



RU0610328

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РФ -
ФИЗИКО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. А.И.ЛЕЙПУНСКОГО

ФЭИ – 3052

Б.Д.Абрамов

**ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
КИНЕТИКИ НА ЗАПАЗДЫВАЮЩИХ НЕЙТРОНАХ**

Обнинск - 2005

УДК 621.039.51

Б.Д.Абрамов

**Вопросы математического моделирования кинетики на запазды-
вающих нейтронах¹**

Препринт ФЭИ – 3052. Обнинск, 2005. – 32 с.

Рассматриваются методические вопросы математического моделирования прямых и обратных задач нейтронной кинетики и контроля реактивности ядерного реактора с использованием различных данных по запаздывающим нейтронам.

Формулируется и обосновывается новый критерий выбора данных по запаздывающим нейтронам, оптимальных с точки зрения описания кинетики рассматриваемого реактора.

**B.D.Abramov. Some Mathematical Modeling Problems of Delayed Neutron
Reactor Kinetics**

Some mathematical modeling problems of reactor kinetics simulation and reactivity determination are considered and investigated. The new criterion of the delayed neutrons data optimal choice are presented and established.

© - ГНЦ РФ – Физико-энергетический институт им. А.И.Лейпунского 2005

Исследования проведены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Калужской области (грант № 04-01-97207)

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматриваются актуальные вопросы математического моделирования нейтронной кинетики и контроля реактивности ядерных реакторов, касающиеся выбора как способов учета запаздывающих нейтронов, так и их характеристик.

Дело в том, что в настоящее время известно достаточно много как различных подходов к математическому моделированию кинетики на запаздывающих нейтронах [1-42], так и различных библиотек данных по характеристикам запаздывающих нейтронов [3,19-25], в связи с чем иногда возникает проблема выбора наилучших из них для описания исследуемого реактора. Анализу возможных путей решения этой проблемы и посвящена предлагаемая работа.

Вообще, проблемы оптимального выбора данных по запаздывающим нейтронам (числа групп, постоянных распада предшественников, долей, энергетических спектров, и т.д.), всегда привлекавшие повышенное внимание, приобретают в последнее время особую актуальность в связи с возросшими требованиями к ядерной безопасности, а также с переходом к реакторам нового поколения со сложной гетерогенной компоновкой активных зон и нетрадиционными видами топлива [1-43]

Так, например, в работе [24] была отмечена некоторая неадекватность традиционной 6-групповой систематики, лежащей в основе библиотек Кипина, БНАБ-78, БНАБ-93, JENDL, ENDF/B6, JEF2.2 и ряда других библиотек данных по запаздывающим нейтронам, основополагающим физическим предпосылкам, когда, например, одному и тому же предшественнику, но возникающему при делении различных ядер, могут сопоставляться различные постоянные распада, спектры, выходы (доли) и т.д. Было указано, далее, на значительные расхождения данных по запаздывающим нейтронам, полученных различными авторами, и т.п. Для устранения отмеченных недостатков авторы [24] предлагают перейти от 6-группового к новому, 8-групповому подходу с «универсальными», одними и теми же для всех предшественников в группе постоянными распада. На этом пути проблема выбора данных по постоянным распада предшественников в указанном смысле снимается, однако проблема выбора выходов (долей) и спектров запаздывающих нейтронов деления остается, поскольку последние приводятся для трех фиксированных (реперных) реакторных спектров (thermal, fast, high) и требуется либо выбрать наиболее подходящий из них для описания данного реактора, либо указать способ интерполяции этих данных на спектр рассматриваемого реактора

Другие пути решения этой проблемы рассматривались, например, в [31-36].

В настоящей работе предлагается, следуя [36], еще один подход к решению этой проблемы, в соответствии с которым наилучшим (в указанном ниже смысле) признается тот набор данных по запаздывающим нейтронам, который приводит к наименьшему отклонению реактивности, рассчитанной на основе решения соответствующего условно критического уравнения рассматриваемого реактора, от его реактивности, полученной экспериментально-расчетным методом ОРУК (обращенного решения уравнения кинетики[2,16]).

Обсуждаются вопросы теоретического обоснования предлагаемого критерия отбора данных по запаздывающим нейтронам, приводятся примеры его использования.

1. УРАВНЕНИЯ КИНЕТИКИ РЕАКТОРА

1.1. Рассмотрим, следуя [1-43], достаточно общую систему уравнений

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + M\varphi = F\varphi + \sum_{r,l,m'} (\lambda_{(r,l)}^{(m')} R_{(r,l)}^{(m')} - F_{(r,l)}^{(m')}) \varphi + Q, \quad (1.1a)$$

$$\frac{\partial R_{(r,l)}^{(m')}}{\partial t} = -\lambda_{(r,l)}^{(m')} R_{(r,l)}^{(m')} + F_{(r,l)}^{(m')} \varphi, \quad (1.16)$$

описывающих эволюцию потока нейтронов $\varphi(x, E, \Omega, t)$ в реакторе, где

$Q(x, E, \Omega, t)$ - источник нейтронов; v - скорость нейтрона; $R_{(r,l)}^{(m')} = \chi_{(r,l)}^{(m')} C_{(r,l)}^{(m')}$;

$\chi_{(r,l)}^{(m')}(E)$ - спектр; $C_{(r,l)}^{(m')}(x, t)$ - концентрация предшественников запаздывающих

нейтронов с постоянной распада $\lambda_{(r,l)}^{(m')}$ и номером $m' = m'(r, l)$, рожденных при

деления нуклида l нейтроном типа r ; $\beta_{(r,l)}^{(m')}$ - их доля; $M, F, F_{(r,l)}^{(m')}$ - операторы, задаваемые формулами

$$M = \Omega \nabla + C, \quad C = \Sigma - S, \quad S = K_s, \quad F = K_f,$$

$$K_b \varphi = \int dE' \int d\Omega' \omega_b(x, E, E', \Omega, \Omega') \varphi(x, E', \Omega', t), \quad b = s, f,$$

$$F_{(r,l)}^{(m')} \varphi = \chi_{(r,l)}^{(m')}(E) \int dE' \beta_{(r,l)}^{(m')}(E') v_{fl}(E') \Sigma_{fl}(x, E') \Phi_r(x, E', t) / 4\pi,$$

на функциях $\varphi(x, E, \Omega, t)$, удовлетворяющих определенным условиям гладкости внутри и вакуумному граничному условию на поверхности Γ объема G реактора. Здесь зависимость коэффициентов уравнений (1.1) от времени не указывается,

$$\omega_{b'l}(x, E, E', \Omega, \Omega') = v_{b'l}(E') \Sigma_{b'l}(x, E') W_{b'l}(E', E, \Omega', \Omega), \quad \omega_s = \sum_{b' \neq c, f} \sum_l \omega_{b'l},$$

$$\omega_f = \sum_l \omega_{fl}, \quad \int dE \int W_{b'l}(E', E, \Omega', \Omega) d\Omega = 1, \quad \Sigma(x, E) = \sum_{b'} \sum_l \Sigma_{b'l}(x, E),$$

$v_{b'l}(E), W_{b'l}(E', E, \Omega', \Omega)$ - число вторичных нейтронов, образовавшихся в реакции типа b' нейтрона с ядром l -го нуклида, и плотность вероятности распределения их по энергиям E и направлениям разлета Ω ; $\Sigma_{b'l}(x, E') = N_l(x) \sigma_{b'l}(E')$ - макроскопическое сечение этой реакции; $N_l(x)$ - плотность ядер l -го нуклида; суммирование ведется по номерам l нуклидов и типам b' процессов: упругого рассеяния ($b' = e$), неупругого рассеяния ($b' = i$), радиационного захвата ($b' = c$), деления ($b' = f$), и т.д. [5].

1.2. Уравнения (1.1) имеют несколько необычный вид, поскольку учитывают в явном виде зависимость постоянных распада предшественников от номера l материнского нуклида и от типа r энергетического спектра нейтронов, к которому принадлежит инициировавший его деление нейтрон. Отсутствующая теоретически в силу спонтанного характера распада предшественников, такая зависимость появляется, как известно [3,24,34,35], при практическом определении эффективных групповых постоянных распада.

Действительно, в ходе экспериментального определения постоянных распада обычно приобретают параметрическую зависимость от типа спектра энергий нейтронов, инициировавших деления материнских ядер, в связи с чем, например, при измерениях с использованием тепловых или быстрых нейтронов появляются константы $\lambda_{(r,l)}^{(m')}$, соответствующие тепловым (thermal, $r = t$), быстрым (fast, $r = f$) или высоким (high) спектрам X_r и т.д. [3,24,34,35].

Учет этой информации в предположении, что спектр энергий нейтронов в рассматриваемом реакторе со сложным спектром расщепляется на парциальные спектры X_r так, что каждому из них сопоставляется своя концентрация предшественников $C_{(r,l)}^{(m')}(x,t)$, распадающихся с постоянными $\lambda_{(r,l)}^{(m')}$, и приводит к уравнениям (11.), где Φ_r - вклад глобального потока $\Phi = \int d\Omega \varphi \approx \sum_r \Phi_r$ в X_r . Скажем, если вся область энергии разбивается на непересекающиеся интервалы с характеристическими функциями $\theta_r(E)$, то $\Phi_r = \theta_r \Phi$, а если используются налегающие друг на друга спектры X_r , то $\Phi_r = a_r X_r$, где коэффициенты $a_r(x,t)$ подбираются, например, из условия минимизации функционала $\langle (\Phi - \sum_r a_r X_r)^2 \rangle$, где скобки $\langle \rangle$ обозначают интеграл по всем рассматриваемым значениям энергии E [34].

Таким образом, уравнения (1.1) являются обобщением традиционных уравнений распределенной кинетики по линии учета экспериментальной зависимости постоянных распада предшественников от энергии нейтронов и предназначены для расчета реакторов со сложным спектром. В случае же реактора с простым спектром, совпадающим с некоторым X_r , они переходят в уравнения работы [32], которые, в свою очередь, переходят при изменении порядка нумерации $l, m' \rightarrow j$ в уравнения кинетики обычного вида

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + M\varphi = F\varphi + \sum_j (\lambda_j R_j - F_j \varphi) + Q, \quad \frac{\partial R_j}{\partial t} = -\lambda_j R_j + F_j \varphi, \quad (1.2)$$

являющиеся точными лишь в том случае, когда учитываются все возможные (их известно в настоящее время около 270 [24]) предшественники с их истинными постоянными распада λ_j , образовавшиеся в процессе лишь одного бета-распада осколка деления (ибо прямой учет цепочек последовательных бета - распадов в этих уравнениях отсутствует [3]).

1.3. Эта же упрощенная форма записи (1.2) уравнений (1.1) с заменой $r, l, m' \rightarrow j$ будет использоваться ниже и в общем случае зависимости от r (подробности см. в [34, 35]). Эквивалентная форма записи этих уравнений имеет вид

$$(1/\nu)\partial\varphi/\partial t + M\varphi = F_0\varphi + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} F_j \varphi_{t'} + Q, \quad (1.3)$$

где $F_0 = F - F_d$, $F_d = \sum_j F_j$, $\varphi_{t'} = \varphi(x, E, \Omega, t')$.

