

## 9. 核物質の超流動性に対する相対論的アプローチ — カットオフ入り相対論的平均場理論による 対波動関数の構成 —

福岡教育大物理 松崎昌之  
九大理 谷川知憲

### 概要

We propose a simple method to reproduce the  $^1S_0$  pairing properties of nuclear matter, which are obtained by a sophisticated model, by introducing a density-independent cutoff into the relativistic mean field model. This applies well to the physically relevant density range.

無限核物質中の  $^1S_0$  対ギャップはギャップ方程式

$$\Delta(p) = -\frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty \bar{v}(p, k) \frac{\Delta(k)}{\sqrt{(E_k - E_{k_F})^2 + \Delta^2(k)}} k^2 dk \quad (1)$$

を解くことによって求まる。ここで  $\bar{v}$  は粒子-粒子 (p-p) 相互作用  $v_{pp}$  の反対称化行列要素を表す。この方程式の形から、単一粒子エネルギー  $E_k$  と  $v_{pp}$  の選択が物理を決定することがわかる。第一原理からの微視的計算では、 $E_k$  は、自由空間での核子-核子 (N-N) 散乱の位相のずれを再現する相互作用による Brueckner-Hartree-Fock 計算によって与えられる。 $v_{pp}$  については裸の相互作用を用いる立場と、 $G$  行列のような媒質効果を考慮したものを用いる立場がある。前者の立場は、ギャップ方程式自体が短距離相関を内包しているので、媒質効果を考慮した相互作用を用いることは二重勘定をもたらすという考え [1, 2, 3, 4] に基づく。核物質の超流動性に対する非相対論的研究の 40 年の歴史 [5] は、位相のずれを再現するすべての N-N 相互作用はほとんど同じ  $^1S_0$  ギャップを与えることを示している。これは  $T$  行列がこのチャンネルで仮想束縛状態を持つために相互作用を分離型で近似できる [6] ことに由来して、位相のずれと対ギャップの間に近似的な関係式が成立することによる。媒質効果 (ラダー相関) は短距離斥力を弱めるために対ギャップを大きくすると考えられている。

核物質中の対相関に対するもう一つのアプローチに、始めから有限密度系の性質を再現するように構成された有効力を用いる方法がある。その代表例としては Gogny 力がある。この力はカットオフなしに対相関を記述する [7]。一方 Skyrme 力は 0-レンジ力であるので、対相関を記述するためには運動量空間でのカットオフを必要とする [8]。

これらと同様に、核物質中の対相関に対する最初の相対論的研究は、無限核物質及び有限核のバルクな性質を再現するように決定された相対論的平均場 (RMF) 模型の結合定数による中間子交換相互作用を用いて行われた [9]。1991 年のことである。しかしそこで得られた対ギャップは非相対論的研究でコンセンサスが得られている値の約 3 倍大きいものであった。その後 5 年間 (発表された) 後続の研究はなかったが、1996 年からこの結果を改善するための種々の試みが行われてきている。これらの試みは二つのグループに大別できる。第 1 のグループは粒子-空孔 (p-h) チャンネル、すなわち単一粒子状態とコンシステントな相互作用をギャップ方程式中の  $v_{pp}$  として用いるもの [10, 11, 12, 13]、第 2 のグループは  $v_{pp}$  として裸の相互作用あるいはそれを更に精密化したものを用いるもの [14, 15] である。RMF 模型による単一粒子状態に基づ

くこれらのものに加えて、第3のタイプとして Dirac-Brueckner-Hartree-Fock (DBHF) 法による単一粒子状態に基づく計算 [16] も行われている。第2及び第3のタイプの計算は、非相対論的研究でコンセンサスが得られている値をよく再現する。このことは、相対論、非相対論を問わず、 $v_{pp}$  として位相のずれを再現する裸の N-N 相互作用を用いれば単一粒子状態の詳細に依らずにほぼ同じ  $^1S_0$  ギャップが得られることを示している。

