



6. *d*-波超伝導体中の渦糸まわりの準粒子構造 Quasi-particle structure around a single vortex in *d*-wave superconductors

加藤 勝 (大阪府立大学大学院・工学研究科数理工学)
Masaru Kato (Dept. of Math. Sci., Osaka Prefecture Univ.)
kato@ms.osakafu-u.ac.jp
Kazumi Maki, (University of Southern California)
kmaki@usc.edu

高温超伝導体中における渦糸まわりの準粒子構造はSTSの実験により詳しく調べられるようになった。理論的には、すでに、準古典近似の計算や、Bogoliubov-de Gennes 方程式を解いたものがあった。

ここでは、特に、渦糸まわりの準粒子構造について、準粒子状態を個々に調べる事によって、局在した束縛状態の有無を決定した結果を報告する[1]。

d-波超伝導体において、一本の渦糸のみを考えると、磁場の影響（ベクトルポテンシャル）を無視できて、Bogoliubov-de Gennes 方程式は

$$\begin{aligned} \left[-\frac{1}{2m_e} \nabla^2 - \mu \right] u_n(\mathbf{r}) - \frac{1}{p_F^2} [\partial_x \Delta(\mathbf{r}) \partial_x - \partial_y \Delta(\mathbf{r}) \partial_y] v_n(\mathbf{r}) &= E_n u_n(\mathbf{r}) \\ \left[-\frac{1}{2m_e} \nabla^2 - \mu \right] v_n(\mathbf{r}) - \frac{1}{p_F^2} [\partial_x \Delta(\mathbf{r}) \partial_x - \partial_y \Delta(\mathbf{r}) \partial_y] u_n(\mathbf{r}) &= E_n v_n(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

となり、

$$\Delta(\mathbf{r}) = \sum_n \frac{1}{p_F^2} (1 - 2f(E_n)) [(\partial_x u_n(\mathbf{r}))(\partial_x v_n^*(\mathbf{r})) - (\partial_y v_n(\mathbf{r}))(\partial_y u_n^*(\mathbf{r}))]$$

となる。ここではフェルミ面近傍でのみ秩序パラメーターが電子状態に影響を及ぼす事から、 $\hat{p}_x^2 - \hat{p}_y^2 = (p_x^2 - p_y^2) / p_F^2$ の近似を用いている。半径 R の円板の中心に渦糸を置き、円周上で $u_n(\mathbf{r})$, $v_n(\mathbf{r})$ がゼロになる境界条件を課せば、Gigy and Schlüter[2]が*s*-波超伝導の場合に使ったFourier-Bessel展開法が利用できる。

$$\begin{aligned} u_n(\mathbf{r}) &= \sum_m u_{nmj} \phi_{mj}(r) \frac{e^{im\theta}}{\sqrt{2\pi}} \\ v_n(\mathbf{r}) &= \sum_m v_{nmj} \phi_{mj}(r) \frac{e^{im\theta}}{\sqrt{2\pi}} \end{aligned}, \quad \phi_{jm}(r) = \frac{\sqrt{2}}{R J_{m+1}(\alpha_{mj})} J_m\left(\alpha_{mj} \frac{r}{R}\right)$$

ここで、 J_m は第1種Bessel関数、 α_{mj} はその j 番目の零点を表す。 $\Delta(\mathbf{r}) = |\Delta(r)| e^{-i\theta}$ と仮定すれば、BdG方程式は

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2m_e} \left(\frac{\alpha_{mj}}{R} \right)^2 - \mu \right] u_{nmj} - \frac{1}{2} \sum_j (\Delta_{nm-1}^{j'} v_{nm-1j'} + \Delta_{nm+3}^{j'} v_{nm+3j'}) &= E_n u_{nmj} \\ \left[\frac{1}{2m_e} \left(\frac{\alpha_{mj}}{R} \right)^2 - \mu \right] v_{nmj} - \frac{1}{2} \sum_j (\Delta_{nm-1}^{j'} u_{nm-1j'} + \Delta_{nm+3}^{j'} u_{nm+3j'}) &= E_n v_{nmj} \end{aligned}$$

