KAERI/AR-767/2007

Five-hole Pitot Tube에 관한 기술현황 보고서

State-of-the-Art Report on Five Hole Pitot Tube

한 국 원 자 력 연 구 소

제 출 문

한국원자력연구소장 귀하

본 보고서를 2007 년도 “5 공 피토관에 관한 연구” 의 기술현황 분석보고서로 제출합니다.

2007. 3.

주관연구기관 : 한국원자력연구소

주 저 자 : 권 혁

공 저 자 : 황 대 현

서 경 원

요 약 문

I. 제 목

5 공 피토관에 관한 현황보고서

II. 연구의 목적 및 중요성

5공 피토관은 복잡한 형상내에서 3차원 평균 유동장을 측정하기 위한 효율적인 계측도구이다. 항공과와 조선과를 중심으로 사용되어 온 5공 피토관의 특성을 파악하여 원자력 분야에 적용하는 것이 본 연구의 목적이다.

III. 연구의 내용 및 범위

피토관은 베르누이 정리를 통해 압력에너지에서 운동에너지로의 전환 관계식을 이용하여 속도를 측정한다. 따라서 압력에 대한 정의, 압력 계측기구들에 관하여 간단히 살펴본 후, 피토관에 대해서 상세히 기술하였다.
5공 피토관의 역사, 종류, 제작방법에 대하여 간단히 기술였다. 5공피토관의 검정방법은 개념은 간단하지만 그 과정이 복잡하기 때문에 여러 검정방법을 소개하였다. 끝으로 5공 피토관에서 고려해야할 오차발생 원인, 불확실도 평가등을 기술함으로써 5공 피토관에 대한 전반을 본 보고서에서 서술하였다.

IV. 연구결과 및 활용에 대한 건의

5공 피토관은 간단한 계측원리지만 3차원 평균속도성분을 측정할 수 있는 계측기이다. 광학용 계측기로 측정하기 힘든 봉다발내의 속도성분 계측이나 고온의 유체, 이물질이 많은 유체등에서는 LDV나 Hot wire 센서의 건전성을 위협하기 때문에 5공 피토관이 유일한 대안이 될 것이다.

연구소의 계측기 개발경험을 토대로 연구개발한다면 일정 부분의 난류성분(10kHz이내 범위)도 측정가능한 소형의 응답속도가 빠른 5공 피토관을 개발할 수 있을 것으로 사료된다.

SUMMARY

I. Project Title

State-of-the-Art Report on Five Hole Pitot Tube

II. Objective and Importance of the Project

Five-hole pitot tube is an effective detector that could measure a three dimensional average flow field on a complex geometry. At the present study, have been mainly used in the field of aerodynamics and nautics, the five-hole pitot tube is extensively investigated to apply on the nuclear engineering.

III. Scope and Contents of Project

Five-hole pitot tube could measure the three dimensional velocity to make use of a relationship between pressure energy and kinetic energy from Bernoulli's equation; therefore, the report shortly overviewed the definition, units, and transducers of pressure and then detaily was described about the pitot tube.
For five-hole pitot tube, history, kinds and fabrication methods were briefly provided. The calibration methods for the five-hole pitot tube were deeply introduced in various methods according to simple concept but complex process. Additionally, causeses of detection errors and estimation of uncertainty were included in the present report.

IV. Result of Project and Proposal for Applications

Five-hole pitot tube is a detector to measure the three dimensional average velocity based on the simple Bernoulli's equation. Optical measurement and how wire anemometers are difficult to detect the flow velocity under enviroemental such as tight lattice bundle geometry, dusty flow and high temperature fluid. One of alternatives to overcome the diffculty is the five-hole pitot tube.

If research for a miniature five-hole pitot tube is launched based on the development experience of a measurement technique, it will be expected that five-hole pitot tube with fast response time, about 10kHz, could be developed to measure the turbulence characteristics.

목 차

그 림 목 차

표 목 차

1장 압력의 개념과 계측[1]

“…to make an instrument which would show the changes in the air, which is at times heavier and thicker, and at times lighter and more rarified…”

Evangelista Torricelli (1644)

1. 압력의 개념

1.1. 압력의 개념

평형상태의 유체에서, 식 (1.1)에서 처럼 압력은 물체의 면에 수직하게 작용하는 힘으로서 정의된다.

$$p \equiv \frac{dF}{dA} \tag{1.1}$$

압력은 역학에서 압축성 응력(Compressive stress)으로 받아들여지며, 차원은 $p = ML^{-1}T^{-2}$를 가진다. 모든 압력계측기구는 압력의 정의와 3가지 기본적 특성을 토대로 압력을 측정한다.

1) 압력은 정지유체(static fluid)내의 위치에 강하게 의존하지만 방향에 대해서는 독립이다. 따라서 압력은 높이에 따라서만 변하고 이 성질을 마노미터(manometer)에 응용하여 사용하고 있다(그림 1참조).

2) 압력은 유체를 둘러싸고 있는 용기의 모양에 영향받지 않는다. 이 성질로부터 다양한 압력 변환기(pressure transducer) 제작이 가능해졌다(그림 2참조).

3) 용기에 한정된 유체에 힘을 전달할 수 있는 면을 통해 인가된 압력은 힘의 크기가 변하지 않고(undiminished) 용기내의 유체로 모두 전달된다. 수력학적 양력(Hydraulic lifts)과 자중시험(Deadweight test)은 이 성질을 응용하였다(그림 3참조).

---

[1] *Fundamentals of Temperature, Pressure, and Flow Measurements*, 2nd edition, John Wiley & Sons, R.P. Benedict의 책을 번역, 요약 정리한 내용. 자세한 사항은 원본을 참조할 것.

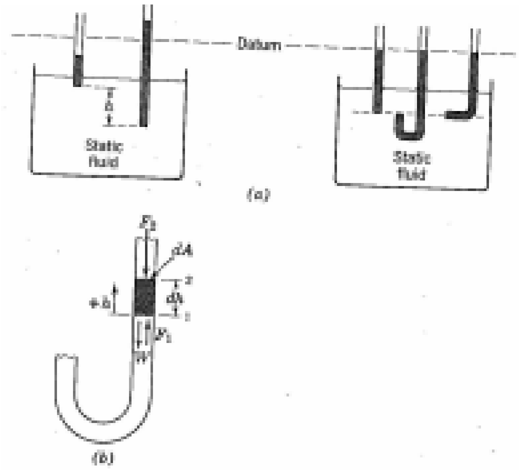


그림 1. Static 유체의 압력과 위치. (a) 질적 분석: 주어진 깊이의 모든 방향에 대하여 동일하며 오직 깊이에 비례하여 압력차이가 발생. (b)양적분석: 압력변화는 static 유체요소의 운동량 평형에 의하여 결정된다. 밀도가 상수인 유체조건에서 $(p_1 - p_2) = w(h_2 - h_1)$, $\sum F_h = 0; F_1 = F_2 + W; (p - d_p)dA = pdA + wdAdh; dp = -wdh.$

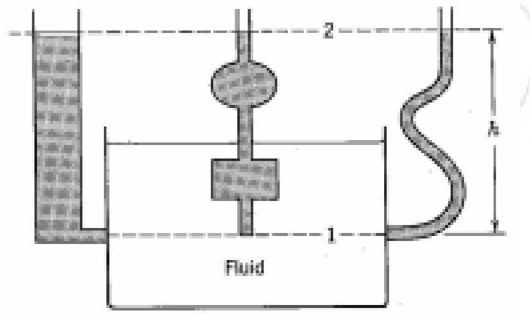


그림 2. 압력은 용기의 모양과 크기에 독립이다.

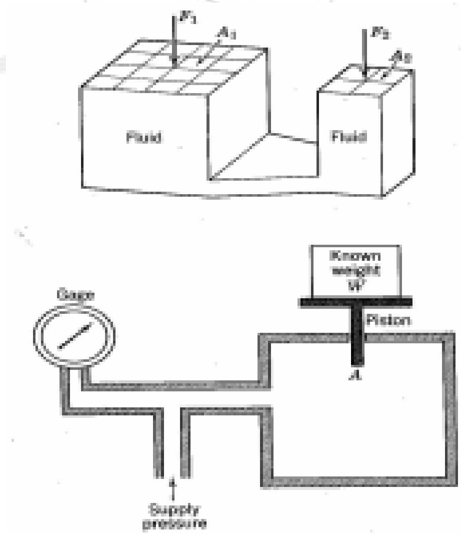


그림 3. Hydraulic lift의 원리 $p = F_1 / A_1 = F_2 / A_2$,

Deadweight testing(자중 시험)의 기본적 원리 $p = w / A$

1.2. 압력에 대한 역사적 고찰

앞에서 살펴본 압력의 개념과 성질은 현재 당연한 것으로 받아들여진다. 그러나 실제로 이러한 성질과 개념은 역사적으로 1643년 Torricelli의 실험부터 1859년의 kinetic theory를 통한 이상기체 방정식의 유도까지 200여년 역사의 산물이다.

1643년 Torricelli는 수은을 가지고 대기압 실험을 수행한다. 수은을 담은 유리튜브를 넓은 대야에 뒤집으면 대야의 수은을 대기압만큼 밀어올리고 튜브내의 수은은 중력에 의해 내려가게 된다. 이 두 힘이 평형을 이루는 지점인 약 30in 근방에서 수은은 더 이상 내려가지 않게된다. Torricelli는 이 실험을 통해 대기가 지상에 압력을 가한다는 것을 최초로 인지하고 날씨에 따라서 고도에 따른 실험을 수행하여 진공(devoid of matter)이라는 개념을 처음으로 유도한다.

1647년 Blaise Pascal과 그의 친척인 Perier는 산[2] 정상과 마루에서 Torricelli의 실험을 수행하고 높이와 대기압의 관계를 정량화하여 “1 in/1000ft”라는 경험법칙을 얻어낸다.

1660년 Robert Boyle은 문헌상에서 첫번째로 ‘barometer’라는 용어를 사용하였으며 압력에 관한 유명한 관계식인 ‘압력과 부피의 측정의 곱은 고정온도에서 공기의 질량에 대해 상수이다’를 발표한다.

Boyle의 조력자였던 Robert Hooke는 대량의 고속 입자들이 용기 벽면에 대량으로 충돌하는 충격량(Impact)으로 밀폐된 계내의 공기의 압력을 개념적으로 고려하였다. 이에 대한 실제적인 논의는 1738년 Daniel Bernoulli에 의해 “*impact theory of gas pressure*” 를 Boyle의 법칙에서 해석적으로 유도하였다. 또한 Bernoulli는 ‘정적과정에서 가열되는 기체는 압력이 증가한다’는 “Charles-Gay-Lussac law” 를 예측하였다.

1811년 Boyle에 의해 예측된 상수값이 Amedeo Avagadro가 0°C 1기압에서 2.69×10^{19} molecules/cm^3 임을 결정한다. Hooke와 Bernoulli가 impact theory에서 지적한 매우 많은 수가 Avagadro에 의해 정량적으로 입증되었다.

이 impact theory는 1847 ~ 1859년 사이에 James Prescott Joule, Rudolf Clausius, 그리고 James Clerk Maxwell에 의해 “*kinetic theory of the gas pressure*” 로 발전하게 된다. 이 이론에 의하면 기체 압력은 기체 분자들의 운동에너지의 총합으로 정의되며 식 (1.2)와 같다.

$$p \equiv \frac{2}{3}\frac{\mathrm{KE}}{\mathrm{Volume}} = \frac{1}{3}\rho \vec{V}^{2} = NRT \qquad (1.2)$$

이 후 Dalton의 법칙(혼합체의 압력은 그 혼합물(Mixture) 구성의 분압의 합으로 결정) 과 Boyle의 법칙이 kinetic theory의 관점에서 재정의[3]되고 압력이 일정한 경우의 Charles의 법칙이 유도되었다.

---

[2] Clermont-Ferrand 지역에 위치하는 *le Puy de Dome*은 해발 1465m 이다.
[3] 분자의 운동에너지가 일정하게 유지될 때 즉 온도가 일정할 때 부피와 압력은 역비례 관계다.

James Jeans경은 이들 kinetic theory를 확장하여 저농도 용액에서의 삼투압, 전도성 고체의 간극내 자유전자들에 의해 작용하는 압력, 그리고 고온 고체 주위의 전자들에 의해 작용하는 압력 들에 적용하였다[Sir James Jeasn, 1952].

압력에 관한 미시적인 관점과는 다른 거시적인 관점에서 압력을 정의하는 열역학적 관점의 정의가 있다. 닫힌계에 작용하는 가역일($\delta W_{\text{closed, reversible}}$)은 pdV 에 의해 정의된다. 여기서 δ 은 일이 경로함수(Path function)임을 의미한다. 비가역과정을 고려하면 여기에 마찰등에 의한 열로써 손실되는 일이 발생하며 식 (1.3)과 같이 표현된다.

$$\delta F \equiv pdV - \delta W_{\text{closed}}$$
$$dV = \frac{\delta W + \delta F}{p} \tag{1.3}$$

식 (3)은 압력은 경로함수의 적분인자로써 작용하여 dV 를 완전적분 할 수 있게 한다(Point function). 이 관계식은 엔트로피와 온도의 관계에서 상사적으로 식 (1.4)와 같이 적용가능하다.

$$dS = \frac{\delta Q + \delta F}{T} \tag{1.4}$$

짧은 역사적 고찰을 통해 4가지 관점에서의 압력을 정의할 수 있다. 이들의 요약은 표 1과 같다.

표 1. 4가지 관점에 따른 압력의 정의

Mechanics	**Hydraulics**	**Kinetic**	**Thermodynamics**
$p \equiv \frac{dF}{dA}$	$dp \equiv -\rho g dh$	$p \equiv \frac{2}{3}\frac{\text{KE}}{\text{Volume}}$	$p = \frac{\delta W + \delta F}{dV}$

2. 압력의 단위와 표준압력

평형상태의 유체에서, 식 (1.1)에서 처럼 압력은 물체의 면에 수직하게 작용하는 힘으로서 정의된다. 그러나 실제 공학 영역에서 압력에 대한 엄밀한 정의는 없다. 공학에서 압력의 정의가 의미를 가지기 위해서는 실제 계측가능한 량으로 환산되어야 한다. 즉 힘이라든지 높이와 같은 량으로 측정가능한 값으로 압력을 치환하고 이 량들을 계측하여 압력으로 환원하고 있다.[4]

일반적으로 압력을 측정하는 계측기로는 deadweight piston gauge, manometer, barometer, 그리고 McLeod gauge가 있다. 이들 각각의 측정방법과 원리는 Benedict[1977]에 자세히 기술되어 있다. 이들 각 계측기의 압력범위와 불확실도는 표 2와 같이 요약되고 각 압력단위별 환산표는 표 3과 같다.

표 2. 표준압력 측정도구들의 범위와 불확실도

Type	Range	Uncertainty
Deadweight piston gage	0.01 to 10,000 psig	0.01 to 0.05% of reading
Manometer	0.1 to 100 psig	0.02 to 0.2% of reading
Micromanometer	0.0002 to 20 in. H_2O	1% of reading to 0.001 in. H_2O
Barometer	27 to 31 in. Hg	0.001 to 0.03% of reading
McLeod gage	0.01 μ to 1 mm Hg	3 to 0.5% of reading

표 3. 압력단위의 환산표

Pressure Unit Conversion Factors[a]

Pressure Unit	psi	in. H_2O	in. Hg	atm	μbar	mm Hg	μ
1 psi	1.000	27.730	2.0360	6.8046 × 10^{-2}	68947.6	51.715	51715.0
1 in. H_2O (68°F)	0.036063	1.000	0.073424	2.4539 × 10^{-3}	2486.4	1.8650	1865.0
1 in. Hg (32°F)	0.49115	13.619	1.000	3.3421 × 10^{-2}	33864.0	25.400	25400.0
1 atm	14.69595	407.513	29.9213	1.000	1.01325 × 10^{6}	760.000	7.6000 × 10^{5}
1 μbar (dyn/cm^2)	1.4504 × 10^{-5}	4.0218 × 10^{-4}	2.9530 × 10^{-5}	9.8692 × 10^{-7}	1.000	7.5006 × 10^{-4}	0.75006
1 mm Hg (32°F)	0.019337	0.53620	0.03937	1.3158 × 10^{-3}	1333.2	1.000	1000.0
1 μ (32°F)	1.9337 × 10^{-5}	5.3620 × 10^{-4}	3.9370 × 10^{-5}	1.3158 × 10^{-6}	1.3332	0.0010	1.000

[a] Adopted from NBS Monograph 8, 1960.

[4] 표 1을 보면 공학적 정의와 열역학적 기체운동론의 정의가 다름을 알 수 있다.

3. 압력 변환기(Pressure Transducer)의 원리

3.1. 압력 변환기의 개념

일반적으로 변환기(Transducer)는 어떤 시스템에서의 에너지를 다른 시스템으로 전달해주는 장치이다. 상용화되어 쓰고 있는 압력 변환기는 탄성소재(Elastic displacement)를 사용하여 압력에 의한 힘을 소재의 변형율로 변환해준다. 압력은 이와 같은 과정을 거쳐 기계적 에너지로 전환된다. 이 전환된 기계적 에너지를 추가적인 전기적 에너지를 공급함으로써 전기적 신호 또는 에너지로 변환할 수 있다. 압력 변화기를 통한 압력의 기계적 에너지로의 전환과 전기적 에너지의 전환과정을 그림 4에서 보여주고 있다.

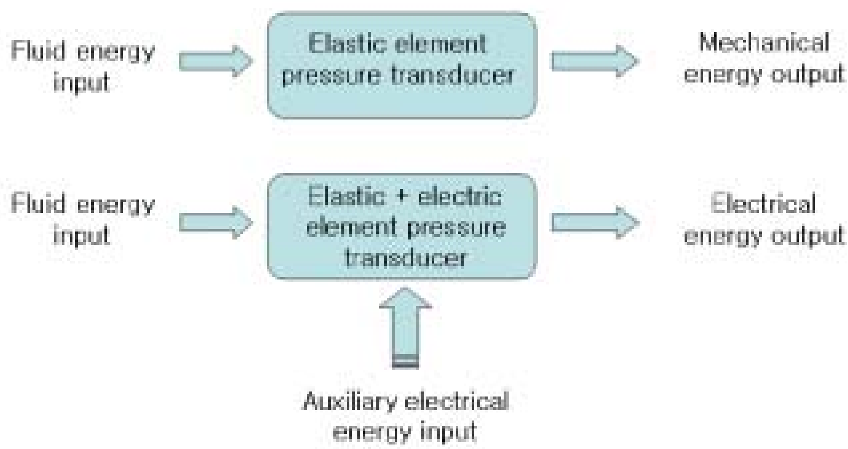


그림 4. 압력 변환기의 에너지 전환의 순서도

3.2. 기계적 압력 변환기 (Mechanical Pressure Transducer)

마노미터(Manometer)의 파이프에 담겨진 유체가 양단의 압력에 의하여 그 높이가 변형되어 양단의 차압을 측정하는 것처럼 압력변환기의 탄성체가 마노미터의 역할을 한다. 일반적으로 많이 쓰이는 형태로는 마노미터 형태의 Zimmerli type, Well type, Inclined type과 Bourdon Tube, Bellows, Diaphragm이 가장 많이 사용되고 있다.

3.2.1. Zimmerli Type

미압에서 높은 가독성(Readability)을 보여주는 마노미터로써 일반적으로 100mmHg 이내의 압력 영역에서 0.1mmHg의 정확도를 가진다. 그림 5와 같이 구성되어 있는 Zimmerli 형태의 마노미터는 절대압 ‘0’을 만들어주기 위해 한 개의 관과 2개의 수은관으

로 이루어져 있다. 여기에 압력이 인가되면 가운데 관은 분리되어 기준공간을 형성하여 미압에서도 정확히 측정할 수 있는 기준 절대압'0'을 형성하게 된다.

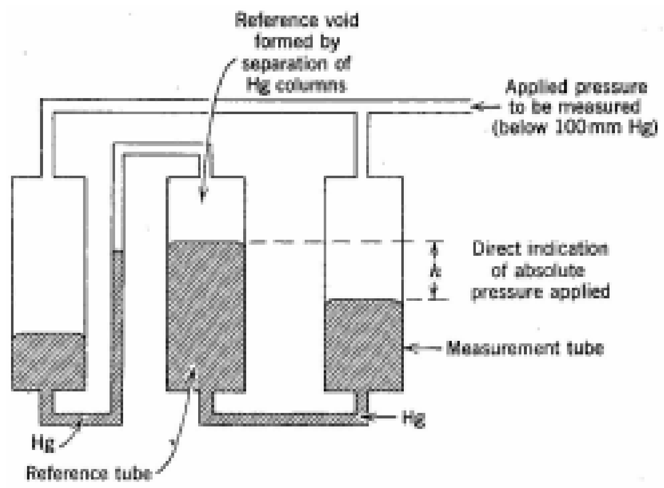


그림 5. Zimmerli 형태의 마노미터

3.2.2. Bourdon Type

Bourdon 형태의 압력계에서는 작은 튜브가 탄성요소의 역할을 담당한다. 한쪽관은 인가압력을 인지하기 위하여 열려있고 다른쪽은 닫혀진 상태로 되어 있다. 닫혀진 쪽은 압력을 기계적 에너지로 전환할 수 있는 변이요소에 연결되어 인가된 압력을 계측하도록 그림 6 처럼 구성되어 있다.