第1のタイプの計算については、例えば N- $\bar{N}$  偏極などの多体論的精密化が必要であるが、それとは相補的な方向として、中性子星のクラスト物質や開殻有限核への現実的応用に適用可能な簡便な計算法を開発することも重要である。特に有限核では非相対論的な Gogny 力を  $v_{pp}$  として用いる“相対論的” Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) 計算 [17] が実用的成功を収めているが、ここで試みる方法によって初めて (p-h チャンネルと p-p チャンネルに同じ相互作用を用いるという意味で) 真の相対論的 HFB 計算が可能になるのである。本報告ではこの方向について考察を行う。

RMF 模型の最も簡単な形である  $\sigma$ - $\omega$  模型の結合定数による  $v_{pp}$  と、相対論的な裸の N-N 相互作用の一例である Bonn-B ポテンシャルの比較を図 1(a) に示す。両者の形が大きく異なっていることは明白である。このことは、前者は短距離相関なしに、後者はそれを取り込む DBHF 計算によって核物質の飽和性を再現する力であることによる。その結果として、前者においては、低運動量 ( $v_{pp}(k, k_F) < 0$ )、高運動量 ( $v_{pp}(k, k_F) > 0$ ) の両側で後者よりも行列要素が大きくなっている。後述のように両側とも対ギャップを大きくする方向に寄与する。

裸の N-N 相互作用を用いる場合には (1) 式中の運動量積分は無限大まで行われるべきであるが、低運動量での情報から構成されている有効力を用いる場合には高運動量カットオフを導入する余地がある。このカットオフ導入の根拠は核子サイズの有限性に求められる。RMF 模型では核子は点粒子であると考えるが、明らかにこれは十分高い運動量では不適切である。この核子サイズの有限性は Bonn ポテンシャルでは核子-中間子結合ヴァーテックス中のカットオフ質量 (1 - 2 GeV) で表現されている。RMF 模型による  $v_{pp}$  中の高運動量斥力をカットすることの必要性は、中間エネルギー重イオン衝突の研究からも示唆されている<sup>1</sup>。このことと図 1(b) での 3 - 8 fm<sup>-1</sup> での強いカットオフ依存性から、裸の N-N 相互作用による結果を定量的に再現するカットオフを決定する可能性が示唆される。

超流動性を定量的に記述するためには、Fermi 面での対ギャップ

$$\Delta(k_F) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \bar{v}(k_F, k) \phi(k) k^2 dk \quad (2)$$

を決定する対波動関数

$$\phi(k) = \frac{1}{2} \frac{\Delta(k)}{\sqrt{(E_k - E_{k_F})^2 + \Delta^2(k)}} \quad (3)$$

のみでなく、コヒーレンス長 [18]

$$\xi = \left( \frac{\int_0^\infty \left| \frac{d\phi}{dk} \right|^2 k^2 dk}{\int_0^\infty |\phi|^2 k^2 dk} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

を決定する  $\phi(k)$  の微分をも再現しなければならない。このコヒーレンス長は Cooper 対のサイズを決める量である。 $\Delta(k_F)$  が相互作用の対角行列要素  $v(k_F, k_F)$  のみで決定されかつ  $\xi$  が平均粒子間隔より十分大きい弱結合系では、 $\Delta(k_F)$  と  $\xi$  は密接に関係している。しかし核子多体系ではそれが成立する保証はなく、また非対角要素  $v(k_F, k)$  が重要な役割をする。そこで我々は、Bonn-B ポテンシャルを用いたフルレンジ (カットオフなし) 計算で得られた  $\Delta(k_F)$  と  $\xi$  を、RMF 模型の結合定数による  $v_{pp}$  を用いて広い密度範囲で最も良く再現する運動量カットオフ  $\Lambda_c$  を決定することを試みる。言い換えると、バルクな性質を変えずに超流動性をも同時に記述できるように、RMF 模型に密度に依らない一つの新しいパラメーターを導入することを試みる。