となる。ここでd-波の秩序変数が持っている角運動量2と渦糸が持っている角運動量1によって、異なる角運動量の u_{nm}, v_{nm} が結合しているが、それらは、次のような4つの集合に分けられる。

$$\begin{array}{ll}
 0 & \cdots, u_{n-4j}, v_{n-1j}, u_{n0j}, v_{n3j}, \cdots \\
 1 & \cdots, u_{n-3j}, v_{n0j}, u_{n1j}, v_{n4j}, \cdots \\
 2 & \cdots, u_{n-2j}, v_{n1j}, u_{n2j}, v_{n5j}, \cdots \\
 3 & \cdots, u_{n-1j}, v_{n2j}, u_{n3j}, v_{n6j}, \cdots
 \end{array}$$

これから、弱い意味の角運動量保存性が現れる。さらに次の対称性が存在する。

$$\begin{aligned}
 \{u_{nm}, v_{nm}, E_n\}_1 &\leftrightarrow \{-v_{n-m}, -u_{n-m}, -E_n\}_0 \\
 \{u_{nm}, v_{nm}, E_n\}_2 &\leftrightarrow \{-v_{n-m}, -u_{n-m}, -E_n\}_3
 \end{aligned}$$

秩序変数を u_{nm}, v_{nm} を用いて表すと、

$$\begin{aligned}
 \Delta(r) = & -\frac{g}{4\pi} \sum_n [1 - 2f(E_n)] \\
 & \times \sum_{j_1 j_2} \sum_m [\phi_{mj_1}^l(r) \phi_{m+3j_2}^d(r) u_{nmj_1} v_{nm+3j_2} + \phi_{mj_1}^d(r) \phi_{m-1j_2}^l(r) u_{nmj_1} v_{nm-1j_2}]
 \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\phi_{mj}^l(r) = \frac{\sqrt{2}}{R J_{m+1}(\alpha_{mj})} J_{m+1}\left(\alpha_{mj} \frac{r}{R}\right), \quad \phi_{mj}^d(r) = \frac{\sqrt{2}}{R J_{m+1}(\alpha_{mj})} J_{m-1}\left(\alpha_{mj} \frac{r}{R}\right)$$

はFourier-Bessel展開の基底の角運動量を上下させたものである。

これらを粒子数保存の条件の下で自己無撞着に解く。以下に $R=15\xi, \Delta_0/E_c=0.4, p_F\xi=10$ の場合の結果を示す。

まず、図1に秩序変数の空間変化と温度変化を示す。境界付近で秩序変数の構造が変化しているのは、境界条件の影響で、これはd-波の場合に、s-波と比べて影響が大きい。この事は後で波動関数を調べた時に詳しく述べる。また、量子極限におけるs-波の場合[3]とは異なって、渦糸のコア近くで、秩序変数には目立った構造は現れない。

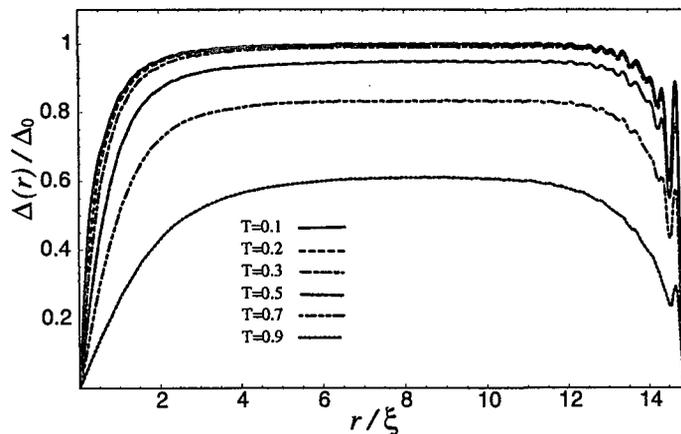


図 1

$T/\Delta_0 = 0.1$ の場合の局所状態密度を図 2 に示す。角度依存性は積分して平均化してある。これは、Bi2212系やYBCOでSTSで得られている結果とは異なっていて $E \approx 0$ に大きなピークが一つだけ現れる。このような渦糸のコア近くに状態密度の単一のピークが現れる結果は他の理論計算でも得られている[4]。極端に $p_F \xi$ が小さな場合にはこのピークが消える結果も得ているが[5]。実際にBi2212系やYBCOにおいて得られている $p_F \xi$ の値に比べて小さすぎるようである。

