} = \frac{\bar{\partial} m_{p_2}}{\partial \theta} = 0; \quad h_{75} = \frac{\bar{\partial} m_{p_2}}{\partial \tilde{h}_2} = \frac{\partial v_2}{\partial h_2}; \quad h_{76} = \frac{\bar{\partial} m_{p_2}}{\partial \tilde{M}_2} = -\frac{V_2}{M_2^2}; \quad h_{77} = \frac{\bar{\partial} m_{p_2}}{\partial \beta_2} = \frac{\partial v_2}{\partial p_2}$$

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & 0 & h_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{32} & h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{42} & 0 & h_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{54} & h_{55} & h_{56} & h_{57} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{65} & h_{66} & h_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{75} & h_{76} & h_{77} \end{bmatrix} \quad (5-75)$$

e de (3-9) e (3-13) obtém-se:

$$\hat{f}_{/\alpha} = \left[u_{1/\alpha}, h_{1/\alpha}, p_{1/\alpha}, \theta_{/\alpha}, h_{2/\alpha}, M_{2/\alpha}, p_{2/\alpha} \right]^T \quad (5-76)$$

$$\left\{ \hat{S}_{(\alpha)} \right\} = \left[-\frac{\partial \bar{m}}{\partial \alpha} \right] = \left[S_{u_{(\alpha)}}, S_{h_{1(\alpha)}}, S_{p_{1(\alpha)}}, S_{\theta_{(\alpha)}}, S_{h_{2(\alpha)}}, S_{M_{2(\alpha)}}, S_{p_{2(\alpha)}} \right]^T \quad (5-77)$$

Assim o sistema $[\hat{H}]\{\hat{f}_{/\alpha}\} = \{\hat{S}_{(\alpha)}\}$ permite computar $f_{/\alpha}$ que substituído na equação (3-7) dá a variação δR . Entretanto, apesar deste sistema ser linear, sua solução apresenta o inconveniente de depender do parâmetro α . Por isso, recorre-se ao seu sistema adjunto que permanece linear, mas, independe de α .

5.3.3.2 Obtenção das equações que governam a função importância

O sistema de equações que governa a função importância obedece, conforme visto no capítulo 3, à relação (3-23) ou seja: $\hat{H} \cdot \hat{f}^* = \hat{S}^*$.

O operador \hat{H}^* é obtido a partir de \hat{H} , utilizando-se as regras de inversão sumarizadas abaixo:

i) Mudança do sinal das derivadas de ordem ímpar;

ii) Transposição dos elementos da matriz;

iii) Inversão na ordem do operador.

Então a matriz $[\hat{H}^*]$ é dada por:

$$[H^*] = \begin{bmatrix} h_{11}^* & h_{12}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{22}^* & h_{23}^* & h_{24}^* & 0 & 0 & 0 \\ h_{31}^* & h_{32}^* & h_{33}^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{42}^* & 0 & h_{44}^* & h_{45}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{55}^* & h_{56}^* & h_{57}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{65}^* & h_{65}^* & h_{67}^* \\ 0 & 0 & 0 & h_{74}^* & h_{75}^* & h_{76}^* & h_{77}^* \end{bmatrix} \quad (5-78)$$

sendo:

$$h_{11}^* = (h_{11})^* = -\tilde{p}_1 \frac{\partial}{\partial z} + \tilde{p}_1 \delta(z) - (\rho_1)_0 \delta(z)$$

$$h_{12}^* = (h_{21})^* = -\tilde{p}_1 \frac{\partial \tilde{h}_1}{\partial z} + \tilde{p}_1 \tilde{h}_1 \delta(z) - \tilde{p}_1 (h_1)^0 \delta(z) \quad h_{13}^* = (h_{31})^* = 0$$

$$; \quad h_{14}^* = (h_{41})^* = 0; \quad h_{15}^* = (h_{51})^* = 0; \quad h_{16}^* = (h_{61})^* = 0; \quad h_{17}^* = (h_{71})^* = 0;$$

$$h_{21}^* = (h_{12})^* = 0; \quad h_{22}^* = (h_{22})^* = -\frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\tilde{p}_1 \alpha_1); \quad h_{23}^* = (h_{32})^* = -\frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial h_1}$$

$$h_{24}^* = (h_{42})^* = \frac{P_A}{A_c} H_1 \delta(x); \quad h_{25}^* = (h_{52})^* = 0; \quad h_{26}^* = (h_{62})^* = 0; \quad h_{27}^* = (h_{72})^* = 0;$$

$$h_{31}^* = (h_{13})^* = -\frac{\partial}{\partial t} - \bar{u}_1 \frac{\partial}{\partial z} + \bar{u}_1 \delta(z) - (\bar{u}_1)^0 \delta(z)$$

$$h_{32}^* = (h_{23})^* = \frac{\partial \bar{h}_1}{\partial t} - \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{h}_1}{\partial z} + \bar{h}_1 \delta(t) - (\bar{h}_1)^0 \delta(t) + \bar{u}_1 \bar{h}_1 \delta(z) - \bar{u}_1 (\bar{h}_1)^0 \delta(z)$$

$$h_{33}^* = (h_{33})^* = 1; \quad h_{34}^* = (h_{43})^* = 0; \quad h_{35}^* = (h_{53})^* = 0; \quad h_{36}^* = (h_{63})^* = 0;$$

$$h_{37}^* = (h_{73})^* = 0; \quad h_{41}^* = (h_{14})^* = 0; \quad h_{42}^* = (h_{24})^* = H_1 \frac{P_A}{A_c} \delta(z) + \frac{\partial H_1}{\partial z} \delta(z);$$

$$h_{43}^* = (h_{34})^* = 0$$

$$h_{44}^* = (h_{44})^* = -\frac{\partial B_1}{\partial t} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \lambda \frac{\partial}{\partial x} \delta(x) + H_1 \delta(x) - \lambda \frac{\partial}{\partial x} \delta(x-d) - H_2 \delta(x-d);$$

$$h_{45}^* = (h_{54})^* = \frac{A_1 H_2}{L} \int_0^1 dx \delta(x-d) \quad h_{46}^* = (h_{64})^* = 0; \quad h_{47}^* = (h_{74})^* = 0;$$

$$h_{51}^* = (h_{15})^* = 0; \quad h_{52}^* = (h_{25})^* = 0; \quad h_{53}^* = (h_{35})^* = 0; \quad h_{54}^* = (h_{45})^* = H_2 \delta(x-d)$$

$$h_{55}^* = (h_{55})^* = \frac{\partial \tilde{M}_2}{\partial t} + (\tilde{h}_2 - \tilde{h}_{2S}) \frac{\partial \dot{m}_{2S}}{\partial h_2} - (\dot{m}_{2e} - \dot{m}_{2S})$$

$$h_{56}^* = (h_{65})^* = \frac{\partial \dot{m}_{2S}}{\partial h_2}; \quad h_{57}^* = (h_{75})^* = \frac{\partial v_2}{\partial h_2}$$

$$h_{61}^* = (h_{16})^* = 0; \quad h_{62}^* = (h_{26})^* = 0; \quad h_{63}^* = (h_{36})^* = 0; \quad h_{64}^* = (h_{46})^* = 0;$$

$$h_{65}^* = (h_{56})^* = -\frac{\partial \tilde{h}_2}{\partial t} - \tilde{h}_2 \delta(t) + (\tilde{h}_2)^0 \delta(t); \quad h_{66}^* = (h_{66})^* = \frac{\partial}{\partial t}; \quad h_{67}^* = (h_{76})^* = -\frac{V_2}{M_2^2}$$

$$h_{71}^* = (h_{17})^* = 0; \quad h_{72}^* = (h_{27})^* = 0; \quad h_{73}^* = (h_{37})^* = 0$$

$$h_{74}^* = (h_{47})^* = H_2 \delta(x-d); \quad h_{75}^* = (h_{57})^* = \tilde{h}_2 \frac{\partial \dot{m}_{2S}}{\partial P_2} - \frac{\partial V_2}{\partial t} - \dot{m}_{2S} \frac{\partial \dot{h}_2}{\partial P_2} -$$

$$-h_{2S} \frac{\partial \dot{m}_{2S}}{\partial P_2} + A_1 H_2 \frac{\partial \tilde{f}_2}{\partial P_2}; \quad h_{76}^* = (h_{67})^* = -\frac{\partial \dot{m}_{2S}}{\partial P_2}; \quad h_{77}^* = (h_{77})^* = \frac{\partial V_2}{\partial P_2}$$