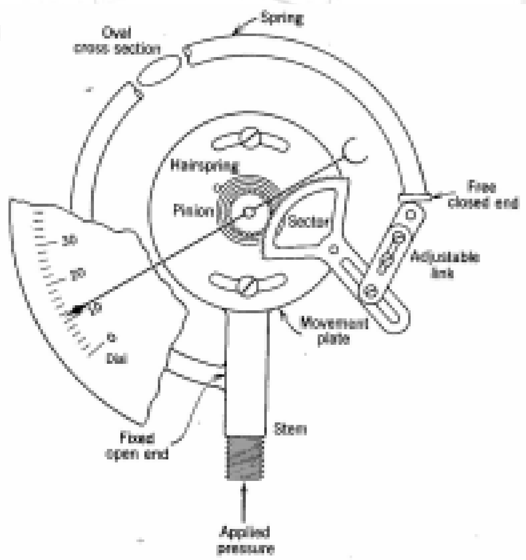


그림 6. Bourdon 형태의 tranducer

3.2.3. Diaphram Type

가장 일반적으로 사용되는 압력계로써 탄성요소는 보통 얇은 판형태를 취하고 있다. 특별히 접시형태나 요철형태(Corrugated type)를 띄기도 한다. 압력 민감도는 인가된 압력에 대한 탄성요소의 강도와 반발력에 비례한다. 미압의 경우에 높은 정확도를 보장하기 위해서 두개의 다이아프램을 캡슐형태로 취하여 사용하기도 한다. 일반적으로 한쪽에 압력이 인가되고 다른쪽은 대기에 개방되거나 기준압을 걸어주어 이들 차압에 의한 변형이 계측된다.

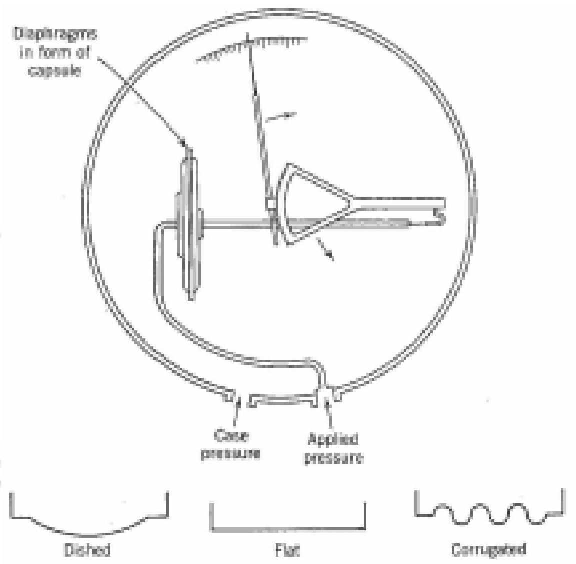


그림 7. Diaphram 형태의 transducer

3.3. 전기적 압력 변환기 (Electrical Pressure Transducer)

전기적 압력변환기는 능동적인 형태(Active type)와 수동적인 형태(Passive type)로 나뉘어진다. 압력이 인가되면 기계적 변형율이 그 자체로 전기적 신호를 생성하는 경우를 능동형태라 하며 *piezoelectric* 형태가 대표적이다. 수동적 형태는 추가적인 전기적 신호 생성기가 필요하다.

3.3.1. Piezoelectric type

1880년대에 Curie 형제가 어떤 결정에 적절한 방향으로의 전단응력을 가하자 응력면에서 전기전압이 발생하는 것을 발견하였고 이 전기를 piezoelectricy라고 하였다. 이러한 성질을 보여주는 대표적인 결정들은 quarz, Rochelle salt, barium-titanate, lead-zirconate-titanate 등이다. 발생되는 전압과 계측기는 아래와 같다.

$$e(t) = p(t)A\frac{Y}{dl} \tag{1.5}$$

여기서, d 는 piezoelectric electromechanical 결합상수

Y 는 물질의 elastic modulus

l 는 wire의 길이

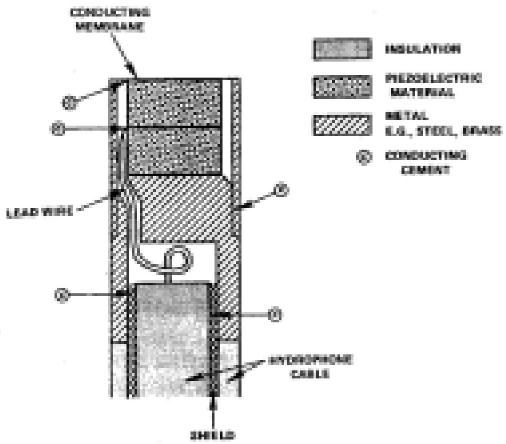


그림 8. Piezoelectric 형태의 transducer

3.3.2. Passive type

Strain Gauge 형태

어떤 와이어(Wire)의 길이가 전기적 저항과 비례함으로 그림과 같이 와이어와 인가되는 압력과 연결하여 주면 길이 변형은 전기적 저항으로 대치되어 최종 압력이 전기적 신호로 나타난다.

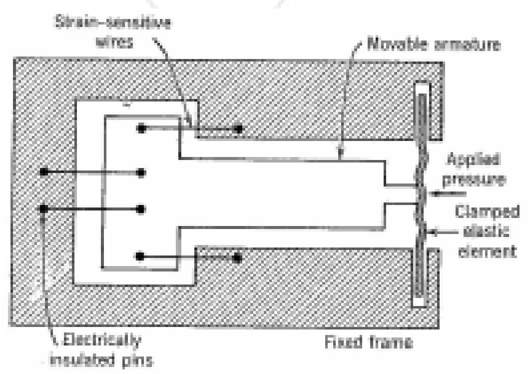


그림 9. Strain Gauge 형태의 transducer

Capacitance 형태

한쪽에 capacitance 형태의 금속판을 둔 다이아프램 형태의 탄성요소를 사용하는 형태이다. 압력이 인가되면 다이아프램 사이에 있는 유전체가 변형되고 이를 적절한 브릿지 회로(Bridge circuit)에 연결하면 전기적 신호가 출력된다.

LVDT(Linear Variable Differential Transformer) 형태

LVDT는 1개의 프레임과 3개의 코일로 구성되어 있다. 이들 코일 내부에는 자유로이 움직일 수 있는 자석이 장치되어 있고 이것은 탄성요소에 그림과 같이 연결되어 있다. 중심코일에는 주건선이 감겨있어서 이것을 통과함에 따라 여기전압이 발생한다. 다른 두개의 코일은 변압기 기능을 하는 2차건선을 형성한다.

그림과 같이 구성된 LVDT에서 중심코어가 가운데 위치할 때, 양쪽코일의 전압은 동일하고 180°의 위상을 갖는다. 이 위치가 영점이다. 압력이 인가되어 중심코어가 이동하게 되면 이차코일의 하나에는 전압이 증가하고 한쪽은 감소하게 되어 이 두개의 차만큼의 유도전류가 발생하게 된다. 따라서 압력변화는 중심코어를 이동시키고 이동 거리는 전압발생과 비례하게 되어 압력이 계측된다.

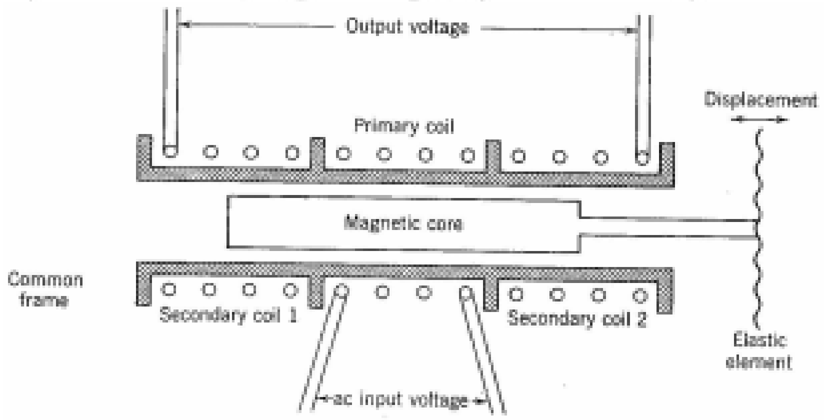


그림 10. LVDT 형태의 transducer

2장 Five Hole Pitot Tube

"…the idea of this machine is so simple and natural that the moment I conceived it I ran immediately to the river to make a first experiment with a glass tube…"

Henri de Pitot (1732)

1. 5 hole Pitot 관의 개요

3차원 유동의 속도를 계측하기 위해서 사용되는 장비는 열선유속계(Hot Wire Anemometry), LDV(Laser Doppler Velocimetry), 그리고 5공 피토관(Five Hole Pitot tube)가 대표적이다. 열선유속계는 유체유동에 의해 식혀지는 열선의 온도를 일정하게 유지하기 위해 공급되는 전류를 계측하여 속도를 추정하는 방법으로 난류 성분의 계측에서 매우 탁월한 성능을 가지고 있다. 그러나 실험 시작 전 매번 검정을 해야하고 장비의 열선이 매우 약하기 때문에 취급에 각별한 주의를 기울여야 한다. LDV의 경우 빛의 Doppler 효과를 이용하는 광학 유속계로서 특별한 검정이 필요없고 계측영역에 장비에 의한 간섭효과가 없는 장점이 있으나 값이 비싸고 빛의 경로가 확보되어야 하며 특히 공기 중에서는 산란 입자를 계측 부위에 제공(seeding)해주기 어려운 단점을 가지고 있다.

5공 피토관의 경우 평균 유속만을 계측할 수 있지만, 위의 두 장비에 비해 값이 싸고 사용이 간편할 뿐 아니라, 한 번 검정 하여 얻어진 보정계수들은 반영구적으로 사용할 수 있는 강점이 있다. 무엇보다 5공 피토관에 의해 계측 평균속도는 다른 계측장비로 계측한 값보다 정확하고 안정적인 것으로 알려려져 있다[김우전, 1997]. 5공 피토관의 또 다른 장점은 정압, 총압, 유속을 모두 측정할 수 있기 때문에 압력손실이나 유체기계의 성능을 측정하는데 사용할 수 있다. 압력을 계측하는 계기의 공통적인 단점인 tip hole에서 압력계까지 전달되는데 어느 정도의 시간이 소요되므로 난류처럼 유동특성이 심한 경우의 유동장 측에는 적합하지 않다. 압력과 속도의 관계에서 유도되므로 저속의 유동에서는 이 압력차를 신뢰할 수준으로 얻기 힘든 단점이 있다[김진형, 1997].

1.1. Pitot-static 관과 Impact Pressure 관의 측정 원리

Five-hole Pitot tube는 Pitot tube의 특징에 3차원 방향성을 계측할 수 있도록 고안된 pressure impact tube이다. 앞장에서 살펴본 Pitot 튜브의 원리를 유체역학 관점에서 좀 더 논의해 보기로 한다.

피토튜브의 계측원리는 베르누이의 방정식에서부터 식(2.1)처럼 직관적으로 유도된다.

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{V_S^2}{2} + \frac{p_S}{\rho} + gz_S$$

$$p_S = p_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} \qquad (2.1)$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2(p_s - p_1)}{\rho}}$$

위의 식은 속도성분을 유선을 따라서 1차원적 관점에서 유도하였다. 그러나 실제유동은 계측지점에 따라서 달라지는 속도 분포를 가진다. 이러한 속도분포의 효과를 고려하기 위하여 유량으로 가중한 운동에너지와 식 (2.1)에서의 운동에너지의 비로 표현한 α 비를 이용하여 속도분포가 고려된 식을 아래처럼 얻을 수 있다.

Uniform velocity assumption

$$p_t = p_s + \frac{\rho V^2}{2}$$

Effective total pressure

$$p_{t_{eff}} = p_s + \alpha\left(\frac{\rho V^2}{2}\right) \qquad (2.2)$$

,where $\alpha_{laminar} = 2.0,\ 1.02 < \alpha_{turbulent} < 1.15$

완전발달한 난류가 흐르는 파이프 유동에 대해서 α 는 식(2.3)처럼 간편한 식으로 표현할 수 있다.

$$\alpha = 1 + 2.7 f \qquad (2.3)$$

,여기서 f 는 Darcy의 마찰계수를 사용하며 이 값은 식(2.4)와 같다.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log(R_D \sqrt{f}) - 0.8 \qquad (2.4)$$

압축성 유체에 대하여서는 이상기체가 등엔트로피 가정(Isentropic process)[5]을 겪는 경우에 대하여 식 (2.5)처럼 식(2.1)의 결과를 확장할 수 있다.

---

[5] 비열비 $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, isentropic process는 $\left(\frac{p}{\rho}\right)^{\gamma} = const$ 로 표현된다.

$$\left(\frac{p_t}{\rho_t}-\frac{p_s}{\rho_s}\right)_{comp}=\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)\frac{V_p^{\;2}}{2} \tag{2.5}$$

위식에 Mach number와 기체의 탄성을 고려하면 아래와 같은 이항전개를 얻을 수 있다.

$$\left(\frac{p_t}{\rho_t}-\frac{p_s}{\rho_s}\right)_{comp}=\frac{\rho V_p^{\;2}}{2}\left(1+\frac{M^2}{4}+(2-\gamma)\frac{M^4}{24}+\cdots\right) \tag{2.6}$$

베르누이 정리에서 고려치 않은 압력과 속도성분의 과도성분(Unsteadiness)을 고려하기 위하여 2차원 Euler 방정식을 고려한다. 식 (2.7)과 같이 표현되는 Euler 방정식에서 변수인 속도와 압력은 각각 평균성분과 요동성분으로 분해(over bar 또는 대문자는 평균을 의미)할 수 있다.

$$\frac{\partial(\overline{U}+u)}{\partial t}+(\overline{U}+u)\frac{\partial(\overline{U}+u)}{\partial s}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\overline{P}+p)}{\partial s} \tag{2.7}$$

비점성, 비회전 유동[6]의 조건에서 식 (2.7)을 유선에 대하여 적분하면 식(2.8)를 얻는다.

$$\frac{(\overline{P}+p)}{\rho_0}+\frac{(\overline{U}+u)^2}{2}+\dot{\phi}=\text{const} \tag{2.8}$$ [7]

위의 식을 시간평균을 취하면 식 (2.9)기 된다.

$$\frac{\overline{P}}{\rho_0}+\frac{\overline{U}^2+\overline{u}^2}{2}=\text{const} \tag{2.9}$$

식 (2.8)에 (2.9)을 빼면 압력과 속도에 대한 과도성분이 식(2.10)와 같이 나타난다.

---

[6] Zero vorticity condition

[7] 비회전 유동이므로 포텐샬 함수를 다음처럼 정의할 수 있다.
$\phi(s)=\int_{s_1}^{s}(\overline{U}+u)ds$. 이것을 시간에 따라서 미분하면 $\dot{\phi}=\frac{\partial}{\partial t}\phi(s)$를 얻는다.

$$\frac{p}{\rho_0}+u\overline{U}+\overset{g}{\phi}= 0 \tag{2.10}$$

여기서 $\overset{g}{\phi}$ 는 포텐샬의 요동성분에 해당한다. 비회전 유동 가정에서 이 포텐샬의 요동성분은 정체점(Stagnation point)에서의 값과 정체점에서 떨어진 근방에서의 값이 같다. 포텐샬 요동성분을 무시하면, instantaneous total 및 stagnant 압력을 식(2.5)처럼 쓸 수 있다.

$$(P+p)_T=\overline{P}+p+\frac{1}{2}\rho_0(\overline{U}+u)^2 \tag{2.11}$$

요동성분은 식(2.12)과 같다.

$$p_T=p+\rho_0\overline{U}u+\frac{1}{2}\rho_0(u^2-\overline{u}^2) \tag{2.12}$$

시간평균 성분은 식(2.13)과 같다.

$$P_T=\overline{P}+\frac{1}{2}\rho_0(\overline{U}^2+\overline{u}^2) \tag{2.13}$$

정압은 이상적으로 유동의 영향을 받지 않고 계측되는 압력이어야 하나 난류와 프로브간의 교란에 의하여 압력 계측에서 오차가 발생한다. 일반적으로 난류강도, $(\overline{u}^2)^{1/2}/\overline{U}$, 가 0.2보다 작은 경우 이 영향은 무시할 만한 수준이다[8].

압력성분의 계측을 이용하여 유동의 난류강도를 측정할 수 있다. 요동성분의 식 (2.12)을 제곱하여 시간평균하고 요동속도성분, u ,의 제곱항들을 무시하면 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$\overline{p_T{}^2}\ ;\ \overline{p^2}+\overline{\rho_0{}^2U^2u^2}+2\rho_0\overline{U}\,\overline{pu} \tag{2.14}$$

여기서 $\overline{p^2},\overline{pu}$ 은 다른 항에 비해 무시할 만큼 작은 양이고 등방향 난류(Isotropic

[8] $\overline{U}\ ;\ \overline{U}\left(1+\frac{\overline{u}^2}{\overline{U}^2}\right)^{1/2}\ :\ \overline{U}\left(1+\frac{1}{2}\frac{\overline{u}^2}{\overline{U}^2}\right)\ ;\ \overline{U}(1+0.02)$ 로 평가할 수 있다. 20%의 난류강도는 실제 유속에 2%의 오차를 발생한다.

turbulence)에서는 $\overline{pu} = 0$ 이다[Hinze, 1959]. 따라서 대부분의 유동에서 이러한 특징을 가진다고 가정을 하면 적어도 아래의 관계를 유도할 수 있다.

$$\frac{\overline{pu}}{\rho_0 \overline{U^3}} = \frac{\overline{u^2}}{\overline{U^2}} \tag{2.15}$$

또한, 등방향 난류이론에서 알려진 압력요동성분과 속도요동성분의 관계, $p^2 : 1/3\rho_0(\overline{u^2})^2$ 를 이용하면 아래의 관계식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\overline{p^2}}{\rho_0{}^2 \overline{U^4}} : \frac{1}{3}\left(\frac{\overline{u^2}}{\overline{U^2}}\right)^2 = \frac{\overline{u^2}}{\overline{U^2}} \tag{2.16}$$

위의 관계식들을 이용하면 난류강도와 압력과의 관계식을 식(2.11)처럼 얻을 수 있고 이를 이용하여 Becker와 Brown[1974]은 피토관을 이용한 난류의 측정하여 그림 2.1과 같은 결과를 얻었다.

$$\frac{\overline{p_t{}^2}}{(\overline{P_t} - \overline{P_s})} = \frac{4\overline{u^2}}{\overline{U^2}} \tag{2.17}$$

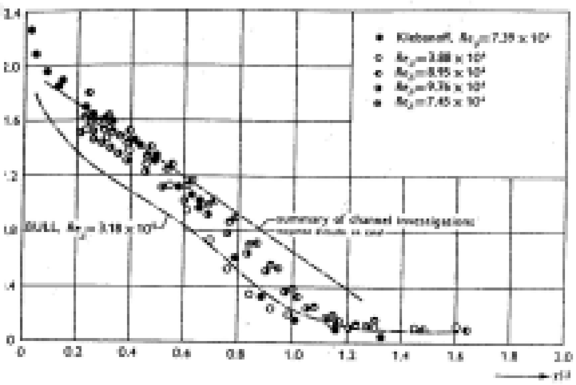


그림 11. 평판 경계층에서의 난류강도;

doted circle은 hot-wire로 측정한 결과, 그외는 pitot 관으로 계측한 값

1.2.5공 피토관의 역사

5공 피토관의 개념은 1915년 영국 해군 제독인 Taylor에 의해 시작되었다. 그러나 본격적인 연구는 1950년대에 NACA(National Advisory Committee for Aeronautics)에서 3차원 속도를 측정하기 위한 효과적인 피토관 개발을 위해 연구가 단초가 되었다. 1953년 항공역학에서의 측정방법을 정리한 이 보고서에는 5공 피토관이 등장한다. 이 피토관은 크기가 너무 크고 모양이 복잡하여 쉽게 실험실 기반으로 제작하기 어렵다[Dean, 1953]. 1958년에 Pien에 의해 공간에서의 속도성분을 독립적인 3개의 압력성분으로 얻을 수 있음을 이론적으로 밝혀졌다. 그의 연구에 의해 피토관의 검정에 대한 이론적 배경이 마련되었다. 1960년대 초까지의 5공 피토관의 측정방법은 nulling 방법으로 알려진 피토관을 잘 정렬하여 상-하, 좌-우의 압력차가 최소가 되게끔 피토관의 방향을 트는 방법이었다. Seetharam등은 기존의 nulling 방법을 정리하고 수직이나 수평각 중 하나의 종속성만을 고려하는 비선형 검정관계를 개발하였다[Seethram, 1977]. 그러나 이 방법은 급격한 압력구배나 높은 난류강도에서는 검정의 정확도를 보장 할 수 없었다. Non-nulling 방법의 최초의 성공은 1964년 Schaub 등으로서 90°와 70°의 angle 형태의 피토관을 사용하여 3차원 속도장을 측정하였다[Schaub, 1964]. 이들의 방법을 훨씬 간편하게 개선한 방법을 Bryer 와 Pankhurst가 1971년에 개발하였으며 수직이나 수평각에 대한 변화가 비교적 작은 경우에만 검정의 정확도가 보장되었다[Bryer, 1971]. 이 후, ARL 소속의 Treaster and Yocum은 현재 일반적으로 사용되는 고정위치 센서에 대한 non-nulling 검정방법을 개발하였다[Treaster, 1979]. NASA (National Aeronautics and Space Administration)를 중심으로 광범위한 피토관 및 센서에 대한 연구가 1990년대에 수행되었으며 끝단의 크기가 1.6mm의 miniature probe도 개발하였다. 또한 실험보정식을 Taylor 전개 형태로 표현하여 2변수 또는 3변수 보간식을 사용하지 않고도 검정 할 수 있는 검정방법을 개발하였다[Reichert, 1994].