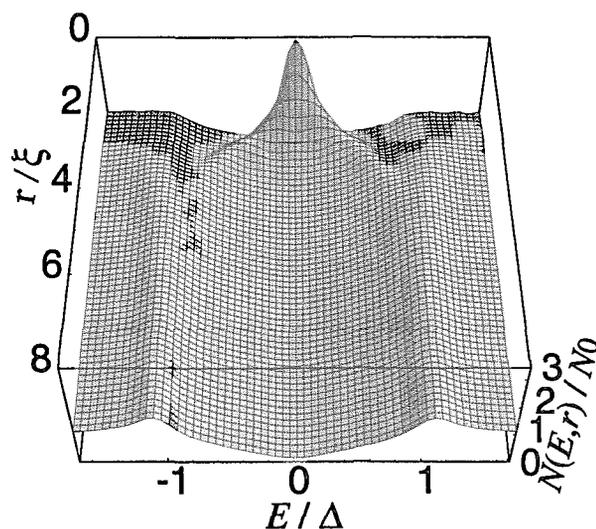


図 2

s-波の場合には渦糸まわりにできた束縛状態は局在しているが、d-波の場合には、秩序変数に節が存在するため、束縛状態がその節の状態を利用して、広がるという議論がある。これを検証するために、励起エネルギーが0付近の状態を波動関数を調べて分類をした。それを図 3 に示す。ここではセクター1とセクター2についてのみ示した。

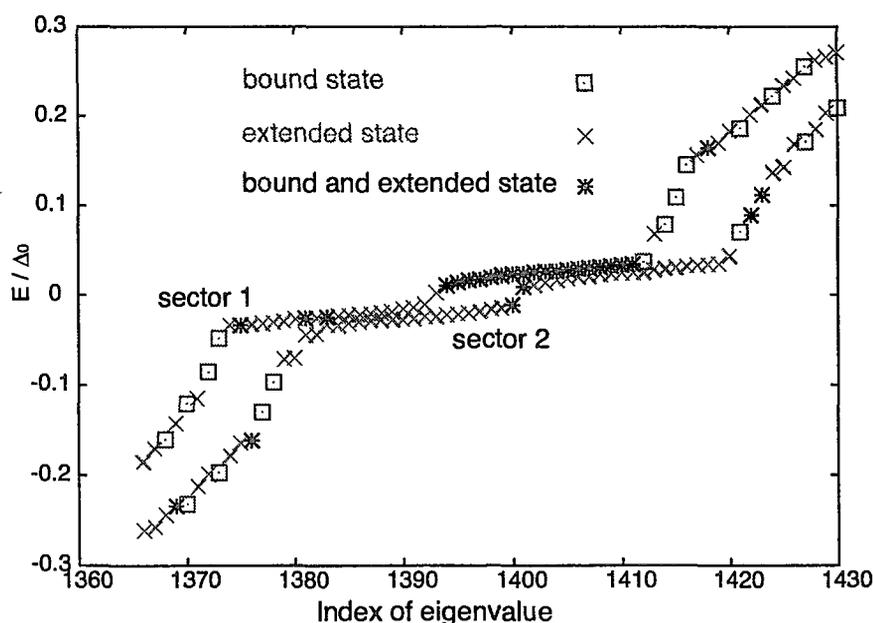


図 3

広がった状態、局在した状態、広がった状態と局在した状態の重なりあった状態の3つに分類した。 $E \approx 0$ の前後にあるほぼ水平な二つの部分の状態は秩序変数の節に起因する。これらの状態は渦糸がない場合にも存在し、境界条件のため、境界付近で波動関数がピークを持つ。秩序変数が境界付近で振動しピークを持つのはこのためである。