<sup>1</sup> 研究会で丸山智幸氏、大西明氏にコメントいただいた。

数値計算の概略は以下の通りである。採用するモデルは no-sea 近似の  $\sigma$ - $\omega$  模型である。用いたパラメータは  $M = 939$  MeV、 $m_\sigma = 550$  MeV、 $m_\omega = 783$  MeV、 $g_\sigma^2 = 91.64$ 、 $g_\omega^2 = 136.2$  [19] である。計算は対称核物質 ( $\gamma = 4$ ) と中性子物質 ( $\gamma = 2$ ) に対して行った。密度の  $\frac{1}{3}$  乗に比例する Fermi 運動量  $k_F$  を与えたとき、各運動量  $k$  での対ギャップ  $\Delta(k)$  は (1) 式で積分の上端を  $\Lambda_c$  としたものと

$$M^* = M - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \frac{\gamma}{2\pi^2} \int_0^{\Lambda_c} \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} v_k^2 k^2 dk \quad (5)$$

によって決定される。両者は

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{E_k - E_{k_F}}{\sqrt{(E_k - E_{k_F})^2 + \Delta^2(k)}} \right),$$

$$E_k = \sqrt{k^2 + M^{*2}} + g_\omega \langle \omega^0 \rangle \quad (6)$$

を通して結合している。対波動関数及びコヒーレンス長は得られた  $\Delta(k)$  から計算される。 $\Delta(k_F)$  と  $\xi$  を最も良く再現するために我々は

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{k_F} \left\{ \left( \frac{\Delta(k_F)_{\text{RMF}} - \Delta(k_F)_{\text{Bonn}}}{\Delta(k_F)_{\text{Bonn}}} \right)^2 + \left( \frac{\xi_{\text{RMF}} - \xi_{\text{Bonn}}}{\xi_{\text{Bonn}}} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

を最小にする  $\Lambda_c$  を探索した。ここで  $N$  は規格化定数である。“RMF”、“Bonn”の両者に対して単一粒子状態は  $\sigma$ - $\omega$  模型のものを共通に用いた。後述するように RMF 模型を  $k_F \sim 0$  に用いるのは不適切なので、 $k_F$  に関する和は  $k_F = 0.2, 0.3, \dots, 1.2 \text{ fm}^{-1}$  について取った。

対称核物質に対する計算で得られた最良の  $\Lambda_c$  は  $3.48 \text{ fm}^{-1}$  であった。図 1(a) を見るとこの値は、 $v_{\text{pp}}(k, k_F) < 0$  ( $\Delta(k) > 0$ ) の低運動量領域、 $v_{\text{pp}}(k, k_F) > 0$  ( $\Delta(k) < 0$ ) の高運動量領域の双方が必要であることを意味していることがわかる。これに反して、文献 [11] で決められた  $2 \text{ fm}^{-1}$  以下のカットオフは  $v_{\text{pp}}(k, k_F) > 0$  の領域を完全にカットしていることを意味し、またそれは図 1(b) 中の  $2 \text{ fm}^{-1}$  周辺の plateau にカットオフを設定することに対応する。文献 [8] で Skyrme 力の場合にこの方法が提案されたが、今回の結果とは相容れない。

図 2(a) 及び (b) は、上述のように決定した  $\Lambda_c$  を運動量積分の上端とし  $v_{\text{pp}}$  として  $\sigma$ - $\omega$  模型の結合定数の中間子交換力を用いた計算が、対称核物質の場合に Bonn-B ポテンシャルによる  $\Delta(k_F)$  と  $\xi$  をどの程度再現するかを示したものである。これらの図で、 $k_F \sim 0.2 \text{ fm}^{-1}$  と  $\sim 1.2 \text{ fm}^{-1}$  の両端で二つの模型の間のずれが目立つ。前者については、極低密度ではこの方法の前提となる平均場描像自体が良くないことによると考えられる。実際にこのような極低密度では、低エネルギー散乱での有効距離近似を用いた計算が良い結果を与えることが示されている [20]。後者については、RMF 模型では Gogny 力の場合と同様に、 $\Lambda_c$  にはほとんど依存せずに、Bonn ポテンシャルの場合よりも多少高密度まで超流動状態が続くことに原因を求めることができる。このことは同時に  $\Delta(k_F)$  のピークを高  $k_F$  側に移動させ、高  $k_F$  での  $\xi$  を小さくしている。ただし、超流動から常流動への転移密度については、どちらの模型の傾向が望ましいのか明らかではない。 $\sigma$ - $\omega$  模型のパラメータは元来対称核物質の性質を記述するように決定されたものであるから、 $\Lambda_c$  に関しても、対称核物質で決定した値を中性子物質に対しても用いた。結果は対称核物質の場合とほぼ同様であるが、核子の有効質量  $M^*$  がやや大きいことに由来して、図 1(b) に見られるように  $\Delta(k_F)$  がやや大きく、同時にやや高  $k_F$  まで超流動相が持続する。その結果  $k_F \sim 1.2 \text{ fm}^{-1}$  でも二つの模型の一致はかなり良い。中性子星の内殻の中性子物質の密度は  $0.2 \text{ fm}^{-1} \lesssim k_F \lesssim 1.3 \text{ fm}^{-1}$  にあたる [5] ので、ここで提案した簡単な方法でその大部分をカバーできることになる。有限核においても対相関は飽和点よりも低密度の核表面近傍の現象であるので、ここでの方法によって良く記述できる。