O vetor $\{\hat{f}^*\}$ é dado por:

$$\{\hat{f}^*\} = \left[u_1^*, h_1^*, \rho_1^*, \theta^*, h_2^*, M_2^*, p_2^* \right]^T \quad (5-79)$$

e o vetor $\{\hat{S}^*\}$ é dado por:

$$\{\hat{S}^*\} = \left[S_{u_1}^+, S_{h_1}^+, S_{\rho_1}^+, S_{\theta}^+, S_{h_2}^+, S_{M_2}^+, S_{p_2}^+ \right]^T \quad (5-80)$$

O sistema de equações que governa a função importância obedece, conforme visto no capítulo 3 à seguinte equação matricial:

$$\left[\hat{H}^* \right] \{ f^* \} = \{ \hat{S}^* \} \tag{5-81}$$

Substituindo-se os valores de \hat{H}^* , f^* e \hat{S}^* dados por (5-78), (5-79), e (5-80) em (5-81) e resolvendo o sistema, encontra-se as equações que governam a função importância considerando os valores dos h_{ij}^* obtidos anteriormente

Desta maneira a primeira equação do sistema será dada por:

$$-\tilde{\rho}_i \frac{\partial}{\partial z} u_i^* - \tilde{\rho}_i \frac{\partial \tilde{h}_i}{\partial z} h_i^* + \tilde{\rho}_i \delta(z) u_i^* - (\tilde{\rho}_i)_0 \delta(z) u_i^* - \tilde{\rho}_i \tilde{h}_i \delta(z) h_i^* - \tilde{\rho}_i (\tilde{h}_i)^0 \delta(z) h_i^* = S_i^*$$

Integrando-se esta equação entre 0 e L obtém-se a equação adjunta da continuidade no lado primário e integrando-se entre $L - \epsilon$ e $L + \epsilon$ e entre $t_i - \epsilon$ e $t_i + \epsilon$ obtém-se as condições de contorno, escritas na forma abaixo:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\tilde{\rho}_i \frac{\partial}{\partial z} u_i^* - \tilde{\rho}_i \frac{\partial \tilde{h}_i}{\partial z} h_i^* = S_i^* \\ h_i^*(L, t) = 0, u_i^*(L, t) = 0 \\ h_i^*(z, t_i) = 0 \quad u_i^*(z, t_i) = 0 \end{array} \right. \tag{5-82}$$

A segunda equação do sistema é dado por:

$$-\frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial t} h_i^* - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\rho}_i u_i h_i^* - \frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial \tilde{h}_i} \rho_i + H_i \frac{\partial \tilde{T}_i}{\partial \tilde{h}_i} \delta(x) \theta^* = S_{h_i}^*$$

Integrando-se como anteriormente, obtém-se a equação adjunta da energia no lado primário e as condições de contorno serão dadas por:

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial}{\partial t} \tilde{\rho}_1 h_1^* - \frac{\partial}{\partial z} [\tilde{\rho}_1 \tilde{u}_1 h_1^*] + \frac{P_A}{A_c} H_1 \frac{\partial \tilde{T}_1}{\partial \tilde{h}_1} h_1^* + \frac{\partial \tilde{\rho}_1}{\partial \tilde{h}_1} \rho_1^* - \\
& -\frac{P_A}{A_c} H_1 \frac{\partial \tilde{T}_1}{\partial \tilde{h}_1} \theta^* = S_{h_1}^*
\end{aligned} \tag{5-83}$$

A terceira equação do sistema é dado por:

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial}{\partial t} u_1^* - \tilde{u}_1 \frac{\partial u_1^*}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{h}_1}{\partial t} h_1^* - \tilde{u}_1 \frac{\partial \tilde{h}_1}{\partial z} h_1^* + \tilde{h}_1 \delta(t) h_1^* - (\tilde{h}_1)^0 \delta(t) h_1^* + \tilde{u}_1 \tilde{h}_1 \delta(z) h_1^* - \\
& -\tilde{u}_1 (\tilde{h}_1)^0 \delta(z) h_1^* + \tilde{u}_1 \delta(z) u_1^* - (\tilde{u}_1)^0 \delta(z) u_1^* - \rho_1^* = S_{\rho_1}^*
\end{aligned}$$

Integrando como no caso anterior obtém-se a equação adjunta de estado e as condições de contorno que serão escritas da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{aligned}
& -\rho_1^* + \frac{\partial \tilde{h}_1}{\partial t} h_1^* - \tilde{u}_1 \frac{\partial \tilde{h}_1}{\partial z} h_1^* - \frac{\partial u_1^*}{\partial t} = S_{\rho_1}^* \\
& h_1^*(L, t) = 0, \quad h_1^*(z, t_1) = 0 \\
& u_1^*(L, t) = 0, \quad u_1^*(z, t_1) = 0
\end{aligned} \right. \tag{5-84}$$

A quarta equação do sistema será dada por:

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial}{\partial t} \rho c_p \theta^* + \lambda \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^2} - \lambda \frac{\partial}{\partial x} \delta(x) + H_1 \delta(x) \theta^* - \lambda \frac{\partial}{\partial x} \theta^* \delta(x-d) + H_2 \delta(x-d) \theta^* \\
& + \frac{\partial H_1}{\partial z} h_1^* \delta(x) + H_1 \frac{\partial}{\partial z} h_1^* \delta(x) + \frac{A_1 H_2}{L} \int_0^L dz \delta(x-d) h_2^* = S_{\theta}^*
\end{aligned}$$

que integrada como nos casos anteriores fornece a equação adjunta da condição de calor na parede. As condições de contorno serão escritas da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 -\frac{\partial}{\partial t} \rho c_p \theta^* - \lambda \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^2} + \frac{\partial H_1}{\partial z} h_1^* \delta(x) + H_1 \frac{\partial}{\partial z} h_1^* \delta(x) - \frac{\partial}{\partial z} H_1 h_1^* \delta(x) + \\
 + \frac{A_1 H_2}{L} \int_0^t dx \delta(x-d) = S_0^* \\
 H_1 [\theta^*]_{x=0} = -\lambda \frac{\partial \theta^*}{\partial x} \Big|_{x=0} \\
 H_2 [\theta^*]_{x=d} = -\left[\lambda \frac{\partial \theta^*}{\partial x} \right]_{x=d} \\
 \theta^*(x, z, t_1) = 0
 \end{array} \right. \quad (5-85)$$

A quinta equação do sistema será dada por:

$$\frac{d\tilde{M}_2}{dt} h_2^* + (\tilde{h}_2 - h_{2s}) \frac{\partial \tilde{m}_{2s}}{\partial \tilde{h}_2} h_2^* - (\dot{m}_{2e} - \dot{m}_{2s}) h_2^* - \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial \tilde{h}_2} M_2^* + \frac{\partial v_2}{\partial \tilde{h}_2} P_2^* = S_{h_2}^*$$

que integrada como nos casos anteriores, fornece a equação adjunta da continuidade no lado secundário, e será reescrita na seguinte forma:

$$\frac{\partial \dot{M}_2}{\partial t} h_2^* + \left[\dot{m}_{2e} - \dot{m}_{2s} + (h_{2s} - \tilde{h}_2) \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \right] h_2^* + \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial \tilde{h}_2} M_2^* + \dot{M}_2 \frac{\partial v_2}{\partial \tilde{h}_2} = S_{h_2}^* \quad (V-86)$$