국내에서는 유체기계와 조선해양공학에서 주로 사용하였으며, 김우전[1997]과 김진형[1997]등이 검정 및 측정방법에 대하여 활발히 연구하였다. 김우전은 선박뒤의 후류[9](Wake)를 측정하기 위해 조선과에서 주로 사용하던 1차원 검정방법을 사용하지 않고 Treaster와 Yocum의 2차원 검정방법을 조선과에 응용할 수 있게끔 수정 보완한 방법을 제시하였다. 이 방법은 기존의 1차원 방법에서 사용하던 압력 변환기 및 계측시스템을 바꾸지 않고 검정이 가능하도록 한 방법이다. 김진형은 유체기계의 터보팬 뒤의 유동을 측정하기 위하여 5공 피토관을 사용하였으며 Matsunaga[1980]가 제안한 검정방법을 이용하였다. 이 방법은 피치각과 요오각이 각각 압력회복 계수비에 독립이라고 가정하여 최소자승법을 이용하여 5차 다항식으로 압력회복계수와 피치와 요오각의 관계를 표현하여 2변수 및 3변수 보간식의 사용하지 않고 속도를 얻을 수 있다. 2000년도에 금오공대와 세원기연에서 5공 피토관의 국산화를 위한 연구가 진행되었으며 그 결과 2단 원추형 5공 피토관이 개발되었다[이상우, 2002, 세원].

[9] 조선해양공학에서는 wake를 반류라는 용어를 사용한다.

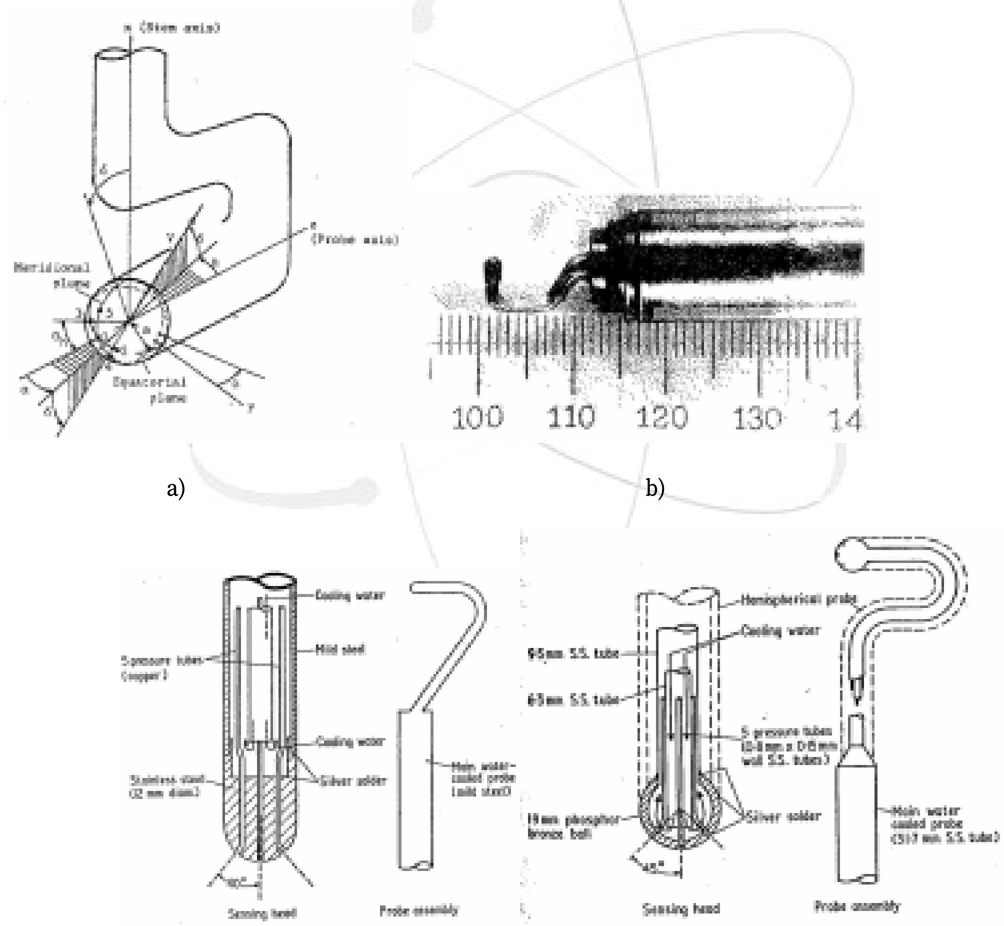
2. 5공 피토관의 종류 및 제작

피토관의 종류는 각도를 계측할 수 있는 구멍의 개수와 압력측정을 하는 센서 헤드의 형상에 따라 분류된다. 일반적으로 사용되는 피토관은 5공 피토관의 형태이며 7공, 13공까지 확장된 다공 피토관이 사용되고 있다.

2.1. 피토관의 종류

2.1.1. 구 및 반구 형태의 피토관

일반적으로 널리 사용되는 형태로서 포텐샬 유동으로 압력분포를 가정할 수 있기 때문에 이론적인 검정방법이 가능한 형태이다. 아래 그림들은 구 및 반구 형태의 피토관의 전형들이다.



a) b) c) d)

그림 12. 구형태와 반구형태의 5공 피토관 센스: a) Matsunaga가 제작한 반구형태의 프로브(2mm-diameter, 0.2mm-hole size), b) Matsunaga의 프로브 사진, c) 초음속 유동에 사용하기 위한 반구형 프로브 d) 구형 프로브

특히 Matsunaga[1980]가 개발한 프로브는 2mm 직경을 가지는 초소형 프로브로서 100kHz 의 빠른 응답속도를 보장하기 위하여 5개의 반도체 소자로 제작한 압력 변환기를 그림 13과 같이 장착하였다. 압력신호의 응답속도를 측정하기 위하여 30W의 hydrospeark를 그림 14 와 같이 장착하여 프로브의 응답속도가 100kHz임을 실험적으로 측정 확인하였다.

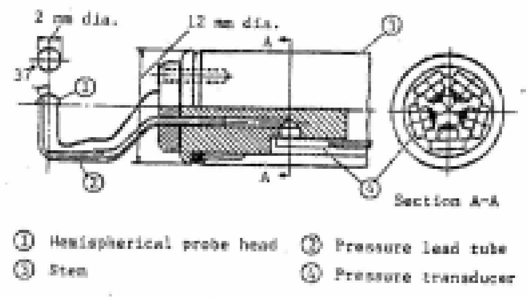


그림 13. Matsunaga가 개발한 피토관의 단면도

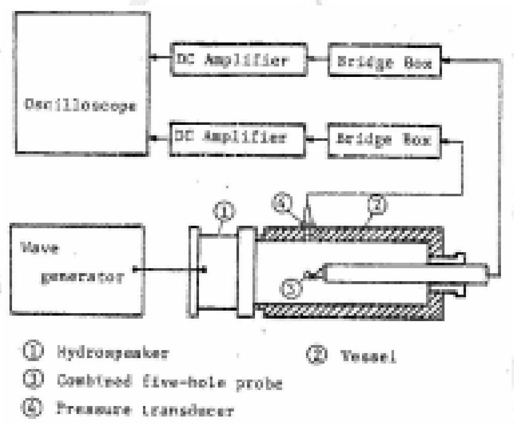


그림 14. 피토관의 반응속도 검정을 위한 장치 개략도

2.1.2. Angled 형태의 피토관

소형 피토관을 제작하기 위해서는 이런 형태를 많이 취한다. 제작이 용이하고 실험실 베이스로 만들수 있기 때문이다. 아래 그림에서 보여지는 것은 Ligrani[1989]등이 제작한 프로브로써 1.2 mm 크기를 가진다 압력홀은 0.2mm 를 사용하였다. 또 다른 변형된 형태들은 그림과 같이 홀 형상과 각도에 따라 구분될 수 있다.

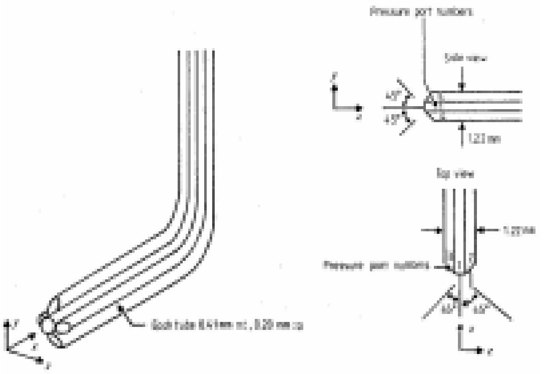


그림 15. Ligrani가 개발한 miniature 5공 프로브(직경: 1.22mm)

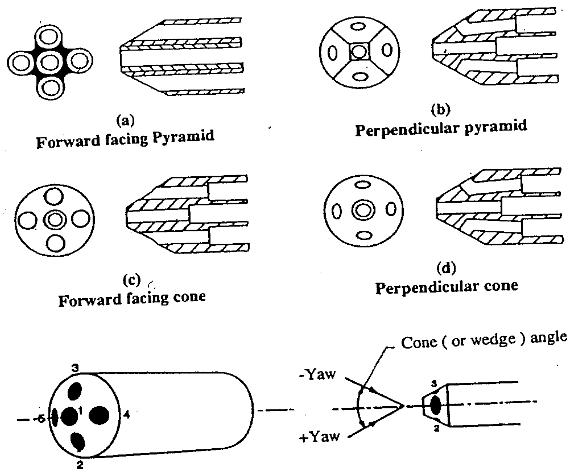


그림 16. 5공 프로브의 여러가지 형상

초음속 유동에서는 아래와 같은 slender body 형태의 피토관이 사용된다. 이러한 형태를 취하여만 피토관 주위에서의 shock wave의 발생을 방지하거나 줄일 수 있기 때문이다.

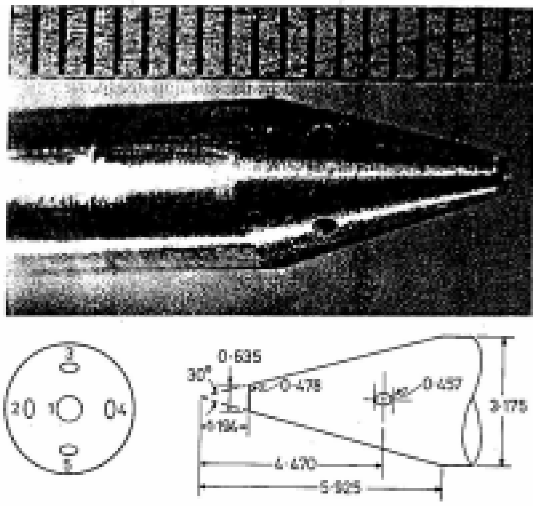


그림 17. Slender body 형태의 초음속 유동에서의 5공 피토관

2.1.3. Cobra 형태의 피토관

5공 피토관의 변형 형태로써 4개의 구멍을 이용하여 5공 피토관이 가지는 angle 분해능을 갖게끔 구성된 피토관이다. 코브라 피토관의 장점은 회전각에 대해서 측정지점의 변형없이 회전시킬 수 있는 장점을 가진다. Chen[2000]등에 의해 제안된 피토관의 형태는 아래와 같으며 각 3면은 바닥면에 대하여 45도 기울기를 가지며 압력홀은 0.5 mm 직경을 가지며 각 4개의 홀에 piezoelectric 형태의 압력변환기를 설치하여 1.5kHz의 응답속도를 가진다. 따라서 1kHz 아래의 난류에너지 성분도 측정가능하다.

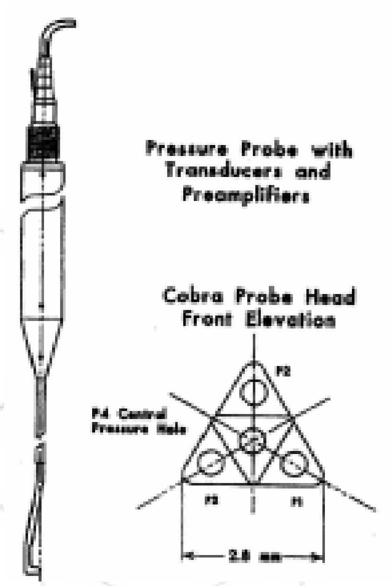


그림 18. 4공 Cobra Probe

2.1.4. 프리즘 형태의 피토관

상용 프로브나 좁은 공간에서 사용시 주로 사용되는 형태로써 터보기계에서 주로 사용된다. United Sensor[10]에서 제공하는 3가지 형태의 피토관중 DA와 DAT는 프리즘 형태이며 DC는 반구형태이다. 그림 17은 프로브와 마노미터의 연결방식을 보여주고 있다. DA 형태는 압력만을 DAT는 위쪽에 열전쌍을 설치하여 온도까지 동시에 측정할 수 있게 되어 있다. United Sensor에서 제공하는 최소 사이즈 1/8” 크기의 압력홀이다.

[10] www.unitedsonsorcorp.com을 참조

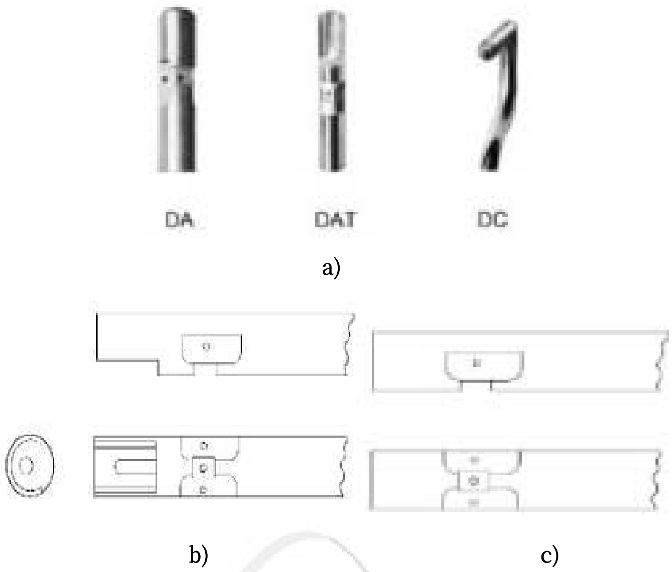


그림 19. 프리즘 형태의 프로브: a) 3-D 헤드의 사진, b) DAT 형태의 헤드, c) DA 형태의 헤드

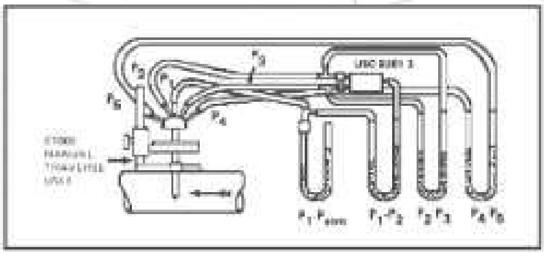


그림 20. 5공 프로브와 마노미터의 연결형태

2.2. 피토관의 제작[11]

피토관의 소형화는 복잡한 형상 내에서의 유체 거동을 분석하기 위해 요구된다. 일반적으로 속도구배가 급격한 지점, 경계층 근방, 정체점 부근, 재순환영역등, 에서의 계측은 프로브 팁의 크기가 작을수록 계측의 재연성(repeatability)이 향상된다. 그러나 소형 피토관(Miniature Pitot tube, 일반적으로 tip size 3mm 이하)에서는 계측기 자체 부하가 커지기 때문에 압력변화를 조정하기 위한 응답시간이 더 많이 소요된다. 따라서 피토관 크기에는 어떤 한계가 존재할 수 밖에 없고 일반적으로 1mm 크기를 한계 크기로 보고 있다.

제작에 사용하는 파아프 재질은 stainless steel hypodermic tube이고 내경 0.203mm, 외경 0.406mm의 크기를 가진다. 첫번째로 위의 그림 15에서 처럼 가운데 파이프를 중심으로 45도 각도로 4개를 spot welding한다. 이들 파이프의 crimping을 방지하기 위해 1.52mm 회전반경으로 90도 각도로 꺽어준다. 두번째로 길이 방향으로 은납땜을 수행하여 5개의 파이프를 완전 접합한다.

지지 연결부(stem tube)의 영향을 줄이기 위해 일반적으로 tip 직경의 4배 이상은 연장해줘

[11] Ligrani[1989]가 제시한 방법론을 간략히 소개한다. 제작방법에 대해 가장 자세히 기술한 논문이다.

야 한다. Transducer와의 연결은 6.35mm O.D/4.67mm/I.D Polyflo tubing을 이용하여 연결하여 준다.

프로브의 압력홀보다 더 큰 직경의 tube에 연결 시, 압축성 공기의 거동이 제한되고 이로 인해 pressure wave가 발생한다. 이 wave는 압력 계측 시 과도상태를 유발시켜 신호에 잡음을 생성한다. 이것을 방지하기 위하여 연결 tube들을 고정시켜서 진동을 최소화시켜야 한다. 또 하나의 대안은 tube내에 있는 공기의 용적을 최소화시키는 것이다. 보통 길이를 200mm 이하 내경은 2.66mm 이하의 것[12]을 사용할 것을 권장한다.

국내의 항공우주연구소[1994]에서 아음속 풍동 성능 측정연구를 위해 7공 프로브를 개발하였다. 이 프로브는 내경 3mm의 스테인레스 파이프내에 내경 0.5mm, 외경 0.9mm의 작은 파이프를 7개를 배치하여 제작하였다. 상세도면은 아래와 같다.

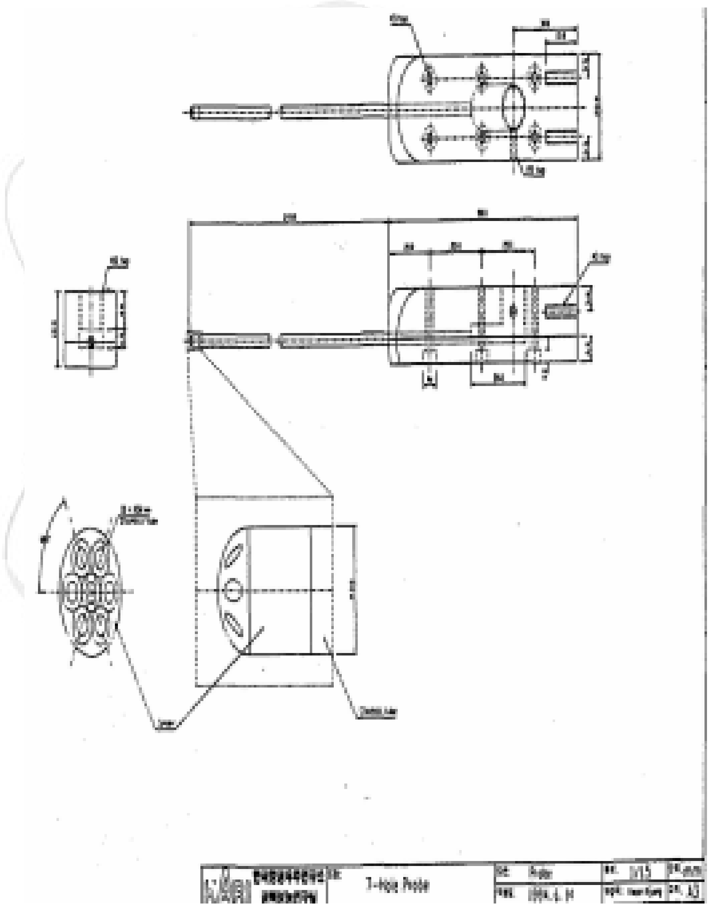


그림 21. 항우연에서 개발한 7공 프로브의 상세도면

[12] 1/8" commercial tube

3.   5공 피토관의 검정방법(Calibration Method)

3.1. Nulling mode와 Non-Nulling mode

5공 피토관의 검정방법은 nulling mode와 non-nulling mode가 있다. Nulling mode는 상-하, 좌-우의 피치와 요각에 해당하는 압력차가 같아지게끔 계측기의 tip을 회전시키는 방법으로 가장 정확한 계측과 신뢰도를 확보할 수 있다. 정확한 계측이 필요하거나 검정 차트를 생성할 수 없는 곳에 계측시 사용하나 피치와 요각의 오차를 0으로 만들기 어렵고 계측시간이 비효율적이며 계측기가 회전할 수 있는 충분한 공간이 확보되는 예외적인 경우에만 사용될 수 있다.

Non-nulling mode는 계측기의 위치를 고정하고 검정 차트에 의해 그 해당 속도의 변화를 피치와 요각으로 환산하여 3차원 유속을 구하는 방법으로 현재는 대부분 이 방법을 이용하고 있다.

3.2. 1차원 검정 방법

조선해양에서 주로 사용하는 방법으로 그림과 같이 정의된 5개의 구멍과 하류에 정압 측정용 구멍을 가진 피토관을 이용한다. 수직면에 위치한 두 구멍의 압력차, 수평면에 위치한 두 구멍의 압력차, 그리고 끝단의 압력과 정압의 차이를 3개의 압력변화기를 통해 계측한다. 계측된 피토관의 세 개의 압력차이로부터 세 방향의 속도 성분을 산출한다. 수직 방향으로 놓인 두 구멍의 압력차와 수직각(Pitch)의 상관계수에 수평각(Yaw)의 영향이 없다고 가정하여 각각의 각도를 수직 방향 혹은 수평 방향의 구멍들의 압력차이만으로 상관 짓는 방법이다[김우전, 1997, Yang, S.I, 1980].