Отметим, что при рассмотрении (медленных по сравнению со средней скоростью распространения нейтронов) процессов, связанных с распадом предшествующих, уравнение (1.3) часто упрощают, полагая в приближении нулевого времени жизни мгновенных нейтронов (или мгновенного скачка мощности [3, 5, 8, 9])

$$M\varphi = F_0\varphi + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} F_j \varphi_{t'} + Q. \quad (1.4)$$

1.4. Уравнения (1.1) весьма сложны. Поэтому их часто преобразуют к упрощенным уравнениям точечной модели реактора с исключенной пространственной, энергетической и угловой зависимостью. Достаточно общие уравнения такого рода:

$$\left[\frac{d}{dt} + (\bar{\alpha} - \frac{\rho - \bar{\beta}}{\Lambda}) \right] P = \left[\sum_{m=1}^{\bar{m}} \bar{\lambda}^{(m)} \bar{C}^{(m)} + \bar{Q} \right] / k_p \Lambda, \quad (1.5a)$$

$$\left[\frac{d}{dt} + (\bar{\lambda}^{(m)} - \bar{\alpha}^{(m)}) \right] \bar{C}^{(m)} = \bar{\beta}^{(m)} k_p P, \quad (1.5b)$$

эквивалентные (при $\bar{\psi} = \varphi$) уравнениям (1.1) относительно функционалов

$$P(t) = (p, \varphi), \quad \bar{C}^{(m)}(t) = \sum_{r, l, m' \in m} (\psi^*, R_{(r, l)}^{(m')}) \quad (1.6)$$

с коэффициентами

$$\bar{\alpha} = \frac{(\psi^*, \nu^{-1} \partial \xi / \partial t)}{(\psi^*, \nu^{-1} \xi)}, \quad \Lambda = \frac{(\psi^*, \nu^{-1} \bar{\psi})}{(\psi^*, F \bar{\psi})}, \quad k_p = \frac{(\psi^*, F \bar{\psi})}{(p, \bar{\psi})}. \quad (1.7a)$$

$$\bar{\lambda}^{(m)} = \frac{\sum_{r, l, m' \in m} (\psi^*, \lambda_{(r, l)}^{(m')} R_{(r, l)}^{(m')})}{\sum_{r, l, m' \in m} (\psi^*, R_{(r, l)}^{(m')})}, \quad \bar{\alpha}^{(m)} = \frac{\sum_{r, l, m' \in m} (\partial \psi^* / \partial t, R_{(r, l)}^{(m')})}{\sum_{r, l, m' \in m} (\psi^*, R_{(r, l)}^{(m')})}. \quad (1.7b)$$

$$\bar{\beta}_{(r, l)}^{(m')} = \frac{(\psi^*, F_{(r, l)}^{(m')} \bar{\psi})}{(\psi^*, F \bar{\psi})}, \quad \bar{\beta}_{(l)}^{(m')} = \sum_r \bar{\beta}_{(r, l)}^{(m')}, \quad \bar{\beta}^{(m)} = \sum_{l, m' \in m} \bar{\beta}_{(l)}^{(m')}. \quad (1.7b)$$

$$\bar{\beta} = \beta_{\varphi} = \sum_{m=1}^{\bar{m}} \bar{\beta}^{(m)}, \quad \bar{Q} = (\psi^*, Q), \quad \xi = \tilde{\psi}/(p, \tilde{\psi}), \quad (1.7.r)$$

были предложены в [32]. Они уточняют уравнения Л.Н. Усачева [1], А.Ф. Непгу [3,8,9] и др. по линии введения коэффициента $k_p = (\psi^*, F\xi)$, характеризующего отличие целевой весовой функций p от стандартной $F^*\psi^*$, а также поправок $\alpha, \alpha^{(m)}$, учитывающих деформации функций $\tilde{\psi}, \psi^*$ в ходе рассматриваемого процесса, и являются обобщением их для расчета произвольных функционалов $P = (p, \varphi)$ в общем случае зависимости функций $\psi^*, \tilde{\psi}$ от времени и зависимости $\lambda_{(r,l)}^{(m)}$ от номеров l нуклидов и r пробных спектров. Другие уравнения см. в [1-42].

Здесь m - номер эффективной группы запаздывающих нейтронов; \bar{m} - число групп; $m' \in m$ - множество номеров $m' = m'(r, l)$ эмиттеров, отнесенных к m -ой группе; $(,)$ - символ интегрирования по всем $x \in G$ и E, Ω ; $p(x, E, \Omega, t) \geq 0$ - заданная функция (плотность искомого функционала $P = (p, \varphi)$); $\tilde{\psi}(x, E, \Omega, t) \geq 0$ - функция формы, выбираемая из тех или иных соображений аппроксимации (например, $\tilde{\psi} = \psi$); $\psi, \psi^* \geq 0$ - положительные решения уравнений

$$M\psi = F\psi/k_{\varphi}, \quad (1.8a)$$

$$M^*\psi^* = F^*\psi^*/k_{\varphi}; \quad (1.8b)$$

M^*, F^* - сопряженные к M, F операторы, k_{φ} - эффективный коэффициент размножения реактора, $\rho = 1 - 1/k_{\varphi}$ - его реактивность, которая может в общем случае зависеть от времени в согласии с соответствующей зависимостью сечений в уравнениях (1.8).

Свойства и методы решения уравнений (1.5) обсуждались в [32-35]. Отметим некоторые из них. Так, например, в соответствии с представлением

$$\varphi(x, E, \Omega, t) = P(t)\tilde{\psi}(x, E, \Omega, t)/(p, \tilde{\psi}), \quad (1.9)$$

использованном при выводе уравнений (1.5), решение исходной задачи (1.1) распадается на решение уравнений (1.5) для амплитуды P и решение соответствующего уравнения для функции формы $\xi = \tilde{\psi}/(p, \tilde{\psi})$ [26-28]. Это порождает различные приближенные методы типа квазистатического, и т.п. [3,8,9,32].

1.5. Коэффициенты (1.7) этих уравнений зависят от выбора функции $\tilde{\psi}$ и обычно могут быть определены лишь приближенно. Например, полагая в (1.7)

$$R_{(r,l)}^{(m')} \approx F_{(r,l)}^{(m')} \varphi / \lambda_{(r,l)}^{(m')}, \quad (1.10)$$

и выбирая в качестве $\tilde{\psi}$ решение $\psi \geq 0$ уравнения (1.8а) (либо, при $Q \neq 0$, уравнения типа $(M - F)\tilde{\psi} = Q$), приходим к некоторой разновидности адиабатического приближения [2,3,8,10], когда форма потока мгновенно следует за изменением свойств реактора. В этом приближении из (1.7) вытекают обобщения соответствующих определений коэффициентов уравнений кинетики работы [1] по линии учета указанных факторов, дополняющие их, в частности, формулой

$$\frac{1}{\bar{\lambda}^{(m)}} = \frac{1}{\beta^{(m)}} \sum_{r;l,m' \in m} \frac{\beta_{(r,l)}^{(m')}}{\lambda_{(r,l)}^{(m')}} \quad (1.11)$$

для вычисления $\bar{\lambda}^{(m)}$ в смеси расщепляющихся нуклидов, являющейся, в свою очередь, обобщением известных результатов работ [3-6,9,32-35].

Приведем также формулы вычисления коэффициентов $\bar{\lambda}_{(l)}^{(m)}, \bar{\beta}_{(l)}^{(m)}$ для смешанного топлива в рамках традиционного б-группового описания запаздывающих нейтронов, когда подразделение на типы (фракции) r отсутствует и нуклиду l в группе m соответствует один эффективный предшественник с постоянной $\lambda_{(l)}^{(m)}$.

Рассмотрим сначала случай, когда $\bar{\lambda}_{(l)}^{(m)} = \lambda_{(l)}^{(m)}$, то есть когда свертка постоянных спада внутри групп не производится, а учет различных нуклидов сводится к простому изменению нумерации и увеличению числа \bar{m} уравнений. В этом случае из формулы (1.7в), в частности, следует, что

$$\bar{\beta}_{(l)}^{(m)} = \sum_{g,g'} \chi_{(l)}^{g(m)} \beta_{(l)}^{g'(m)} \nu_{\beta}^{g'} \sigma_{\beta}^{g'} T_l^{gg'} / \sum_{g,g',l'} \chi_{\beta}^{gg'} \nu_{\beta}^{g'} \sigma_{\beta}^{g'} T_l^{gg'}, \quad (1.12)$$

где $\chi_{\beta}^{gg'}$ - соответствующие групповые компоненты полного спектра $\chi_l(E, E')$ нейтронов деления нуклида l , N_l - ядерная концентрация этого нуклида.

$$T_l^{gg'} = \int dx \Phi_g^*(x) N_l(x) \Phi_g^s(x). \quad (1.13)$$

Формулы (1.12), (1.13) и представляют собой одни из простейших способов учета эволюции параметров запаздывающих нейтронов в уравнениях типа (1.5) в течение кампании реактора, когда происходит изменение изотопного состава топлива и соответствующее изменение форм-функций, что находит свое отражение в медленном, параметрическом изменении коэффициентов $T_l^{gg'}$ со временем, то есть в изменении ценностей соответствующих нуклидов.

2. ОБРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ КИНЕТИКИ

2.1. Если прямые уравнения кинетики (1.1)-(1.4) служат для определения потока нейтронов по известным значениям сечений, источников или реактивности, то обратные уравнения кинетики (или обращенные решения уравнения кинетики, ОРУК [2,16]) служат для определения реактивности по известным значениям потока нейтронов. Напомним, следуя [33-36], некоторые из них.

Умножая уравнение (1.3) на ψ^* , уравнение (1.86) – на φ , интегрируя по всем рассматриваемым значениям переменных x, E, Ω и вычитая результаты друг из друга, нетрудно записать интегральное тождество

$$(\psi^*, [\rho F - F_d - \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t}] \varphi) = - \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} (\psi^*, F_j \varphi_{t'}) - (\psi^*, Q), \quad (2.1)$$

справедливое для всяких решений уравнений (1.3), (1.86), откуда следует ОРУК

$$\frac{\rho}{\beta} = 1 + \frac{\alpha \Lambda}{\beta} - [\bar{Q} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} (\psi^*, F_j \varphi_{t'})] / (\psi^*, F_d \varphi_t) \quad (2.2)$$

для определения реактивности ρ / β (в долларах) по известным значениям φ , где

$$\alpha = \frac{(\psi^*, v^{-1} \partial \varphi / \partial t)}{(\psi^*, v^{-1} \varphi)}, \quad \Lambda = \frac{(\psi^*, v^{-1} \varphi)}{(\psi^*, F \varphi)}, \quad \beta = \frac{(\psi^*, F_d \varphi)}{(\psi^*, F \varphi)}, \quad \bar{Q} = (\psi^*, Q). \quad (2.3)$$

ОРУК (2.2) является точным уравнением (дает точное значение реактивности), если в качестве φ в (2.2), (2.3) используется точное решение уравнения (1.3).

В аналогичном смысле точным является и упрощенное ОРУК вида

$$\frac{\rho}{\beta} = 1 - [\bar{Q} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} (\psi^*, F_j \varphi_{t'})] / (\psi^*, F_d \varphi_t), \quad (2.4)$$

вытекающее из (2.2) при $\alpha \Lambda \ll \beta$ (или непосредственно из (1.4), (1.86)), которое также дает точное значение ρ , если в качестве φ в (2.3), (2.4) используется точное решение уравнения (1.4).

2.2. Приближенные ОРУК получают, используя в (2.2)-(2.4) аппроксимации типа

$$\varphi(x, E, \Omega, t) = P(t) \xi(x, E, \Omega, t), \quad \xi = \bar{\psi} / (p, \bar{\psi}), \quad (2.5a)$$

$$\varphi(x, E, \Omega, t) \approx \sum_k P_k(t) \xi_k(x, E, \Omega, t), \quad \xi_k = \theta_k \bar{\psi}_k / (p_k, \theta_k \bar{\psi}_k). \quad (2.5b)$$

и т.д., где $P = (p, \varphi)$, $P_k = (p_k, \theta_k \varphi)$ - показания датчиков нейтронного поля в реакторе, характеризуемых "сечениями" $p(x, E)$, $p_k(x, E)$; $\mathcal{G}_k(x)$ - характеристическая функция подобласти $G_k \subset G$, в которой локализован k -ый датчик; G - область пространства, занимаемая реактором; $\tilde{\varphi}(x, E, \Omega, t)$, $\tilde{\varphi}_k(x, E, \Omega, t)$ - функции формы нейтронного поля в G , G_k , выбираемые из тех или иных соображений аппроксимации потока $\varphi(x, E, \Omega, t)$. Так, в адиабатическом приближении полагают $\tilde{\varphi} = \varphi$ и т.п. [3,8,9]. При выборе же $\tilde{\varphi} = \varphi$ соотношения (2.5) обращаются в тождества

В частности, подставляя (2.5а) в (2.3), приходим к ОРУК

$$\rho / \bar{\beta} = 1 - \{ \bar{Q} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' \varepsilon_j(t, t') P(t') e^{-\lambda_j(t-t')} \} / \varepsilon(t) P(t), \quad (2.6)$$

традиционного типа для определения $\rho / \bar{\beta}$ по заданным $P(t)$ с коэффициентами

$$\varepsilon_j(t, t') = (\psi_i^*, F_j \xi_{t'}), \quad \varepsilon(t) = (\psi_i^*, F_d \xi_t), \quad (2.7)$$

вычисляемыми с весом известных функций ψ^* , $\xi = \tilde{\varphi} / (p, \tilde{\varphi})$.