A sexta equação do sistema resulta em:

$$-\frac{\partial \tilde{h}_2}{\partial t} h_2^* - \tilde{h}_2 \delta(t) h_2^* + (\tilde{h}_2)^0 \delta(t) h_2^* + \frac{\partial}{\partial t} M_2^* - \frac{v_2}{\tilde{M}_2} \tilde{P}_2^* = S_{M_2}^*$$

que integrada como nos casos anteriores resulta na equação adjunta da energia no lado secundário, e as condições de contorno, que podem ser desmembradas da seguinte forma:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{h}_2}{\partial t} h_2^* + \frac{\partial \tilde{M}_2}{\partial t} - \frac{v_2}{\tilde{M}_2} p_2^* = S_{M_2}^* \\ h_2^*(t_f) = 0 \end{cases} \quad (5-87)$$

Finalmente a sétima equação do sistema resulta em:

$$\begin{aligned} H_2 \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial p_2} \delta(x-d) \theta^* - \left(\dot{m}_{2s} \frac{\partial \tilde{h}_2}{\partial p_2} + (h_{2s} - \tilde{h}_2) \left(\frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial p_2} \right) \right) h_2^* + A_1 H_2 \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial p_2} h_2^* - \\ - \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial p_2} M_2^* + \frac{\partial v_2}{\partial p_2} p_2^* - \frac{\partial v_2}{\partial t} h_2^* = S_{p_2}^* \end{aligned}$$

que integrada como nos casos anteriores, resulta na equação adjunta de estado no lado secundário, e será escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \tilde{M}_2 \frac{\partial v_2}{\partial p_2} p_2^* + \left(\dot{m}_{2s} \frac{\partial \tilde{h}_2}{\partial p_2} + (h_{2s} - \tilde{h}_2) \left(\frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial p_2} + \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial p_2} \right) + A_1 H_2 \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial p_2} \right) h_2^* + \\ + \left(\frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial p_2} + \frac{\partial \dot{m}_{2s}}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial p_2} \right) M_2^* + \frac{\partial}{\partial t} (v_2 h_2^*) + A_1 H_2 \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial p_2} \int_0^t \theta^*_{x=0} dz = S_{p_2}^* \end{aligned} \quad (5-88)$$

As equações (5-82) a (5-88) obtidas com o formalismo GPT são idênticas, respectivamente, as equações (5-56) a (5-58) obtidas usando o formalismo diferencial. Como se pode observar não existe diferença nos resultados, quer se use o formalismo diferencial, quer se use o formalismo GPT. Neste último, faz-se o uso do operador inverso (adjunto estendido), o qual engloba as condições de contorno, contrariamente ao formalismo diferencial, que usa o concomitante bilinear.

5.3.4 Coeficiente de Sensibilidade

Do princípio da conservação da importância (eq.3-21), pode-se escrever;

$$\langle\langle \hat{S}_{u_1}^+ u_{1/\alpha} \rangle\rangle = \langle\langle \hat{S}_{u_1} u_1^* \rangle\rangle \quad (5-89)$$

$$\langle\langle \hat{S}_{h_1}^+ h_{1/\alpha} \rangle\rangle = \langle\langle \hat{S}_{h_1} h_1^* \rangle\rangle \quad (5-90)$$

$$\langle\langle \hat{S}_{\rho_1}^+ \rho_{1/\alpha} \rangle\rangle = \langle\langle \hat{S}_{\rho_1} \rho_1^* \rangle\rangle \quad (5-91)$$

$$\langle\langle\langle \hat{S}_0^+ 0_{1/\alpha} \rangle\rangle\rangle = \langle\langle\langle \hat{S}_0 0^* \rangle\rangle\rangle \quad (5-92)$$

$$\langle \hat{S}_{p_2}^+ p_{2/\alpha} \rangle = \langle \hat{S}_{p_2} p_2^* \rangle \quad (5-93)$$

$$\langle \hat{S}_{h_2}^+ h_{2/\alpha} \rangle = \langle \hat{S}_{h_2} h_2^* \rangle \quad (5-94)$$

$$\langle \hat{S}_{M_2}^+ M_{2/\alpha} \rangle = \langle \hat{S}_{M_2} M_2^* \rangle \quad (5-95)$$

O coeficiente de sensibilidade, dado pela equação (5-44), torna-se então:

$$\begin{aligned}
\frac{dR}{d\alpha} = & \{ \langle \langle \hat{S}_{u_1/\alpha}^+ \bar{u}_1 \rangle \rangle + \langle \langle \hat{S}_{h_1/\alpha}^+ \bar{h}_1 \rangle \rangle + \langle \langle \hat{S}_{\tilde{\rho}_1/\alpha}^+ \bar{\rho}_1 \rangle \rangle + \langle \langle \langle \hat{S}_{\theta/\alpha}^+ \bar{\theta} \rangle \rangle \rangle + \\
& + \langle \hat{S}_{h_2/\alpha}^+ \bar{h}_2 \rangle + \langle \hat{S}_{M_2/\alpha}^+ \bar{M}_2 \rangle + \langle \hat{S}_{p_2/\alpha}^+ \bar{p}_2 \rangle \} + \{ \langle \langle \hat{S}_{u_1}^+ u_1 \rangle \rangle + \\
& + \langle \langle \hat{S}_{h_1}^+ h_1 \rangle \rangle + \langle \langle \hat{S}_{\rho_1}^+ \rho_1 \rangle \rangle + \langle \langle \langle \hat{S}_{\theta}^+ \theta \rangle \rangle \rangle \} + \langle \hat{S}_{h_2}^+ h_2 \rangle + \\
& + \langle \hat{S}_{M_2}^+ M_2 \rangle + \langle \hat{S}_{p_2}^+ p_2 \rangle \}
\end{aligned} \tag{5-96}$$

Derivando-se a equação (5-62) com relação ao parâmetro arbitrário α e separando os termos que contêm derivadas dos parâmetros, mais os termos com derivadas dos funcionais com valores definidos nos limites como sendo termo de fonte (ANDRADE LIMA, 1990), obtém-se:

$$\hat{S}_{u_1} = -(\rho_1)_\alpha^0 \delta(t) - \tilde{\rho}_1(u_1)_{0/\alpha} \delta(t) - \bar{u}_1(\rho_1)_0 \delta z \tag{5-97}$$

Derivando-se a equação (5-64) de forma análoga à anterior, chega-se a seguinte expressão:

$$\hat{S}_{h_1} = \frac{\partial}{\partial t} h_{1/\alpha} + \frac{\partial}{\partial z} \rho_1 u_1 h_{1/\alpha} - \frac{P_\Lambda}{A_c} H_1 \frac{\partial T_1}{\partial h_1} h_{1/\alpha} \tag{5-98}$$

Derivando-se a equação de estado (5-65) em relação ao parâmetro α e sabendo-se que trata de uma equação algébrica:

$$\hat{S}_{\rho_1} = 0 \tag{5-99}$$

Derivando-se a equação (5-67), como no primeiro caso, resulta em:

$$\hat{S}_0 = S_0 + B_1 \theta_{/ \alpha} - \left[\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] \delta(x - d) \quad (5-100)$$

onde S_0 representa as derivadas dos parâmetros em relação ao parâmetro arbitrário α .

