UA9900446

ПРОСТІ МЕТОДИ ЗНАХОДЖЕННЯ МОДЕЛЬНИХ СПОТВОРЕНИХ ХВИЛЬ І ОПТИЧНИХ ПОТЕНЦІАЛІВ З ДИНАМІЧНОГО РІВНЯННЯ

М.І.Волошин, А.Д.Фурса

Дуже часто в ядерних реакціях утворюються нестабільні ядра. Для розрахунку перерізів таких процесів необхідно знати спотворюючі оптичні потенціали цих ядер для відлітаючих частинок. Безпосереднє визначення потенціалів нестабільних ядер по пружному розсіянню на них потрібних частинок неможливе або, принаймні, досить складне. Як правило, в подібних випадках використовують потенціали сусідніх стабільних ядер, відповідним чином їх інтерполюючи, що вносить неконтрольовану похибку в розглядувані перерізи і утруднює вірну інтерпретацію даних. Особливо це стосується легких і середніх ядер, де невелика зміна їх нуклонного складу спричиняє до різких структурних флуктуацій параметрів потенціалу.

В даній роботі в єдиному підході, який грунтується на динамічному рівнянні, показано, як, з одного боку, можна знайти феноменологічну спотворену хвилю, а з другого, по відомій спотвореній хвилі, яка може бути знайдена незалежно, відтворити відповідний оптичний потенціал, в тому числі і для нестабільного залишкового ядра.

Запропонований метод використовує рівняння Шредінгера для спотворених хвиль: $[\nabla^2 + k^2 - v(r)]\Psi^{(+)}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = 0$, $v(r) = 2\mu V(r)$, де k-імпульс відносного руху, μ - зведена маса системи, $V(r)$-оптичний потенціал. Феноменологічна спотворена хвиля параметризувалася таким чином:

$$\Psi^{(+)}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\exp(-\gamma kR + iD\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})\{1 + F\exp[-\frac{(\mathbf{r}-R\hat{\mathbf{k}})^2}{a^2}]\}, \qquad (1)$$

де $D = \beta + i\gamma$ - комплексний показник заломлення. Підстановка (1) в рівняння Шредінгера зводить його до алгебраїчного:

$$f(r,\vartheta)v(r) - \varphi(r,\vartheta) = 0, \qquad (2)$$

$$f(r,\vartheta) = 1 + F\exp(qr\cos\vartheta - \frac{r^2+R^2}{a^2}),$$

$$\varphi(r,\vartheta) = (1-D^2)k^2 + [f(r,\vartheta)-1]\{k^2 - \frac{6}{a^2} - Q^2 + (\frac{2r}{a^2})^2 - 4i\frac{Qr}{a^2}\cos\vartheta\},$$

де $Q = Dk - iq$, $q = 2R/a^2$, $\cos\vartheta = \hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{r}}$. Для довільних параметрів ліва частина (2) відмінна від нуля. Завдання полягає в їх підборі таким чином, щоб рівняння (2) задовольнити якнайкраще.

Проблема розв'язку (2) з метою знаходження параметрів (1) полягає в тому, що точок по r і ϑ, в яких рівняння повинно задовольнятися, нескінченна безліч, а число модельних параметрів обмежене. Практично достатньо задовольнити (2) з визначеною точністю в точках двовимірної сітки (r_i, ϑ_j). Пропонуємий метод розв'язку полягає в мінімізації сіткового рівняння в обмеженій по r області простору відносно значень параметрів (1):

$$\min \sum_{i,j} |f(r_i, \vartheta_j) v(r_i) - \varphi(r_i, \vartheta_j)| \simeq 10^{-2} - 10^{-3}. \qquad (3)$$

Останнє зумовлено тим, що знати поведінку (1) в усьому просторі немає потреби. Її треба знати там, де зосереджені оператори переходу, що важливо для вірного обчислення матричних елементів. Реально ця область обмежена розмірами ядра. Одержані з (3) функції виявляються близькими до тих, які були одержані раніш в [1] іншими методами. Вони добре описують експериментальні дані при умові, якщо оптичний потенціал дає те ж саме. Все це підтверджує вірність визначення параметрів і адекватність форми (1) точній хвильовій функції.

Для визначення параметрів моделі (1) важливою є кутова залежність функцій f і φ, в той час як для якісного відтворення потенціалу достатньо нульової гармоніки рівняння, яка одержується інтегруванням (2) по тілесному куту і має вигляд

$$F(r)v(r) - \Phi(r) = 0, \qquad (4)$$

$$F(r) = 1 + F\exp(-\frac{r^2 + R^2}{a^2}) j_0(iqr),$$

$$\Phi(r) = (1 - D^2)k^2 + [F(r) - 1]\{[k^2 - \frac{6}{a^2} - Q^2 + (\frac{2r}{a^2})^2] j_0(iqr) - 4\frac{Qr}{a^2} j_1(iqr)\},$$

де $j_\ell(x)$-сферична функція Бесселя. Це й зрозуміло: парціальна компонента хвилі з $\ell = 0$ не вичерпує всієї функції, тоді як нульова гармоніка рівняння Шредінгера може правити за основу для визначення оптичного потенціалу. Так, пошук параметрів моделі (1) за допомогою рівняння (4) для заданого $v(r)$ давав таку хвилю, яка не описувала жодних експериментальних даних. В той же час потенціал $v(r) = \Phi(r)/F(r)$ з правильно визначеними параметрами хвилі якісно узгоджувався з початковим.