Коэффициенты (2.7) ОРУК (2.6) вычисляются обычно приближенно с использованием форм-функций $\tilde{\varphi}$, рассчитываемых на основе решения условно критических уравнения (2.1) [12-16]. Иногда используются и другие аппроксимации, когда соответствующие коэффициенты рассчитываются с весом численного решения уравнений (1.1) для данной модели эксперимента, или определяются, скажем, методом наименьших квадратов в ходе самого эксперимента и т.д. [7, 11, 27, 40].

2.3. Помимо указанных выше, известно множество иных ОРУК, возникающих при использовании иных, отличных от (1.8б), сопряженных уравнений, и предназначенных для определения иных, отличных от нормативной, реактивностей. Напомним, что если нормативная реактивность $\rho = 1 - 1/k_{эф}$ [4] характеризует отклонение текущего состояния реактора от его текущего же условно критического состояния, описываемого уравнением (1.8б) и достигаемого за счет фиктивного увеличения выхода нейтронов деления в $1/k_{эф}$ раз, то ее разновидности описывают обычно отклонения от иных условно критических состояний, достигаемых другими путями. Скажем, если уравнение (1.8б) рассматривается не в текущий момент времени t , а в некоторый фиксированный момент t_0 , то вместо (2.3) возникает ОРУК аналогичного вида (с заменой ψ_i^* на $\psi_{i_0}^*$) для определения так называемой «динамической реактивности» [8, 18, 35, 36]

$$\rho(t) = 1 - 1/k_{эф}(t_0) + \delta\rho(t), \quad \delta\rho = (\psi_{i_0}^*, (\delta F / k_{эф}(t_0) - \delta C)\varphi) / (\psi_{i_0}^*, F\varphi), \quad (2.8)$$

характеризующей отклонение текущего состояния реактора от его условно критического состояния в момент t_0 , где $\delta F, \delta C$ - соответствующие отклонения операторов F, C от их состояния в t_0 . Такое ОРУК также является точным уравнением в том смысле, что если его коэффициенты вычисляются с весом точного решения φ соответствующего уравнения (1.3), то оно дает точное значение динамической реактивности ρ , определяемой формулами (2.8). Последняя, однако, отличается в общем случае от нормативной, «статической» реактивности $\rho = 1 - 1/k_{эф}$, в частности, тем, что может испытывать изменения, обусловленные изменениями во времени потока нейтронов φ , и при неизменном состоянии реактора (неизменном $k_{эф}$), а, значит, не является, согласно Я.В. Шевелеву [18], мерой отклонения реактора от критического состояния.

Другие разновидности ОРУК см., например, в [11-17]. В частности, из уравнений (1.5) в приближении $\Lambda = 0$ вытекает некоторая новая разновидность ОРУК

$$\rho / \bar{\beta} = 1 - [\bar{Q} + \sum_{m=1}^{\bar{m}} \bar{\lambda}^{(m)} \int_{-\infty}^t dt' \varepsilon^{(m)}(t') P(t') e^{-\int_{t'}^t d\tau (\bar{\lambda}^{(m)} - \bar{\alpha}^{(m)})}] / \varepsilon(t) P(t) \quad (2.9)$$

с коэффициентами

$$\varepsilon^{(m)}(t') = k_p(t') \bar{\beta}^{(m)}(t'), \quad \varepsilon(t) = k_p(t) \bar{\beta}(t), \quad (2.10)$$

особенностью которой является использование величин $\bar{\alpha}^{(m)}(t), \bar{\lambda}^{(m)}(t)$ [33,35].

3. АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ МЕТОДА ОРУК

3.1. Отыскание $\rho / \bar{\beta}$ по методу ОРУК сводится обычно к вычислению правых частей соответствующих уравнений типа (2.6) по заданным (например, расчетным) значениям коэффициентов и экспериментальным значениям функционала $P(t)$, характеризующего показания детекторов нейтронов в реакторе.

Уточним эти положения на примере ОРУК (2.2),(2.3) Истинной (нормативной) реактивностью назовем, следуя [4], величину $\rho_{ист} = 1 - 1/k_{эф}^{ист}$, где $k_{эф}^{ист}$ - истинный эффективный коэффициент размножения нейтронов в реакторе (существование которого математически строго установлено в работе [5]). Пусть также

$\rho_{укр} = 1 - 1/k_{эф}^{укр}$ - реактивность, определяемая из решения условно критических уравнений (1.8); $\rho_{экс}$ - реактивность, определяемая правой частью уравнения (2.3) с использованием представления (2.5а) при функционале $P = P_{экс}$, определяемом экспериментально, а $\rho_{чис}$ - при функционале $P = P_{чис}$, определяемом в ходе чис-

ленного моделирования эксперимента по уравнениям (1.1). Предполагается, что выбор ξ в (2.6а) таков, что $\rho_{\text{экс}} = \rho_{\text{чис}}$ при $P_{\text{экс}} = P_{\text{чис}}$

Тогда систематические погрешности метода ОРУК можно охарактеризовать мерой отличия $\rho_{\text{экс}}$ от $\rho_{\text{ист}}$. Эти погрешности можно условно разделить на три группы:

- а) погрешности экспериментального измерения $P_{\text{экс}}$ истинных показаний $P_{\text{ист}}$;
- б) погрешности математической модели (1.1) описания кинетики реактора;
- в) погрешности рассматриваемого ОРУК относительно исходной модели (1.1),

где погрешности (а) обусловлены несовершенством аппаратуры, радиационным фоном и т.д. и выражаются в отличии $P_{\text{экс}}$ от $P_{\text{ист}}$, погрешности типа (б) связаны с неадекватным описанием реальных процессов в реакторе с помощью модели (1.1) и проявляются, в частности, в отличии $\rho_{\text{ист}}$ от $\rho_{\text{укр}}$; погрешности (в) обусловлены рассогласованием математических моделей (1.1) и ОРУК, выражающемся в отличии $\rho_{\text{укр}}$ от $\rho_{\text{чис}}$.

При этом минимизация погрешностей типа (б) достигается, вообще говоря, лишь на пути уточнения как самих исходных уравнений (1.1), так и входящих в них нейтронно-физических параметров (сечений реакций, констант), и в этом смысле выходит за рамки собственно метода ОРУК (т.е. они являются неустранимыми в рамках этого метода). Для минимизации же погрешностей типа (в) обычно прибегают либо к уточнению коэффициентов ОРУК (введению "эффективностей детекторов" типа (2.7)), либо к коррекции $\rho_{\text{экс}}$ с помощью каких-либо поправок вида

$$\rho_{\text{ист}} \approx \rho_{\text{экс}} \gamma, \quad \gamma = \rho_{\text{укр}} / \rho_{\text{чис}}; \quad (3.1а)$$

$$\rho_{\text{ист}} \approx \rho_{\text{экс}} + \delta, \quad \delta = \rho_{\text{укр}} - \rho_{\text{чис}} \quad (3.1б)$$

с целью обеспечения равенства $\rho_{\text{ист}} = \rho_{\text{укр}}$ в о случае $\rho_{\text{экс}} = \rho_{\text{чис}}$ [11-17,27,40].

Процедуры (3.1) используются, в частности, для минимизации пространственных эффектов реактивности, выражающихся в зависимости $\rho_{\text{экс}}$ от места расположения детектора и, тем самым, в отличии $\rho_{\text{экс}}$ от $\rho_{\text{ист}}$ [16]. Они не решают, однако, проблемы полностью, поскольку не устраняют погрешности типов (а),(б).

3.2. Обратимся к количественной оценке погрешностей. Согласно изложенному выше погрешности типа (б) математической модели (1.1) реактора характеризуются величиной [5,8]

$$\delta\rho = \rho' - \rho = \frac{(\psi^*, (\delta F / k_{\text{эф}}' - \delta C)\psi')}{(\psi^*, F\psi')} \approx \frac{(\psi^*, (\delta F / k_{\text{эф}}' - \delta C)\psi)}{(\psi^*, F\psi)}, \quad (3.2)$$

где $\rho' = \rho_{укр}$ и $\rho = \rho_{ист}$ - возмущенная и невозмущенная (истинная) реактивности, $M' = M + \delta C$, $F' = F + \delta F$ и M, F - соответствующие операторы, $k'_{эф} = k_{эф}^{укр}$, ψ' и $k_{эф} = k_{эф}^{ист}$, ψ^* - положительные решения соответствующих уравнений (1.8).

Величина $\delta\rho$ не зависит ни от внешнего источника Q , ни от постоянных распада λ_j , которые не фигурируют в уравнениях (1.8) В рамках представления

$$\omega_f(x, E, E', \Omega, \Omega') = \sum_l \chi_l(E, E') \nu_{fl}(E') \Sigma_{fl}(x, E') / 4\pi \quad (3.3)$$

ее зависимость от данных по запаздывающим нейтронам проявляется лишь при учете различий в спектрах мгновенных и запаздывающих нейтронов деления, когда

$$\chi_l(E, E') = \chi_{(l)}(E) [1 - \beta_{(l)}(E')] + \sum_{r, m'} \chi_{(r, l)}^{(m)}(E) \beta_{(r, l)}^{(m)}(E'), \quad (3.4a)$$

и совсем отсутствует в противном случае, когда

$$\chi_l(E, E') \approx \chi_{(l)}(E), \quad (3.4b)$$

где $\chi_{(r, l)}^{(m)}$, $\chi_{(l)}$ - спектры запаздывающих и мгновенных нейтронов, $\beta_{(l)} = \sum_{r, m'} \beta_{(r, l)}^{(m)}$.

Действительно, если возмущением является $\delta\beta_{(r, l)}^{(m)}$, то из (3.2)-(3.4) следует, что

$$\delta\rho \approx \int dx \int dE [\chi_{(r, l)}^{(m)} - \chi_{(l)}] \Phi^* \int dE' \delta\beta_{(r, l)}^{(m)} \nu_{fl} \Sigma_{fl} \Phi_r / k_{эф} (\psi^*, F\psi), \quad (3.5)$$

то есть что эффект от изменения $\beta_{(r, l)}^{(m)}$ отличен от нуля лишь при учете различий в спектрах мгновенных и запаздывающих нейтронов деления

3.3. Для оценки вариаций реактивности, обусловленных погрешностями определения величин λ_j, Q, φ , рассмотрим возмущенный аналог ОРУК (2.2),

$$\rho = \frac{(\psi^*, (F_d - \delta F_o + \delta C + \partial / \nu \partial t) \varphi' - Q')}{(\psi^*, F\varphi')} - \sum_j \lambda_j' \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j'(t-t')} \frac{(\psi^*, F_j' \varphi_r')}{(\psi^*, F\varphi')}, \quad (3.6)$$

вытекающий из возмущенного уравнения (1.3) и обычного уравнения (1.8б), где $M' = M + \delta C$, $F' = F + \delta F$, $F_j' = F_j + \delta F_j$, $Q' = Q + \delta Q$, $\lambda_j' = \lambda_j + \delta\lambda_j$, $\nu' = \nu + \delta\nu$ - возмущения, а $\varphi' = \varphi + \delta\varphi$ - соответствующее им возмущенное решение.