Derivando-se a equação (5-70) em relação ao parâmetro α e repetindo-se os procedimentos anteriores, obtém-se:

$$\hat{S}_{h_2} = S_{h_2} + \frac{d}{dt} M_2 h_{2/ \alpha} - \frac{d}{dt} v_2 p_{2/ \alpha} \quad (5-101)$$

Procedendo de modo semelhante com a equação (5-72), obtém-se:

$$\hat{S}_{M_2} = S_{M_2} + \frac{d}{dt} M_{2/ \alpha} \quad (5-102)$$

Finalmente da equação de estado no lado secundário, obtém-se:

$$\hat{S}_{p_2} = S_{p_2} \quad (5-103)$$

Substituindo estes valores na equação(5-96) chega-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
\frac{dR}{d\alpha} = & \{ \langle \langle \hat{S}_{u_1/\alpha}^+ u_1 \rangle \rangle + \langle \langle \hat{S}_{h_1/\alpha}^+ \tilde{h}_1 \rangle \rangle + \langle \langle \hat{S}_{\tilde{p}_1/\alpha}^+ \tilde{p}_1 \rangle \rangle + \\
& + \langle \langle \langle \hat{S}_{\theta/\alpha}^+ \theta \rangle \rangle \rangle + \langle \hat{S}_{h_2/\alpha}^+ \tilde{h}_2 \rangle + \langle \hat{S}_{M_2/\alpha}^+ \tilde{M}_2 \rangle + \langle \hat{S}_{P_2/\alpha}^+ P_2 \rangle \} + \\
& \{ \langle \langle \langle \hat{S}_0 \theta^* \rangle \rangle \rangle + \langle \hat{S}_{h_2} h_2^* \rangle - \langle \hat{S}_{M_2} M_2^* \rangle + \langle \hat{S}_{P_2} p_2^* \rangle + \\
& \langle (A_{17} p_{1/\alpha} u_1^*) + A_{24} h_1^* h_{1/\alpha} \rangle_{1-0} \rangle + \langle [A_{18} u_{1/\alpha}^* + A_{25} h_1^* h_{1/\alpha} + \\
& A_{12} u_1^* u_{1/\alpha}]_{2-0} \rangle + \langle \langle [B_1 \theta_{/\alpha} \theta^*]_0^{\prime\prime} \rangle \rangle_{x,z} - \langle \langle \left[\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial x} \theta^* \right]_0^d \rangle \rangle_{z,1} + \\
& \langle \frac{d}{dt} C_{13} \tilde{h}_{2/\alpha} h_2^* \rangle + \langle \frac{d}{dt} C_{21} \tilde{M}_{2/\alpha} M_2^* \rangle - \langle \frac{d}{dt} C_{15} \tilde{p}_{2/\alpha} h_2^* \rangle
\end{aligned} \tag{5-104}$$

A equação (5-104) para o coeficiente de sensibilidade obtida usando o formalismo GPT é idêntica a (5-51), obtida usando o formalismo diferencial.

Observa-se que não existe diferença nos resultados, isto é, nas equações das funções adjuntas e funções importância e do coeficiente de sensibilidade, qualquer que seja o formalismo usado.

5.4 Discretização das equações adjuntas

5.4.1 Domínio de integração

Para solução numérica utilizou-se o método de diferenças finitas avançadas. A equação da condução de calor na parede do tubo foi resolvida com a aproximação de Crank-Nicholson. Temos portanto (figura 5):

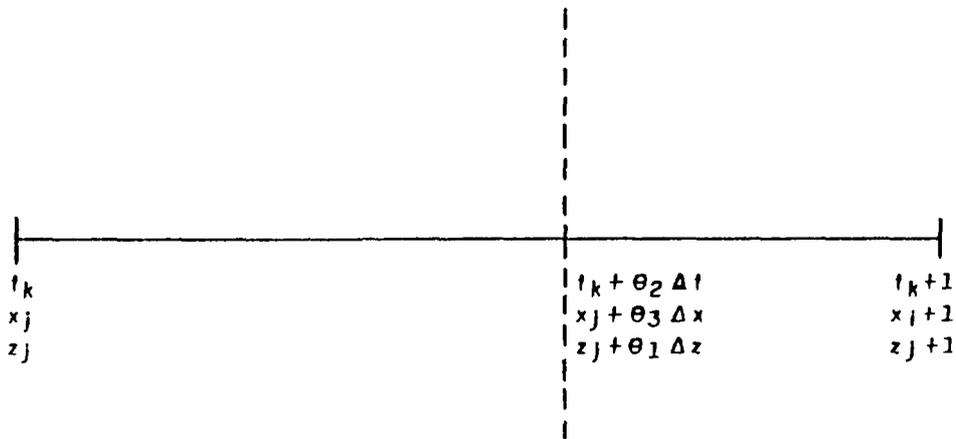


Figura 5 Malha representativa do domínio de integração

$$y(x_i + \theta_3 \Delta x, z_j + \theta_1 \Delta z, t_k + \theta_2 \Delta t) = [y]_{i+0, j+0, i}^{k+0_2}$$

$$\text{onde: } 0 \leq \theta_i \leq 1 \begin{cases} \theta_i = 0, \text{ método explícito} \\ \theta_i = 1, \text{ método implícito} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3$$

cujos domínios de integração são:

(x) $i=0,1,\dots,I$

(z) $j=0,1,\dots,J-1$

(t) $k=0,1,\dots,K-1$

e com

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \frac{y_{j+1} - y_j}{\Delta z}, \quad \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x}, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{y^{k+1} - y^k}{\Delta t}$$

5.4.2 Discretização das Equações Adjuntas

5.4.2.1 Lado Primário

Dependência temporal t e espacial z , cujos domínios de integração são $t \rightarrow k=0,1,\dots,K-1$ e $z \rightarrow j=0,1,\dots,J-1$. Então o sistema de equações adjuntas e condições iniciais e de contorno, dado por (5-57) na forma discretizada, é dada por:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & (A_{12})_i^k \frac{[(u_i^k)_{i+1} - (u_i^k)_i]}{\Delta z} + (A_{23})_i^k (h_i^k) = (S_{u_i}^k) \\
 & \left[-\frac{(A_{24})_i^k}{\Delta z} + \frac{(A_{25})_i^k}{\Delta z} - A_{10}^k \right] (h_i^k) + (A_{36})_i^k (\rho_i^k) - (A_{25})_{i+1}^k (h_{i+1}^k) = \\
 & (S_{h_i}^k) - \frac{(A_{24})_i^{k+1}}{\Delta t} (h_i^k) \\
 & (A_{39})_i^k (\rho_i^k) + (A_{29})_i^k (h_i^k) + (A_{17})_i^k (u_i^k) - (A_{18})_i^k \frac{[(u_i^k)_{i+1} - (u_i^k)_i]}{\Delta z} = \\
 & (S_{\rho_i}^k) + (A_{17})_i^k \frac{(u_i^k)}{\Delta t}
 \end{aligned} \right. \quad (5-105)$$

5.4.2.2 Temperatura na parede

Dependência temporal t , espacial z e axial x com domínio de integração: $x \rightarrow i=0,1,\dots,l$. Aqui a equação adjunta da temperatura da parede (5-58), vai ser dividida em três regiões conforme figura abaixo.