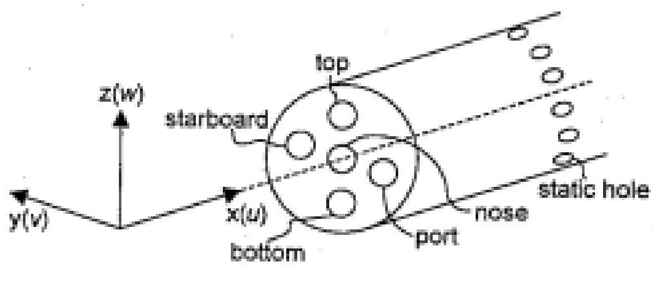


그림 22. 반류 계측용 5공 피토관의 모양 및 구멍위치

그림 23. 반류 계측용 5공 피토관

이 방법을 사용하는 경우 피토관을 수평이나 수직으로 놓고 평만상에서의 각도 변화에 따른 압력-각도 상관계수(Correlation coefficient)만을 구하면 되는 간편함이 있다. 유의해야 할 사항은 속도의 크기에 대한 상관계수가 수평 및 수직각에 대해 각각 하나씩 두개가 생기고, 이를 모두 이용하는 경우는 유속값의 유일성이 보장되지 않기 때문에 대표되는 상관관계를 택하여 사용한다. 각 검정점을 연결하는 곡선을 다항식으로 근사(Approximation)하는 방법과 보간(Interpolation)하는 방법이 있으며 일반적으로 검정된 점들의 분포가 부드러운 정상곡선인 경우 이 두 방법의 차이는 거의 없는 것으로 알려져 있다[김우전, 1997].

수직각과 수평각에 대한 각도-압력 상관계수는 다음과 같다.

$$C^{1}_{pitch}(\alpha) = \frac{(P_b - P_t)}{1/2\rho u^2} \qquad (2\text{-}18)$$

$$C^{1}_{yaw}(\beta) = \frac{(P_r - P_l)}{1/2\rho u^2} \qquad (2\text{-}19)$$

여기서 속도 u를 구하기 위한 상관계수는 아래와 같다.

$$C^{1}_{q}(\theta) = \frac{(P_{nose} - P_{static})}{1/2\rho u^2} \qquad (2\text{-}20)$$

대표각 θ는

$$\theta = \tan^{-1}\left(\sqrt{(\tan\alpha)^2 + (\tan\beta)^2}\right) \qquad (2\text{-}21)$$

로 얻어진다. 그리고 다른 방향의 속도성분들은 각각

$$v = u \tan(\beta) \tag{2-22}$$

$$w = u \tan(\alpha) \tag{2-23}$$

로 표현된다.

그러나 이 방법은 하나의 각도(수평각 혹은 수직각)만 작은 경우에는 어느 정도의 정확도를 유지할 수 있으나 두개의 각도가 동시에 20°이상이면 계측정도를 보장할 수 없는 단점이 있다.

3.3. 2차원 검정 방법

1차원 검정 방법의 정확도 향상시키고 한계를 극복하기 위하여 두 개의 각도가 동시에 변화하는 상태에서 압력-각도 상관계수를 이용하는 2차원 검정 방법이 필요하다. 각도의 중첩은 선형적(Linear)이지 못하기 때문에 수직각과 수평각의 적용순서에 따라 교정계수가 달라진다. 따라서 수직각인 pitch각을 먼저 회전하고 회전된 pitch각 상에서 수평각인 yaw각을 변경하며 검정하는 Pitch-Yaw mode와 역으로 yaw각을 먼저 회전하고 pitch각을 변경하는 Yaw-Pitch mode의 두종류가 발생한다. 각각의 경우에 대한 3차원 속도 성분 산출 공식은 아래와 같다.

Pitch-Yaw mode	Yaw-Pitch mode
$u = q\cos\alpha\cos\beta$	$u = q\cos\alpha\cos\beta$
$v = q\cos\alpha\sin\beta$	$v = q\sin\alpha$
$w = q\sin\alpha$	$w = q\cos\alpha\sin\beta$

(2-24)

3.3.1. Treaster & Yocum(TY)의 방법[13]

1978년 Treaster 와 Yocum은 ARL/PSU(Applied Research Laboratory of Penn. State Univ.)에서 현재 사용하는 대부분의 5공 피토관의 표준이라 할 수 있는 검정방법을 개발하였다. 그림 3.3.1과 3.3.2에서 보여지는 angle형태와 prism 형태의 피토관을 개발하고 이들에 대한 검정법을 개발 적용하였다.

[13] 김우전[1997]의 논문과 Treaster[1979]를 공히 참조하였다. 무엇보다 이 방법이 가장 일반화된 5홀 피토관의 calibration 방법이다.

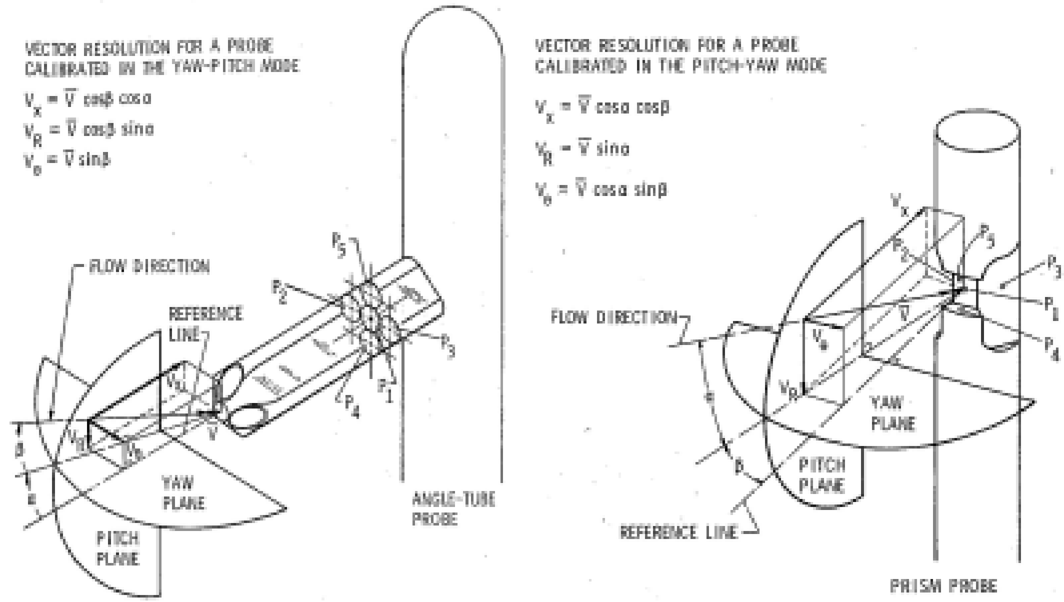


그림 24. Angle-tube probe와 Prism-type probe의 형상

이들이 개발한 피토관의 크기는 0.318cm의 prism 형태의 탐침(Probe)과 개별관의 크기가 0.127cm 인 5개의 관을 모아서 만든 angle-tube 형태의 탐침[14]을 개발하였다. 이들 탐침을 지지하는 지지봉(supporter)의 직경은 0.635cm(0.25in)의 단면적이 원형인 일반관형태를 사용하였다. 이들 탐침의 형태는 유동 및 사용처에 맞게끔 특성화된 것으로 정압을 따로 측정하는 구멍이 없는 형태로써 prism 형태는 터보유체기계(Turbomachinery)에 angle-tube형태는 경계층 유동연구에 주로 사용되고 있다.

이 방법은 1차원 검정방법에서 사용한 피토관의 각 구멍 사이의 압력차이가 아닌 각 구멍의 압력 값들의 상호상관계수에 기초하고 있다. 이런 경우 속도에 대한 대한 데이터 없이 압력치들로만 구성된 조합으로 3차원의 속도성분을 얻을 수 있는 장점이 있다. TY가 제안한 상관계수는 다음과 같다.

$$C_{p_{yaw}} = \frac{(p_2 - p_3)}{(p_1 - \overline{p})} \qquad (2\text{-}25)$$

$$C_{p_{pitch}} = \frac{(p_4 - p_5)}{(p_1 - \overline{p})} \qquad (2\text{-}26)$$

[14] Assembled diameter : 0.381cm

$$C_{p_{total}} = \frac{(p_1 - p_{total})}{(p_1 - \overline{p})} \qquad (2-27)$$

$$C_{p,static} = \frac{(p_1 - p_{static})}{(p_1 - \overline{p})} \qquad (2-28)$$

$$\overline{p} = (p_2 + p_3 + p_4 + p_5)/4 \qquad (2-29)$$

위의 정의를 이용하면 하나의 (C_{pitch}, C_{yaw}) 의 조합에 1:1 대응하는 (α, β) 을 그림과 같이 구할 수 있고, 각각 해당되는 pitch각(α)와 yaw각(β)을 알면 그 각도에 해당되는 C_{total}, C_{static} 을 그림과 같이 찾을 수 있다. P_{total} 과 P_{static} 은 위의 두개의 pressure coefficient로부터 얻어지고 다음과 같이 속도의 크기를 찾아낼 수 있다. Total 압력과 static 압력은 Kiel-type total pressure probe[15]와 벽면의 pressure tap을 이용하여 측정되었다.

$$\overline{V} = \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_{total} - P_{static})} \qquad (2-30)$$

$$\overline{V} = \left[(2/\rho)(\Delta P_1 - \Delta\overline{P})(1 + C_{p_{static}} - C_{p_{total}})\right]^{1/2}$$
$$,\text{where } \Delta P_i = P_i - P_{ref} \qquad (2-31)$$

3.3.2. Improved TY[16] 방법(Judd's suggestion)

TY의 방법은 검정곡선의 신뢰도가 보장되는 각도가 45° 이내이다. Judd[1975]는 이 방법을 80°까지 확장할 수 있는 방법을 제안하였다. 기본적인 검정방법의 철학은 TY의 방법과 동일하다.

TY 방법은 압력계수의 분모의 부호가 ±60° 근방에서 변화게 된다. 그림에서 보여지는 것처럼 정규화할 수 있는 분모의 범위는 40° 이내로 제약받게 된다. 이런 이유로 인해 Bryer와 Pankhurst는 요각과 피치각의 범위를 40°내외로 할 것을 조언하였다.

---

[15] Total pressure를 측정하기 위하여 고안된 압력관으로 보통 3.2mm의 직경을 가지며 yaw각에 대하여 40°내에서 측정값의 정확도가 보장된다(참조: Chue, 1975).

[16] TY 방법은 Bryer와 Pankhurst가 1971년에 제안한 방법을 더욱더 발전시켰으며 대부분은 이 논문을 토대로 한 교정법을 쓰고 있다. 실제적인 최초 제안자는 Bryer와 Pankhurst이다.

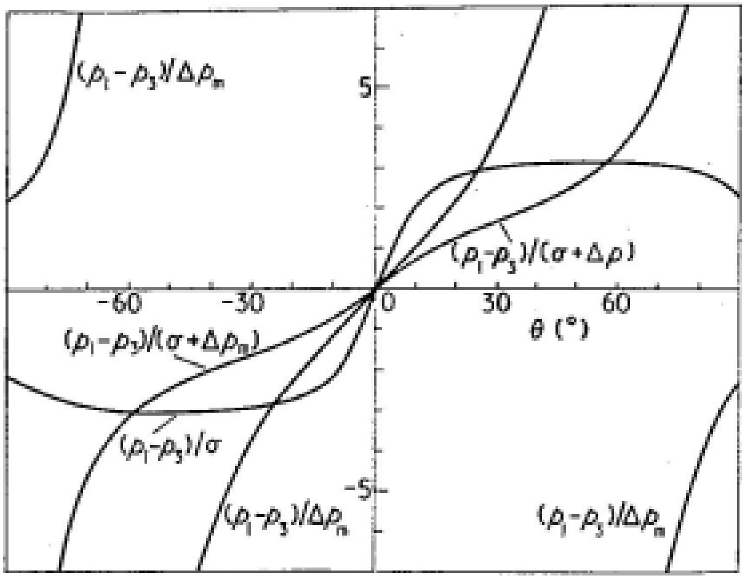


그림 25. 여러가지 압력 정규화 분모항의 효과

Judd는 이러한 분모의 안정성을 보장할 수 있도록 압력변화의 부호가 바뀌지 않도록 표준편차(Standard deviation, σ)를 사용하는 방법을 제안하였다.

$$\sigma = \left[\left(\sum_{1}^{5} p_i \right)^2 - \sum_{1}^{5} (p_i^{\,2}) \right] \tag{2-32}$$

$$\Delta p_m \equiv p_1 - (p_2 + p_3 + p_4 + p_5) \tag{2-33}$$

압력계수의 분모인 Δp_m을 $\Delta p_m + \sigma$로 재정의하면 80°내에서 부호가 변화지 않으며 각도에 대하여 연속인 함수를 그림과 같이 얻을 수 있다.

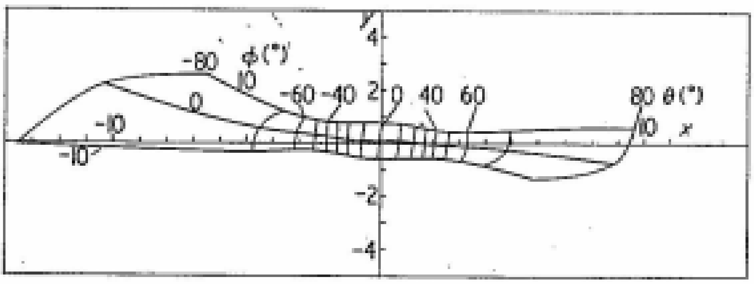


그림 26. 유동방향에 대한 교정곡선

3.3.3. Kim의 iterative Method

김우전[1997]등은 기존의 1차원 계측 시스템에 2차원 검정법을 적용할 수 있는 방법을 개발하였다. 2차원 검정법을 위하여는 5개 구멍에서 각각의 압력 데이터와 함께 필요에 따라서는 정압과 total pressure에 대한 값이 필요하므로 계측 시스템이 1차원 검정법[17]에 비해 적게는 2개의 차압계 많게는 2개의 차압계와 정압계와 Kiel Probe가 요구된다.

따라서 1차원 계측시스템을 유지하면서 2차원 검정법 수준의 정확도를 보장할 수 있는 방법이 김우전등의 연구에서 요구되었다. 이들은 압력 차이의 상관계수를 1차원 검정법과 유사한 형식으로 아래와 같이 재정의하였다.

$$C^{1}_{pitch}(\alpha,\beta)=\frac{(P_b-P_t)}{1/2\rho q^2} \qquad (2\text{-}34)$$

$$C^{1}_{yaw}(\alpha,\beta)=\frac{(P_r-P_l)}{1/2\rho q^2} \qquad (2\text{-}35)$$

여기서 1차원 검정법의 분모인 한방향 속도 u 대신에 속도의 전체 크기인(q[18])를 사용하였다. $C_q(\alpha,\beta)$가 항상 양의 값을 가지면서 각도에 대해 부드러운 변화를 가지도록 다음과 같이 정의하였다.

$$C_q(\alpha,\beta)=\frac{\{((P_{nose}-P_{static})+K_q(|P_b-P_t|+|P_r-P_l|)\}}{1/2\rho q^2} \qquad (2\text{-}36)$$ [19]

이때 K_q의 값은 $C_q(\alpha,\beta)$가 항상 양의 값을 가지도록 정하면 되나 각 상관계수의 분모에 포함된 속도의 크기 q가 결정되지 않았고 구하고자 하는 대상이기 때문에 반복계산을 수행하여야 한다. 우선 q를 가정하고, 위의 정의에 따라 압력을 통해 각도값을 구하고, 이 각도를 이용하여 $C_q(\alpha,\beta)$를 구하면 새로운 q를 계산할 수 있다. 이를 두 각도와 속도 크기가 수렴된 값을 가질 때까지지 반복하면 되는데, 보통 20번 이내에서 수렴하는 것을 김우전 등이 확인하였다[김우전, 1997]. 여기서 상수 K_q는 각 피토관의 검정특성치로서 0.1을 사용하였다.

3.3.4. Potential 이론을 기초로한 검정방법

피토관의 tip형태가 구 또는 반구형의 단순형상에 대해서는 포텐샬 이론[Milne-Thomson

---

[17] 1차원 계측법에 대해서는 3개의 차압계만 있으면 측정 가능하다.

[18] $q=\sqrt{u^2+v^2+w^2}$

[19] 김우전등이 자체 제작한 5공 피토관에는 옆면에 정압홀이 있다. 그림 참조

을 적용한 이론적인 검정방법이 가능하다[Wright, 1970]. 포텐샬 이론으로부터 probe tip 위쪽의 압력분포와 유동 인자들(Parameters)간의 관계를 계산하여 계측 검정 곡선에 사용하는 방법이다.

a) M. A. Wright 의 방법

Wright[1970]는 기존의 검정곡선들이 2차원 평면형태로 제시되기 때문에 2차원 보간법을 사용해야하는 단점을 보완하기 위해 반구나 구 형태의 5공 피토관에서 사용할 수 있는 간편한 검정법을 제안하였다.

반구나 구형태의 간단한 형상에서는 포텐샬이론으로부터 계측기 헤드 주위의 압력장을 유추할 수 있다[Milne-Tomson, 1950, Streeter, 1948]. 아래 그림과 같은 구형 계측기 주변에서 압력장과 유동변수 사이의 관계는 식()과 같다.

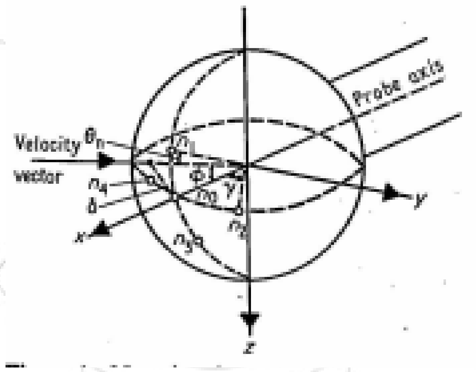


그림 27. 구형 계측기 헤드에 대한 좌표계:

ϕ -유속과 프로브축에 의해 이루어지느 conical angle, δ - 유동면과 자오선이 이루는 dihedral angle, γ - 압력홀과 프로브 축이 이루는 conical angle, θ_n -속도벡터와 n번째 압력홀이 이루는 각도

$$p_n = p_s + \frac{1}{2} k_n \rho V^2 \tag{2-37}$$

$$p_{n1} - p_{n2} = \frac{1}{2} \rho V^2 (k_{n1} - k_{n2}) \tag{2-38}$$

,여기서 p_n 은 그림의 각 면에서 표현된 지점 n에서의 압력이다. p_s 는 free stream에서의 정압이다. k_n 은 압력회복상수(Pressure recovery factor)로써 Re수와 속도 벡터에 따라 변하는 프로브 디자인의 함수이다. 일반적으로 충분히 높은 Re수[20]에서 k_n 은 Re수에 무관하게 되고 속도벡터와 지점 n 사이의 각도, θ_n,에 의해 결정된다.

[20] 일반적으로 저 Re수 (4000이하)에서 속도에 따른 검정곡선의 변화가 더 심하다. 여기서 말하는 Re수의 유효 영역은 4×10^3 : 1.5×10^5 이다.

일반적으로 그림 ()에서 보여지는 것처럼 θ_n 은 pitch각, α ,와 yaw각, β ,로 표현한다. 또 하나의 표현방법은 conical 각, ϕ ,와 dihedral 각[21], δ ,으로 표현할 수 있다(그림 28,29 참조). 이 방법은 pitch각과 yaw각으로 표현하는 방법보다 더 직관적이고 간단한 수식으로 표현할 수 있는 장점이 있다. Wright는 후자의 표현식으로 그의 검정방법을 유도하였다.

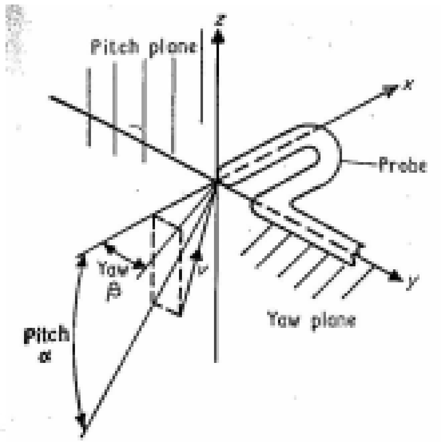


그림 28. 피치와 요각

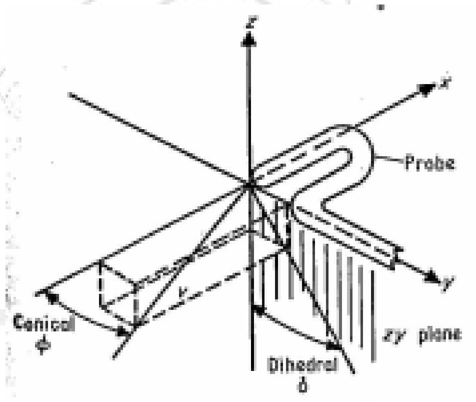
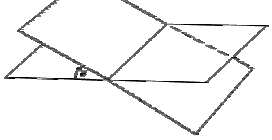


그림 29. Concial 각과 dihedral 각

앞에서 정의한 압력회복상수를 이용하여 프로브와 속도벡터의 방향에 대한 ϕ 와 δ 에 대한 식을 유도할 수 있다.