セクター1では正のエネルギー側には、局在状態と広がった状態との重なった状態が存在し、セクター2ではこの二つの水平部分の中間に局在状態と広がった状態との重なった状態が存在する。これらの状態は渦糸のコアと境界にピークを持つ。セクター1とセクター2の違いはセクター1には角運動量0の基底を含み、セクター2では含まないことから生じる。 $E=0$ からのエネルギーのずれがより大きな部分に局在状態と分類した状態があり、その一つの状態の波動関数を図4に示した。図の状態は角運動量0を含んでいて、 u が $r=0$ にピークを持っている。

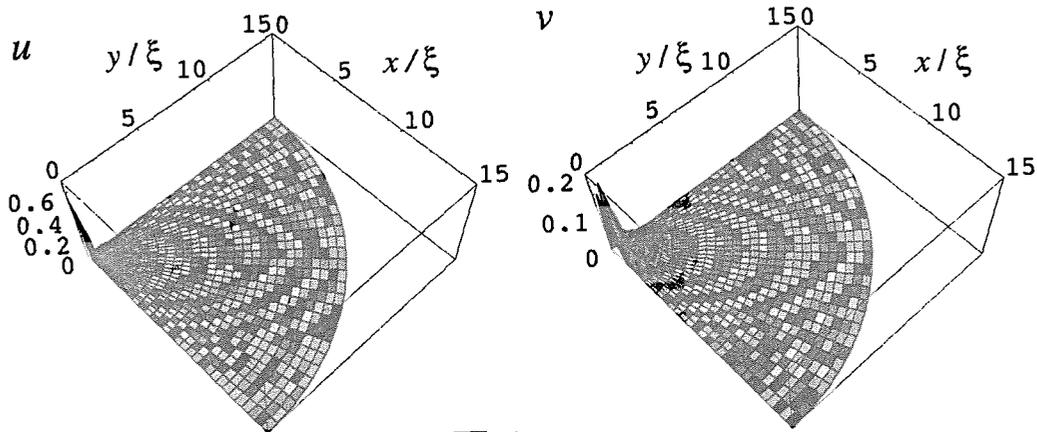


図4

また、渦糸まわりに束縛されているが対角線方向にも広がった状態も存在する。それを図5に示した。弱い角運動量保存則しかないが、

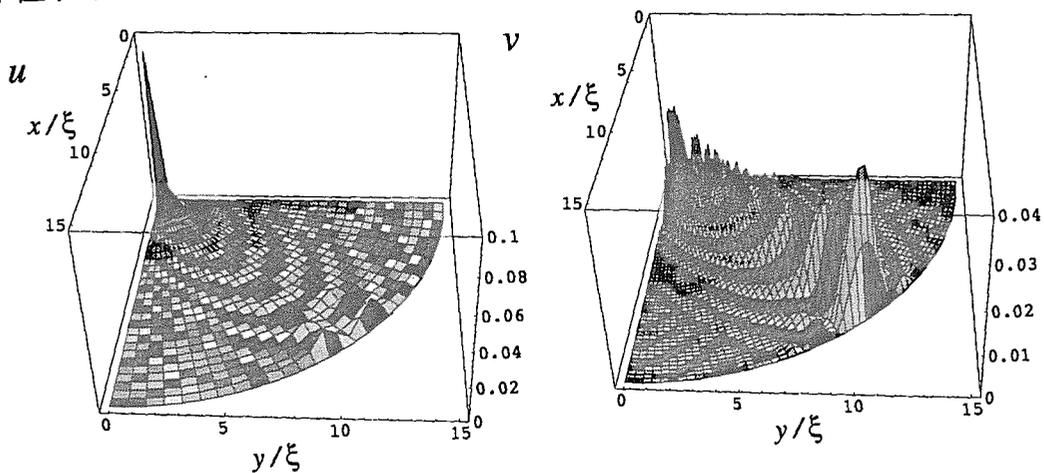


図5

中心となる角運動量が大きくなるとより広がった状態になる傾向にある。このように渦糸によって生じる状態には、d-波超伝導の場合、局在した状態と広がった状態の2種類がある。混じりあった状態は、有限サイズ