まとめると、本報告で我々は、RMF 模型を用いた無限核物質に対するギャップ方程式に密度によらない運動量カットオフを導入することによって、裸の N-N 相互作用を用いたフルレンジ計算によって与えら

れた  $^1S_0$  対相関を定量的に再現する方法を提案した。この方法は、物理的に意味のある広い密度範囲を良く記述できる。この方法は p-h チャンネルと p-p チャンネルに同じ相互作用を用いる真の相対論的 HFB 計算への道を開くものである。

## 参考文献

- [1] L. N. Cooper, R. L. Milles and A. M. Sessler, *Phys. Rev.* **114** (1959), 1377.
- [2] T. Marumori, T. Murota, S. Takagi, H. Tanaka and M. Yasuno, *Prog. Theor. Phys.* **25** (1961), 1035.
- [3] M. Baldo, J. Cugnon, A. Lejeune and U. Lombardo, *Nucl. Phys.* **A515** (1990), 409.
- [4] Ø. Elgarøy, L. Engvik, M. Hjorth-Jensen and E. Osnes, *Nucl. Phys.* **A604** (1996), 466 .
- [5] As a review, T. Takatsuka and R. Tamagaki, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **112** (1993), 27.
- [6] G. E. Brown and A. D. Jackson, *The Nucleon-Nucleon Interaction* (North-Holland, Amsterdam, 1976).
- [7] H. Kucharek, P. Ring, P. Schuck, R. Bengtsson and M. Girod, *Phys. Lett.* **B216** (1989), 249.
- [8] S. Takahara, N. Onishi and N. Tajima, *Phys. Lett.* **B331** (1994), 261.
- [9] H. Kucharek and P. Ring, *Z. Phys.* **A339** (1991), 23.
- [10] F. B. Guimarães, B. V. Carlson and T. Frederico, *Phys. Rev.* **C54** (1996), 2385.
- [11] F. Matera, G. Fabbri and A. Dellafore, *Phys. Rev.* **C56** (1997), 228.
- [12] M. Matsuzaki and P. Ring, *Proc. of the APCTP Workshop on Astro-Hadron Physics in Honor of Mannque Rho's 60th Birthday: Properties of Hadrons in Matter* (World Scientific, Singapore, in press), [e-print nucl-th/9712060].
- [13] M. Matsuzaki, *Phys. Rev.* **C58** (1998), 3407.
- [14] A. Rummel and P. Ring, preprint 1996 (unpublished).  
P. Ring, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **37** (1996), 193.
- [15] M. Matsuzaki and T. Tanigawa, *Phys. Lett.* **B445** (1999), 254.
- [16] Ø. Elgarøy, L. Engvik, M. Hjorth-Jensen and E. Osnes, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996), 1428.
- [17] T. Gonzalez-Llarena, J. L. Egido, G. A. Lalazissis and P. Ring, *Phys. Lett.* **B379** (1996), 13.
- [18] F. V. De Blasio, M. Hjorth-Jensen, Ø. Elgarøy, L. Engvik, G. Lazzari, M. Baldo and H.-J. Schulze, *Phys. Rev.* **C56** (1997), 2332.
- [19] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.* **16** (1986), 1.
- [20] Ø. Elgarøy and M. Hjorth-Jensen, *Phys. Rev.* **C57** (1998), 1174.