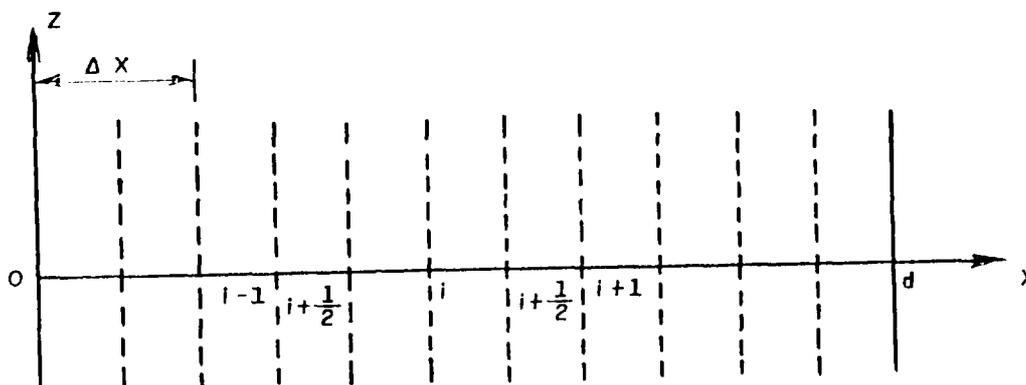


Figura 7. Representação das regiões da parede do tubo

Para o ponto $i=0$ (parede interna do tubo.)

$$\begin{aligned}
 & -(y_0)_i^k (\theta_i^*)_i^k + \left[\frac{(\alpha_0)_i^k}{2} + \frac{H_1}{\Delta x} \right] (\theta_0^*)_i^k - \frac{1}{\Delta x \Delta z} (\beta_1)_i^k (h_1^*)_i^k - \\
 & \frac{1}{2} [(S_0^*)_0]_k^i + \frac{[(B_1)_0]_i^{k+1}}{\alpha \Delta t} (\theta_0^*)_i^{k+1} - \frac{1}{\Delta x \Delta z} (A_{00})_i^k (h_1^*)_i^k,
 \end{aligned} \tag{5-106}$$

para a região $i \leq i \leq I-1$ (interior do tubo) teremos:

$$-(y_1)_i^k (\theta_{i+1}^*)_i^k + (\alpha_1)_i^k (\theta_i^*)_i^k - (\gamma_1)_i^k (\theta_{i-1}^*)_i^k = [(S_0^*)_i]_k^i + \frac{[(B_1)_i]_i^{k+1}}{\Delta t} (\theta_i^*)_i^{k+1} \tag{5-108}$$

para o ponto $i=1$ (parede externa do tubo)

$$\begin{aligned}
 & -(y_1)_i^k (\theta_{i-1}^*)_i^k + \left[\frac{(\alpha_1)_i^k}{2} + \frac{(H_2)_i^k}{\Delta x} \right] (\theta_i^*)_i^k - \frac{1}{\Delta x \Delta z} (C_{17})_i^k (h_2^*)_i^k - \\
 & \frac{1}{2} [(S_0^*)_i]_k^i + \frac{[(B_1)_i]_i^{k+1}}{2 \Delta t} (\theta_i^*)_i^{k+1}
 \end{aligned} \tag{5-109}$$

onde:

$$\begin{aligned}
 (\gamma_1)_i^k &= \frac{(\lambda_1)_i^k}{(\Delta x)^2}, \quad (\beta_1)_i^k = [(A_{00})_i^k \Delta z] + (A_{00})_i^k (1 + \delta_1(0)) \\
 (\alpha_1)_i^k &= 2(\gamma_1)_i^k + \frac{[(B_1)_i]_i^k}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

5.4.2.3 Lado Secundário

Na dependência temporal o sistema de equações adjuntas e condições iniciais e de contorno dado por (5-64) têm a seguinte forma

$$\left\{ \begin{aligned}
 & \left(h_2^* \right)_i^k \left[\frac{(C_{13})_i^k}{\Delta t} + (C_{14})_i^k \right] + (C_{24} M_2^*)_i^k + (C_{34} P_2^*)_i^k = (S_{h_2}^*)_i^k + \frac{(C_{13} h_2^*)_i^{k+1}}{\Delta t} \\
 & (C_{12} h_2^*)_i^k + \frac{(C_{21} M_2^*)_i^k}{\Delta t} + (C_{32} P_2^*)_i^k - (S_{M_2}^*)_i^k + \frac{(C_{21} M_2^*)_i^{k+1}}{\Delta t} \\
 & \left(h_2^* \right)_i^k \left[(C_{16})_i^k - \frac{(C_{15})_i^k}{\Delta t} \right] + (C_{26} M_2^*)_i^k + (C_{36} P_2^*)_i^k - (S_{p_2}^*)_i^k - (C_{15} h_2^*)_i^{k+1}
 \end{aligned} \right. \quad (5-109)$$

6. PARTICULARIZAÇÃO DOS CASOS DE INTERESSE

Este capítulo descreve os casos para os quais a teoria da perturbação foi aplicada ao problema proposto. A função importância e o coeficiente de sensibilidade são particularizadas a cada funcional e parâmetro estudados.

Para uma análise comparativa entre os cálculos de sensibilidade obtidos com o programa GEVAIJ com os valores calculados diretamente utilizando o código GEVAP desenvolvido por SOUZA (1981), foram selecionados os seguintes funcionais :

6.1 FUNCIONAL-RESPOSTA:

a) Velocidade do fluido primário num instante t_p ($0 < t_p < t_f$) e no ponto z_p ($0 < z_p < L$)

$$R = u_1(z_p, t_p) = \int_0^{t_f} \int_0^L u_1(z, t) \delta(t - t_p) \delta(z - z_p) dt dz \quad (6-1)$$

$$= \langle\langle u_1(z, t) \delta(t - t_p) \delta(z - z_p) \rangle\rangle$$

Comparando com

obtem-se:

$$S_{u_1}^+ = \delta(t - t_p) \delta(z - z_p) \quad (6-2)$$

$$S_{h_1}^+ = S_{\rho_1}^+ = S_{\theta}^+ = S_{h_2}^+ = S_{p_2}^+ = S_{M_2}^+ = 0 \quad (6-3)$$

Com os valores de $S_{u_1}^+$, $S_{h_1}^+$, $S_{\rho_1}^+$, S_{θ}^+ , $S_{h_2}^+$, $S_{p_2}^+$, $S_{M_2}^+$ é possível resolver o sistema de equação (5-56), (5-57) e (5-58), que governam a função importância as quais independem de α .

b) Entalpia do fluido primário num instante t_p onde $(0 < t_p < t_f)$ e no ponto z_p onde $(0 < z_p < L)$

A entalpia do fluido primário $h_1(z_p, t_p)$ em t_p e z_p é dado

por:

$$R = h_1(z_p, t_p) = \int \int h_1(z, t) \delta(t - t_p) \delta(z - z_p) dt dz \quad (6-4)$$

$$= \langle \langle h_1(z, t) \delta(t - t_p) \delta(z - z_p) \rangle \rangle$$

Comparando com ,

$$R = \langle \langle S_{u_1}^+ u_1 \rangle \rangle + \langle \langle S_{h_1}^+ h_1 \rangle \rangle + \langle \langle S_{\rho_1}^+ \rho_1 \rangle \rangle + \langle \langle \langle S_{\theta}^+ \theta \rangle \rangle \rangle +$$

$$+ \langle S_{h_2}^+ h_2 \rangle + \langle S_{p_2}^+ p_2 \rangle + \langle S_{M_2}^+ M_2 \rangle$$

obtem-se:

$$S_{h_1}^+ = \delta(t - t_p) \delta(z - z_p) \quad (6-5)$$

$$S_{u_1}^+ = S_{\rho_1}^+ = S_{\theta}^+ = S_{h_2}^+ = S_{p_2}^+ = S_{M_2}^+ = 0 \quad (6-6)$$

Com os valores de $S_{u_1}^+$, $S_{h_1}^+$, $S_{\rho_1}^+$, S_{θ}^+ , $S_{h_2}^+$, $S_{p_2}^+$, $S_{M_2}^+$, é possível resolver o sistema de equação (5-56), a (5-58), que governam a função importância, a qual independe do parâmetro α , obtendo-se:

c) Densidade do fluido primário num instante t_p ($0 < t_p < t_f$) e no ponto z_p ($0 < z_p < L$)

A densidade do fluido primário num instante t_p e z_p é dada por

$$R = \rho_1(z_p, t_p) = \iint \rho_1(t, z) \delta(t - t_p) \delta(z - z_p) dt dz$$

$$= \langle\langle \rho_1(t, z) \delta(t - t_p) \delta(z - z_p) \rangle\rangle \quad (6-7)$$

