

M. Krmar, I. Bikit, J. Sliuka, M. Vesković, Lj. Conkić  
Institut za fiziku, PMF, Novi Sad,  
Trg Dositeja Obradovića 4

### Nova metoda za merenje spektra zakočnog zračenja

New method for bremsstralung spectra measurement

**SADRŽAJ** - Za linearni terapijski akcelerator Siemens Mevatron od 15 MeV određen je energetski spektar. Pošto se X-zračenje terapijskog linaka stvara na debeloj meti, a zatim prolazi kroz niz filtara koji definisu njegov energetski spektar, teorijski izraz za energetsku zavisnost zakočnog zračenja tanke mete je korigovan zbog pojave apsorpcije u svim materijalima kroz koje zračenje prolazi u glavi akceleratora.

Parametri za korekciju na niskoenergetskom delu spektra su određeni metodom atenuacione analize dok su parametri za korekciju spektra na visokim energijama određeni putem fotoaktivacionih mera.

**ABSTRACT** - The X-ray energy spectrum from 15 MeV linear accelerator (Siemens Mevatron 77/20) was determined by combination of the attenuation and the photoactivation analysis. X-ray flux of therapy linac is produced in tick target and filtered through several materials. The theoretical expression for thin target spectrum was corrected for absorption in materials in accelerator head.

Low energy part of spectrum was corrected by parameters calculated from attenuation measurements and high energy part of spectrum was determined by photoactivation.

#### 1. UVOD

Detaljno poznavanje spektra X-zraka neophodno je u svim istraživanjima i primenama gde se sređemo sa različitim prodornim modima fotona raznih energija. To je posebno značajno u radijacijnoj terapiji pošto je uz poznavanje spektra visokoenergetskog zračenja terapijskih mašina mogućno precizno odrediti dozu i distribuciju doze u raznim tkivima. Ukoliko je maksimalna energija za-

kočnog zračenja proizvedenog terapijskim akceleratorom veća od vezivne energije nukleona u jezgru (oko 8 MeV) pomoću ovog uređaja moguće je izvoditi i fotonuklearne reakcije. Intenzitet X-zračenja je dovoljan da se postigne zadovoljavajući prinos reakcije pa je i zbog toga poželjno poznavati energetski spektar emitovanog zračenja.

Teorijskim putem je moguće utvrditi energetsku zavisnost intenziteta bremstralunga tanke mete [1, 2] ali je ovaj pristup za izračunvanje spektra terapijskog akceleratora nepraktičan pošto je snop zakočnog zračenja stvoren u debeloj meti, a zatim kolinisan olovnom blendom i propušten kroz niz filtera, a efekti koji oni imaju na kvalitet izlaznog zračenja je teško uračunati. Atenuacionom analizom [3, 4] je moguće uz pomoć Laplasovih transformacija odrediti spektar, ali samo na energijama do 4 MeV. Aktivacionom analizom [5, 6] je do sada određivan spektar akceleratora ali samo na većim energijama od praga fotonuklearne reakcije. U ovom radu su kombinovana sva tri metoda za određivanje kompletног spektra linearног akceleratora.

Teorijski izraz za efikasni presek emitovanja fotona energije  $h\nu$  u interakciji jednog elektrona energije  $E_0$  sa jezgrom rednog broja  $Z$  su izveli Betе i Hajtler:

$$\frac{d\sigma}{d(h\nu)} = \frac{4}{3} \frac{Z^2 r_0^2}{137 h\nu} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{E_0 - h\nu}{E_0}\right)^2\right]} - \frac{2}{3} \frac{E_0 - h\nu}{E_0} \cdot \left[ \ln \frac{2E_0(E_0 - h\nu)}{h\nu} - \frac{1}{2} \right] \quad (1)$$

$r_0$  je klasični elektronski radijus.