Тогда, замечая, что правая часть уравнения (3.6) (как и левая часть его, равная $\rho_{укр}$), не зависит от вносимых возмущений (в силу компенсации их влияния соответствующими изменениями решения), и обозначая ее, с учетом (3.2), через $\rho_{орук} = \rho - \delta\rho$, где $\rho_{орук} = \rho_{чис}$ при $P = P_{чис}$ и $\rho_{орук} = \rho_{экс}$ при $P = P_{экс}$, можно представить ОРУК (3.6) в виде уравнения $\rho_{укр} = \rho_{орук} = \rho_{укр} - \delta\rho$, где

$$\delta\rho = \rho_{укр} - \rho_{орук} = \delta\rho_{\sigma} + \delta\rho_{\lambda} + \delta\rho_Q + \delta\rho_{\varphi} = 0, \quad (3.7)$$

причем в линейном по возмущениям приближении

$$\delta\rho_{\sigma} = \frac{(\psi^*, (\delta F_o - \delta C)\varphi)}{(\psi^*, F\varphi)} + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} \frac{(\psi^*, \delta F_j \varphi_{t'})}{(\psi^*, F\varphi)} + \alpha_1 \Lambda_1 \quad (3.8a)$$

- приращение реактивности за счет вариаций «сечений» $\delta C, \delta F, \delta F_j, \delta v$,

$$\delta\rho_{\lambda} = \sum_j \lambda_j \delta\lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} \left[\frac{1}{\lambda_j} - (t-t') \right] \frac{(\psi^*, F_j \varphi_{t'})}{(\psi^*, F\varphi)} \quad (3.8b)$$

- приращение реактивности за счет вариаций постоянных распада $\delta\lambda_j$,

$$\delta\rho_Q = (\psi^*, \delta Q\varphi) / (\psi^*, F\varphi) \quad (3.8в)$$

- приращение реактивности за счет вариаций внешнего источника δQ ,

$$\begin{aligned} \delta\rho_{\varphi} = & \frac{(\psi^*, F\delta\varphi)}{(\psi^*, F\varphi)} [\alpha\Lambda - \alpha_2\Lambda_2] - \bar{Q} \frac{(\psi^*, F\delta\varphi)}{(\psi^*, F\varphi)^2} - \frac{(\psi^*, (F_d - \beta F)\delta\varphi)}{(\psi^*, F\varphi)} + \\ & + \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} \frac{(\psi^*, F_j \varphi_{t'})}{(\psi^*, F\varphi)} \left[\frac{(\psi^*, F_j \delta\varphi_{t'})}{(\psi^*, F_j \varphi_{t'})} - \frac{(\psi^*, F\delta\varphi)}{(\psi^*, F\varphi)} \right] \end{aligned} \quad (3.8r)$$

- приращение реактивности за счет вариаций потока $\delta\varphi = \delta\varphi_r$, обусловленных указанными вариациями «сечений», постоянных распада и внешнего источника в реакторе, где $\alpha_1 \Lambda_1$ и $\alpha_2 \Lambda_2$ даются соответствующими формулами (2.3) для α, Λ . с заменой в них $1/\nu$ на $\delta\nu/\nu^2$ и φ на $\delta\varphi$, соответственно.

Отметим, что равенство (3.7) справедливо если только $\delta\varphi = \delta\varphi_r$. Если же

$$\delta\varphi = \delta\varphi_r + \delta\varphi', \quad (3.9)$$

где $\delta\varphi'$ - некоторое иное, не связанное с $\delta C, \delta F, \delta F_j, \delta\lambda_j, \delta Q$ возмущение, то отмеченная в (3.7) компенсация погрешностей уже не будет, вообще говоря, иметь место. Поэтому в общем случае справедлива следующая оценка погрешности «сверху»:

$$|\delta\rho| \leq |\delta\rho_\sigma + \delta\rho_\lambda + \delta\rho_Q + \delta\rho_{\varphi'}| \leq (\delta\rho_\sigma^2 + \delta\rho_\lambda^2 + \delta\rho_Q^2 + \delta\rho_{\varphi'}^2)^{1/2}, \quad (3.10)$$

соответствующая выбору $\delta\varphi_r = 0$ в формуле (3.9), то есть случаю полного отсутствия компенсации погрешностей, где $\delta\rho_{\varphi'}$ дается формулой (3.8г) при замене $\delta\varphi$ на $\delta\varphi'$.

При этом $\delta\rho_{\varphi'}$ описывает погрешности реактивности, обусловленные искажениями потока нейтронов в ходе аппроксимации его выражениями типа (2.6), то есть, в частности, погрешности типа (а), вызванные отличием $P_{\text{экс}}$ от $P_{\text{ист}}$, и погрешности типа (в) определения коэффициентов ОРУК, вызванные отличием форм-функции $\tilde{\psi}$ от φ . В свою очередь, величины $\delta\rho_\lambda, \delta\rho_Q$ могут использоваться для описания как погрешностей типа (а) определения истинных значений λ_j, Q , так и погрешностей типа (в) возможного рассогласования математических моделей кинетики (1.3) и ОРУК (2.2). Наконец, $\delta\rho_\sigma$ можно рассматривать в качестве некоторого динамического аналога соответствующего приращения (3.2) статической (нормативной) реактивности [35, 36]. Эта, обычно упускаемая из виду составляющая погрешности, характеризует, в частности, неустранимую погрешность метода ОРУК, обусловленную неточным знанием искомого состояния реактора.

3.4. В ряде случаев представляют интерес и иные, отличные от приведенных выше, оценки. Отметим некоторые из них. Так, например, используя невозмущенное уравнение (1.3) и возмущенное уравнение (1.8б) в форме

$$(M^* + \delta C^*)\psi'^* = (F^* + \delta F^*)\psi'^* / k'_{\text{эф}}, \quad (3.11)$$

нетрудно вывести в рамках теории малых возмущений соотношение

$$\delta\rho \approx \frac{(\psi'^*, (\delta F / k'_{\text{эф}} - \delta C)\varphi)}{(\psi'^*, F\varphi)} \quad (3.12)$$

для оценки приращения реактивности за счет вариаций «сечений» $\delta C, \delta F$, обобщающее последнюю формулу в (3.2) на случай нестационарного потока φ

Замечая, что соответствующие формулы для оценки реактивности в долларах получаются делением приведенных выше формул на $\bar{\beta}$, приведем также формулы для непосредственной оценки вариаций определяемой правой частью ОРУК (2.2) «динамической» реактивности

$$\rho = \rho / \bar{\beta}, \quad (3.13)$$

в долларах. Варьируя входящие в (2.2) величины, находим в линейном по возмущениям приближении, что

$$\delta p \approx -\delta p_\sigma - \delta p_\lambda - \delta p_Q - \delta p_\varphi, \quad (3.14)$$

где в данном случае

$$\delta p_\lambda = \delta p_\lambda / \bar{\beta}, \quad \delta p_Q = \delta p_Q / \bar{\beta}, \quad (3.15a)$$

$$\delta p_\sigma \approx \alpha_1 \bar{\lambda}_1 + \alpha \bar{\lambda} \delta \bar{\beta} / \bar{\beta} - \bar{Q} \frac{(\psi^*, \delta F_d \varphi)}{(\psi^*, F_d \varphi)^2} +$$

$$+ \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} \frac{(\psi^*, F_j \varphi_{t'})}{(\psi^*, F_d \varphi)} \left[\frac{(\psi^*, \delta F_j \varphi_{t'})}{(\psi^*, F_j \varphi_{t'})} - \frac{(\psi^*, \delta F_d \varphi)}{(\psi^*, F_d \varphi)} \right], \quad (3.15b)$$

$$\delta p_\varphi \approx \frac{(\psi^*, F_d \delta \varphi)}{(\psi^*, F_d \varphi)} (\alpha \bar{\lambda} - \alpha_2 \bar{\lambda}_2) - \bar{Q} \frac{(\psi^*, F_d \delta \varphi)}{(\psi^*, F_d \varphi)^2} +$$

$$+ \sum_j \lambda_j \int_{-\infty}^t dt' e^{-\lambda_j(t-t')} \frac{(\psi^*, F_j \varphi_{t'})}{(\psi^*, F_d \varphi)} \left[\frac{(\psi^*, F_j \delta \varphi_{t'})}{(\psi^*, F_j \varphi_{t'})} - \frac{(\psi^*, F_d \delta \varphi)}{(\psi^*, F_d \varphi)} \right], \quad (3.15b)$$

величины $\alpha_i \bar{\lambda}_i$ получаются из $\alpha_i \Lambda_i$ при замене в последних $F \rightarrow F_d$, а

$$\delta \bar{\beta} = (\psi^*, \delta F_d \varphi) / (\psi^*, F \varphi). \quad (3.16)$$

Формулы (3.15) отличаются от формул (3.8), в частности, тем, что не включают вариаций $\delta C, \delta F_\sigma$ величин C, F , предполагаемых заданными точно. Кроме того, здесь $\delta p_\sigma \neq \delta p_\sigma / \bar{\beta}$, $\delta p_\varphi \neq \delta p_\varphi / \bar{\beta}$. Таким образом, эти оценки нацелены, очевидно, на учет погрешностей типов (а),(в), то есть погрешностей, обусловленных погрешностями $\delta \varphi$ измерения потока φ (или, точнее, функционала $P_{\text{экс}}(t)$), и погрешностей, связанных с неточным заданием величин F_j, λ_j, Q, ν в ОРУК (2.2)

3.5. Проиллюстрируем эти положения на простейших примерах. Так, в случае экспоненциального невозмущенного режима, когда $\bar{Q} = \Lambda = 0$,

$$\delta \varphi(x, E, \Omega, t) = \varphi(x, E, \Omega, t) \exp(\delta \alpha), \quad \varphi(x, E, \Omega, t) = \bar{\psi}(x, E, \Omega) \exp(\alpha t), \quad (3.17)$$

и ОРУК (2.2) переходит в известное уравнение обратных часов вида

$$\rho = \bar{\beta} - \sum_j \frac{\lambda_j \bar{\beta}_j}{(\lambda_j + \alpha)} = \sum_j \frac{\alpha \bar{\beta}_j}{(\lambda_j + \alpha)}, \quad (3.18)$$

формулы (3.8) приобретают вид: (см. также [36])

$$\delta\rho_\sigma \approx \frac{(\psi^*, (\delta F_\sigma - \delta C)\varphi)}{(\psi^*, F\varphi)} + \sum_j \frac{\lambda_j \delta\beta_j}{\lambda_j + \alpha} \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} \frac{(\psi^*, (\delta F - \delta C)\varphi)}{(\psi^*, F\varphi)}, \quad (3.19a)$$

$$\delta\rho_\lambda \approx \sum_j \frac{\alpha \beta_j}{(\lambda_j + \alpha)^2} \delta\lambda_j, \quad \delta\rho_\varphi \approx - \sum_j \frac{\lambda_j \beta_j}{(\lambda_j + \alpha)^2} \delta\alpha, \quad (3.19б)$$

формула (3.12) переходит в формулу (3.2), а формулы (3.15б,в) – в формулы

$$\delta\rho_\sigma \approx \sum_j \frac{\lambda_j}{(\lambda_j + \alpha)} \left(\frac{\delta\beta_j}{\beta} - \frac{\delta\beta}{\beta} \frac{\beta_j}{\beta} \right), \quad \delta\rho_\varphi = \delta\rho_\varphi / \beta, \quad (3.19в)$$

где в данном случае

$$\delta\beta_j = (\psi^*, \delta F_j \varphi) / (\psi^*, F\varphi), \quad \beta_j = (\psi^*, F_j \varphi) / (\psi^*, F\varphi). \quad (3.20)$$

Рассматривая уравнение

$$\delta\rho = \sum_j \left[\frac{\partial\rho}{\partial\beta_j} \delta\beta_j + \frac{\partial\rho}{\partial\lambda_j} \delta\lambda_j \right] + \frac{\partial\rho}{\partial\alpha} \delta\alpha, \quad (3.21)$$

вытекающее из уравнения (3.18), и учитывая явный вид производных

$$\frac{\partial\rho}{\partial\lambda_j} = - \frac{\alpha \beta_j}{(\lambda_j + \alpha)^2}, \quad \frac{\partial\rho}{\partial\beta_j} = \frac{\alpha}{(\lambda_j + \alpha)}, \quad \frac{\partial\rho}{\partial\alpha} = \sum_j \frac{\lambda_j \beta_j}{(\lambda_j + \alpha)^2}, \quad (3.22)$$

мы видим, что уравнение (3.21) совпадает в случае $\delta F_\sigma = \delta C = 0$ с уравнением

$$\delta\rho \approx - \delta\rho_\sigma - \delta\rho_\lambda - \delta\rho_\varphi. \quad (3.23)$$

то есть с соответствующим уравнением (3.14), в котором величины из правой части определяются по соответствующим формулам (3.19а,б). Видно также, что использование вместо (3.19а) соответствующего выражения из формулы (3.19в) (умноженного на β) нарушит это совпадение.

Отметим, что уравнение обратных часов (3.18) трактуется обычно как прямое уравнение для определения α по заданным ρ, λ_j , а не как обратное уравнение (ОРУК) для определения ρ по заданным α, λ_j . При этом в прямом толковании реактивность, естественно, не зависит от α, λ_j , а в обратном такая зависимость, обусловленная отличием подаваемого на вход ОРУК "сигнала" $\alpha + \delta\alpha$ от решения α уравнения обратных часов, действительно появляется.