Comparando com

$$R = \langle\langle S_{u_1}^+ u_1 \rangle\rangle + \langle\langle S_{h_1}^+ h_1 \rangle\rangle + \langle\langle S_{\rho_1}^+ \rho_1 \rangle\rangle + \langle\langle\langle S_{\theta}^+ \theta \rangle\rangle\rangle +$$

$$+ \langle S_{h_2}^+ h_2 \rangle + \langle S_{p_2}^+ p_2 \rangle + \langle S_{M_2}^+ M_2 \rangle$$

obtem-se:

$$S_{\rho_1}^+ = \delta(t - t_p) \delta(z - z_p) \quad (6-8)$$

$$S_{u_1}^+ = S_{h_1}^+ = S_{\theta}^+ = S_{h_2}^+ = S_{p_2}^+ = S_{M_2}^+ = 0 \quad (6-9)$$

Com os valores de $S_{u_1}^+$, $S_{h_1}^+$, $S_{r_1}^+$, S_0^+ , $S_{h_2}^+$, $S_{p_2}^+$, $S_{M_2}^+$ é possível resolver o sistema de equação (5-56), (5-57) e (5-58) que governa a função importância, e que independe do parâmetro α .

d) Pressão no secundário no final do transitório em t_f

A pressão no final do transitório em $t = t_f$, é dado por:

$$R = p_2(t_f) = \int_0^{t_f} p_2(t) \delta(t - t_f) dt$$

$$= \langle P_2(t) \delta(t - t_f) \rangle \quad (6-10)$$

Comparando com (5-34), obtém-se:

$$S_{p_2}^+ = \delta(t - t_f) \quad (6-11)$$

$$S_{u_1}^+ = S_{h_1}^+ = S_{r_1}^+ = S_0^+ = S_{h_2}^+ = S_{M_2}^+ = 0 \quad (6-12)$$

com os valores de $S_{u_1}^+$, $S_{h_1}^+$, $S_{r_1}^+$, S_0^+ , $S_{h_2}^+$, $S_{p_2}^+$, $S_{M_2}^+$ é possível resolver o sistema de equação (5-56), (5-57) e (5-58) que governam a função importância, o qual independe do parâmetro α

e) Entalpia do secundário num instante t_p ($0 < t_p < t_f$)

A entalpia do secundário em t_p é dada por

$$R = h_2(t_p) = \int h_2(t) \delta(t - t_p) dt$$

$$= \langle h_2(t) \delta(t - t_p) \rangle \quad (6-13)$$

Comparando com a equação (5-34), obtém-se

$$S_{h_2}^+ = \delta(t - t_p) \quad (6-14)$$

$$S_{u_1}^+ = S_{h_1}^+ = S_{\rho_1}^+ = S_{\theta}^+ = S_{h_2}^+ = S_{p_2}^+ = S_{M_2}^+ \quad (6-15)$$

6.2 Parâmetros

A equação para o coeficiente de sensibilidade é dada na sua forma geral pela relação (5-55).

Os coeficientes de sensibilidade para os parâmetros estudados terão equações semelhantes, para todos os funcionais, diferindo apenas nos termos u_1^* , h_1^* , ρ_1^* , θ^* , h_2^* , M_2^* , p_2^* , já que os termos de fonte que compõem a função importância são diferentes para cada funcional estudado.

A sensibilidade destes funcionais é analisada com relação aos seguintes parâmetros

a) Taxa de escoamento da massa da água de alimentação

substituindo-se $m_{2e} = \alpha$ na equação (5-55), o coeficiente de sensibilidade de $u_1(z_p, t_p)$ em relação ao parâmetro m_{2e} , resulta em:

$$\frac{dR}{d\dot{m}_{2e}} = \langle (-h_2 - h_{2s})h_2^* \rangle + \langle M_2^* \rangle \quad (6-16)$$

b) Entalpia da água de alimentação na entrada do secundário

Substituindo-se $h_{2e} = \alpha$ na equação (5-55), o coeficiente de sensibilidade de $u_1(t_p, z_p)$ em relação ao parâmetro h_{2e} , resulta em:

$$\frac{dR}{dh_{2e}} = \langle \dot{m}_{2e} h_2^* \rangle, \quad (6-17)$$

c) Volume no Secundário do Gerador de Vapor

Substituindo-se $V_2 = \alpha$ na equação (5-55), o coeficiente de sensibilidade de $u_1(t_p, z_p)$ em relação ao parâmetro V_2 , resulta em:

$$\frac{dR}{dV_2} = \langle \frac{dp_2}{dt} h_2^* \rangle + \langle p_2^* \rangle \quad (6-18)$$

d) Taxa de escoamento de vapor na saída do secundário

Substituindo-se $\dot{m}_{2s} = \alpha$ na equação (5-55), o coeficiente de sensibilidade de $u_1(t_p, z_p)$ em relação ao parâmetro \dot{m}_{2s} , resulta em:

$$\frac{dR}{d\dot{m}_{2s}} = \langle M_2^* \rangle \quad (6-19)$$

7. MODELO - EXEMPLO ESTUDADO

7.1 Exemplo

No presente trabalho será usado o modelo homogêneo de um gerador de vapor em forma de U. Este modelo foi empregado na análise de transitórios da Central Nuclear Almirante Álvaro Alberto, unidade Angra-1.

7.2. Características de Angra-1:

A unidade Angra-1 opera nominalmente produzindo 626 MW de potência elétrica, correspondendo à potência térmica nominal aproximada de 1876 MW. Para os transitórios, esta especificada uma sobre-potência de 2%

As características geométricas do projeto da unidade Angra-1 utilizados na simulação do gerador de vapor são fornecidas na Tabela 1.

Um esquema simplificado do gerador de vapor de Angra 1 é mostrado na figura 7, onde são apresentadas as características geométricas de volume e área da tabela 1.

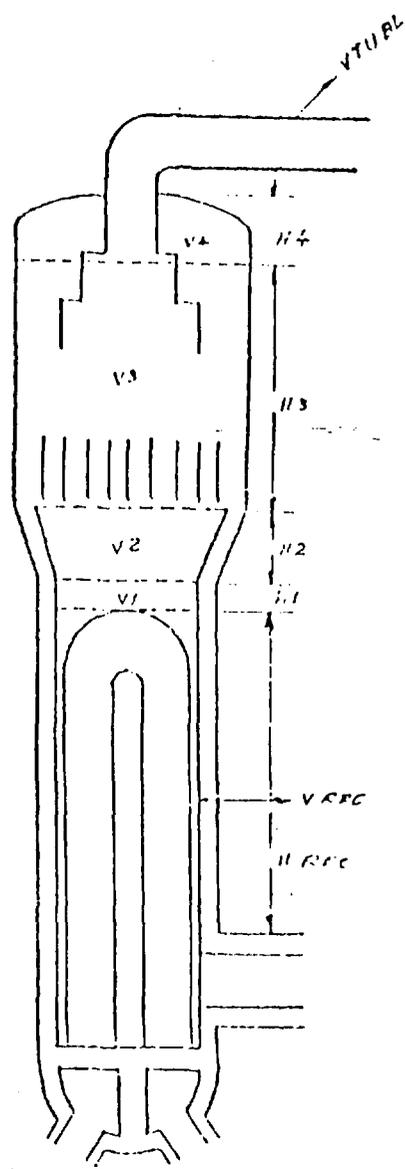


Figura 7: Esquema simplificado do gerador de vapor de Angra 1

TABELA 1 - Dados do gerador de vapor da unidade Angra-1

PARÂMETRO DE PROJETO	VALOR
Numero de geradores de vapor da central nuclear	2
Numero de tubos em U	4674
Diâmetro interno dos tubos , (m)	0,016656
Diâmetro Externo dos tubos , (m)	0,019050
Área total de transferência de calor , (m ²)	4487,07
Volume interno total dos tubos , (m ³)	16,731
Diâmetro interno do corpo que contem os tubos , (m)	3,18135
Volume da região de recirculação , (m ³)	2,70
Volume das tubulações de vapor até a tubulação , (m ³)	85,00
Volume da região I do gerador de vapor , (m ³)	6,40
Volume da região II do gerador de vapor , (m ³)	14,54
Volume da região III do gerador de vapor , (m ³)	61,40
Volume da região IV do gerador de vapor , (m ³)	9,87

7.3. Parâmetros físicos e geométricos gerais

Os parâmetros físicos e geométricos gerais do sistema são entendidos como todos os dados físicos complementares que não fazem parte diretamente dos dados de projeto do gerador de vapor da unidade Angra-1.