[21] 그림에서처럼 면과 면사이의 각을 의미한다. 두 면의 면벡터의 내적이 dihedral 각이다.



$$\frac{k_1 - k_3}{k_0 - k_2} = f(\phi, \delta), \text{ and } \frac{k_4 - k_2}{k_0 - k_2} = F(\phi, \delta) \tag{2-39}$$

속도크기는 아래와 같다.

$$k_0 - k_2 = {2(p_0 - p_2)} \Big/ {\rho V^2} \tag{2-40}$$

시스템의 정압 역시 동일한 정의하에서 아래와 같이 유도된다.

$$k_0 = {2(p_0 - p_s)} \Big/ {\rho V^2} \tag{2-41}$$

이들과 압력차이에 관한 관계식을 얻으면 5공 피토관을 통해 계측된 값으로부터 역산하여 최종 속도벡터를 얻을 수 있다. 그러나 실제 계측값과 압력회복상수간의 상관관계는 1차원 형태로 표현되지 않는다. 따라서 이들을 1변수 곡선으로 표현하기 위하여 새로운 변수들인 K_ϕ, K_v, K_p 를 정의하며 이들의 표현식은 아래와 같다.

Angle factor, K_ϕ,

$$K_\phi = \left[1 - {\sum_{n=1}^{4}(p_0 - p_n)} \Big/ {2\left\{\sum_{n=1}^{4}(p_0 - p_n)^2\right\}^{1/2}} \right]^{1/2} \tag{2-42}$$

Velocity factor, K_v,

$$K_v = \left[\rho V^2 \left\{ \sum_{n=1}^{4}(p_0 - p_n)^2 \right\}^{-1/2} \right]^{1/2} \tag{2-43}$$

Pressure factor, K_p,

$$K_v = {2(p_0 - p_s)} \Big/ {\rho V^2} \tag{2-44}$$

위의 식에서 결정해야 할 변수는 동압, 정압, 그리고 두개의 각도, ϕ와 δ이 있기 때문에 1

개의 추가적인 관계식이 더 요구된다.

$$\tan\delta = {-(p_1 - p_3)}\Big/{(p_2 - p_4)} \tag{2-45}$$

포텐샬이론에 의해 얻어진 구 주위의 압력은 식()처럼 주어진다.

$$P(x') = (\rho V^2/8)\left\{18x'^2 - 9x'^4 - 9x'^2\sin^2(\cos^{-1}(x')) - 5\right\} \tag{2-46}$$ [22]

이론식에 의하여 얻어진 압력과 위의 4개의 변수들과의 관계성을 비교해보면 conical 각도에 강한 의존성을 보여준다. 따라서 이들 각 변수들을 ϕ 만의 함수로 표현가능하다. 이론적으로 얻어진 위의 계수들간의 상관관계는 실제 실험에 의하여 교정되어야 한다. 실제 계측기는 계측기 헤드만이 있는 것이 아니라 그것을 지탱하는 지지대(Supporter or Stem)와 차압계와 연결해 주는 확장관(Extension or Supporter)이 있고 실제 계측기 헤드의 제작시 유발되는 제작공차가 있다. 이러한 형상에서의 오차는 계측지점, n,과 계측기 헤드가 이루는 면에서 정렬오차를 유발한다. 따라서 이들을 고려한 실제 유동에서의 검정이 요구된다. 실험에서 보정된 각 인자들의 수식은 아래와 같다.

$$\phi = 0.8509K_\phi + 0.3008K_\phi^{\ 3} - 0.09879K_\phi^{\ 5} \tag{2-47}$$

$$K_v = 1.2097 + 0.0705\phi^2 + 0.0266\phi^4 \tag{2-48}$$

$$K_p = 4.5\exp(-0.3946\phi^2) - 3.5 \tag{2-49}$$

b) Slender body theory[23]를 이용한 cone 형태의 검정방법

Huffman등은 유체기계(Turbomachine)에서 주로 사용하는 cone형태의 소형 피토관에 대한 이론적인 검정방법을 제안하였다. 그림과 같은 형상을 가지는 cone형태는 slender body 가정을 쓸 수 있다.

---

[22] 상세 유도는부록 I를 참조

[23] 주 stream 방향에 대한 변화가 cross section에 대해서 보다 매우 작은 경우 이를 slender body라고 하며 d( )/dx 를 '0' 으로 근사할 수 있다. 아래의 형태가 전형적인 slender body이다.

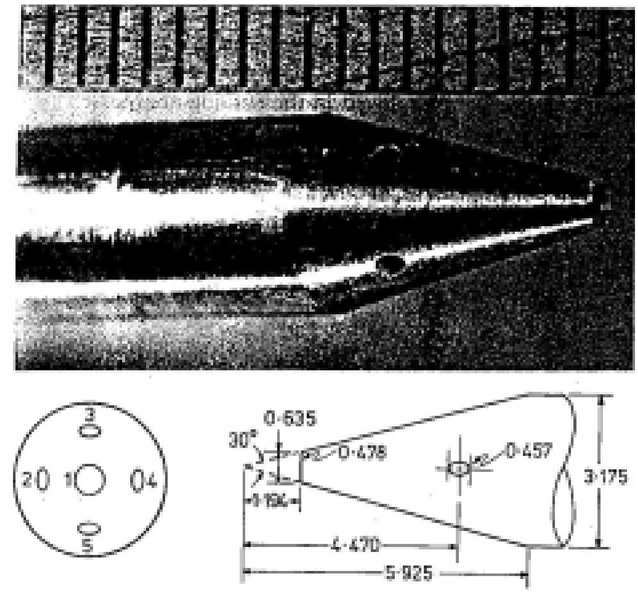


그림 30. Huffman이 사용한 slender body 프로브의 형상

항공분야의 drag 계산 시 주로 사용하며 균일 흐름에서 외부 섭동이 있을 경우에 대한 3차원 포텐샬 이론을 그림과 같은 slender body에 적용하여 얻어진 방정식은 아래와 같다.

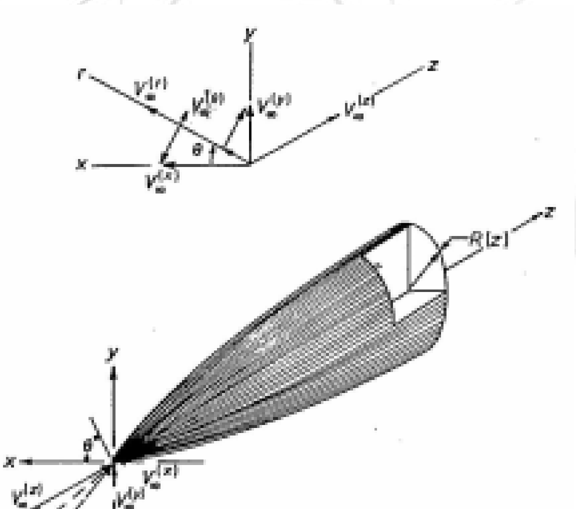


그림 31. Slender 형체의 좌표계와 속도벡터

$$\phi_{rr}+\frac{1}{r}\phi_{r}+\frac{1}{r^{2}}\phi_{\theta\theta}+(1-M_{\infty}{}^{2})\phi_{zz}=0 \qquad (2-50)$$

,여기서 ϕ 는 섭동속도포텐샬이다(Perturbation velocity potential). 위식에 대한 경계조건은 식(2-51)와 (2-52) 같다[Liepmann, 1958].

$$(V_\infty \sin_\beta + \phi_r) + (V_\infty \cos\alpha \cos\beta + \phi_z)(dR/dz) = 0\,,\ \ r = R(z) \qquad (2\text{-}51)$$

$$\phi_r, {}^{\phi_\theta}\!/_{r}, \phi_z \to 0\,,\ \ r \to \infty \qquad (2\text{-}52)$$

위의 식 (2-50)과 (2-51)는 유동장을 2개의 요소로 분활한다. 식 (2-50)은 r 방향에 대한 주유동을 식(2-51)는 측면 및 횡단하는 유동을 나타낸다. 이들 각 식에서 얻어진 해는 포텐샬의 정의에 의하여 중첩(Superposition)하여 최종해가 얻어진다. 최종해는 아래와 같다 [Huffman, 1979].

$$\begin{aligned} v^{(r)}/V_\infty &= 1/2\cos\alpha\cos\beta(R^2)'/r \\ &\quad -(\sin\beta\cos\theta + \sin\alpha\cos\beta\sin\theta)R^2/r^2 \\ v^{(\theta)}/V_\infty &= (\sin\alpha\cos\beta\cos\theta - \sin\beta\sin\theta)R^2/r^2 \\ v^{(z)}/V_\infty &= 1/2(\cos\alpha\cos\beta f) + (\sin\beta\cos\theta \\ &\quad + \sin\alpha\cos\beta\sin\theta)(R^2)'/r^2 \end{aligned} \qquad (2\text{-}53)$$

Shape 함수(function), f 는 아래와 같이 정의되며 $(R^2)' \equiv d(R^2)/dz$ 을 뜻한다. 이들 속도성분은 각각 반경방향, 원주방향, 축방향에 대한 속도섭동 성분이다.

$$\begin{aligned} f &= -1/2(R^2)'\left(\frac{1}{\sqrt{z^2+\delta^2 r^2}} - \frac{1}{\sqrt{(l-z)^2+\delta^2 r^2}}\right) \\ &\quad +1/2(R^2)''\left(\frac{l-z}{\sqrt{(l-z)^2+\delta^2 r^2}} + \frac{z}{\sqrt{z^2+\delta^2 r^2}} + \ln\left(\frac{-z+\sqrt{z^2+\delta^2 r^2}}{l-z+\sqrt{(l-z)^2+\delta^2 r^2}}\right)\right) \\ &\quad -1/4(R^2)'''\left(\frac{z^2}{\sqrt{z^2+\delta^2 r^2}} - \frac{(l-z)^2}{\sqrt{(l-z)^2+\delta^2 r^2}} + 2\sqrt{(l-z)^2+\delta^2 r^2} - 2\sqrt{z^2+\delta^2 r^2}\right) + \mathrm{L} \end{aligned} \qquad (2\text{-}54)$$

Shape 함수 f의 δ 은 $\sqrt{1-M_\infty{}^2}$ 이다.

이들 속도포텐샬을 통해 얻어진 attack angle에 대한 stream line은 아래 그림과 같다.

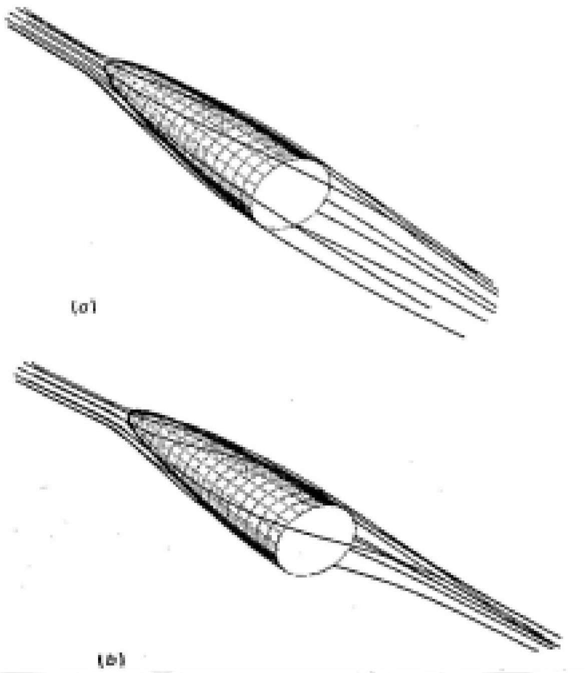


그림 32. Conical 프로브 주위의 유동형태:(a), $\alpha = \beta = 4.5^{o}$, (b), $\alpha = \beta = 9^{o}$.

압력계수, C_p 는 속도성분으로부터 아래식 처럼 직접계산된다.

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^{\ 2}} = -2\frac{V_\infty v}{V_\infty^{\ 2}} - \frac{v^2}{V_\infty^{\ 2}} \tag{2-55}$$

위에 식에 속도섭동성분을 대입하면 아래와 같은 압력계수에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} C_p &= \cos^2\alpha\cos^2\beta[-f-(R')^2] + \sin^2\beta(1-4\sin^2\theta) \\ &\quad + \sin^2\alpha\cos^2\beta(1-4\cos^2\theta) - 2R'\cos\alpha\sin 2\beta\cos\theta \\ &\quad - 2R'\sin 2\alpha\cos^2\beta\sin\theta + 4\sin 2\alpha\cos\beta\sin\theta\cos\theta \end{aligned} \tag{2-56}$$

계측홀의 위치는 θ에 따라 달라지므로 압력차는 θ에 따른 C_p의 차이로써 생성된다.

$$\begin{aligned}\Delta C_p &= -4\sin^2\beta(\sin^2\theta_2 - \sin^2\theta_1) - 4\sin^2\alpha\cos^2\beta \\ &\times(\cos^2\theta_2 - \cos^2\theta_1) - 2R'\cos\alpha\sin 2\beta(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) \\ &- 2R'\sin 2\alpha\cos^2\beta(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \\ &+ 4\sin 2\alpha\cos\beta(\sin\theta_2\cos\theta_2 - \sin\theta_1\cos\theta_1)\end{aligned} \tag{2-57}$$

C_p 의 평균은 실제 유동의 정압, p_∞ 을 구하기 해서 필요하며 아래와 같다.

$$< C_p >= \cos^2\alpha\cos^2\beta[-f-(R')^2] - \sin^2\beta - \sin^2\alpha\cos^2\beta \tag{2-58}$$

요각에 대한 이론식은 θ_1 에 지점 4에서의 각도 0을 θ_2 에 지점 2에서의 각도 π 를 대입하여 정리하면 얻어진다. 같은 방식으로 피치각에 대해서는 지점 3에서의 각도 $\frac{\pi}{2}$ 와 지점 5에서의 각도 $\frac{3\pi}{2}$ 를 대입하면 계산된다. 이들 각도에 대한 이론적인 검정곡선은 아래 그림과 같다.

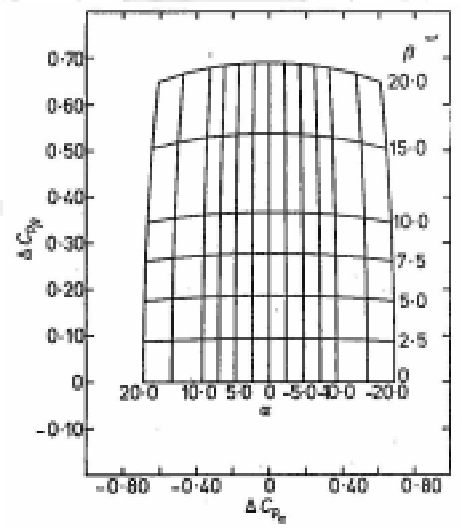


그림 33. 포텐샬이론에 의해 결정된 피치와 요각에 따른 압력계수

위의 정리된 식들로부터 아래와 같은 검정공식을 만들 기본틀을 도출할 수 있으며 각 상수 $C_1 \sim C_6$ 과 $f_1(M_\infty), f_2(M_\infty)$ 는 실험으로부터 결정한다.
‘

$$
\begin{aligned}
&\Delta C_{p_\alpha} = C_1 \sin 2\alpha \cos^2 \beta \\
&\Delta C_{p_\beta} = C_2 \cos\alpha \sin 2\beta \\
&< C_p >= f_1(M_\infty)\cos^2\alpha\cos^2\beta - C_3\sin^2\beta - C_4\sin^2\alpha\cos^2\beta \\
&C_{p_t} = f_2(M_\infty)\cos^2\alpha\cos^2\beta - C_5\sin^2\beta - C_6\sin^2\alpha\cos^2\beta
\end{aligned} \tag{2-59}
$$

c) Semi-empirical approach(Tuning Parameter)

Offshore Technology Corporation 소속의 J.C. Kuhn은 기존의 검정방법에서 포텐샬 이론에 의해 얻어지는 이론적인 검정곡선과 비교하여 보정인자(Tuning factor)를 도출하였다. 포텐샬이론을 적용하기 쉽도록 계측기의 헤드형태는 구 형태를 취하였다. 실험 데이터만으로 얻어진 검정곡선은 데이터간의 보간(Interpolation)을 취하는데 있어서 보간함수의 매끄러움(Smoothness)를 보장할 수 없다. 그러나 포텐샬이론을 기반으로하면 데이터간의 지점에 대하여 해석적으로(Analytic) 매끄러움을 정의할 수 있다. 따라서 포텐샬이론을 통한 보정인자는 데이터의 불연속성을 보완하고 검정곡선의 물리적 의미를 이해하는 중요한 자료로써 가치있다.

실험데이터의 추이를 따르는 함수를 찾기 위하여서는 적절한 기저함수를 선택하고 이 기저함수와 연동되어 실험데이터를 추정할 수 있는 인자들(Parameters)을 결정해야 한다. 이들 조건을 만족시키는 적절한 기저함수는 포텐샬이론에 의해 얻어진 구형태 주위의 압력으로 식 (2-46)과 같으며 여기에 다시 기술한다.

$$
P(x') = (\rho V^2/8)\left\{18x'^2 - 9x'^4 - 9x'^2\sin^2(\cos^{-1}(x')) - 5\right\} \tag{2-46}
$$

여기서 x'은 고정좌표계이므로 유동방향과 일치한다. 위의 유동방향에 대한 좌표계를 프로브에대한 좌표계로 변환하여야 한다. 5개 프로브 구멍에 대한 좌표변환은 식 ()과 같이 구 대칭성을 이용하여 간단하게 표현할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
x' = &-(A_p x_s + B_p y_s + C_p z_s), \ \text{if } \theta < 90^\circ \\
&+(A_p x_s + B_p y_s + C_p z_s), \ \text{if } \theta > 90^\circ
\end{aligned} \tag{2-60}
$$

여기서 하첨자 s는 정체점(stagnation) 위치에 대하여 정의된 좌표를 의미한다. 이들 각각의 정의는 아래와 같다.

Pure Yaw divice　　Pure Pitch mode

$$\begin{aligned} x_s &= -\cos\alpha\cos\beta & x_s &= -\cos\alpha\cos\beta \\ y_s &= -\sin\alpha\cos\beta & y_s &= -\sin\alpha \\ z_s &= -\sin\beta & z_s &= -\cos\alpha\sin\beta \end{aligned} \quad (2\text{-}61)$$

$$\begin{array}{cccc} p & A_p & B_p & C_p \\ 1 & -1.0 & 0 & 0 \\ 2 & -\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}} & 0 & -\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}} \\ 3 & -\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}} & 0 & +\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}} \\ 4 & -\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}} & -\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}} & 0 \\ 5 & -\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}} & +\cos\frac{\pi}{\sqrt{2}} & 0 \end{array} \quad (2\text{-}62)$$

이로부터 얻어지는 이론적인 C_{pitch}/C_{yaw} 는 그림 (34)와 같다. 여기서 얻어진 보정곡선과 그림 35의 실험에 의해 얻어진 보정곡선의 비교를 통해 두가지 중요한 인자인 점성효과와 구형 헤드를 지지하는 원기둥형태의 지지대 효과가 실제 실험에는 포함되어 있다.

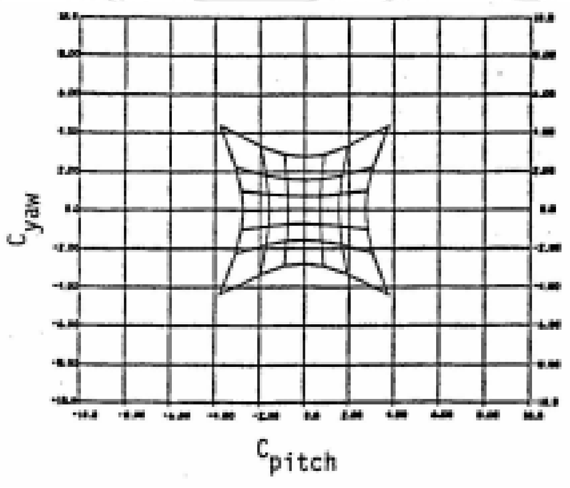


그림 34. 이론적으로 계산된 C_{pitch}/C_{yaw} grid

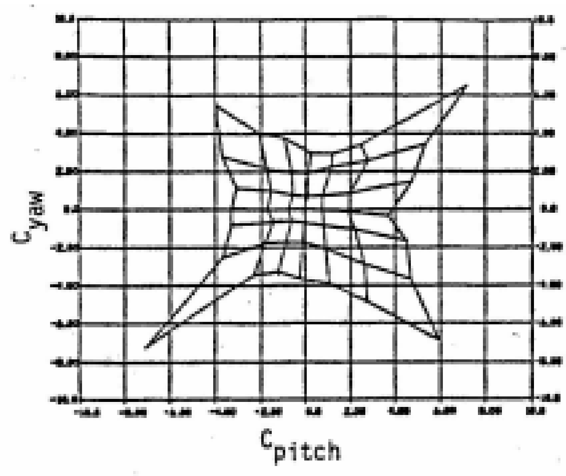


그림 35 .실험적으로 얻어진 C_{pitch}/C_{yaw} grid

이들 실험과 이론의 비교를 통해 보정인자를 아래처럼 찾을 수 있다.