の系を扱っていて、また自己無撞着に解くとき、秩序変数の小さな乱れが準粒子状態に混じり合いを生じさせるためと思われる。

このような状態による局所状態密度の方向依存性を図6に示す。全体的に方向依存性は小さく、また、エネルギーが大きいほど、小さいながら対角線方向に振動が大きくなる事が分かる。

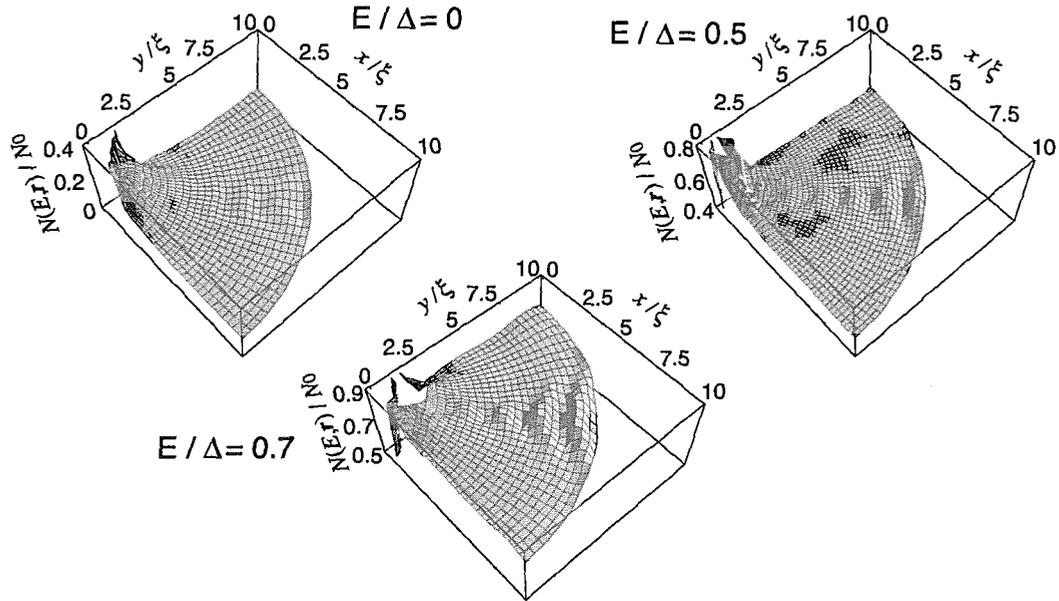


図 6

まとめると、d-波超伝導体中の渦糸のまわりには束縛された準粒子状態と拡がった状態とが存在する。ただし、これらの状態はエネルギーが接近しており、実験的に観測するのは困難のように思われる。得られた局所状態密度は、Bi2212とYBCOでSTSによって得られたものとは異なっている。極端に小さな $p_F\xi$ の場合には、Bi2212の結果を再現しているように思われるが、実際得られている $p_F\xi$ の値とは異なるので、他の要因も考える必要があると思われる。

Reference

- [1]M. Kato and K. Maki, cond-mat/0011173.
- [2]F. Gygi and M. Schlüter, Phys. Rev. B 41, 822 (1990); Phys. Rev. B 43, 7609 (1991).
- [3]M. Kato and K. Maki, Prog. Theor. Phys. 103, 867 (2000).
- [4]M. Franz and Z. Tesanovic, Phys. Rev. Lett. 80, 4763 (1998); M. Takigawa *et al.*, Phys. Rev. Lett. 83, 3057 (2000); K. Yasui and T. Kita, Phys. Rev. Lett. 83, 4168 (1999).
- [5]M. Kato and K. Maki, Physica B 284-288, 739 (2000); *ibid* 281 & 282, 942 (2000).