Следовательно, если рассматривать уравнение (3.18) как ОРУК и не учитывать зависимости α от ρ, λ_j , то его погрешность за счет $\delta\beta_j, \delta\lambda_j, \delta\alpha$ может быть оценена в рамках теории малых возмущений формулой (3.21). А если же принять во внимание обсуждаемую зависимость, то эту формулу следует уточнить, переходя к ней от частных производных по β_j, λ_j к полным:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \rightarrow \frac{d\rho}{dx} = \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial x}, \quad x = \beta_j, \lambda_j. \quad (3.24)$$

В этом случае, в согласии с формулой (3.7), $\delta\rho \approx (\partial\rho/\partial\alpha)\delta\alpha$, в силу полной компенсации вкладов от соответствующих приращений $\delta\beta_j, \delta\lambda_j$.

Стало бы, при малых $\delta\alpha$, в линейном по возмущениям $\delta\beta_j, \delta\lambda_j, \delta\alpha$ приближении (когда соответствующими квадратичными и т.п. членами можно пренебречь), зависимость $\rho_{\text{экс}}$ от β_j, λ_j можно не учитывать. В общем же случае произвольной "экспериментальной" поправки $\delta\alpha \neq 0$ обсуждаемая компенсация вкладов от $\delta\beta_j, \delta\lambda_j$ уже не будет, вообще говоря, такой полной, что и приведет к зависимости $\rho_{\text{экс}}$ от β_j, λ_j .

Таким образом, отличие $\alpha_{\text{экс}} = \alpha + \delta\alpha$ от $\alpha_{\text{чис}} = \alpha$ (или, в общем случае, экспериментально-расчетных аппроксимаций $\varphi_{\text{анн}}$ потока (2.5) от $\varphi_{\text{чис}}$), то есть несоответствие реального объекта его математической модели, и порождает наблюдаемую зависимость реактивности $\rho_{\text{экс}}$ от данных по запаздывающим нейтронам.

4 ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ КОНСТАНТ ЗАПАЗДЫВАЮЩИХ НЕЙТРОНОВ

4.1 Проблемы выбора и обоснования основных характеристик (числа групп, постоянных распада, долей, энергетических спектров и т.д.) запаздывающих нейтронов приобрели в последнее время повышенную актуальность [24,31,34].

Была отмечена, в частности, некоторая неадекватность традиционной 6-групповой систематики, лежащей в основе библиотек БНАБ-78, БНАБ-93, JENDL, ENDF/B6, JEF2.2 и других библиотек данных по запаздывающим нейтронам, основополагающим физическим предпосылкам, когда, например, одному и тому же предшественнику, но возникающему при делении различных ядер, могут сопоставляться различные постоянные распада, спектры, выходы (доли) и т.д. Было указано, далее, на значительное расхождение данных по запаздывающим нейтронам, полученных различными авторами, и т.п. [24,34].

Для прояснения существа вопросов напомним предварительно некоторые положения 6-групповой систематики Кипина [3]. Известно, что результаты Кипина были получены около 50 лет назад путем аппроксимации экспериментальных кривых $f(t)$ спада нейтронного излучения из малых предварительно облученных образцов кривыми вида

$$f(t) \approx \sum_{i=1}^m a_i \exp(-\lambda_i t), \quad (4.1)$$

где λ_i и a_i - постоянная распада предшественника и (относительный) выход запаздывающих нейтронов в группе i , m - число групп. При этом нелинейная задача определения параметров λ_i, a_i из условия минимизации суммы

$$sum = \sum_{k=1}^N W_k [f(t_k) - \sum_{i=1}^m a_i \exp(-\lambda_i t_k)]^2 \quad (4.2)$$

квадратов отклонений с некоторыми весами W_k в моменты времени $t_k, k = \overline{1, N}$ линеаризовалась (разложением в ряд Тейлора) и решалась итерационно методом наименьших квадратов. Первоначальное число групп (периодов) также варьировалось и было установлено, что 6 периодов необходимо и достаточно для оптимального описания экспериментальных данных по методу наименьших квадратов в том смысле, что при уменьшении числа групп сходимость не была удовлетворительной и расчетные ошибки велики, а при 7 и более группах средневзвешенное квадратичное отклонение [3] было неизменно больше, чем при 6 - групповом описании кривых спада.

В свете сказанного подход Кипина представляется некоторым формальным математическим подходом, в котором число групп, постоянные распада и выходы нейтронов выступают в качестве абстрактных свободных параметров, подбираемых из условия минимизации суммы (4.2) и не связанных непосредственно с искомыми физическими характеристиками распада предшественников. Определяемые таким образом параметры оказываются зависимыми как друг от друга, так и от внешних условий: состава образцов, спектра энергий нейтронов, инициировавших деление материнских ядер, погрешностей эксперимента, и т.д..

Последнее следует отнести, по мнению авторов [24], к недостаткам этого подхода, поскольку здесь, например, одному и тому же доминирующему в первой группе предшественнику ^{87}Br предписываются в зависимости от выбора спектра энергий нейтронов, материнского нуклида, и т.п. различные периоды полураспада. Но так как этот бром является доминирующим, то характерное для аргументации Кипина объяснение упомянутых вариаций за счет возможного присутствия в этой группе и других предшественников не представляется авторам [24] убедительным. Они предполагают, что истинная причина заключается в использовании недостаточно точных экспериментальных данных, полученных при недостаточном времени экспозиции или большом фоне.

4.2 В целях более адекватного описания кинетики авторы [24] предлагают перейти к новой, 8-групповой модели запаздывающих нейтронов с фиксированными, одинаковыми для всех нуклидов и энергий групповыми постоянными распада предшественников. В этой системе постоянные распада в первых трех группах совпадают с соответствующими данными для ^{87}Br , ^{137}I , ^{88}Br . В прочих группах они определяются взвешиванием по формулам типа (1.11) (без суммирования по r, l) постоянных распада нескольких доминирующих в данной группе предшественников.

Относительные выходы определяются затем методом наименьших квадратов из анализа расчетных кривых спада интенсивности запаздывающих нейтронов, полученных с использованием известных 6-групповых данных (Кипина и др.), подвергнутых предварительной ревизии с целью отбраковывания неточных данных. Утверждается, что используемая методика «эквивалентной конвертации» 6- групповых данных в 8-групповые сохраняет положительную шкалу реактивности [24].

Отметим, что указанная методика подготовки констант (см. также [31-36]) может рассматриваться, очевидно, в качестве некоторой методики приближенной реализации алгоритмов п.1.4 вычисления коэффициентов уравнений точечной кинетики для случая мононуклидного топлива в отсутствии пространственной зависимости при специальном выборе распределения предшественников по группам.

Действительно, если распределить предшественники по группам в соответствии с их истинными постоянными распада и указаниями работы [24], и воспользоваться для вычисления постоянных распада формулой (1.11), то в первых трех группах, где будет по одному предшественнику, полученные $\lambda^{(m)}$ совпадут с $\lambda^{(m)}$ работы [24] точно. В прочих же группах совпадение будет лишь приближенным.

4.3. Исследование точности традиционных 6-групповых систем констант запаздывающих нейтронов и новой, 8-групповой системы было проведено в работе [34] на примере решения ряда упрощенных, модельных задач типа задачи об определении реактивности ρ/β в долларах. из решения ОРУК вида (3.18),

$$\rho/\beta = \alpha \sum_i a_i / (\lambda_i + \alpha), \quad a_i = \beta_i / \beta. \quad (4.3)$$

Таблицы 1-3 содержат результаты расчетов $(\rho/\beta)(\alpha)$ по формуле (4.3) с константами Кипина [3] для U-235, U-238 и Pu-239 и относительных отклонений в процентах

$$\delta\rho_k(\alpha) = \{[(\frac{\rho}{\beta})_k(\alpha) - (\frac{\rho}{\beta})(\alpha)]/[(\frac{\rho}{\beta})(\alpha)]\} \cdot 100 \quad (4.4)$$

реактивностей $(\rho/\beta)_k(\alpha)$, вычисленных с использованием предлагаемых в работе [24] 8-групповых констант ($k=1$), а также 6-групповых констант БНАБ-78 [20] ($k=2$), JENDL [21] ($k=3$) и ENDF/B6 [22] ($k=4$) от реактивностей $(\rho/\beta)(\alpha)$ (Кипина).

Таблица 1 - Зависимость $\delta\rho_k(\alpha)$ для ^{235}U

α	-0,012	-0,010	-0,008	-0,004	0,000	0,004	0,008	0,012
ρ	-0,821	-0,271	-0,162	-0,061	0,000	0,045	0,081	0,111
$\delta\rho_1$	30,64	3,218	2,540	2,797	2,967	3,034	3,047	3,036
$\delta\rho_2$	43,02	2,639	1,622	1,941	2,204	2,341	2,400	2,432
$\delta\rho_3$	-9,952	-5,691	-3,847	-2,176	-1,407	-0,957	-0,673	-0,477
$\delta\rho_4$	-43,29	-20,17	-16,27	-14,06	-13,18	-12,60	-12,15	-11,77

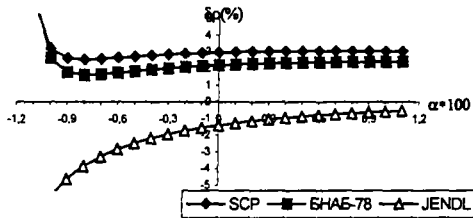
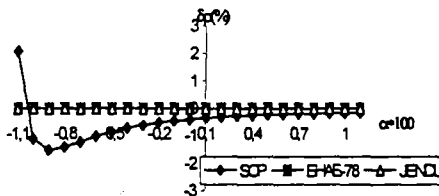
Таблица 2. - Зависимость $\delta\rho_k(\alpha)$ для ^{238}U

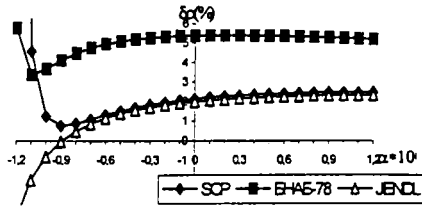
α	-0,012	-0,010	-0,008	-0,004	0,000	0,004	0,008	0,012
ρ	-0,243	-0,128	-0,086	-0,035	0,000	0,028	0,051	0,071
$\delta\rho_1$	36,52	-1,100	-1,409	-0,716	-0,394	-0,245	-0,179	-0,142
$\delta\rho_2$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
$\delta\rho_3$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
$\delta\rho_4$	-14,65	-7,446	-6,654	-6,447	-6,349	-6,209	-6,041	-5,855

Таблица 3 - Зависимость $\delta\rho_k(\alpha)$ для ^{239}Pu

α	-0,012	-0,010	-0,008	-0,004	0,000	0,004	0,008	0,012
ρ	-0,717	-0,292	-0,182	-0,069	0,000	0,051	0,094	0,127
$\delta\rho_1$	38,15	1,241	0,870	1,693	2,136	2,353	2,450	2,488
$\delta\rho_2$	5,787	3,678	4,488	5,202	5,375	5,380	5,312	5,221
$\delta\rho_3$	-4,097	-0,817	0,490	1,656	1,989	2,196	2,293	2,338
$\delta\rho_4$	-27,09	-13,05	-10,84	-9,689	-9,239	-8,929	-8,672	-8,444

Соответствующее графическое представление этих данных содержат рисунки 1-3, где аббревиатура SCP обозначает данные работы [24]

Рисунок 1 - Зависимость $\delta\rho$ от α для U-235Рисунок 2 - Зависимость $\delta\rho$ от α для U-238

Рисунок 3 - Зависимость $\delta\rho$ от α для Pu-239

Видно, что выбор тех или иных a_i, λ_i оказывает заметное (особенно при $\alpha \rightarrow \lambda_1$, где $\delta\rho \rightarrow \infty$) влияние на значения реактивности, вычисленные по ОРУК (4.3), что связано в данном случае с переходом к новым значениям a_i, λ_i при сохранении старых значений решений α , точных в данном примере лишь для констант Кипина. Вернее, этот выбор влияет лишь на погрешности определения реактивности методом ОРУК, поскольку значения реактивности в ее истинном, нормативном толковании не зависят в этой задаче, как отмечалось выше, от a_i, λ_i .

Сравнительно малое расхождение результатов для U-238 объясняется здесь просто совпадением соответствующих данных по запаздывающим нейтронам в обсуждаемых системах констант (Кипин, БНАБ-78, JENDL3.2). Это обстоятельство играет решающую роль в нивелировании расхождений в значениях реактивности, получаемой по ОРУК с использованием упомянутых систем констант в тех реакторах, где основной вклад в генерацию запаздывающих дает U-238.

4.4 Отметим, что в этих примерах 8-групповые константы были получены в работе [24] в ходе упомянутой выше эквивалентной конвертации 6-групповых констант Piksaikin (1997) для U-235, Keerip (1957) для U-238 и Besant (1977) для Pu-239, соответственно.