Desta forma, os dados relativos aos parâmetros físicos e geométricos gerais são fornecidos na Tabela 2.

TABELA 2 - Parâmetros físicos e geométricos gerais

PARÂMETRO FÍSICO	VALOR
Volume total do secundário do gerador de vapor , (m ³)	222,24
Altura equivalente dos tubos em U , (m)	8,011889
Volume do corpo que contém os tubos em , (m ³)	63,686
Volume total de materiais dos tubos , (m ³)	4,6148
Massa total da água de alimentação , (kg)	54.764
Título de vapor médio ,	0,093360
Entalpia da água de alimentação , (J/kg)	0,100549.10 ⁷
Fluxo de massa da água de alimentação , (kg/s)	515
Entalpia da água de alim. na entr. do secundário , (J/kg)	0,91675.10 ⁶
Temperatura inicial de entrada da água do primário , (°C)	329,34

8. RESULTADOS E ANÁLISES

Os coeficientes de sensibilidade calculados pelo programa GEVADJdesenvolvido neste trabalho são mostrados na Tabela 3.

TABELA 3 - Coeficientes de sensibilidade

		FUNCIONAIS							
		Entalpia média do secundário		Pressão média do secundário		Entalpia do secundário em t_f		Pressão do secundário em t_f	
		\bar{h}_2	J/kg	\bar{P}_2	N/m ²	h_2	J/kg	P_2	J/kg
P	\dot{m}_{2e}								
	kg/s	-39,62		-255,46		-71,49		-422,15	
	h_{2e}								
	J/kg	0,039		0,4981		0,066		0,867	
	V_2								
	m ³	500,82		-588,24		806,29		-926,09	

t_f representa o tempo no final do transitorio

É importante notar, no entanto, que a Tabela 3 exibe valores relativos dos coeficientes de sensibilidade (coeficientes dimensionais). Em outras palavras, não são possíveis de serem comparados em escala absoluta. Por exemplo,

um parâmetro com um valor não perturbado muito pequeno pode ter um coeficiente de sensibilidade relativo muito alto, não necessariamente refletindo uma maior sensibilidade do funcional em relação a este.

No intuito de uma comparação real entre vários parâmetros, a fim de expor as variações paramétricas mais críticas de um determinado sistema (um dos objetivos da análise de sensibilidade), é possível definir o coeficiente de sensibilidade absoluto como segue:

$$CS_{ABS} = \frac{\partial R / R_{REF}}{\partial p / p_{REF}} = \frac{\partial R}{\partial p} \times \frac{p_{REF}}{R_{REF}}, \quad (8-1)$$

em que:

CS_{ABS} é o coeficiente de sensibilidade absoluto;

$\frac{\partial R}{\partial p}$ é o coeficiente de sensibilidade relativo;

R_{REF} é o valor do funcional em estudo não perturbado;

p_{REF} é o valor do parâmetro em estudo não perturbado.

Os valores não perturbados de funcionais e parâmetros são obtidos pelo conjunto de dados de entrada (Tabelas 1 e 2) sem perturbação no sistema. Os resultados são exibidos nas Tabelas 4 e 5 a seguir.

TABELA 4 - Valores não perturbados dos funcionais

FUNCIONAIS			
Entalpia média no secundário \bar{h}_2 J/kg	Pressão média no secundário \bar{P}_2 N/m ²	Entalpia do se- cundário em t_f P_2 J/kg	Pressão do se- cundário em t_f h_2 N/m ²
0,1368833.10 ⁷	0,6233908.10 ⁷	0,135153.10 ⁷	0,600294.10 ⁷

R_{REF}

TABELA 5 - Valores não perturbados dos parâmetros

PARÂMETROS		
\dot{m}_{2e} kg/s	V_2 m ³	h_{2e} J/kg
515	222,249696	0,91675.10 ⁶

P_{REF}

Através da Eq. (8-1) e dos resultados das Tabelas 4 e 5 é possível agora determinar os coeficientes de sensibilidade absolutos. Os resultados são mostrados na Tabela 6 a seguir.

TABELA 6 - Coeficientes de sensibilidade absolutos

		FUNCIONAIS			
		Entalpia média	Pressão média	Entalpia do se-	Pressão do se-
		no secundário	no secundário	cundário em t_f	cundário em t_f
		\bar{h}_2 J/kg	\bar{P}_2 N/m ²	h_2 J/kg	P_2 N/m ²
p	\dot{m}_{2e} kg/s	0,01491182	0,02110424	0,02724085	0,0362167
	V_2 m ³	0,08131531	0,20971822	0,13258877	0,0342870
	h_{2e} J/kg	0,028766	0,08030123	0,0489512	0,1451798

Pela análise da tabela 6, o volume total do secundário, em geral, é o que mais influencia os funcionais entalpia específica e pressão no secundário. Por outro lado, dos parâmetros mostrados na tabela 6, o fluxo mássico da água de alimentação é o que apresenta a menor sensibilidade deste funcional em relação aos funcionais - resposta mencionados.

Uma exceção notável é a pressão no secundário no instante t_f . A sensibilidade deste funcional em relação ao fluxo mássico da água de alimentação e ao volume do secundário são aproximadamente iguais, enquanto a entalpia da água de alimentação apresenta valores consideravelmente maiores.

Uma melhor avaliação dos cálculos de sensibilidade realizados nesse trabalho pode ser feita através da comparação dos valores perturbados obtidos

com o formalismo selecionados , obtidos com o formalismo perturbativo (FP) e diretamente com o modelo (PD).

As tabelas 7 e 8 mostram os resultados dos cálculos efetuados para a entalpia e pressão do secundário, respectivamente, quando variações de +1%, -1%, +5% e -5% são impostas ao fluxo de massa da água de alimentação (\dot{m}_{2a}) e no volume total do secundário (V_2). Duas situações para este funcional foram consideradas: uma que se refere ao seu valor médio durante o tempo de observação do transitório e a outra referente ao seu valor no instante final desta observação. O erro relativo foi calculado como:

$$\text{Erro}(\%) = \frac{FP - PD}{PD} * 100\%$$

Os erros relativos foram em geral menores que 1%, podendo-se afirmar que, para os funcionais e parâmetros apresentados nas tabelas 7 e 8, não existem diferenças significativas entre os resultados obtidos pelos dois métodos. Convém ressaltar no entanto, que o volume de trabalho necessário para a consecussão via modelo GEVAP é bem maior que com o metodo perturbativo do GEVADJ.