1) Alignment adjustment angles

$$(E_a)_{pitch} = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\left[(C_{pitch})_{empir,i} - (C_{pitch})_{theo,i} \right]}{N} \right] \quad (2-63)$$

$$(E_a)_{yaw} = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\left[(C_{yaw})_{empir,i} - (C_{yaw})_{theo,i} \right]}{N} \right] \quad (2-64)$$

2) Effective Probe hole location adjustment angles

$$E_d = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\left[(C_{velocity})_{empir,i} - (C_{velocity})_{theo,i} \right]}{N} \right] \quad (2-65)$$

3) Flow angle exponential

$$(E_e)_{pitch} = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\left[\left| (C_{pitch})_{empir,i} \right| - \left| (C_{pitch})_{theo,i} \right| \right]}{N} \right] \quad (2-66)$$

$$(E_e)_{yaw} = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\left[\left| (C_{yaw})_{empir,i} \right| - \left| (C_{yaw})_{theo,i} \right| \right]}{N} \right] \quad (2-67)$$

4) Linear flow angle multiplier

$$(E_m)_{pitch} = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\left[\left| (C_{pitch})_{empir,i} \right| - \left| (C_{pitch})_{theo,i} \right| \right]}{N} \right] \qquad (2-68)$$

$$(E_m)_{yaw} = \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\left[\left| (C_{yaw})_{empir,i} \right| - \left| (C_{yaw})_{theo,i} \right| \right]}{N} \right] \qquad (2-69)$$

3)과 달리 $-20 \le \alpha, \beta \le 20$ 의 범위에서만 합을 취한다.

식(2-63)에서 (2-69)의 식들은 모두 양과 음의 값을 가진다. 위의 보정인자들 중 1), 3)과 4)는 유입되는 유동에 의해 이루어지는 각도, α, β,에 의해 이론식에 포함된다. 보정인자 2)는 그림 36처럼 경계층 생성에 의한 압력분포의 변화를 보정해준다.

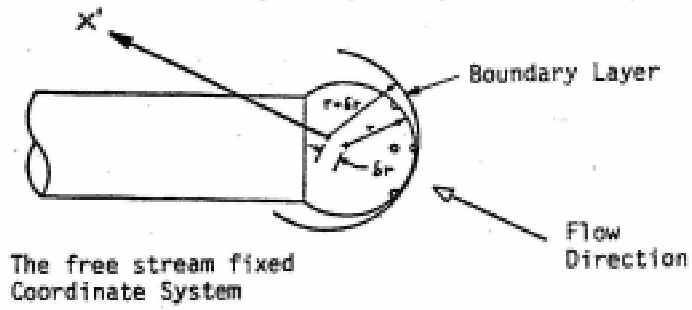


그림 36. 경계층에 의한 압력홀 위치의 교정을 위한 모델링

유동각 계승(Flow angle exponential)과 선형인지(Linear Multiplier)를 이용하여 보정된 α, β 각을 아래처럼 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \alpha_T &= M_a(\alpha)^{E_a} \quad \text{if } \alpha > 0 \\ &= -M_a(\alpha)^{E_a} \quad \text{if } \alpha < 0 \\ &= 0 \qquad\qquad \text{if } \alpha = 0 \end{aligned} \qquad (2-70)$$

$$\begin{aligned} \beta_T &= M_b(\beta)^{E_b} \quad \text{if } \beta > 0 \\ &= -M_b(\beta)^{E_b} \quad \text{if } \beta < 0 \\ &= 0 \qquad\qquad \text{if } \beta = 0 \end{aligned} \qquad (2-71)$$

여기서 각 인자들의 정의는 아래와 같다.

$M_a =$ α multiplier
$M_b =$ β multiplier
$E_a =$ α exponential
$E_b =$ β exponetntial
$\alpha_T =$ tuned pitch angle, α
$\beta_T =$ tuned yaw angle, β

이들 각도 정렬과 프로브 압력 홀 위치를 보정하기 위하여, 정체점(Stagnation point)과 압력홀의 위치들이 아래와 같이 조정된다.

-Pure yaw device

$$\begin{aligned} x_s &= -(1+\delta)\cos(\alpha_T - \alpha_A)\cos(\beta_T - \beta_A) \\ y_s &= -(1+\delta)\sin(\alpha_T - \alpha_A)\cos(\beta_T - \beta_A) \\ z_s &= -(1+\delta)\sin(\beta_T - \beta_A) \\ \\ x_p &= A_p - \delta\cos(\alpha_T - \alpha_A)\cos(\beta_T - \beta_A) \\ y_p &= B_p - \delta\sin(\alpha_T - \alpha_A)\cos(\beta_T - \beta_A) \\ z_p &= C_p - \delta\sin(\beta_T - \beta_A) \end{aligned} \qquad (2-72)$$

-Pure pitch device

$$\begin{aligned} x_s &= -(1+\delta)\cos(\alpha_T - \alpha_A)\cos(\beta_T - \beta_A) \\ y_s &= -(1+\delta)\sin(\alpha_T - \alpha_A) \\ z_s &= -(1+\delta)\sin(\beta_T - \beta_A)\cos(\alpha_T - \alpha_A) \\ \\ x_p &= A_p - \delta\cos(\alpha_T - \alpha_A)\cos(\beta_T - \beta_A) \\ y_p &= B_p - \delta\sin \\ z_p &= C_p - \delta\sin(\beta_T - \beta_A)\cos(\alpha_T - \alpha_A) \end{aligned} \qquad (2-73)$$

여기서,

$\delta = (r_{bl}/r) - 1$
$r_{bl} =$ radius of body plus boundary layer
$r =$ radius of body
$\alpha_A =$ pitch alignment angle
$\beta_A =$ yaw alignment angle

이들 보정인자들이 포함된 최종적인 프로브 압력홀 위치에 대한 변환은 식 (2-74)와 같이 표현된다.

$$X' = -\frac{(x_p x_s + y_p y_s + z_p z_s)}{(x_p{}^2 + y_p{}^2 + z_p{}^2)^{1/2}(1+\delta)} \tag{2-74}$$

이들 보정인자들의 값을 변화시켜가면서 얻어진 검정곡선들의 변화는 그림 37에 제시되어 있다.

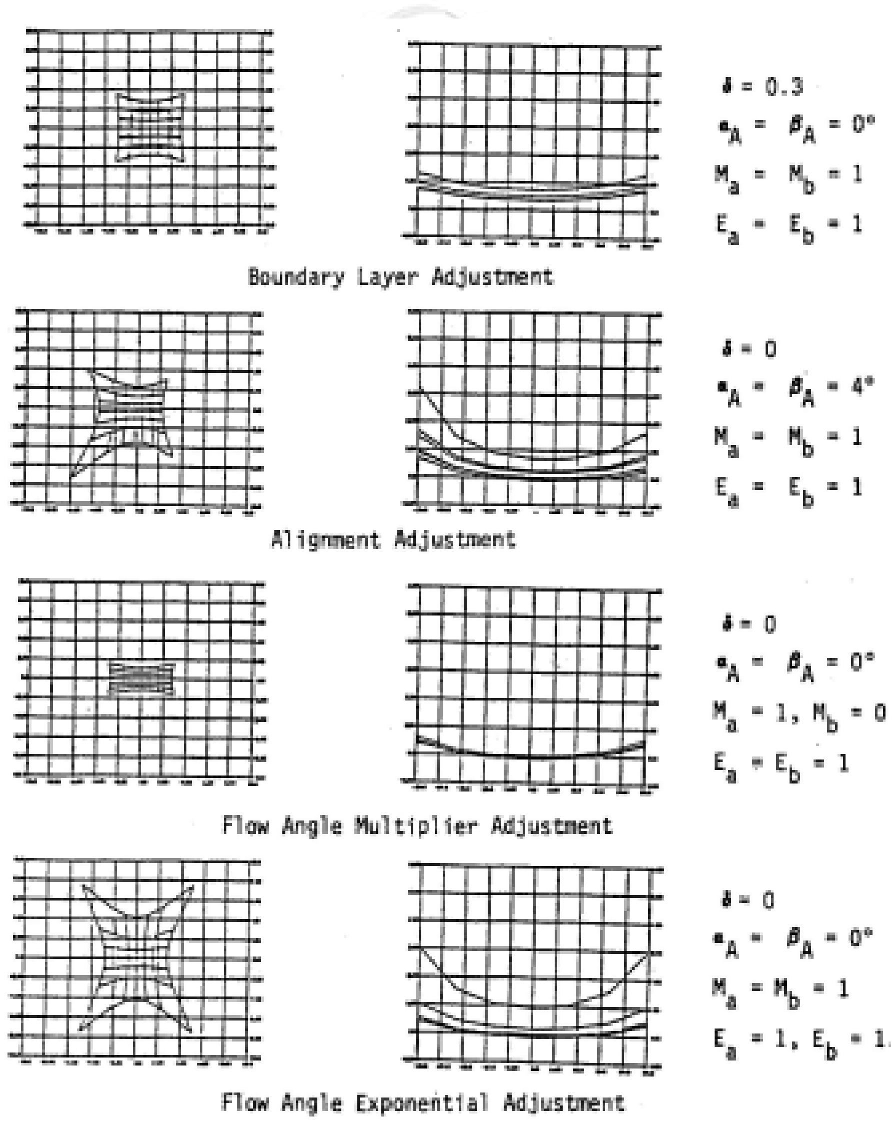


그림 37. Tuning parameter에 따른 교정곡선의 변형

이들 보정인자를 사용한 최종 검정곡선을 얻어내는 알고리즘은 아래와 같다.

1) 측정 자료로부터 $(C_{pitch})_e$ 와 $(C_{yaw})_e$ 계산

2) $\alpha_L = a_L, \beta_L = b_L$ 로 하한을 설정

3) $\alpha_U = a_U, \beta_U = b_U$ 로 상한을 설정

4) i=1로 설정

5) $\alpha_i = 0.5(\alpha_L + \alpha_U),\ \beta_i = 0.5(\beta_L + \beta_U)$ 로 설정

6) $(C_{pitch})_{t,i}$, $(C_{yaw})_{t,i}$, $(C_{velocity})_{t,i}$ 를 식 (2-74)를 이용하여 계산

7) 이론과 실험값의 차이가 설정된 에러범위 t_1, t_2 내에 있으면 계산끝, 아니면 계속 진행

8) if $abs[(C_{yaw})_{t,i} - (C_{yaw})_e] < t_2$, 16번째로 이동

9) if $(C_{yaw})_{t,i} > (C_{yaw})_e$, 13번째로 이동

10) $\beta_L = \beta_i$

11) if $abs[(C_{yaw})_{t,i-1} - (C_{yaw})_{t,i}] < t_2$, then $\beta_U = \beta_U + 5.0^{o}$

12) 15번째로 이동

13) $\beta_U = \beta_i$

14) if $abs[(C_{yaw})_{t,i-1} - (C_{yaw})_{t,i}] < t_2$, then $\beta_L = \beta_L - 5.0^{o}$

15) if $abs[(C_{pitch})_{t,i} - (C_{pitch})_e] < t_1$, 22번째로 이동

16) if $(C_{pitch})_{t,i} > (C_{pitch})_e$, 20번째로 이동

17) $\alpha_L = \alpha_i$

18) if $abs[(C_{pitch})_{t,i-1} - (C_{pitch})_{t,i}] < t_1$, then $\alpha_U = \alpha_U + 5.0^{o}$

19) 22번째로 이동

20) $\alpha_U = \alpha_i$

21) if $abs[(C_{yaw})_{t,i-1} - (C_{yaw})_{t,i}] < t_1$, then $\alpha_L = \alpha_L - 5.0^{o}$

22) i=i+1로 설정, 5번째로 이동

3.3.5. Polynomial 가정 함수방법

Matsunaga[1980]가 제시한 방법으로써 이변수 내삽법을 사용하지 않고도 회복계수들의 값을 계산할 수 있는 방법이다.
아래그림과 같은 5공 피토관에서 5개의 구멍으로 측정된 각 압력을 P_i, 측정점에서의 정압을 P_s 라고 할 때 압력회복계수(Pressure recovery factor) C_{pi} 는 다음과 같이 정의된다.

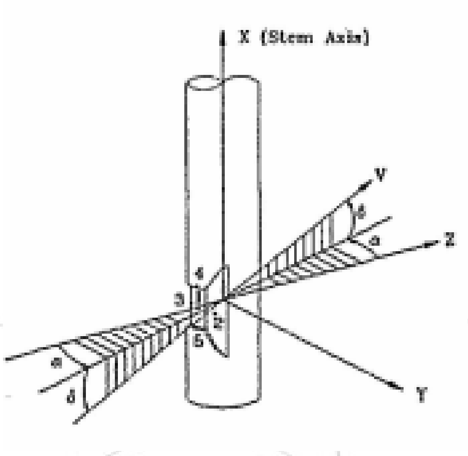


그림 38. 5공 피토관의 좌표계와 압력홀 배치

$$C_{pi} = \frac{P_i - P_s}{\rho V^2 / 2} \qquad (2\text{-}78)$$

각각의 피치각과 요각에 대하여 구한 5개 구멍의 압력값을 이용하여 C_{pi} 를 계산하여 검정곡선을 구한다. 피토관 직경에 대하여 레이놀즈수가 4,000~1.5×10^5 이면 압력회복계수 C_{pi} 는 요각 α 와 피치각 δ 만의 함수로 표시 가능하다.

$$C_{pi} = f_i(\alpha, \delta) \qquad (2\text{-}79)$$

주유동이라고 가정되는 방향[24]으로의 압력회복계수 차이의 비를 다음의 압력회복 계수비로 정의한다.

[24] 일반적으로 1번 구멍의 압력이 가장 크게 나타날 때는 1번 구멍의 방향이 주유동 방향이라고 생각될 수 있다.

$$X = \frac{(C_{p2} - C_{p3})}{\Delta C_{px}}$$
$$Y = \frac{(C_{p4} - C_{p5})}{\Delta C_{py}} \qquad (2-80)$$

여기서

$$\Delta C_{px} = \begin{cases} C_{p1} - C_{p3} & (C_{p2} \ge C_{p3}) \\ C_{p1} - C_{p2} & (C_{p2} \le C_{p3}) \end{cases} \qquad (2-80a)$$

$$\Delta C_{py} = \begin{cases} C_{p1} - C_{p5} & (C_{p4} \ge C_{p5}) \\ C_{p1} - C_{p4} & (C_{p4} \le C_{p5}) \end{cases} \qquad (2-80b)$$

식(2-79)의 α, δ 는 압력회복계수비들과 다음과 같은 함수관계를 갖는다.

$$\alpha = f_\alpha(X, Y)$$
$$\delta = f_\delta(X, Y) \qquad (2-81)$$

식(2-79)와 식(2-81)의 관계를 구하기 위해 다음과 같이 X, Y 는 변수분리가 가능하다고 가정하면 아래처럼 정리된다.

$$\alpha = F_\alpha(X) G_\alpha(Y)$$
$$\delta = F_\delta(X) G_\delta(Y) \qquad (2-82)$$

이러한 관계로부터 C_{pi} 는 다음과 같이 제시될 수 있다.

$$C_{pi} = F_i(\alpha) G_i(\delta) \qquad (2-83)$$

여기서 함수 $F_\alpha, G_\alpha, F_\delta, G_\delta F_i, G_i$ 는 모두 5차 다항식으로 가정한다.

$$C_{pi} = (a_1 + a_2\alpha + a_3\alpha^2 + a_4\alpha^3 + a_5\alpha^4 + a_6\alpha^5)$$
$$\times (b_1 + b_2\delta + b_3\delta^2 + b_4\delta^3 + b_5\delta^4 + b_6\delta^5) \qquad (2-84)$$

윗 다항식의 모든 계수는 검정용 유동장에서 피치각과 요각를 기준으로 하여 최소자승법을

이용하여 결정한다. 계수가 검정실험에서 결정되면 임의 유동장에서의 속도 V 와 P_s 는 측정 압력과 검정곡선을 사용해서 다음 식에 의해 결정된다.

$$V = \sqrt{\frac{2[P_1 - \min(P_2, P_3)]}{\rho[C_{p1} - \min(C_{p2}, C_{p3})]}} \tag{2-85}$$

$$P_s = P_1 - C_{p1}\frac{\rho V^2}{2} \tag{2-86}$$

속도 성분이 계산되면 식(2-24)관계로부터 좌표축방향의 각 속도 성분이 계산된다.
이 방법에 의해 얻어지는 검정곡선은 그림 39에서 보여주고 있다.

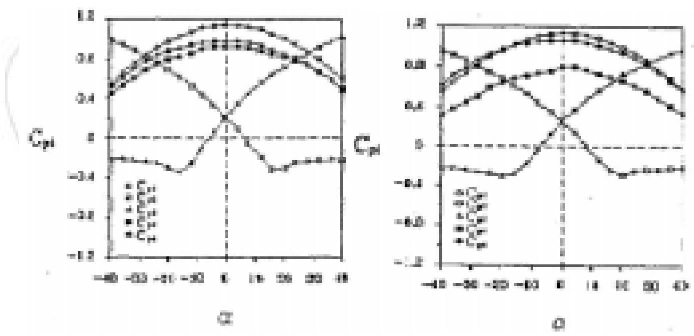


그림 39. 압력 회복인자의 검정곡선의 특성

3.4. 최근 연구동향

CFD의 발달과 함께 포텐샬 유동의 해석 결과를 토대로, 점성 및 난류의 영향에 대한 보정 인자를 CFD의 결과로부터 유추하고 있다[Guzman, 1994]. 계산결과에서 특정한 각도에서 특정한 속도로 유입되는 유동에 대해 프로브의 헤드 근방에서 유동박리(Flow separation)가 발생하는 것을 확인하였다. Dominy[1993]는 이를 실험적으로 입증하였다. Scale-up한 실험 장치를 이용하여 계측기 헤드에 oil mark 방법을 이용하여 한계유선(Limit stream line)을 관찰하였다. 그림 40에 한계유선로 나타난 유동박리 현상을 볼 수 있다.

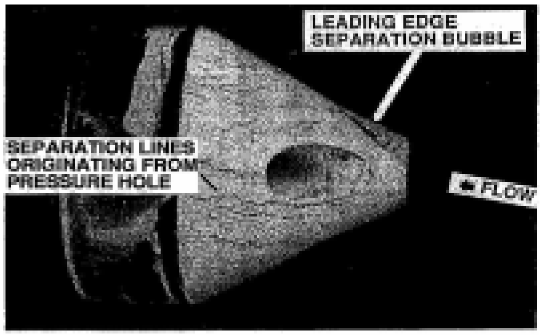


그림 40. 압력 홀 주위의 separation line과 bubble

5공 또는 7공 피토관에서 사용한는 검정곡선 또는 평면을 이용하는 방법은 윗 절에서 언급한 것처럼 다항식이나 근사(Approximation)방법을 사용한다. 이들은 보통 2개의 변수 피치각과 요각을 독립변수로 사용하며 보통 5차 다항식 또는 2변수 보간법(Bivariate interpolation)을 사용한다[Akima, 1978]. 3차 이상의 다항식을 사용하여 근사하는 경우 10개의 미정계수를 결정하여야 하며 최소한 10개 이상의 실험결과가 있어야 한다. 일반적으로 실험에서 얻어지는 결과들은 충분한 수(즉 10개이상)의 데이터가 확보되기 때문에 이들 정보들을 효과적으로 활용하지 못하는 문제가 발생하게 된다. 따라서 이들 데이터들을 모두 버리지 않고 검정곡선에 활용하기 위하여 신경망이론과 퍼지이론을 적용하는 연구가 최근 진행되고 있다[Rediniotis, 1998].

4. 5공 피토관의 오차 및 불확실도

4.1. 피토관 오차

피토관은 정압과 동압을 조합하여 속도를 구하는 기구이다. 정압과 동압은 측정부위의 형상과 측정각도에 따라 오차가 발생한다. 특히 정압의 경우는 벽면의 탭(Wall taps)의 형상에 따라 정압의 측정오차가 결정된다. 이들 각 인자들이 피토관에 미치는 전반적인 영향들을 아래에 제시하였다.

4.1.1. 정압의 계측

a) 벽면 탭 혹은 압력홀 형상

벽면에서의 정압 계측은 이상(Ideal case)적인 형태는 유동방향에 수직인 미소 면적을 가진 각진 형태의 홀에서의 측정이다. 이것을 제작하는 것은 매우 간단한 것처럼 보인다. 유동방향에 수직인 벽면에 매우 작게 드릴링을 가하면 된다. 그러나 실제 현상은 그렇지 못하다. 정압의 벽면탭의 크기는 압력 변화에 따른 응답속도와 반비례 관계에 있기 때문에 작을수록 느려지게 된다. 이들 정압홀의 제작은 그림 41과 같이 가공할 것을 권고하고 있다. 압력홀과

압력변화의 민감도는 그림 42와 같이 나타난다.