U realnom slučaju proizvodnje X-zračenja imamo situaciju da veliki broj elektrona istovremeno udara u metu i tom prilikom dolazi do velikog broja interakcija od kojih se svaki pojedinačno sa zadovoljavajućom tačnošću može opisati navedenom ili nekom sličnom jednačinom tako da se ukupan fotonski fluks emitovanog zračenja tanke mete može predstaviti funkcijom sličnog oblika. Generalni obrazac za efikasni presek bremstralunga debele mete ne postoji ali ga je moguće dobiti iz izraza za spektar tanke mete ako se uzme u obzir efekat gubitka energije upadnih elektrona kao i samoabsorpcija. Motz [7] je teorijski izračunat spektar za debele mete dobiјen korekcijom Betе-Hajtlerove formule i eksperimentalno izmerene vrednosti koje je dobio Komptonovim spektrometrom za bremstralunga od 11 MeV uporedio sa teorijskim spektrom tanke mete i dobio veoma

dobro slaganje na višim energijama od 7 MeV dok su razlike bile sve veće na niskoenergetskom delu spektra.

Kod terapijskog akceleratora je tim pre potrebno vršiti korekciju na niskoenergetskom delu spektra pošto zračenje nastalo u volframskoj meti čija debljina odgovara jednoj petini dometa elektrona od 15 MeV prolazi kroz filter od ugljenika koji treba da apsorbuje nezaustavljene elektrone, a zatim kroz filter od aluminijuma čiji je zadatak da apsorbuje niskoenergetsko zračenje male prodorne modi koje velikom dozom opterećuje površinsko tkivo. Maksimalan intenzitet zakočnog zračenja energija reda veličine MeV-a je usmeren u pravcu upadnog elektrona i veoma brzo opada sa uglovom tako da bi doza bila ravnomerna duž polja potrebno je da prođe još i kroz kupasti filter od čelika.

Energetska zavisnost apsorpcionih koeficijentu u  $\text{cm}^2/\text{g}$  za ova tri materijala u intervalu od 0 do 20 MeV može da se predstavi sledećom jednačinom:

$$\mu_c(\text{ED}) = \frac{4.7 \cdot 10^{-2}}{E^{0.92}} + 1.85 \cdot 10^{-2} \quad (2)$$

$$\mu_{Al}(\text{ED}) = \frac{5.0 \cdot 10^{-2}}{E^{1.25}} + 2.15 \cdot 10^{-2} \quad (3)$$

$$\mu_{Fe}(\text{ED}) = \frac{2.3 \cdot 10^{-2}}{E^{1.24}} + 2.73 \cdot 10^{-2} + 2.0 \cdot 10^{-4} \cdot E \quad (2)$$

Ovi podaci su dobijeni fitovanjem [8] na tablične vrednosti atenuacionih koeficijenata [9].

Predpostavimo da je fotonski fluks zakočnog zračenja tanke mete proporcionalan efikasnom preseku, tj.:

$$\phi^T(\text{ED}) \sim \frac{1}{h\nu} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{E - h\nu}{E_0} \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{E - h\nu}{E_0} \right] \cdot \left[ \ln \frac{2E(E - h\nu)}{h\nu} - \frac{1}{2} \right] \quad (5)$$

Fluks fotona linearog akceleratora bi se mogao predstaviti sledećom jednačinom:

$$\phi(\text{ED}) = K \cdot \phi^T(\text{ED}) \cdot F(\text{ED}) \quad (6)$$

gde je K normalizaciona konstanta, a F(ED) funkcija koja daje atenuaciju zračenja u pomenutim filtrima.

$$F(\text{ED}) = \exp(-\mu_c(\text{ED}) \cdot x_c) \cdot \exp(-\mu_{Al}(\text{ED}) \cdot x_{Al}) \cdot \exp(-\mu_{Fe}(\text{ED}) \cdot x_{Fe}) \quad (7)$$

$x_c$ ,  $x_{Al}$  i  $x_{Fe}$  bi bile debljine odgovarajućih filtera. Ove debljine su reda veličine cm. Prvi članovi  $a/E^n$  u jednačinama (2), (3) i (4) vrlo brzo teže nuli tako da ne daju doprinosa obliku spektra na energijama većim od 8 MeV. Zbog toga je pomoću jednačine (6) moguće prvo izvršiti korekciju visokoenergetskog dela spektra aktivacionom analizom, a zatim isto to učiniti i na niskoenergetskom delu spektra pomoću atenuacione analize.

Neka su u pojednostavljenom obliku funkcija  $F(ED)$  može predstaviti kao:

$$F(ED) = B \cdot e^{-A/E^n} \cdot e^{-CE} \quad (8)$$

A, B, C i n su parametri koje treba odrediti.

Član  $e^{-A/E^n}$  je odgovoran za niskoenergetski del spektra dok  $e^{-CE}$  utiče na oblik visokoenergetskog dela spektra.