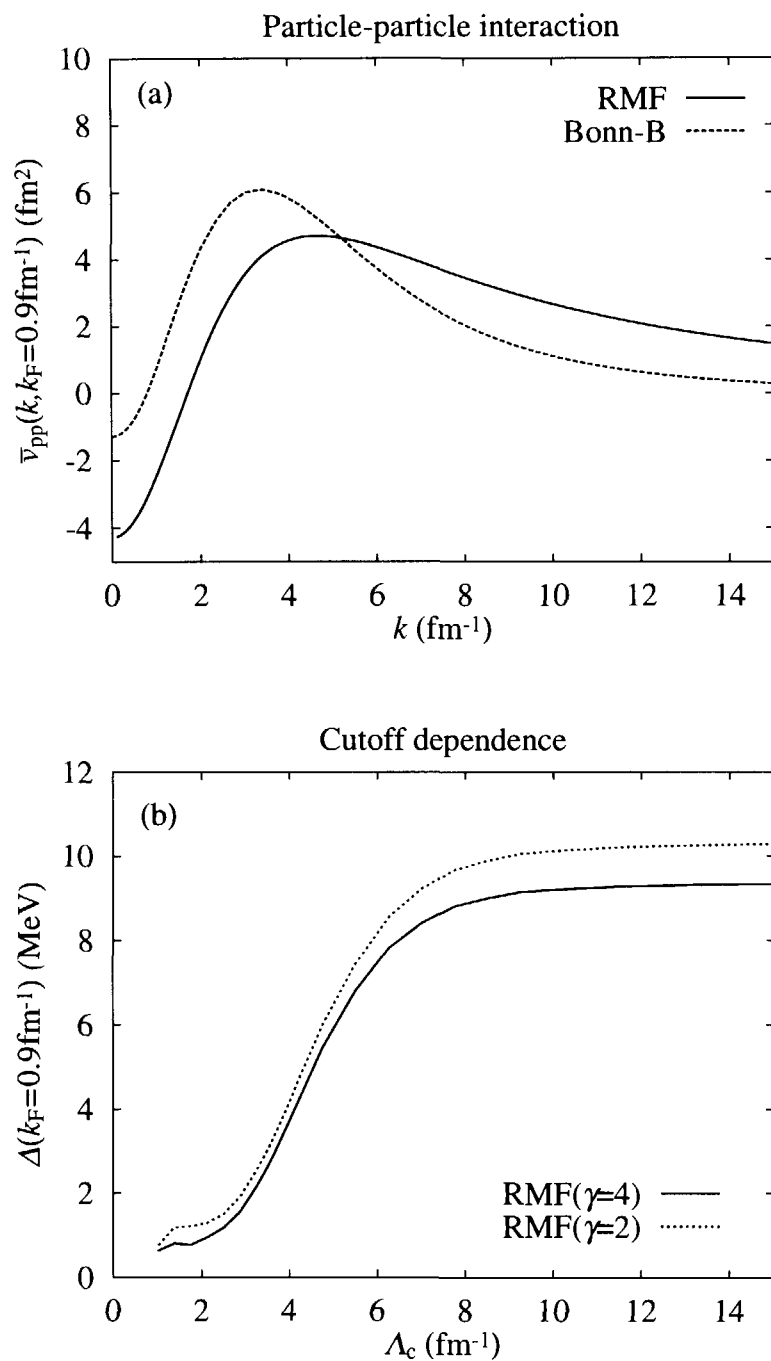


図 1: (a)  $^1S_0$  粒子-粒子チャンネル相互作用の、Fermi 運動量  $k_F = 0.9 \text{ fm}^{-1}$  での反対称化行列要素  $\bar{v}_{pp}(k, k_F)$  を二核子の相対運動量  $k$  の関数として示す。実線及び破線はそれぞれ、 $\sigma$ - $\omega$  模型の結合定数による中間子交換相互作用及び Bonn-B ポテンシャルを示す。(b)  $\sigma$ - $\omega$  模型による Fermi 面  $k_F = 0.9 \text{ fm}^{-1}$  での対ギャップ  $\Delta(k_F)$  を運動量カットオフ  $\Lambda_c$  の関数として示す。実線と点線はそれぞれ、対称核物質及び中性子物質に対する結果を示す。