Из рисунка 2 следует, что о сохранении шкалы реактивности при переходе от 6-групповых констант Кипина для U-238 к 8-групповым константам здесь можно говорить лишь условно, ибо не сохраняются даже средневзвешенные периоды полураспада $T_{(i)} = \ln 2 \sum_m (\beta_{(i)}^{(m)} / \beta) / \lambda_{(i)}^{(m)}$. Скажем, $\delta\rho_1(0) = 100(T_1 - T) / T$ составляет в этом случае величину -0.39% (по данным работ [3] и [24], где, соответственно, $T = 5.32$ и $T_1 = 5.3$, $\delta\rho_1(0)$ оценивается в несколько иную величину -0.37% , что обусловлено, очевидно, погрешностями округления при переходе от λ к T)

Из приведенных данных следует, далее, что разброс в значениях реактивности между рассматриваемыми константами и константами Кипина для не слишком глубоких подкритичностей (при $\alpha \geq -0.010$) составляет около 2.5- 3.2 % для U-235, 0.14 – 1.4 % для U-328 и 0.8- 2.5 % для Pu-239.

Для констант БНАБ-78 рассматриваемые отклонения составляют, соответственно, 1,6- 2,6%, 0,0% и 3,7- 5,4%, причем нулевое отклонение для U-238 является следствием совпадения соответствующих констант. Это же справедливо и для кон-

стант JENDL, где обсуждаемые отклонения несколько больше. Однако наибольшие отклонения характерны для констант ENDF/B6. Что же касается констант БНАБ-93, то они совпадают в этих примерах с константами Кипина [3]. Более полную информацию можно найти в [34], где приведены также результаты для многогруппных топливных смесей с различными способами усреднения данных по запаздывающим нейтронам, и т.д.

4.5 Полученные в работе [34] результаты показывают, в частности, что

- используемая в [24] технология эквивалентной конвертации 6-групповых констант в 8-групповые константы приводит лишь к приближенному сохранению положительной шкалы реактивности, с относительной погрешностью, не превышающей 0.4% в случае U-238. При этом могут не сохраняться даже такие важные функционалы, как средневзвешенные периоды полураспада предшественников;
- в рассмотренных примерах отклонения значений реактивности, рассчитанных по 8-групповым константам, от соответствующих значений, рассчитанных по 6-групповым константам Кипина, в целом близки к отклонениям, характерным для 6-групповых констант БНАБ-78 и JENDL3.2;
- соответствующие отклонения для констант ENDF/B6 существенно выше;
- принципиальное преимущество упрощения динамической модели, выражающееся в сокращении числа уравнений, необходимых для описания кинетики реактора со сложной, многогруппной топливной композицией, достигается при переходе от традиционных 6-групповых систем констант к 8-групповой системе констант с универсальными постоянными спада, действительно имеет место;
- аналогичное, в общем, упрощение может быть достигнуто, впрочем, и в рамках традиционных 6-и групповых моделей, но лишь на пути привлечения описанных в работах [32-34] дополнительных вычислительных процедур интерполяции и усреднения групповых периодов полураспада;

Сказанное позволяет предположить, что 8-групповой подход работы [24], как более простой алгоритмически и не уступающий, по-видимому, традиционным 6-групповым подходам по точности, является перспективным в плане практических приложений подходом. Следует, однако, отчетливо представлять его возможности и ограничения. Эти вопросы нуждаются, вообще говоря, в дальнейшем изучении.

4.6. Переходя к оценке погрешности $\delta\rho$ определения реактивности, обусловленной погрешностями $\delta\beta_i, \delta\lambda_i$, рассмотрим вытекающую из (3.21) формулу

$$\delta\rho/\rho \approx \left[\sum_i (K_{\beta_i} \delta\beta_i / \beta_i)^2 + (K_{\lambda_i} \delta\lambda_i / \lambda_i)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.5)$$

где $K_x = (\partial\rho/\partial x)/(\rho/x)$ - относительные производные (коэффициенты чувствительности) реактивности по $x = \beta_i, \lambda_i$, которые в случае малых реактивностей и отсутствия внешнего источника могут быть вычислены приближенно по формулам

$$K_{\beta_i} = -K_{\lambda_i} = \bar{\lambda}\beta_i / \beta\lambda_i, \quad \bar{\lambda} = \beta / \left(\sum_i \beta_i / \lambda_i \right), \quad \sum_i K_{\beta_i} = 1. \quad (4.6)$$

Таблицы 4-6 содержат результаты расчета зависимости $\delta = |\delta\rho/\rho|$ от α по формуле (4.6) с использованием данных БНАБ-78 ($k=1$), БНАБ-93 ($k=2$) и SCP ($k=3$) по параметрам $a_i = \beta_i/\beta$, λ_i , δa_i , $\delta\lambda_i$ для случая быстрых нейтронов.

Таблица 4 - Зависимость $\delta = |\delta\rho/\rho|$ от α (в %) для ^{235}U

α	-0,012	-0,010	-0,008	-0,004	0,000	0,004	0,008	0,012
δ_1	63,73	8,060	5,157	4,143	3,858	3,703	3,610	3,548
δ_2	23,54	5,866	4,095	3,198	2,880	2,702	2,595	2,525
δ_3	1,672	1,204	1,122	1,098	1,095	1,092	1,097	1,082

Таблица 5. - Зависимость $\delta = |\delta\rho/\rho|$ от α (в %) для ^{238}U

α	-0,012	-0,010	-0,008	-0,004	0,000	0,004	0,008	0,012
δ_1	14,08	4,339	3,146	2,723	2,671	2,685	2,727	2,777
δ_2	14,08	4,339	3,146	2,723	2,671	2,685	2,727	2,777
δ_3	10,15	4,458	3,343	2,793	2,711	2,728	2,779	2,838

Таблица 6 - Зависимость $\delta = |\delta\rho/\rho|$ от α (в %) для ^{239}Pu

α	-0,012	-0,010	-0,008	-0,004	0,000	0,004	0,008	0,012
δ_1	46,97	15,19	12,38	10,98	10,39	10,00	9,730	9,522
δ_2	16,67	4,894	3,408	2,602	2,323	2,178	2,101	2,058
δ_3	5,389	3,304	2,948	2,934	3,067	3,213	3,351	3,479

Отметим, что приведенные в этих таблицах данные характеризуют, в отличие от таблиц 1-3, не отклонения (4.4) от данных Кипина, а погрешности $\delta = |\delta\rho/\rho|$ определения реактивности методом ОРУК, обусловленные неточным знанием параметров a_i , λ_i запаздывающих нейтронов. Здесь величины δa_i , $\delta\lambda_i$ для констант БНАБ выбирались в соответствии с рекомендациями Кипина работы [3].

4.7. Более полный анализ погрешностей метода ОРУК может быть осуществлен, например, в рамках следующего приближенного представления:

$$\beta_{(l)}^{(m)}(E)v_{fl}(E) \approx a_{(l)}^{(m)}v_{dl}(E), \quad \sum_m a_{(l)}^{(m)} = 1 \quad (4.7)$$

в соответствии с которым из определения (1.12) в пренебрежении энергетической зависимостью функции ценности вытекают приближенные формулы

$$\bar{\beta}_{(l)}^{(m)} \approx a_{(l)}^{(m)}b_{(l)}\bar{\beta}, \quad b_{(l)} = v_{dl}/v_d, \quad \sum b_{(l)} = 1, \quad \bar{\beta} = \sum_{l,m} \bar{\beta}_{(l)}^{(m)} = v_d/v_f, \quad (4.8a)$$

$$\nabla_{dl} = \sum_g v_{dl}^g \sigma_{fl}^g T_l^g / \sum_{g',l'} \sigma_{fl'}^{g'} T_l^{g'}, \quad \nabla_f = \sum_{g,l} v_{fl}^g \sigma_{fl}^g T_l^g / \sum_{g',l'} \sigma_{fl'}^{g'} T_l^{g'}, \quad (4.86)$$

$$\nabla_d = \sum_l \nabla_{dl}, \quad T_l^g = \int dx \Phi^*(x) \Phi^g(x) N_l(x), \quad \Phi^*(x) \approx \sum_{g'} \Phi_{g'}^*(x), \quad (4.8\text{в})$$

а уравнение (3.18) переходит в уравнение

$$\rho / \beta = \alpha \sum_l b_{(l)} \sum_m a_{(l)}^{(m)} / (\lambda_{(l)}^{(m)} + \alpha), \quad (4.9)$$

обобщающее уравнение (4.3) на случай рассматриваемых топливных смесей.

Соответствующее обобщение формулы (4.5) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} (\delta\rho / \rho)^2 = & \left\{ \sum_{l,m} [K_{a_{(l)}^{(m)}} \delta a_{(l)}^{(m)} / a_{(l)}^{(m)}]^2 + [K_{\lambda_{(l)}^{(m)}} \delta \lambda_{(l)}^{(m)} / \lambda_{(l)}^{(m)}]^2 \right\} + (K_\alpha \delta \alpha / \alpha)^2 + \\ & + \left\{ \sum_{l,g} [K_{v_{dl}^g} \delta v_{dl}^g / v_{dl}^g]^2 + [K_{\sigma_{fl}^g} \delta \sigma_{fl}^g / \sigma_{fl}^g]^2 \right\} + \left\{ \sum_l [K_{N_l} \delta N_l / N_l] \right\}^2 + \dots, \quad (4.10) \end{aligned}$$

где, введены, по аналогии с п. 4.6, выражения коэффициентов чувствительности

$$\begin{aligned} -\frac{\lambda_{(l)}^{(m)} + \alpha}{\lambda_{(l)}^{(m)}} K_{\lambda_{(l)}^{(m)}} = K_{a_{(l)}^{(m)}} = \frac{\alpha}{\lambda_{(l)}^{(m)} + \alpha} \frac{a_{(l)}^{(m)} b_{(l)} \beta}{\rho} \approx \frac{a_{(l)}^{(m)} b_{(l)} \bar{\lambda}}{\lambda_{(l)}^{(m)}}, \quad \bar{\lambda} = 1 / \sum_{l,m} \frac{a_{(l)}^{(m)} b_{(l)}}{\lambda_{(l)}^{(m)}}, \\ K_\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{\rho / \beta} \sum_{l,m} \frac{a_{(l)}^{(m)}}{(\lambda_{(l)}^{(m)} + \alpha)^2} b_{(l)} \approx 1 - \rho \frac{(\bar{\lambda})^2}{\lambda^2}, \quad \bar{\lambda}^2 = 1 / \sum_{l,m} \frac{a_{(l)}^{(m)} b_{(l)}}{(\lambda_{(l)}^{(m)})^2}, \\ K_{v_{dl}^g} = K_{\sigma_{fl}^g} = \frac{\alpha}{\rho / \beta} \sum_m \frac{a_{(l)}^{(m)}}{\lambda_{(l)}^{(m)} + \alpha} c_l^g \approx \frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{(l)}^{(m)}} c_l^g, \quad c_l^g = \frac{\nabla_d - \nabla_{dl}}{(\nabla_d)^2} \frac{v_{dl}^g \sigma_{fl}^g T_l^g}{\sum_{g',l'} \sigma_{fl'}^{g'} T_l^{g'}}, \\ \bar{\lambda}_{(l)} = 1 / \sum_m a_{(l)}^{(m)} / \lambda_{(l)}^{(m)}, \quad \sum_{l,m} K_{a_{(l)}^{(m)}} = 1, \dots, \quad (4.11) \end{aligned}$$

при произвольных $\alpha > -\lambda_{(l)}^{(m)}$, а также при $\alpha \rightarrow 0$.

4.8. Проиллюстрируем это на примерах расчета идеализированных топливных смесей, моделирующих состав зоны 3 среднего обогащения (МЕЗ) и зоны 4 с МОХ-топливом реактора БН-600 с гибридной уран-плутониевой загрузкой [28,34]:

- 1). Урановое топливо (ЗСО): 0.19 U-235; 0.8 U-238; 0.01 Pu-239;
- 2). МОХ-топливо: 0.01 U-235; 0.8 U-236; 0.19 Pu-239,

где первые цифры - относительные концентрации нуклидов в смеси.