## 2. ODREĐIVANJE VISOKOENERGETSKOG DELA SPEKTRA

Verovatnoća određivanja neke nuklearne reakcije se definiše kao:

$$R = \int_{E_0}^{E_{max}} \phi(ED) \cdot \sigma(ED) dE \quad (9)$$

gde je  $\phi(ED)$  fluks čestica kojim se nuklearna reakcija izvodi.  $\sigma(ED)$  efikasni presek za reakciju.  $E_0$  energetski prag reakcije,  $E_{max}$  maksimalna energija upadnih čestica. U našem slučaju je verovatnoća za dešavanje neke fotonuklearne reakcije u meti izloženoj snopu zračenja linearног akceleratora:

$$R = N \cdot \int_{E_0}^{E_{max}} \sigma(ED) \cdot \phi^T(ED) \cdot e^{-CE} dE \quad (10)$$

gde je  $N = K \cdot B$ .

Ukoliko je produkt fotonuklearne reakcije nestabilan iz intenziteta  $\gamma$ -linija njegovog spektra je moguće odrediti R kao:

$$R = \frac{N \cdot \lambda}{N_m \cdot s \cdot p_\gamma \cdot e^{-\lambda \Delta t} \cdot (1 - \exp(-\lambda t_{irr})) \cdot (1 - \exp(-\lambda t_{coll}))} \quad (11)$$

gdje je  $N_{\gamma}$  broj detektovanih  $\gamma$  fotona određene energije,  $N_{\chi}$  ukupan broj jezgara mete,  $\lambda$  koeficijent raspada produkta reakcije,  $\epsilon$  efikasnost detektora na posmatranoj energiji,  $p_{\gamma}$  kvantni prinos foto na posmatrane energije,  $t_{irr}$  vreme eksponiranja mete,  $\Delta t$  vreme proteklo od kraja ozračivanja do početka merenja i  $t_{coll}$  vreme merenja.

Potrebno je izvršiti aktivaciju najmanje dva izotopa i pomoći izračunatih vrednosti za verovatnoću reakcije iz jednačine (11) izračunati konstante  $N$  i  $C$ . Podatci za  $\phi(E)$  se mogu naći u referenci [10].

### 3. ODREDIVANJE NISKOENERGETSKOG DELA SPEKTRA

Brzina doze zračenja u vazduhu mjerena ionizacionom komorom u snopu linearног akceleratora je:

$$D = \int_0^{E_{max}} \mu_v(ED) \cdot E \cdot \phi(ED) \cdot dE \quad (12)$$

gdje je  $\mu_v(ED)$  apsorpcioni koeficijent vazduha. Ukoliko se između izvora zračenja i dozimetra postavi apsorber debljine  $x$  [ $g/cm^2$ ] brzina doze merenja u vazduhu biće:

$$DX = \int_0^{E_{max}} \mu_v(ED) \cdot E \cdot \phi(ED) \cdot \exp(-\mu_A(ED) \cdot x) \cdot dE \quad (13)$$

gdje je  $\mu_A(ED)$  atenuacioni koeficijent apsorbera.

Transmisiona kriva, tj. zavisnost brzine doze  $DX$  od debljine apsorbera se može dobiti merenjem brzine doze za različite debljine apsorbera. Funkcija  $\phi(ED)$  se predpostavlja da na nekoliko parametara, a njihova vrednost se odredi fitovanjem na transmisionu krivu. Jedina razlika od standardnog postupka fitovanja bi bila ta da se u svakom koraku sa novim setom parametara prvo izračuna vrednost  $\phi(ED)$ , a zatim nekom od numeričkih metoda integracije odredi vrednost celog integrala i rezultat se upoređi sa eksperimentalnim tačkama  $DX$ . Postupak se ponavlja sve dok se ne pronađu parametri sa kojima se dobije najbolje moguće slaganje.

U nekom slučaju jednačina (13) ima sledeći izgled:

$$dX \propto = B \cdot \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \mu_v(E) \cdot E \cdot \phi^T(E) \cdot \exp(-A/E^n) \cdot \exp(-CE) \cdot \exp(-\mu_a(E)) \cdot x \cdot dE \quad (14)$$

Nakon što se određe vrednosti parametara C i B fitovanjem se određuju parametri A i n.