TABELA 7 - Dados dos funcionais relativos à entalpia

Funcional Entalpia média no secundário		Funcional entalpia do secundário em t_f	
\bar{h}_2	J/kg	h_2	J/kg

P	\dot{m}_{2e}	$\delta p/p_0$	PD	FP	Erro	PD	FP	Erro
		(x100) ^b	(x10 ⁶)	(x10 ⁶)	(%)	(x10 ⁶)	(x10 ⁶)	(%)
	\dot{m}_{2e}	+1%	1,36823	1,36844	0,01534	1,35049	1,35088	0,02887
		-1%	1,36864	1,36843	-0,01535	1,35122	1,35084	-0,02813
		+5%	1,36761	1,36846	0,06215	1,34937	1,35096	0,11783
		-5%	1,36926	1,36841	-0,06208	1,35234	1,35075	-0,11758
	V_2	+1%	1,37101	1,37030	-0,05179	1,35501	1,35272	-0,16905
		-1%	1,36586	1,36656	0,05124	1,35501	1,36656	0,85239
		+5%	1,37883	1,37769	-0,08268	1,36759	1,36010	-0,54768
		-5%	1,35804	1,35905	0,07437	1,33412	1,34149	0,55242

b. Variação relativa percentual

TABELA 8 - Dados dos funcionais relativos à pressão

Funcional Pressão média do secundário		Funcional Pressão do secundário em t_f						
\bar{p}_2	N/m ²	p_2	N/m ²					
p	\dot{m}_{2e}	$\delta p/p_0$ (x100)	PD (x10 ⁶)	FP (x10 ⁶)	Erro (%)	PD (x10 ⁶)	FP (x10 ⁶)	Erro (%)
		+1%	6,22731	6,22870	0,02232	5,99210	5,99459	0,04155
		-1%	6,22994	6,22854	-0,02248	5,99645	5,99396	-0,04153
		+5%	6,22332	6,22903	0,09175	5,98582	5,99584	0,16739
	-5%	6,23393	6,22821	-0,09176	6,00303	5,99270	-0,17208	
	V_2	+1%	6,19833	6,22901	0,49497	5,98951	5,99541	0,09850
		-1%	6,25892	6,22824	-0,49019	5,94904	5,99314	0,74129
		+5%	6,07715	6,23051	2,52355	5,97506	5,99985	0,41489
-5%		6,35068	6,22666	-1,95287	6,01349	5,98851	-0,41540	

9. CONCLUSÕES

Neste trabalho, os formalismos diferencial e GPT da teoria de perturbação foram aplicados a um modelo de gerador de vapor usado para análise de transitórios na usina de Angra-1. No curso de desenvolvimento deste trabalho, foi possível verificar que ambos os formalismos apresentam as mesmas equações para as funções adjuntas e funções importâncias, e que o coeficiente de sensibilidade tem a mesma expressão final seja por um ou outro formalismo.

Usando um transitório de perda de vazão forçada na usina de Angra-1 como caso exemplo, coeficientes de sensibilidade para funcionais como entalpia específica média, entalpia específica no instante final de observação do transitório, pressão média no secundário e pressão final no secundário em relação a parâmetros tais como, fluxo de massa da água de alimentação, volume no secundário e entalpia específica da água de alimentação foram determinados. Foi possível concluir que o volume do secundário é o parâmetro que mais afeta a pressão e a entalpia dentre os parâmetros acima mencionados. Este parâmetro deve então ser conhecido com uma melhor precisão alcançável.

Comparando os resultados dos valores perturbados fornecidos pelo programa GEVADJ desenvolvido neste trabalho com os resultados obtidos usando o programa GEVAP, observou-se desvios relativos menores do que 1% na grande maioria dos casos. Além disso, verificou-se que a obtenção dos resultados com o GEVADJ podia ser feita de maneira muito mais rápida do que a execução repetidas vezes do programa GEVAP.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE LIMA, F.R.; DA SILVA, F.C. Teoria de perturbação generalizada aplicada a termohidráulica de reatores. Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, 1984. 27p. (Programa de Engenharia Nuclear, PEN-125).
- ANDRADE LIMA, F.R.; DA SILVA, F.C.; THOMÉ FILHO, Z.D.; ALVIM, A.C.M.; BARROSO, A.C. DE O.; SILVA, G.A Cálculo de sensibilidade de temperatura do refrigerante em relação aos parâmetros termohidráulicos. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, 1985. 113p. (Programa de Engenharia Nuclear, PEN-130).
- ANDRADE LIMA, F. R.; ALVIM, A.C.M. TEMPERA-V2-Um programa para análise de sensibilidade num canal refrigerante de reatores nucleares. Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, 1986. 81p. (Programa de Engenharia Nuclear, PEN-139).
- ANDRADE LIMA, F.R. Aplicações de métodos perturbativos ao modelo multi-canal COBRA-IV-I para cálculos de sensibilidade em núcleos de reatores nucleares. Rio de Janeiro, 1990. 389 p. (Doutorado, Programa de Engenharia Nuclear-COPPE/UFRJ).
- CACUCI, D.G.; WEBER, C.F.; OBLOW, E.M.; MARABLE, J.H. Generalized sensitivity theory for systems of coupled nonlinear equations. Oak Ridge, 1980a. (NUREG/CR-1003, ORNL/NUREG/ TM-349. Report)
- CACUCI, D.G.; WEBER, C.F.; OBLOW, E.M.; MARABLE, J.H. Sensitivity theory for general systems of nonlinear equations Nucl. Sci. Eng., 75:88-110, 1980b.

DA SILVA , F.C.; ANDRADE LIMA,F.R. Cálculo de sensibilidade de temperatura do refrigerante em relação aos parâmetros termohidráulicos. In: ENCONTRO NACIONAL DE FÍSICA DE REATORES E TERMOHIDRÁULICA, 5., Rio de Janeiro, 1985. *Anais*. Rio de Janeiro, Associação Brasileira de Energia Nuclear, 1985, v.1, p. 345-60.

GANDINI,A. A generalized perturbation method for bi-linear functionals of the real and adjoint neutrons fluxes. J. Nucl. Energy, 21:755, 1967.

GANDINI, A. Generalized perturbation theory for nonlinear systems from the importance conservation principle. Nucl. Sci. Eng., 77:316-43, 1981.

GANDINI, A. Generalized perturbation theory (GPT) methods. a heuristic approach. Advances in Nuclear Science and Technology, 19:205-380, 1987.

GANDINI, A Notas de aula. Recife, Departamento de Energia Nuclear/CMCT-UFPE, Recife , Janeiro-Feveiro 1994. 35p.

MACIEL,E.S.G. Análise de sensibilidade em um modelo simplificado do canal quente de reatores a água pressurizada via formalismo matricial. Recife, 1995. 124p. (Mestrado - Departamento de Energia Nuclear /UFPE).

OBLOW, E. M. Sensitivity theory from a differential viewpoint. Nucl. Sci. Eng., 59.:187-9, 1976.

OBLOW, E.M. Sensitivity theory for reactor thermalhydraulics problems. Nucl. Sci. Eng., 68: 322-37, 1978.

POMRANING, G.C. Variational principle for eigenvalue equations. J. Math. Phys.8:147-60, 1967.

SANDERS, R. M.G.; ANDRADE LIMA.F.R.; ALVIM, A.C.M. Aplicação da teoria de perturbação (formalismo diferencial) para a análise de sensibilidade em geradores de vapor de centrais nucleares PWR. In: CONGRESSO GERAL DE ENERGIA NUCLEAR, 2., Rio de Janeiro, 1988. *Anais*. Rio de Janeiro. Associação Brasileira de Energia Nuclear, 1988. v. 1, p. 425-36.

SOUZA, A.L. Modelo homogêneo de um gerador de vapor para simulação de transitórios operacionais e acidentes em centrais nucleares tipo PWR. Rio de Janeiro, 1981. 154p. (Mestrado - Instituto Militar de Engenharia).

STACEY Jr., W.M. Variational estimates and generalized perturbation theory for the ratios of linear and bilinear functionals. *J. Math. Phys.*, 13(8):1119, 1972.

STACEY Jr., W.M. Variational methods in nuclear reactor physics, New York, Academic Press, 1974.

USACHIEV, L. N. Perturbation theory for the breeding ratio and other number ratios pertaining to various reactor processes. *J. Nucl. Energy*, 18:571, 1974.

WIGNER, E.P. Effect of small perturbations on pile period. Chicago, 1945. (CP-G-3048 Report).

WILLIAMS, M.L. Development of depletion perturbation theory for coupled neutron/ nuclide fields. *Nucl. Sci. Eng.*, 70:20-36, 1979 .