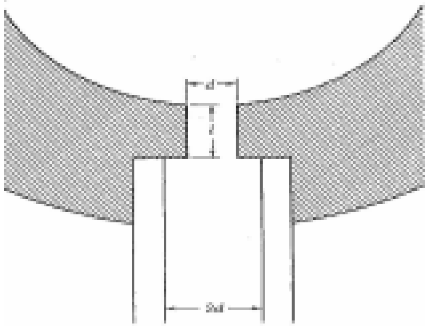


그림 41. 정압홀 제작을 위한 형상

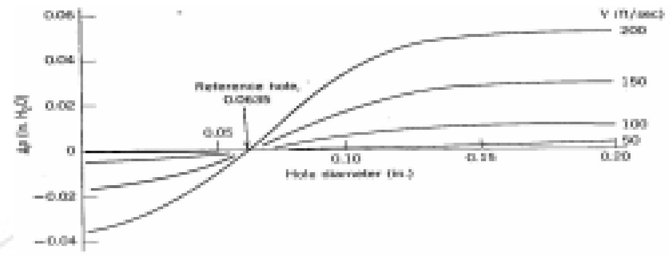


그림 42. 전형적인 압력홀 크기의 결정

일정 크기 이상의 벽면탭 직경의 증가는 오차를 증가키신다. 따라서 민감도와 오차가 최적화 되어지는 점을 산정해야 한다. 벽면탭의 모양은 유체의 점성과 관련하여 중요한 고려상황이다. 벽면가까이에서는 점성영향을 무시할 수 없기 때문에 점성에 의하여 유적선(Stream line)이 왜곡된다. 압력홀 또는 벽면 탭 앞쪽 모서리에서는 이들 점성에 의해 유동박리가 발생하고 뒤쪽에서는 유동박리에 의한 압력구배의 변화로 유동의 흡입(Suction)이 발생하게 된다. 이들 영향에 의해 발생하는 오차를 그림 43과 같이 Rayle이 정리하였다.

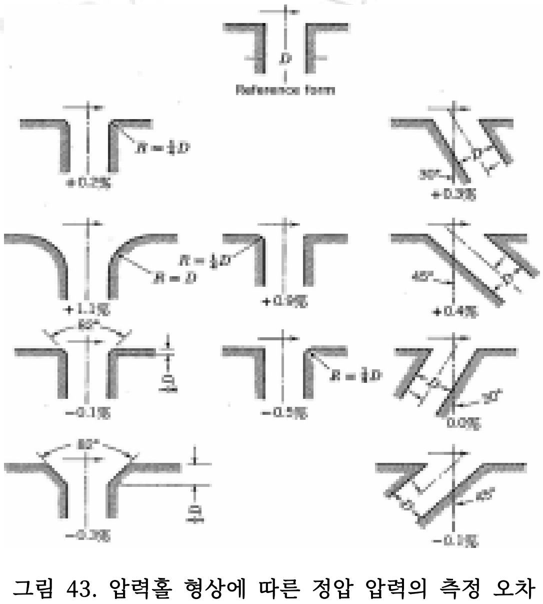


그림 43. 압력홀 형상에 따른 정압 압력의 측정 오차

정압의 오차, Δp ,는 마찰 레이놀즈수와 $\Delta p / \tau_0$ 의 관계로 규정되며 그림 44와 같이 나타난다.

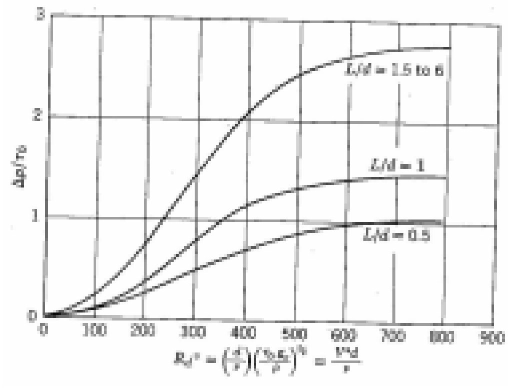


그림 44. 비압축성 난류유동에 대한 벽면탭 오차

피토관에 가공된 압력홀 또는 정압튜브(Static tube)를 사용하여 정압을 계측시는 계측기에 의한 nose effect와 stem effect를 추가적으로 고려하여야 한다. 노즈(Nose)를 거쳐 흐르는 유동은 가속되어 실제 계측되는 정압의 크기를 감소시키는 반면 stem은 정체효과(Stagnation effect)에 의해 압력홀에서의 압력을 증가시킨다. 이들 관계들은 그림 45에 나타나 있다.

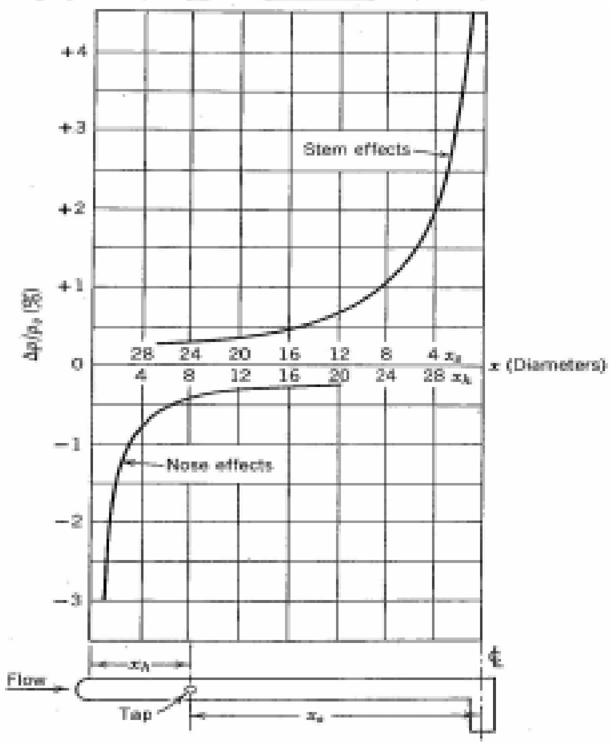


그림 45. Nose와 stem에 의한 정압 오차

b) 벽 프로브 유동교란(Probe blockage)

프로브를 계측할 부위에 삽입하는 순간 실제 유동과는 다른 유동장이 발생하게 된다. 이러한 교란은 특히 프로브 근방에서 더 심하게 왜곡될 것이다. 교란된 속도변화, δV ,로 정의하여 프로브 유동교란에 의한 오차를 식 (2-87)과 같이 정의할 수 있다.

$$\varepsilon = \frac{\delta V}{V} \tag{2-87}$$

비압축성 파이프 유동 조건에서 Wyler에 의해 다음과 같이 관계지을 수 있다.

$$\varepsilon = \frac{C_D}{2}\frac{(S/C)}{(1-M^2)} \tag{2-88}$$

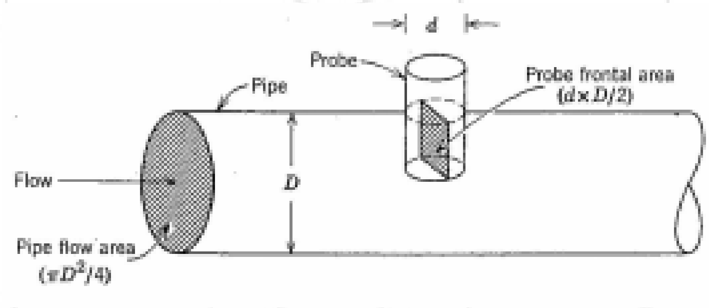


그림 46. 파이프에서의 유동교란

여기서 항력계수는 그림 46에서 보여지는 변수들을 이용하여 아래 식과 같이 근사할 수 있다.

$$C_D = 1.15 + 0.75(M - 0.2) \tag{2-89}$$

형상계수(S/C)는 파이프의 유동면적에 대한 프로브의 전방면적(Frontal area)의 비로 정의도면 식 (2-90)과 같이 표현된다.

$$\frac{S}{C} = d\left(\frac{D}{2}\right)\Big/\frac{\pi D^2}{4} = \frac{2d}{\pi D} \tag{2-90}$$

이들 관계들로부터 최종 압력오차는 (2-91)과 같이 표현되며 물과 공기에 대하여 각각 약 3.2%, 5.8%의 오차를 가진다.

$$\frac{\delta p}{p_v} = -2\varepsilon = \frac{-2}{(1-M^2)}\left\{\frac{1.15+0.75(M-0.2)}{2}\right\}\left(\frac{2d}{\pi D}\right) \tag{2-91}$$

c) **압력홀 변위**(Diplacement)

외부 유동의 변화나 프로브의 위치가 변하지 않더라도 압력홀 주위의 급격한 압력구배의 변화로 인해 정압측정에 오차를 발생시킨다. 이 오차는 압력구배의 강도와 비례하며 아래와 같은 각도 보정식을 사용하여 구형이나 원추형에 대한 정압을 교정할 수 있다.

$$\theta_{correction} = 0.35\left(\frac{360}{\pi}\right)\left(\frac{d}{D}\right) \tag{2-92}$$

여기서 d 는 압력탭의 직경이고 D 는 프로브의 직경이다. 이들 오차에 대한 교정은 그림 47에 제시되었다.

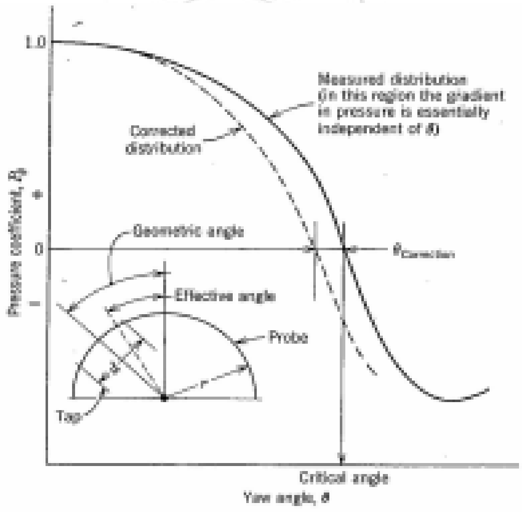


그림 47. 압력탭 변위

4.1.2.총압의 계측

총압은 유동이 정체됨으로써 얻어지는 압력으로 레이놀즈 수에 의한 효과, 난류 효과, 형상에 대한 영향, 유선 변위 영향등에 의해 실제 계측값은 불확실도를 갖게 된다.

a) **형상에 대한 영향**(Geometry effect)

총압을 측정하는 부위는 attack angle과의 차이에 따라 오차가 발생한다. 5공 피토관에서는

4개의 각도 부위에서 이러한 오차를 각도를 계측하기 위한 자료로 활용한다. 그러나 최초 검정곡선을 생성하기 위해서는 역시 총압에 대한 오차를 분별하여야만 정확한 검정곡선을 얻을 수 있다. 이들 attack angle과 피토관 형상에 따른 오차는 그림 48에 제시되어 있다.

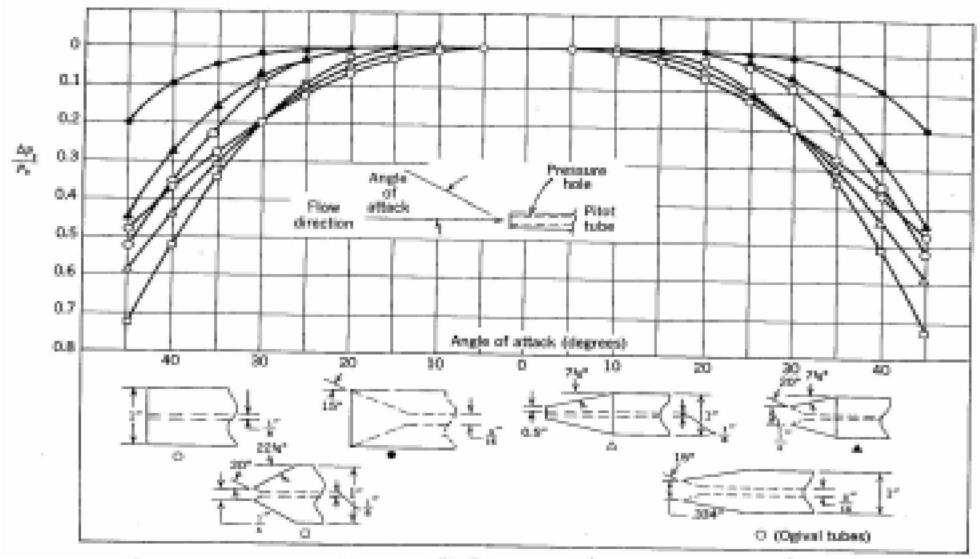


그림 48. 여러가지 형상과 attack angle에 따른 오차

b) 점성 영향

피토 계수를 식 (2-93)과 같이 정의할 수 있다. 여기서 P_{tI} 는 계측된 총압이다.

$$C_P = \frac{P_{tI} - p}{p_v} \tag{2-93}$$

이 값은 저 레이노즐 수에서 점성의 영향이 증가함에 따라 유속에 따라 급격한 변화를 하는 함수가 된다. 레이놀즈 수와 피토계수간의 관계는 그림 49에 제시되어 있다.

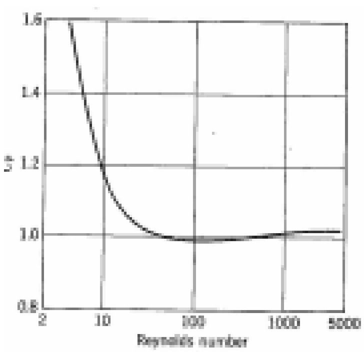


그림 49. 피토관에서의 점성효과

c) 유선 변위(Streamline displacement)

피토관의 계측 상류부위에 급격한 속도 혹은 압력구배가 존재할 경우, 측정되는 총압은 실제 압력보다 더 큰 값이 계측된다. 그림 50에서 보여지는 것처럼 구배에 의하여 실제 계측되어야 할 중심선이 변위되었기 때문이다. 이러한 유선 변위에 의한 오차는 프로브가 존재함으로 인해 그 주위에 이차류(Secondary flow)가 발생하고 그 주변에 흔적류(Wake)와 와류(Vortex)가 발생하여 실제 유선이 왜곡된 것으로 설명된다[Livesey, 1956].

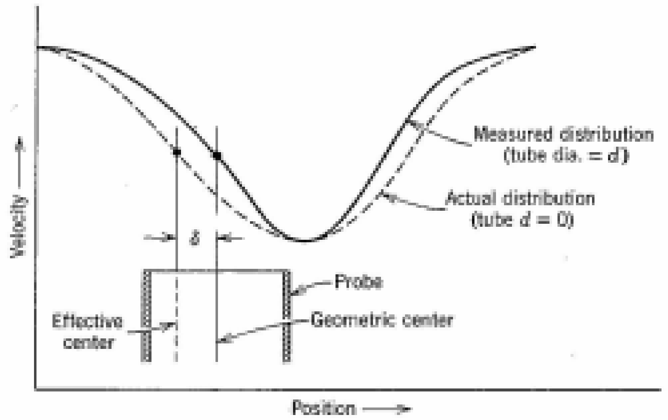


그림 50. 압력 혹은 속도 구배에 의해 발생하는 유선 변위

변위 전과 후의 속도분포는 아래의 함수관계가 있다.

$$\frac{\delta}{D} = f(K) \quad (2\text{-}94)$$

, 여기서 D는 프로브 외경, δ 그림 50에서 나타난 변위, $K = \text{shear parameter} = \frac{D(\Delta V / \Delta y)}{2V}$ 를 나타낸다. 이들 관계식들은 실험적으로 얻어지며 Sami[1967]는 아래와 같은 경험식을 제시하였다.

$$\begin{aligned} &\frac{\delta}{D} = 1.025K - 4.05K^2,\ K < 0.3 \\ &\frac{\delta}{D} = 0.195,\ K > 0.3 \end{aligned} \quad (2\text{-}95)$$

4.1.3. 요각, 피치각 계측

5공 피토관의 각도를 계측하기 위한 피치와 요각에 대한 압력 상관계수들이 레이놀즈수와

난류에 영향을 받는다. 그럼에도 불구하고 일반적인 계측에서는 이들 영향을 무시하고 대표적인 하나의 유속에 대한 값으로 검정곡선을 생성하여 사용하고 있다.

a) 레이놀즈 수의 영향

레이놀즈 수의 영향은 아래 그림을 통해 보여질 수 있다. 요각과 피치각에서 레이놀즈 수가 바뀌어 짐에 따라 요각 홀 주변에서의 민감도가 제시되어 있다. 요각의 음의 부호방향에서 실제 계측된 압력은 해당하는 레이놀즈수의 영역보다 아래에 있게 된다. 이것은 홀 주변에서의 유동박리에 의한 것이다(그림 40참조). 레이놀즈수에 따른 요각 및 피치각의 오차는 레이놀즈수에 따른 검정곡선을 작성함으로써 해결할 수 있다. 그러나 이들 오차는 각도영역에서 최대 5도 이내에 있다. 따라서 레이놀즈수가 새로운 변수로 들어가는 3차원 검정을 수행할 것인지, 5도 이내의 오차를 감수할 것인지는 실험자의 선택에 달려 있다.

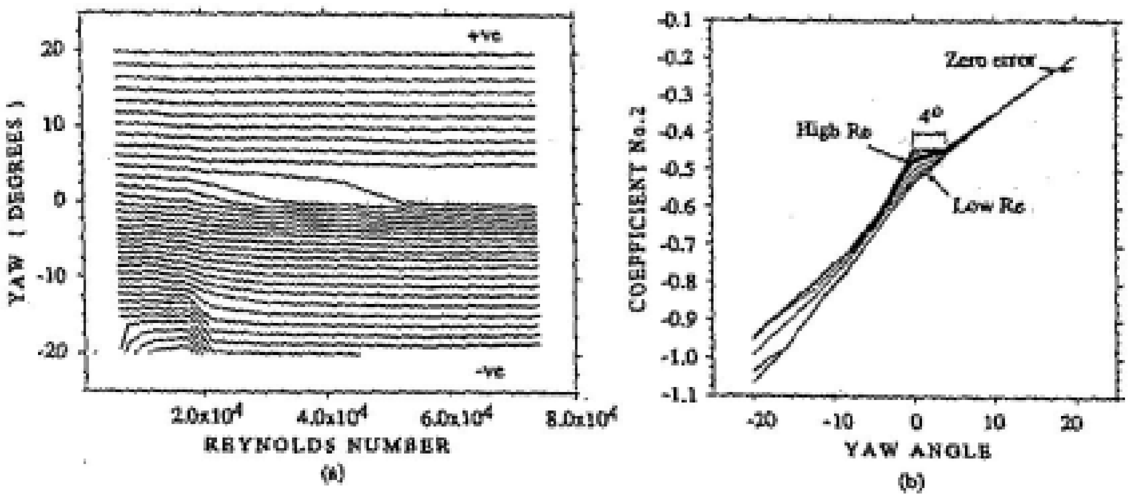


그림 51. 레이놀즈수에 따른 요각의 민감도와 요각 의존성

b) 난류의 영향

난류의 영향은 정압과 동압의 측정에 살펴보았듯이 평균 총압의 값을 증가시킨다. 일반적으로 피토관에서 측정되는 정압은 난류의 요동성분에 의하여 아래 식만큼 정압을 증가시키는 것으로 알려져 있다.

$$\text{Static pressure increment} = 1/4\rho_0 u'^2 \qquad (2\text{-}96)$$

난류에 의해 발생된 정압과 총압의 오차는 두 압력의 차이로써 결정되는 속도성분의 결정에

서는 두 오차가 서로 상쇄되어 거의 무시할 만한 수준이 된다.

c) 벽면 근접 영향

벽면 가까이에서의 속도성분을 측정하여야 할 경우, 경계층 근방의 점성의 영향이외에도 프로브와 벽면간의 상호작용에 의해 유선을 왜곡시킬 수 있다. 경험적으로 이러한 오차는 벽면에서 수직 방향으로 프로브 직경의 2배 이내의 거리에 있을 때 무시할 수 없는 것으로 알려져 있다. 일반적으로 직경의 4배 이상의 거리에서는 이 영향을 무시할 수 있다.

4.1.4. 응답속도

난류 측정 및 비정상상태에서의 압력을 측정시에는 압력계와 피토관의 시정수(Time constant)를 고려하여야 한다. Xie[1997]는 fludized bed내에서의 유동을 Poiseuille 분포를 가진다는 가정하에서 아래와 같은 수식을 유도하였다.

$$\tau = \frac{4K\mu L V_d}{\pi P d^4} \tag{2-97}$$

,여기서 τ 는 시스템의 응답속도(s), μ 는 점도(Pa s), K 는 Poiseuille 속도분포의 상수, L 는 압력계측기에서 센서까지의 길이(m), d 는 압력 센서의 내경(m), V_d 는 프로브의 끝면에서 센서까지의 체적(m^3), P 는 압력(Pa) 이다.

식 (2-97)과 같은 수식을 이용하여 간단하게 응답속도를 평가할 수 있으며 이를 이용하여 원하는 응답속도를 얻기 위하여 필요한 계측기의 직경과 계측기와 transducer와의 거리를 산정할 수 있다. 이 수식에서 transducer의 응답속도는 계측을 위한 만큼 빠르다고 가정하였다.

4.2. 불확실도 평가

Kline[1985]이 제안한 측정된 물리량의 불확실도를 평가하는 방법을 적용하여 5공 피토홀에대한 불확실도를 정량화하였다[Reichert, 1994]. 유동방향에 대한 불확실도는 측정된 5개의 압력값과 검정곡선을 산출하기 위해 사용된 유동각도와 계산된 압력계수에 의해 결정된다. 그림 52는 유동방향을 산출하기 위해 측정된 값들의 불확실도의 확산모형을 보여주고 있다. 그림에서 진한선은 실험치에 관한 전파이고 옅은 색은 검정 데이터(Calibration data)의 전파이다. Dl 유동방향의 불확실도는 아래식의 반복된 적용으로부터 얻어진다.

$$\left(\delta R\right)^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial x_1}\delta x_1\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_n}\delta x_n\right)^2 \qquad (2\text{-}98)$$

여기서 δR 은 n개의 측정변수로부터 얻어지는 불확실도의 결과이고, $\delta x_1, \delta x_2 \cdots, \delta x_n$ 들은 n개의 측정변수이다.