Торкнемося тепер питання відтворення потенціалу. Його пошук за допомогою (2) являє собою делікатну задачу. Безпосереднє розв'язання (2) приводить до нефізичної залежності v від кута ϑ, що є наслідком наближеності моделі (1). Нами використовувався метод безпосередньої мінімізації квадратичного функціоналу типу (3) відносно v при заданих f і φ.

Як приклад розглянуто пружне розсіяння протонів на ядрі ^{12}C в інтервалі енергій від 20 до 156 МеВ. Потенціали і відповідні їм модельні спотворені хвилі були одержані в [1]. Для ілюстрацій обрано потенціали з об'ємним і поверхневим поглинанням при енергіях 72 і 156 МеВ. Вони наведені в таблиці 1 у верхніх рядках для кожної енергії.

Таблиця 1. Оптичні потенціали для $p - {}^{12}C$ розсіяння

E МеВ	U МеВ	r_{0U} Фм	a_U Фм	W_V МеВ	r_{0V} Фм	a_V Фм	W_D МеВ	r_{0D} Фм	a_D Фм
72	44,949	1,034	0,624	5,692	1,402	0,480	9,022	0,660	0.367
	46,019	0,856	0,624	5,480	1,561	0,347	8,673	0,749	0.356
156	23,086	1,094	0,641	15,273	0,937	0,292	1,366	1,231	1.066
	24,087	0,926	0,760	15,871	0,983	0,635	1.232	1,306	0,876

Ці потенціали добре відтворюють експериментальні диференціальні перерізи пружного розсіяння при 72 МеВ – [2] і 156 МеВ – [3] і дають інтегральні перерізи (пружне, реакцій, повне), які збігаються з експериментальними [4–6]. Розв'язки сіткового рівняння (3) для спотвореної хвилі (1) з зазначеними потенціалами наведені в таблиці 2.

Таблиця 2. Параметри спотвореної хвилі (1) для $p - {}^{12}C$ розсіяння

E МеВ	β	γ	ReF	ImF	R Фм	a Фм	σ_e мб	σ_r мб	σ_t мб
72	1,000	0,0	-0,955	0,916	1.459	2,776	418	233	661
156	1,000	0,0	-0,497	0,476	2,236	3.117	105	215	303

Як уже відмічалось вище, одержані таким методом спотворені хвилі повністю еквівалентні знайденим в [1] іншими методами. Ці функції добре описують експериментальні кутові розподіли розсіяння і дають близькі до експериментальних інтегральні перерізи (останні 3 колонки таблиці 2). Формули для розрахунку цих величин наведені в [1]. В таблиці 1 у нижніх рядках для кожної енергії наведені параметри Вудс-Саксоновських потенціалів, одержаних мінімізацією квадратичного функціоналу, які непогано узгоджуються з початковими і добре відтворюють головні їх риси: глибини, радіуси, характер поглинання.

У випадку інших енергій і відповідних потенціалів з [1] загальний висновок залишається таким: модельні спотворені хвилі, знайдені навіть в обмеженій області простору, несуть на собі практично всю інформацію про той потенціал, що їх породив, і непогано відтворюють її при розв'язанні оберненої задачи його відтворення.

Отже, в роботі запропоновано динамічний метод знаходження модельних спотворених хвиль, який не потребує ні точних розв'язків рівняння Шредінгера, ні експериментальних даних по перерізам і який повністю еквівалентний методам [1], але набагато простіший в реалізації. По-друге, розвинуто прості методи якісної оцінки і кількісного відтворення оптичних потенціалів по відомій спотвореній хвилі, яка може бути знайдена незалежно. Наприклад, в реакції $^6Li(p,2p)^5He$ утворюється нестабільне залишкове ядро, яке розпадається по каналу ^4He+n. Використання експериментальних даних для цієї реакції в симетричній компланарній геометрії, коли справедливий прямий механізм, дозволяє знайти спочатку спотворену хвилю (наприклад, з порівняння теоретичного і експериментального перерізів реакції), а потім по викладеній схемі потенціал ^5He для протонів при енергії, яка відповідає кінцевому стану. Таким чином, можно сподіватися, що запропонований метод дасть додаткову змогу одержання нової інформації про ядерну взаємодію з нестабільними ядрами і істотно полегшить теоретичні розрахунки перерізів ядерних реакцій.

1. Волошин М.І.,Фурса А.Д. Моделювання спотворених хвиль для центрального оптичного потенціалу// УФЖ. – 1994. – Т. 39, N 11,12. – P.1036-1040.

2. Аушев В.Е.,Заика Н.И.,Мохнач А.В. и др. Реакции с вылетом частиц $Z = 1$ при взаимодействии протонов с энергией 72 МэВ с ^9Be и ^{12}C // Препринт КИЯИ N 6. Киев. – 1982. – С. 4-6.

3. Comparat V.,Frascaria R.,Marty N. et al. Proton – Nucleus Elastic Scattering at 156 MeV// Nucl.Phys. – 1974. – Vol. **A221**, N 2. P. 403-413.

4. Renberg P.U.,Measday D.F.,Pepin M. et al. Reaction Cross Section for Protons in the Energy Range 220-570 MeV// Nucl.Phys. – 1972. – Vol. **A183**, N 1. – P. 81–104.

5. Schwaller P.,Pepin M.,Favier B. et al. Proton Total Cross Section on ^1H, ^2H, ^4He, ^9Be, ^{12}C and ^{16}O in the energy Range 180 to 560 MeV// Nucl.Phys. – 1979. – Vol. **A316**, N 3. – P. 317 – 344.

6. Барашенков В.С.,Тонеев В.Д. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. – М.: Атомиздат, 1972.