#### 4. REZULTATI

##### a) aktivaciono merenje

Izvršena je aktivacija 3 izotopa,  $^{55}\text{Mn}$ ,  $^{75}\text{As}$  i  $^{127}\text{I}$ . Oni su odabrani pošto su prirodni monoizotopi, a od svih mogućih foto nuklearnih reakcija na njima se odigrava samo ( $\gamma$ , n) reakcija. Produkt ( $\gamma$ , p) reakcije je stabilan, a ( $\gamma$ , np), ( $\gamma$ , 2p) i ( $\gamma$ , 2n) imaju prag veći od 15 MeV. Izotopi su upotrebljeni u svojih jedinjenjima  $\text{KMnO}_4$ ,  $\text{As}_2\text{O}_3$  i  $\text{I}_2$ , koji su dovedeni u praškast oblik i njima je punjena plastična cilindrična kutija prečnika 56,8 mm visine 9,5 mm. Masa samog aktivacionog detektora je bila 11,82 g, 41,89 g i 67,02g za Mn, As i I respectivno.

Eksponiranje u snopu je vršeno 480 s za As i I i 705 s za Mn. Vremena hlađenja  $\Delta t$  su od 3 Ks za I do 28 Ks za Mn, a vreme merenja oko 6 Ks sa I i As i 44 Ks sa Mn. Merenje je vršeno pomoću HPGe detektora aktivne zapremine  $80 \text{ cm}^3$  zaštićenog sa 25 cm gvožđa tako da je integralni fon od 30 do 3000 KeV manji od 1,2 odbroja u sekundi. Neke karakteristike nastalih izotopa kao i verovatnoće dešavanja reakcije dati su u tabeli 1. Efikasnost detektora je određeno na način opisan u referencama [11] i [12].

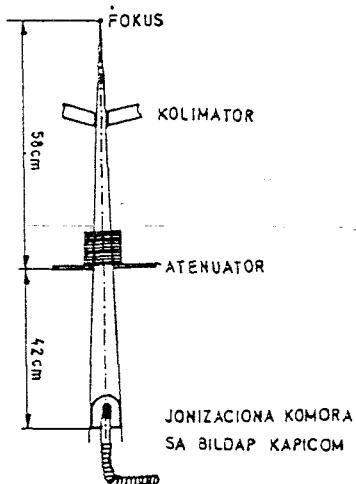
izotop	produkt reakcije	prag reakcije [MeV]	period poluraspada [dana]	R [1/s]
$^{55}\text{Mn}$	$^{54}\text{Mn}$	10,2	321	31,0 (2)
$^{75}\text{As}$	$^{74}\text{As}$	10,2	17,79	10,7 (9)
$^{127}\text{I}$	$^{126}\text{I}$	9,1	13,02	3,2 (2)

Sa vrednostima R iz tabele 1 moguće je pomoću jednačine (10) odrediti parametre N i C. Procenjeno je da je vrednost parametra C manja od  $10^{-2}$ , pa se u intervalu od 9 do 15 MeV član  $e^{-Cx}$  menja manje od 5% i njegovo dejstvo na spektar je zanemarljivo.

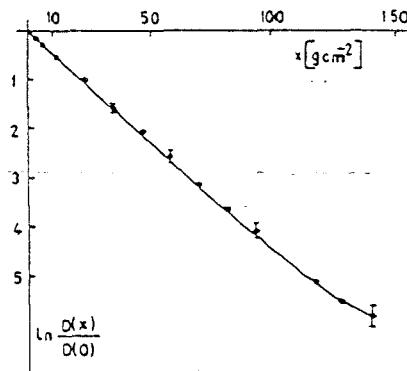
Parametar N je izračunat za sva tri izotopa i dobijena je otežano srednja vrednost od:  $N = 4,9(3) \cdot 10^7$

### b) atenuaciona merenja

Atenuaciona merenja su izvedena u geometriji prikazanoj na slici 1. Korišćene su olovne pločice kao apsorber. Maksimalna debljina apsorbera je bila  $12.28 \text{ cm}$  ( $139.28 \text{ g/cm}^2$ ) što brzinu doze smanjuje na 0,3% od početne. Veličina polja na  $100 \text{ cm}$  je bila  $6.5 \times 6.5 \text{ cm}$ . Merenja su vršena PTW ionizacionom komorom aktivne zapremine  $1 \text{ cm}^3$  sa bild - ap kapicom od  $3 \text{ cm}$  pleksiglasa što je dovoljno da se za fotone od  $15 \text{ MeV}$  postigne elektronski ekvilibrijum. Snimljena eksperimentalna kriva je prikazana na slici 2.



slika 1.



slika 2.