Таблица 8 содержит относительные отклонения $\Delta_k = \delta\rho_k(\alpha)$ расчетов реактивности с константами БНАБ-78 от соответствующих расчетов с константами БНАН-93, полученных по формулам (4.4),(4.7)-(4.9) при $\bar{v}_{dl} \approx v_{dl}\varepsilon_l N_l$ для этих смесей, где коэффициенты $\varepsilon_{235} = \varepsilon_{239} = 1$, $\varepsilon_{238} = 0.05$ «эффективности нуклидов» выбирались из условия $\approx 15\%$ доли делений на U-238, а v_{dl} - из таблицы 7:

Таблица 7 - Значения v_{dl} для констант БНАБ-78, БНАБ-93

l	U-235	U-238	Pu-239
БНАБ-78	0,0164 ± 0,0005	0,0484 ± 0,0017	0,0061 ± 0,0003
БНАБ-93	0,0166 ± 0,0005	0,0450 ± 0,0015	0,0065 ± 0,0002

Таблица 8 - Зависимость Δ_k (%) от α для смесей $k = 1, 2$

α	-0,012	-0,010	-0,008	-0,004	0,000	0,004	0,008	0,012
Δ_1	33,36	0,726	0,111	0,436	0,703	0,835	0,898	0,932
Δ_2	3,709	-0,498	0,008	0,536	0,710	0,781	0,795	0,789

Из сравнения данных таблиц 8 и таблиц 1-3 следует, что для рассматриваемых топливных смесей и не слишком больших подкритичностей различия между константами БНАБ-78 и БНАБ-93 не играют заметной роли, и что, более того, переход к смешанному топливу приводит к уменьшению суммарной погрешности.

Таблицы 9,10 содержат результаты расчетов относительной погрешности

$\delta = |\delta\rho/\rho|$ в %, образующейся за счет погрешностей $\delta\alpha_{(l)}^{(m)}$, $\delta b_{(l)}$, $\delta\lambda_{(l)}^{(m)}$, δv_{dl} данных по запаздывающим нейтронам для соответствующих топливных смесей, по формулам (4.10),(4.11) при этих же $\bar{v}_{dl} \approx v_{dl}\varepsilon_l N_l$. Сравнение этих результатов с результатами таблиц 4-6 показывает, что переход от мононуклидного топлива к полинуклидному также приводит к некоторой компенсации погрешностей, к сглаживанию соответствующих зависимостей δ от обратного периода α реактора. Видно также, что для смеси 2, где больше Pu-239, погрешности более высокие.

Таблица 9 - Зависимость δ от α для смеси 1

α	-0,012	-0,010	-0,008	-0,004	0,000	0,004	0,008	0,012
δ_{78}	55,90	6,492	4,298	3,574	3,379	3,277	3,218	3,181
δ_{93}	20,01	4,914	3,575	2,958	2,761	2,658	2,600	2,565

Таблица 10 - Зависимость δ от α для смеси 2

α	-0,012	-0,010	-0,008	-0,004	0,000	0,004	0,008	0,012
δ_{78}	28,86	9,539	7,961	7,177	6,852	6,643	6,498	6,389
δ_{93}	11,70	4,419	3,713	3,406	3,323	3,288	3,276	3,274

4.9 В заключение этого раздела заметим, что приведенные выше результаты не дают ответа на вопрос, какие же из рассмотренных систем констант запаздывающих нейтронов на самом деле точнее. Этот вопрос требует дальнейшего изучения. Вместе с тем, они позволяют в принципе указать критерий проверки этого: действительно, в условиях, когда все погрешности типа (а), (б), (в) сводятся к погрешностям типа (б) данных по запаздывающим нейтронам, точнее будут константы, обеспечивающие, при прочих равных, лучшее согласие $\rho_{экс}$ с $\rho_{укр}$ [36].

5. КРИТЕРИЙ ВЫБОРА ДАННЫХ ПО ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ НЕЙТРОНАМ

5.1. Перейдем к обоснованию упомянутого выше критерия выбора данных по запаздывающим нейтронам (то есть выбора $\lambda_j, \beta_j, \chi_j$). Предположим сначала, что невозмущенное уравнение (1.3) соответствует истинной модели реактора, а возмущения обусловлены неточностями задания величин $\lambda_j, \beta_j, \chi_j$ в ОРУК (2.2) так, что $\delta C = \delta Q = 0$ и $\varphi' = \varphi = \varphi_{уст}$. В этих условиях левая часть уравнения (2.2), равная, по определению, $\rho_{укр}$, будет равна $\rho_{уст}$ при любых $\lambda_j, \beta_j, \chi_j$, в то время как правая – лишь, вообще говоря, при истинных значениях этих величин. Поскольку малые отклонения исследуемых данных от истинных влекут, по непрерывности, малые же отклонения $\rho_{экс}$ от $\rho_{уст}$, то отсюда следует, что при малых $\delta\lambda_j, \delta\beta_j, \delta\chi_j$ лучшим приближением к истинным будут те (удовлетворяющие всем прочим требованиям, накладываемым на $\lambda_j, \beta_j, \chi_j$) данные, которые обеспечивают большую близость $\rho_{экс}$ к $\rho_{укр}$.

Последнее и является обоснованием обсуждаемого критерия в случае отсутствия погрешностей. В общем же случае, выделяя из $\delta\rho_\sigma$ составляющие $\delta\rho_\beta, \delta\rho_\chi$, обусловленные вариациями $\delta\beta_j, \delta\chi_j$, и обозначая через $\delta\rho_d = \delta\rho_\lambda + \delta\rho_\beta + \delta\rho_\chi$ приращение реактивности за счет отклонений $\delta\lambda_j, \delta\beta_j, \delta\chi_j$, исследуемых данных от истинных, можно представить формулу (3.10) в виде

$$|\rho_{укр} - \rho_{экс}| = |\delta\rho| \leq |\delta\rho_o| + |\delta\rho_d|, \quad (5.1)$$

где $\delta\rho_o = \delta\rho_\sigma - \delta\rho_\beta - \delta\rho_\chi + \delta\rho_Q + \delta\rho_{\varphi'}$ - погрешность метода ОРУК без учета погрешностей данных по запаздывающим нейтронам.

Из (5.1) тогда следует, что при выполнении условия

$$|\delta\rho_o| \leq |\delta\rho_d| \quad (5.2)$$

отклонение $\delta\rho$ измеряемой реактивности от истинной будет определяться, главным образом, отклонениями исследуемых данных по запаздывающим нейтронам от истинных, которые, тем самым, могут быть обнаружены, а, следовательно, и умень-

шены. Таким образом, условие (5.2) является достаточным для практического применения обсуждаемого критерия в общем случае учета погрешностей.

Поскольку данные с $|\delta\rho_o| \geq |\delta\rho_d|$ в указанном выше смысле неразличимы, то согласно этому критерию при учете погрешностей лучшими следует признать, вообще говоря, все такие данные (удовлетворяющие, конечно, прочим требованиям, накладываемым обычно на $\lambda_j, \beta_j, \chi_j$).

Для отбора же наилучших из них следует либо понижать $\delta\rho_o$, либо привлекать какие-то дополнительные критерии. Отметим, в этой связи, что при практической реализации обсуждаемой методики отбора, когда по заданному $P_{экс}(t)$ рассчитываются и сравниваются между собой невязки $\rho_{укр}^{(s)} - \rho_{экс}^{(s)}$ для исследуемого набора $s = 1, 2, \dots$ данных $\lambda_j^{(s)}, \beta_j^{(s)}, \chi_j^{(s)}$, наблюдаемая величина $\delta\rho_o$ будет, вероятно, меньше декларируемой из-за возможной компенсации погрешностей типа (б).

Отметим, что аналогичные критерии можно сформулировать для определения (выбора) некоторых других реакторных характеристик, таких, как \bar{Q} и т.п.

5.2. Проиллюстрируем эти положения сначала на примере уравнения

$$\rho/\beta = \alpha/(\alpha + \lambda) \quad (5.3)$$

типа ОРУК (3.8) в случае одной группы запаздывающих нейтронов. Сформулируем задачу определения λ из уравнения (5.3) по известным ρ/β и α , трактуя α как экспериментальный сигнал, поступающий «на вход» ОРУК (5.3).

Пусть $\alpha' = \alpha + \delta\alpha$, где α - точное решение уравнения (5.3) при заданных (истинных) значениях $\rho/\beta, \lambda$, а $\delta\alpha$ - некоторое возмущение его. Тогда обсуждаемая задача сводится к задаче подбора: $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$ по известным $\rho/\beta, \alpha'$, однозначно разрешимой с погрешностью $\delta\lambda/\lambda = \delta\alpha/\alpha$. Эта погрешность и лимитирует точность определения искомого λ (или «разрешающую способность» обсуждаемого метода отбора данных) в этом примере. Условие (5.2) сводится здесь просто к требованию, чтобы исследуемые отклонения «сигнала» $\delta\lambda/\lambda$ превышали «фон» $\delta\alpha/\alpha$, то есть к требованию $|\delta\lambda/\lambda| \geq |\delta\alpha/\alpha|$.

Перейдем к более реалистичному примеру. В таблице 11 представлены результаты расчетов и измерений эффектов реактивности (тракуемых в виде разности $\Delta = \bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2$ реактивности $\bar{\rho}_1$ до возмущения реактора и реактивности $\bar{\rho}_2$ после возмущения реактора в долларах) при введении управляющих стержней в сборку БФС-62-1 [29,30]. Здесь $\Delta_{укр}$ соответствуют расчетам этих эффектов по условно критическому уравнению, а $\Delta_{экс}^{(s)}$ - по ОРУК с использованием экспериментальных значений $P_{экс}(t)$ и различных данных по запаздывающим нейтронам: данных, употребляемых в реактиметре БФС ($s=1$), а также данных из библиотек БНАБ-78 ($s=2$), БНАБ-93 ($s=3$) и ENDF-B/6 ($s=4$).

При этом под $\Delta_{укр}$ понимается доля полного расчетного эффекта $P(\text{Корр})$ таблицы 4 [30] (возникающего при удалении гильзы СУЗ и последующем погружении стержня), приходящаяся на этап погружения стержня и пропорциональная отноше-

нию соответствующих экспериментальных значений таблицы 2.4 [29]; результаты столбца 4 соответствуют результатам столбца 5 таблицы 2.4 [29], а результаты столбцов 6-8 вытекают из результатов С.В.Забродской и А.Г.Шокодько, полученных по той же программе метода ОРУК и значениям $P_{\text{экс}}(t)$, которые применялись в [29].

Таблица 11 - Эффективности стержней в центрах

Макет	Положение	Номер кольца	$\Delta_{\text{укр}}$	$\Delta_{\text{экс}}^{(1)}$	$\Delta_{\text{экс}}^{(2)}$	$\Delta_{\text{экс}}^{(3)}$	$\Delta_{\text{экс}}^{(4)}$
A3	2	2	97.15	96.16 1%	95.40 1.7%	92.64 4.6%	71.01 27%
A3	5	2	78.61	83.53 6.3%	81.74 4%	79.47 1.1%	62.38 21%
KP	3	1	60.37	59.96 0.7%	59.54 1.4%	58.11 3.7%	47.30 22%
KP	6	1	51.61	52.43 1.6%	51.67 0.1%	50.49 2.2%	41.64 19%
				2.4%	1.8%	2.9%	22%

Поскольку приведенные в нижних строчках таблицы относительные отклонения $\left| \frac{\Delta_{\text{экс}}^{(s)}}{\Delta_{\text{укр}}} \right|$ от $\Delta_{\text{укр}}$ (в %) сильно флуктуируют от одного эксперимента к другому, то в последней строке приводятся также средние на эксперимент значения этих величин, согласно которым наименьшее (среднее) отклонение в 1.8% дают константы БНАБ-78; затем константы БФС (2.4%), БНАБ-93 (2.9%) и ENDF-B/6 (22%).

Последнее объясняется, вероятно, тем, что постоянные распада предшественников первой группы запаздывающих нейтронов для U-235 в библиотеках БНАБ-93 и ENDF-B/6, равные, соответственно, 0.0127 и 0.0133, несколько завышают значение 0.0124, характерное для библиотеки БНАБ-78 и близкое к постоянной распада 0.012464 доминирующего в первой группе предшественника Wg-87.

Отметим в этой связи, что значение 0.0127 соответствует данным Кипина для быстрого спектра $r = f$ в центре быстрой сборки Godiva, а значение 0.0124 – данным Кипина для теплового спектра $r = t$ внутри расположенного рядом с ней полиэтиленового куба со стороной 20,3 см. [3]. То есть это данные для спектров, отличных от спектра сборки БФС-62-1, и поэтому не вполне подходят для нее.