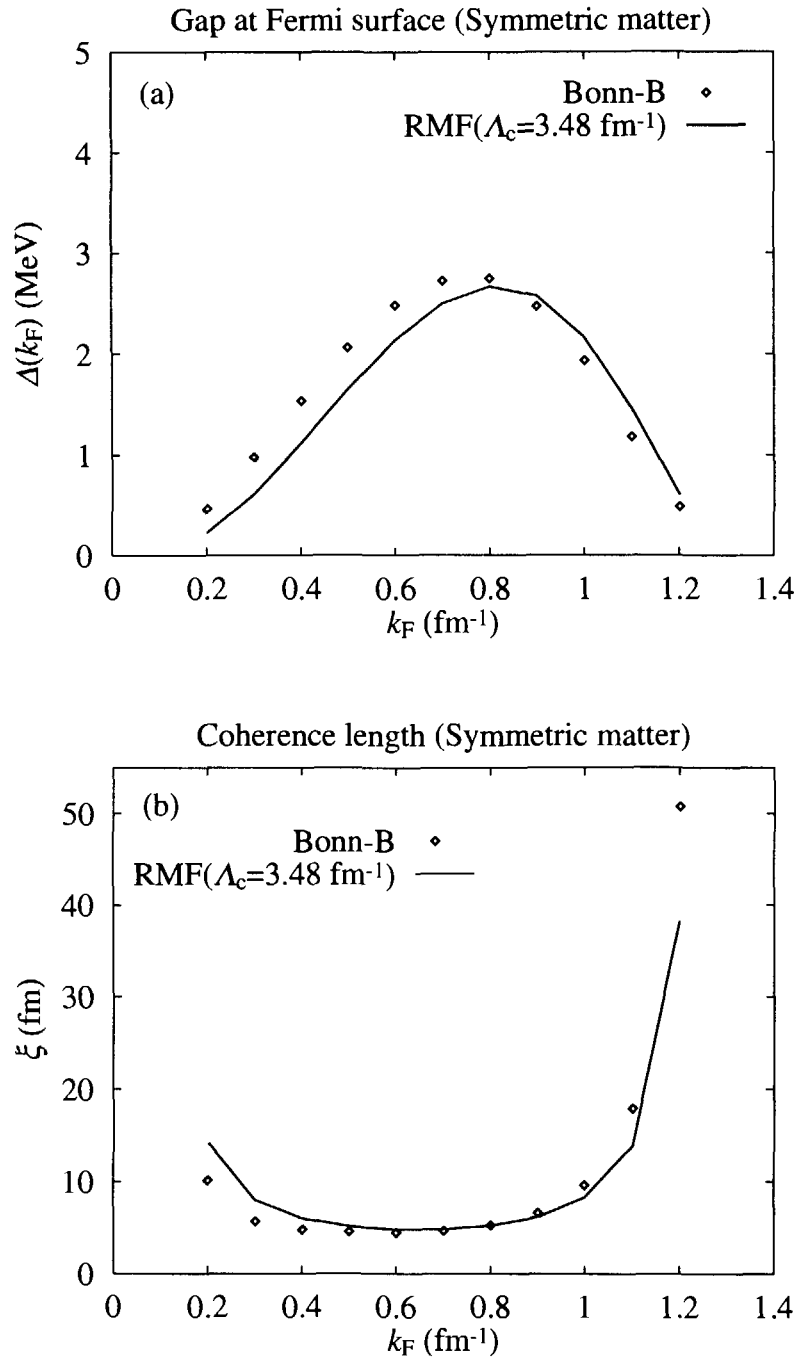


図 2: (a) Fermi 面での対ギャップ  $\Delta(k_F)$ 、(b) コヒーレンス長  $\xi$  を Fermi 運動量  $k_F$  の関数として示す。実線及び菱形はそれぞれ、 $\sigma$ - $\omega$  模型に運動量カットオフ  $\Lambda_c = 3.48 \text{ fm}^{-1}$  を導入したものと及び Bonn-B ポテンシャルによる結果を示す。