Apsorpcioni koeficijent vazduha i atenuacioni koeficijent olova se mogu u intervalu  $0 - 15 \text{ MeV}$  opisati sledećom relacijom:

$$\mu_{\text{v}}(\text{CEJ}) = \frac{5.82 \cdot 10^{-2}}{E^{0.457}} + 2.1 \cdot 10^{-3} \quad (15)$$

$$\mu_{\text{pb}}(\text{CEJ}) = \frac{2.69 \cdot 10^{-2}}{E^{2.13}} + 3.58 \cdot 10^{-2} + 1.36 \cdot 10^{-3} \cdot E \quad (16)$$

Postupak fitovanja je izведен kao što je to objašnjeno u odeljku 3 ovog rada i dobijene su sledeće vrednosti koeficijenata:

$$A = 0,81 \text{ (7)}$$

$$n = 1.31 \text{ (9)}$$

Konačan izraz za zavisnost intenziteta zakočnog zračenja od energije je:

$$\frac{dI}{d(h\nu)} = 4.9 \cdot 10^7 \exp(-0.81/E^{1.31}) \cdot \left[ 1 + \left( \frac{E_0 - h\nu}{E_0} \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{E_0 - h\nu}{E_0} \right] \cdot \left[ \ln \frac{2E_0(E_0 - h\nu)}{0.511 \cdot h\nu} - \frac{1}{2} \right]$$

gde je  $E_0 = 15.511 \text{ MeV}$  totalna energija ubrzanja elektrona.

#### ZAKLJUČAK:

Pomoću izvedenih eksperimenata (merenja visokoenergetskog dela spektra aktivacionim detektorima i merenja apsorpcije za niskoenergetski deo spektra) i teorijskog izraza za spektor zakočnog zračenja, dobijena je eksplicitna empirijska formula za spektor zakočnog zračenja u svim energetskim oblastima. Pouzdanost metode je reda veličine 10%. Verifikacija ove metode i smanjenje sistematskih grešaka bice predmet naših daljih istraživanja.

#### LITERATURA:

1. L. I. Schiff: "Energy-Angle Distribution of Thin Target Bremsstralung", Phys. Rev. 83, 252-4, 1951.
2. W. Heitler: "The Quantum Theory of Radiation", Oxford University Press, London, Third Edition, 242-258, 1954.
3. S. D. Ahuja, P. G Steward, T. S. Ray, E. D Slessinger: "Estimated Spectrum of a 4-MeV Therapeutic Beam", Med. Phys. 13, 368-73, 1986.
4. P. Huang, K. R. Gase, B. E. Bjaergard: "Spectral Characterization of 4-MeV Bremsstralung by Attenuation Analysis", Med. Phys. 8, 369-74, 1981.
5. R. Nanth, R. J. Shultz: "Determination of High-Energy X-Ray Spectra by Photoactivation", Med. Phys. 3, 133-41, 1976.
6. H. Hirayama, T. Nakamura: "Measurement of Bremsstralung Spectra Produced in Iron and Tungsten Targets by 15-MeV Electron with Activation Detectors", Nuclear Science and Engineering 50, 248-256, 1973.
7. H. W. Koch, J. W. Motz: "Bremsstralung Cross-Section Formulas and Related Data", Reviews of Modern Physics 31, 920-55, 1959.
8. P. R. Bevington: "Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences", Mc. Graw Hill Book Comp., 1969.
9. M. J. Berger, J. H. Hubbell: "XCOM: Photon Cross-Sections on a Personal Computer", NBSIR, 87-3597.
10. Handbook on Nuclear Activation Data, IAEA, Vienna, 1987.
11. S. N. Kaplanis: "Photofraction Correction for Voluminous Sources and the Mean Photon Path", Int. J. Appl. Radiat. Inst.. 33, 805-11, 1982.
12. I. Bikit, M. Vesković: "Determination of the Optimal Length of Cylindrical Sources for Special Gamma Activity Measurements", N. I. M. A243, 227-9, 1986.