Вместе с тем, эти результаты означают, что данные по запаздывающим нейтронам из библиотеки БНАБ-78, по-видимому, несколько ближе к истинным для БФС-62-1, нежели прочие рассмотренные. Однако однозначно утверждать это, вообще говоря, нельзя, ибо только декларированная в [30] (средняя на эксперимент) погрешность расчета $\Delta_{\text{укр}}$ составляет 1.2%, не говоря уже о (не указанной, к сожалению, в [29]) экспериментальной погрешности определения $\Delta_{\text{экс}}^{(s)}$.

Иначе говоря, мы здесь находимся, вероятно, в ситуации, когда с точки зрения обсуждаемого критерия данные с $s=1,2,3$ неразличимы между собой и, безусловно, лучше данных с $s=4$. Для дальнейших уточнений следует, в частности, снижать погрешность расчетов эффектов реактивности. Возможные пути достижения этого намечены, например, в [43].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены актуальные вопросы математического моделирования нейтронной кинетики реактора и определения реактивности.

Сформулированы обобщенные уравнения точечной кинетики реактора, позволяющие снять характерные для традиционных уравнений точечной кинетики ограничения на тип рассматриваемого функционала; учет зависимости констант спада предшественников запаздывающих нейтронов от вида порождающих их материнских нуклидов и спектра нейтронов в реакторе; на выбор форм-функций и т.д.

Рассмотрены различные формы уравнений обратной кинетики (обращенных решений уравнений кинетики, ОРУК) для определения реактивности реактора, обобщающие традиционные уравнения такого рода в указанных выше направлениях, проанализированы причины возникновения и способы минимизации погрешности метода ОРУК, зависимости ее от параметров запаздывающих нейтронов и т.д. Приведена классификация погрешностей метода ОРУК.

Показано, что реактивность определяется методом ОРУК лишь с точностью до некоторого слагаемого типа $\delta\rho_c$, обусловленного неточным знанием исследуемого состояния реактора. Последнее принципиально ограничивает саму возможность измерения реактивности методом ОРУК, который является, в этой связи, скорее методом измерения малых разностных эффектов реактивности, на значения которых указанное слагаемое не оказывает заметного влияния, нежели самой реактивности.

Исследованы особенности математического моделирования нестационарных нейтронно-физических процессов и определения реактивности в реакторах с применением традиционных 6-групповых данных (Кипина, БНАБ-78, БНАБ-93, JENDL, ENDF/B6, JEF) по запаздывающим нейтронам, и новых, 8-групповых данных работы [24] с «универсальными», одними и теми же для всех нуклидов и энергий нейтронов постоянными распада предшественников в группах.

На примерах численного решения модельных задач изучены сравнительные характеристики обсуждаемых 6- и 8-групповых моделей кинетики. Показано, что предлагаемая в работе [24] 8-групповая модель представляет несомненный интерес в качестве упрощенной, но достаточно точной для большинства практических приложений модели, и может в этом контексте рассматриваться в качестве вероятной альтернативы традиционным 6-групповым моделям.

Вместе с тем, отмечается, что возможности обсуждаемого 8-группового подхода отнюдь не беспредельны, а возможности традиционных 6-групповых подходов отнюдь не исчерпаны, и что более прямой и последовательный путь построения приближений произвольно высокого порядка точности - это использование алгоритмов обобщенных уравнений прямой и обратной кинетики реактора [32-36]

Поскольку, далее, в настоящее время имеется довольно много различных библиотек данных по запаздывающим нейтронам, то существует проблема выбора наиболее подходящей из них для рассматриваемого реактора. В работе на основе проведенного теоретического анализа концепции метода ОРУК измерения реактивности сформулирован и обоснован новый критерий такого выбора, позволяющий в условиях прецизионных расчетов и измерений выбрать из имеющихся библиотек данных по запаздывающим нейтронам наилучшую в смысле описания нейтронной кинетики исследуемого реактора

Автор выражает благодарность С.В.Забродской, А.П.Иванову, В.Н.Кощеву, Г.Н.Мантурову, И.П.Матвеевко, М.Н.Николаеву, В.А.Пивоварову, В.М.Пиксайкину, Г.Я.Румянцеву, А.С.Серегину, В.Ю.Стогову, Ю.С.Хомякову и А.Г.Шокодько за обсуждение рассматриваемых вопросов и ценные консультации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Усачев Л.Н. Уравнение для ценности нейтронов, кинетика реакторов и теория возмущений. - В кн.: Реакторостроение и теория реакторов. М.: АН СССР, 1955.
2. Бриккер И.Н. Обращенное решение уравнения кинетики ядерного реактора//Атомная энергия, т. 21, вып. 6, с.9, 1966.
3. Кипин Д.Р. Физические основы кинетики ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1967.
4. Reactivity Measurements. Technical Report №108 Vienna, 1969.
5. Шихов С.Б. Вопросы математической теории реакторов. М.: Атомиздат, 1973.
6. Теоретические и экспериментальные проблемы нестационарного переноса нейтронов / Под ред. В.В.Орлова и Э.А.Стумбура. М.:Атомиздат, 1972.
7. Могильнер А.И., Фокин Г.Н., Чайка Ю.Б., Кузнецов Ф.М. Применение малых ЭВМ для измерения реактивности.//Атомная энергия, т.6, вып.5, с. 358, 1974.
8. Белл Д., Глестон С. Теория ядерных реакторов. М.:Атомиздат, 1974.
9. Хетрик Д. Динамика ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1975.
10. Тарасов В.А. О погрешности метода измерения реактивности по обратному решению уравнений кинетики. Препринт ФЭИ - 1016, Обнинск, 1980.
11. Казанский Ю.А., Матвеевко И.П. Тютюнников Т.Т., Шокодько А.Г. К учету пространственных эффектов при измерении реактивности методом обращенного решения уравнения кинетики.//Атомная энергия, т.51, вып.6, с. 387-389, 1981.
12. Колесов В.Е., Макаров О.И., Матвеевко И.П., Шокодько А.Г. Программа ДНЕСТР и ее применение для учета пространственных эффектов при измерении реактивности методом ОРУК. Препринт ФЭИ- 1062, Обнинск, 1981.
13. Литицкий В.А. Бондаренко В.В., Куприянова И.А. Методы и средства измерения реактивности размножающих сред. Ч. III, Инверсно-кинетические методы. Обнинск, ФЭИ, 1982.
14. Матвеевко И.П., Случевская В.М., Суслев И.Р., Шокодько А.Г. Влияние различий в исходных данных при расчете эффективной доли запаздывающих нейтронов // ВАНТ, Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 1984, вып. 8(45), с 68-72.
15. Воробаев А.И., Матвеевко И.П., Шикина В.И., Шокодько В.Г. Анализ погрешностей реактивности по методу обращенного решения уравнения кинетики.//ВАНТ, Сер. Ядерные константы, 1984, вып.1(55),с. 18-24.
16. Казанский Ю.А., Матусевич Е.С. Экспериментальные методы физики реакторов. М.:Энергоатомиздат, 1984.
17. Каминский А.С., Крылов И.Д. Особенности и некоторые методы учета пространственной кинетики при измерении реактивности. Препринт ИАЭ 3884/4, М., 1984.
18. Динамика ядерных реакторов/ Под ред. Я.В. Шевелева. М.:Энергоатомиздат, 1990.
19. Tuttle R.J. Delayed Neutron Data for Reactor Physics Analysis. Nucl. Sci. Engng. 56, p. 37-71, 1975.
20. Абагян Л.П., Базаянц Н.О., Николаев М.Н., Цибуля А.М. Групповые константы для расчета реакторов и защиты. М.:Энергоатомиздат, 1981.
21. JENDL-3.2, JAERI-DATA/CODE97-044.
22. ENDF-201, ENDF/B-VI Summary Documentation, BNL-NCS-17541, USA, October 1991.
23. Мантуров Г.Н., Николаев М.Н., Цибуля А.М. Система групповых констант БНАЮ-93. ВАНТ, Сер. Ядерные константы., 1996, Вып. 1. с. 59-98.

24. Spriggs G.D., Campbell I.M., Pikaikin V.M. An 8-Group Neutron Model Based on a Consistent Set of Half-Lives. Report LA-UR-98-1619, LANL, Distributed to the OECD/NEA's Working Party in Delayed Neutrons (WPEC/SG6), 1999.
25. The JEF-2.2 Nuclear Data Library, OECD NEA, ISBN 92-64-17686-1, France, April 2000.
26. Гулевич А.В., Дьяченко П.П., Зродников А.В., Кухарчук О.Ф. Связанные реакторные системы импульсного действия. М.: Энергоатомиздат, 2003.
27. Акимов И.С. Учет пространственных эффектов при измерении эффективности стержней СУЗ реакторов Билибинской АЭС. // Атомная энергия, т.86. вып.3. с. 167-171, 1999.
28. Updated Codes and Methods to Reduce the Calculational Uncertainties of the LMFR Reactivity Effects. Working Material. First Research Co-ordination Meeting, Vienna, 24-26 November 1999, p.11.
29. Белов С.П., Двухшерстнов В.Г., Ефимов Е.Ф. и др. Результаты измерений на критической сборке БФС-62-1. Препринт ФЭИ-2808, Обнинск, 2000.
30. Блыскава А.А., Мантуров Г.Н., Николаев М.Н. и др. Расчетный анализ измерений, проводимых на сборках БФС-62-1 и БФС-62-2. Препринт ФЭИ-2822, Обнинск, 2000.
31. Абрамов Б.Д., Данилычев А.В., Стогов В.Ю., Сулов И.Р. Вопросы моделирования кинетики гетерогенных зон с различными видами топлива в точечном приближении. Препринт ФЭИ- 2855, Обнинск, 2000.
32. Абрамов Б.Д. Некоторые модификации теории связанных реакторов. // Атомная энергия, т.90, вып.5, с.337-345, 2001.
33. Абрамов Б.Д. Некоторые обобщения уравнений обратной кинетики реактора. Препринт ФЭИ-2970, Обнинск, 2003.
34. Абрамов Б.Д. О моделировании кинетики реактора с использованием различных данных по запаздывающим нейтронам. // ВАНТ, Сер. Ядерные константы, 2003, вып. 1-2, с. 34-47.
35. Абрамов Б.Д. О методе ОРУК определения реактивности. // Ядерная энергетика, 2004, №3, с. 19-31.
36. Абрамов Б.Д. Некоторые вопросы классификации и оценки погрешностей метода ОРУК определения реактивности. // ВАНТ, Сер. Физика ядерных реакторов, 2004, Вып. 3. Динамика и безопасность ядерных энергетических установок, с. 3-13.
37. Чичулин Н.Л., Ионов А.И. Оценка погрешности условно-критического подхода при решении уравнений нейтронной кинетики в двухгрупповом диффузионном приближении на примере РБМК. Там же. с. 35-38.
38. Селезнев Е.Ф., Ганза А.Н. Моделирование работы реактметра реактора БН-600. Там же, с. 42-46.
39. Желтышев А.А., Росляков В.Ф. Влияние пространственных эффектов на отличие измеренных от расчетных эффектов реактивности рабочих органов СУЗ КС реактора БН-600 Белоярской АЭС. Там же. с. 46-50.
40. Цыганов С.В., Шишков Л.К. Измерение эффективности органов регулирования ВВЭР. // Атомная энергия, 2004, т. 96, вып.3, с. 183-187.
41. Подлазов Л.Н., Чичулин Н.Л. Моделирование эксперимента по определению подкритичности РБМК с помощью программ трехмерной кинетики. // ВАНТ, Сер. Физика ядерных реакторов, 2003, вып.3, с 6-12.
42. Ионов В.С. Распределенная нейтронная динамика активных зон ВВЭР. М.:ИздАТ, 2005.
43. Абрамов Б.Д. Некоторые гибридные методы теории возмущений для расчета локальных эффектов реактивности. Препринт ФЭИ-3048, Обнинск, 2005..

Подписано к печати.26.09.2005 г. Формат 60x84 1/16. Усл.п.л.0,9. Уч.-изд.л.2,1.

Тираж 35 экз. Заказ № Индекс 3649 ФЭИ-3052 32 с.

Отпечатано в ОНТИ методом прямого репродуцирования с оригинала авторов.
249033, Обнинск Калужской обл., ФЭИ.

Вопросы математического моделирования кинетики на запаздывающих нейтронах.

ФЭИ-3052. 2005. 1-32.