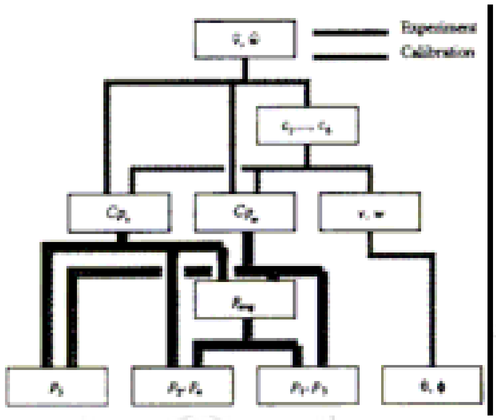


그림 52. 유동방향의 불확실도의 전파 모형

이들로부터 두속도 방향에 대한 불확실도는 아래식과 같이 된다.

$$\left(\delta v\right)^2 + \left(\delta w\right)^2 = f_{P_{\exp}}^2\left(\frac{\delta p_{\exp}}{p_0 - p}\right)^2 + f_{P_{cal}}^2\left(\frac{\delta p_{cal}}{p_0 - p}\right)^2 + f_\varphi^2\left(\delta\varphi\right)^2 \qquad (2\text{-}99)$$

윗식에서 사용된 영향함수(Influence function), $f_{p_{\exp}}, f_{p_{cal}}, f_\varphi$ 들은 계측기에 따라 그림 53과 같은 특성을 가지는 평면을 나타낸다.

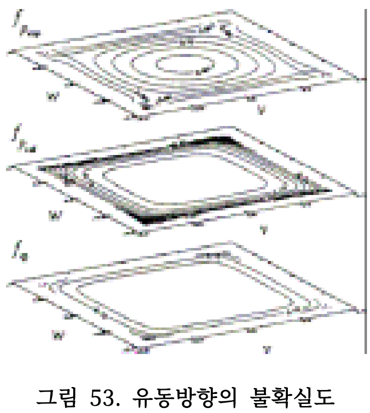


그림 53. 유동방향의 불확실도

유사한 방식으로 정압과 총압에 대하여 불확실도의 전파와 수식들은 아래와 같다.

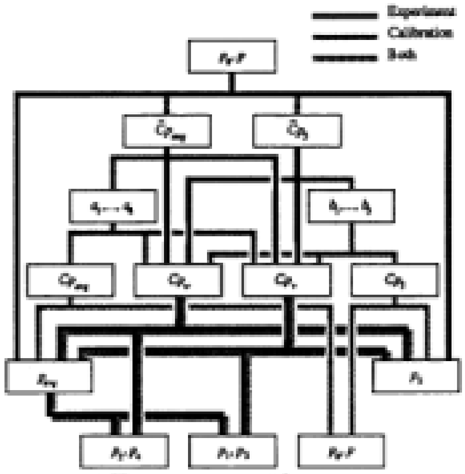


그림 54. 정압과 총압에 대한 불확실도의 전파

$$\left(\frac{\delta p_0}{p_0 - p}\right)^2 = g_{\exp}^2 \left(\frac{\delta p_{\exp}}{p_0 - p}\right)^2 + g_{cal}^2 \left(\frac{\delta p_{cal}}{p_0 - p}\right)^2 \tag{2-100}$$

, 여기서 총압에 대한 $g_{p_{cal}}, g_{p_{\exp}}$ 의 불확실도는 그림 55와 같이 나타난다.

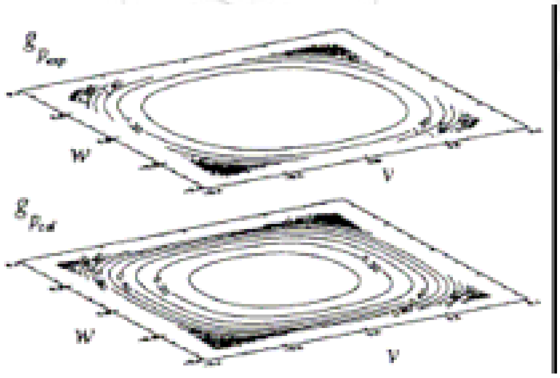


그림 55. 총압에 대한 불확실도

정압에 대하여는 동일한 방식으로 식 (2-101)처럼 표현된다.

$$\left(\frac{\delta p_0}{p_0 - p}\right)^2 = h_{\exp}^2 \left(\frac{\delta p_{\exp}}{p_0 - p}\right)^2 + h_{cal}^2 \left(\frac{\delta p_{cal}}{p_0 - p}\right)^2 \tag{2-101}$$

정압에 대한 불확실도는 그림 56과 같다. 이들 영향함수들의 오차는 $O\left(1/\sqrt{n}\right)$으로 나타난다.

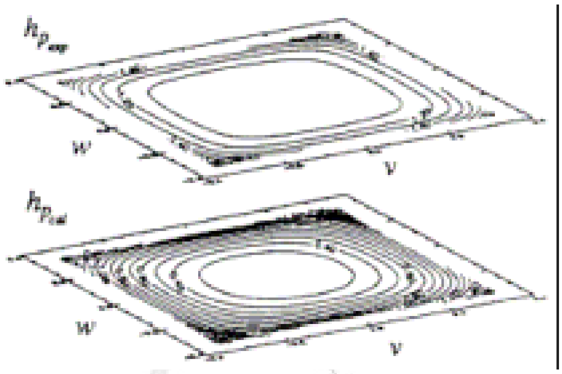


그림 56. 정압에 대한 불확실도

5. 5공 피토관의 응용

5공 피토관의 응용은 1950년대 이후에 광범위하게 적용되고 있다. 항공과 조선과를 중심으로 개발되고 응용되어온 피토관은 저렴한 가격에 비해 열선유속계나 LDV에서 계측되는 정도의 정확성을 확보하면서 3차원 속도성분을 얻을 수 있다. 무엇보다도 피토관이 가지는 강점인 계측기의 건전성, 유동의 온동에 대한 의존성이 거의 없으며 무엇보다도 한번 검정한 곡선을 계속 사용할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 특히 최근 tranducer와 hydrophone의 기술력 향상과 함께 난류 성분도 측정가능하게 되었다.

가장 유용하게 적용되는 분야는 유체기계분야이다. 유체기계내로는 과학적 측정도구 및 HWA를 이용한 속도성분을 측정하기 어렵기 때문에 피토관이 유일한 대안이 되고 있다[김진형, 1997]. 대기과학분야에서는 먼지가 있는 대기의 전파속도등과 같이 이물질 있는 경우의 속도성분 측정은 LDV와 피토관을 이용하여 측정하고 있다. 특히 외부에서의 측정시 피토관은 유일한 대안이다. 이외에도 항공분야의 날개 뒤쪽의 와류 및 흔적류 성분을 분석하거나 버스 뒤쪽의 유동박리나 재부착지점의 계측등에 여전히 유용하게 이용되고 있다.

원자력분야에서는 복잡한 관다발 형상으로 인해 LDV와 같은 광학적 기구의 도입이 어려우며 특히 유체가 고온의 물을 사용할 경우 HWA는 기계적 건전성과 계측의 정확성에 문제가 있다. 따라서 많은 연구자들이 5공 피토관을 이용하여 3차원 유속 성분을 계측하고 있다. 원자력 분야에서의 5공 피토관을 이용한 유속 성분 계측은 거의 1970년대~80년에 이루어진 연구로써 현재의 응답속도가 빠른 계측장비를 이용시 난류 성분 등 평균 유동장 성분 이외의 정보도 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

3장 5공 피토관에 관한 제언

"…an intrinsic variability exists which prevents us from getting exactly the same observation or measurement on repeated trials…"

J. Stuart Hunter (1968)

현재 연구는 5공 피토관을 이용한 원자로 부수로내의 유동장 분포를 측정하기 위한 연구의 일환으로 진행되었다. 5공 피토관 또는 다공홀 피토관은 간단한 베르누이 정리를 응용하여 3차원 유동성분을 측정가능하게 한다. 항공과와 조선과에서 시작된 다공홀 피토관의 연구는 원자력분야에 적용되어 LDV나 HWA를 적용하기 힘든 조밀집합체나 부수로내에서의 유동장 연구에 응용되어 왔다.

5공 피토관의 이런 장점과 유용한 쓰임새에도 불구하고 여러가지 제약으로 현재는 거의 사용되지 않고 있다. 그 중 가장 큰 제약은 1980년대 이전에 개발된 5공 피토관들이 현재 상용화되 사용되고 있다. 이들 프로브는 크기가 크고 응답속도가 느린 단점등을 가지고 있어 최근의 기술들이 반영되지 못하고 있는 실정이다.

한국원자력연구소는 양방향 유량계 개발, 이상유동에서의 기포율을 측정할 수 있는 5 센스 탐침등 우수한 계측기를 개발해온 기술력을 가지고 있다. 5공 피토관은 압력을 이용하여 측정하는 유일한 유속계로서 이상유동에 대한 속도성분을 가장 간편하게 측정할 수 있는 포텐샬을 가진 유속계이다. 본 연구를 시작으로 5공 피토관의 소형화, 이상유동으로의 적용등 5공 피토관의 포텐샬을 십분 활용할 수 있는 연구들을 제언하는 바이다.

부 록

1. 구주위의 포텐샬 유동의 해

반경 'r'인 구가 고정직교좌표계에서 자유류 속도(Free stream velocity) "U"를 가진다고 가정하면, 속도 포텐샬 ϕ는 아래와 같다.

$$\phi = Ux' + \frac{Ur^3 x'}{2(x'^2 + y'^2 + z'^2)^{3/2}} \qquad (4\text{-}1)$$

베르누이 방정식으로부터, 구의 표면에서의 동압 P는 아래와 같이 계산된다.

$$P(x', y', z') = (1/2)\rho(U^2 - (u^2 + v^2 + w^2)) \qquad (4\text{-}2)$$

여기서,

$\rho = \text{fluid density}$

$u = d\phi / dx' = U + U/2[(r^3 - 3x'^2 r)/r^3]$

$v = d\phi / dy' = -(3Ux'y')/(2r^2)$

$w = d\phi / dz' = -(3Ux'z')/(2r^2)$

$r = (x'^2 + y'^2 + z'^2)^{1/2}$

위의 정의들을 이용하여 식(4-2)는 아래와 같이 정리된다.

$$P(x', y', z') = \frac{\rho U^2}{8r^4}[18r'^2 x'^2 - 9x'^4 - 9x'^2 y'^2 - 9x'^2 z'^2 - 5r^4] \qquad (4\text{-}3)$$

$l^2 = y'^2 + z'^2$ 과 $x' = rX'$, $y' = rY'$이라 하고 이식들을 식 (4-3)에 대입하면 식 (4-4)를 얻을 수 있다.

$$P(X', L') = \frac{\rho U^2}{8}[18X'^2 - 9X'^4 - 9X'^2 L'^2 - 5] \qquad (4\text{-}4)$$

구면 좌표계로부터 L과 X'의 관계를 알 수 있다.

$$L = \sin(\cos^{-1}(X')) \qquad (4\text{-}5)$$

식(4-4)와 (4-5)로부터 최종식 (4-6)이 유도된다.

$$P(X') = \frac{\rho U^2}{8}[18X'^2 - 9X'^4 - 9X'^2 \sin^2(\cos^{-1}(X')) - 5] \tag{4-6}$$

참고문헌

Akima, Hiroshi, 1978, “A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting for irregularly distributed data points,” ACM Trans. Math. Software, Vol. 4(2), pp. 148~159.

Becker, H. A. and Brown, A. P. G., 1974, “Response of Pitot Probes in Turbulent streams,” J. Fluid Mech., Vol. 62, pp. 85~114.

Benedcit, R. P., 1977, *Fundamentals of Temperature, Pressure, and Flow Measurements*, John Wiley & Sons, New York.

Bryer, D. W. and Pankhurst, R. C., 1971, “Pressure-Probe Methods for Determining Wind Speed and Flow Direction,” N-P-L London: Her Majesty’s Stationery Office, London.

Chen, J., Haynes, B. S., and Fletcher, D. F., 2000, ”Cobra probe measurements of mean velocities, Reynolds stresses and higher-order velocity correlations in pipe flow,” Experimental Thermal and Fluid Sci. Vol. 21, pp. 206~217.

Chu, S. H., 1975, “Pressure Probes for Fluid Measurement,” Prog. Aerspace Sci., Vol. 16, No. 2, pp. 147~223.

Dean, Jr., R. C, 1953, *Aerodynamic measurements*, MIT, Cambridge.

Dominy, R. G. and Hodson, H. P., 1993, “An investigation of factors influencing the calibration of five-hole probes for three dimensional flow measurements,” J. Turbomachinery, Vol. 115, pp. 513~519.

Guzman, M. M., Flectcher, C. A. J., and Hooper, J. D., 1994, “Comptational investigation of cobra probe operation,” Int. J. Num. Meth. Heat fluid flow, Vol. 4, pp. 425~445.

Hinze, J. O., 1959, *Turbulence*, MaGraw-Hill, New York.

Huffman, G.. David, 1979, “Flow field characterization of flow direction and Mach number probes using slender body theory,” Aero digest, AF Academy TR 1.

Huffman, G.. David, Rabe, D. C., and Poti, N. D., 1980, “Flow direction probes from a theoretical and experimental point of view,” J. Phys. E, Vol. 13, 751~760.

Judd, A. M., 1975, “Calibration of a five tube probe for measuring wind speed and direction,” J. Phys. E, Vol. 8, pp. 115~116.

Kline, S. J., 1985, “The purposes of uncertainty anlysis,” J. Fluid. Eng., Vol. 107, pp. 153~160.

Kuhn, J. C., ?, “A semi-empirical approach to using five hole pitot tube,” Unpublished paper, Offshore Technology Coporation, USA.

Liepmann, H. W. and Roshko, A., 1958, *Elements of Gas Dynamics*, Wiley, New York.

Ligrani, P. M., Singer, B. A., and Baun, L. R., 1989, “Miniature five-hole pressure probe for measurement of three mean velocity components in low-speed flow,” J. Phys. E., Vol. 22, pp. 868~876.

Livesey, J. L., 1956, “The behavior of transverse cylindrical and forward facing total pressure probes in transverse total pressure gradients,” J. Aero. Sci., pp. 949.

Matsunaga, S., Ishibashi, H. and Nishi, M., 1980, “Measurement of Instantaneous Pressure and Velocity in Nonsteady Three-dimensional Water Flow by Means of a Combined Five-Hole Probe,” J. Turbomachinery, Vol. 102, pp. 196~202.

Milne-Thomson, L. M., 1950, *Theoretical Hydrodynamics*, Macmillan, London.

Rediniotis, O. K. and Chrysanthakopoulos, G., 1998, “Application of Neural Networks and Fuzzy Logic to the Calibration of the Seven-Hole Probe,” J. Fluid. Eng., Vol. 120, pp. 95~101.

Reichert, B. A. and Wendt, B. J., 1994, “A New algorithm for five-hole probe calibration, data reduction and uncertainty analysis,” NASA Tech. Memo. 106458, Lewis Recwarch Center, Cleveland, Ohio.

Sami, S., 1967, “The pitot tube in turbulent shear flow,” Proc. 11th Midwestern Mech. Conf., Dev. In Mechanics, Vol. 5, Paper 11, p. 191.

Sir James Jeans, 1952, *An Introduction to the Kinetic Theory of Gases*, Cambridge.

Seetharam, H. C., Wentz, W. H., and Walker, J. K., 1977, J. of Airc. Vol. 14, pp 95.

Streeter, V. L., 1948, *Fluid dynamics*, MacGraw-Hill.

Treaster, A.L. and Yocum, A.M., 1979, “ The calibration and Application of Five-hole Probes,” ISA Transactions, Vol. 18, No. 3, pp. 23~34.

Wright, M. A., 1970, “ The evaluation of a simplified form of presentation for five-hole spherical and hemispherical pitometer calibration data,” J. Phy. E, Vol. 3, pp 356~362.

Xie, H. Y. and Geldart, D., 1997, “ The response time of pressure probes,” Power Technology, Vo. 90, pp. 148~151.

Yang, S.I and Kim, S.H., 1980, “Study on Wake Survey Testing Technique and Measuring Equipment,” KRIS Report No. UCE 55-73.80.

김우전, 김도현 등, 1997, “ Study on the calibration of a five-hole Pitot-tube for the wake measurement,” J. Society of Naval Arch. Kor. Vol34, No. 2, pp 11~19.

김진형, 주원구, 조강래, “5공 피토관에 의한 측정방법 및 측정사례”, 유체기계개발협의회 ’97 강연회 및 연구개발 발표회 논문집, pp206-214, 서울대학교

이상우, 전상배, 2002, “Reynolds 수가 2단 원추형 5공 프로브를 이용한 3차원 유동 측에 미치는 영향”, 대한기계학회논문집 B권, 26권, 1호, pp. 27~38.

항공우주연구소, 1994, *아음속 풍동성능 측정연구*, 과학기술처, MONO-19414774.

세원기연, www.sewon-eng.co.kr

United Sensor, www.unitedsensorcorp.com/3d.html

<table>
<tr><td colspan="8">서 지 정 보 양 식</td></tr>
<tr><td colspan="2">수행기관보고서번호</td><td colspan="2">위탁기관보고서번호</td><td colspan="2">표준보고서번호</td><td colspan="2">INIS 주제코드</td></tr>
<tr><td colspan="2">KAERI/AR -767/ 2007</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">제 목 / 부 제</td><td colspan="6">5공 피토관에 관한 기술현황 보고서</td></tr>
<tr><td colspan="2">연구책임자 및 부서명
(AR,TR등의 경우 주저자)</td><td colspan="6">권 혁(원자로공학연구부)</td></tr>
<tr><td colspan="2">연 구 자 및 부 서 명</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td colspan="8">황 대현(원자로공학연구부) , 서 경원(원자로공학연구부)</td></tr>
<tr><td>출 판 지</td><td>대전</td><td>발행기관</td><td colspan="2">한국원자력연구소</td><td>발행년</td><td colspan="2">2007</td></tr>
<tr><td>페 이 지</td><td>67 p.</td><td>도 표</td><td colspan="2">있음(✓), 없음( )</td><td>크 기</td><td colspan="2">25.9 Cm.</td></tr>
<tr><td>참고사항</td><td colspan="7"></td></tr>
<tr><td>비밀여부</td><td colspan="3">공개(✓), 대외비( ), -__ 급비밀</td><td>보고서종류</td><td colspan="3">기술현황보고서</td></tr>
<tr><td colspan="2">연구위탁기관</td><td colspan="2">한국원자력연구소</td><td>계약 번호</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">초록 (15-20줄내외)</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td colspan="8">5공 피토관은 복잡한 형상내에서 3차원 평균 유동장을 측정하기 위한 효율적인 계측도구이다. 항공과와 조선과를 중심으로 사용되어 온 5공 피토관의 특성을 파악하여 원자력 분야에 적용하는 것이 본 연구의 목적이다. 피토관은 베르누이 정리를 통해 압력에너지에서 운동에너지로의 전환 관계식을 이용하여 속도를 측정한다. 따라서 압력에 대한 정의, 압력 계측기구들에 관하여 간단히 살펴본 후, 피토관에 대해서 상세히 기술하였다. 5공 피토관의 역사, 종류, 제작방법에 대하여 간단히 기술였다. 5공피토관의 검정방법은 개념은 간단하지만 그 과정이 복잡하기 때문에 여러 검정방법을 소개하였다. 끝으로 5공 피토관에서 고려해야할 오차발생 원인, 불확실도 평가등을 기술함으로써 5공 피토관에 대한 전반을 본 보고서에서 서술하였다. 5공 피토관은 간단한 계측원리지만 3차원 평균속도성분을 측정할 수 있는 계측기이다. 광학용 계측기로 측정하기 힘든 봉다발내의 속도성분 계측이나 고온의 유체, 이물질이 많은 유체등에서는 LDV나 Hot wire 센서의 건전성을 위협하기 때문에 5공 피토관이 유일한 대안이 될 것이다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">주제명키워드
(10단어내외)</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td colspan="8">5공 피토관, 검정방법</td></tr>
</table>

BIBLIOGRAPHIC INFORMATION SHEET

Performing Org. Report No.	Sponsoring Org. Report No.	Standard Report No.	INIS Subject Code
KAERI/ AR - 767/2007			

Title / Subtitle

State-of-the-Art Report on Five-hole Pitot tube

Project Manager and Department (or Main Author)	**Hyuk Kwon(Reactor Engineering Division)**

Researcher and Department

D. H. Hwang(Reactor Engineering Division), K. W. Seo(Reactor Engineering Division)

Publication Place	**Daejon**	**Publisher**	**KAERI**	**Publication Date**	**2007**
Page	**67 p.**	**Ill. & Tab.**	**Yes(✓), No ( )**	**Size**	**25.9 Cm.**
Note					

Classified	**Open(✓), Restricted( ),** **-___ Class Document**	**Report Type**	**State-of-the-Art-Report**
Sponsoring Org.	**KAERI**	**Contract No.**	

Abstract (15-20 Lines)

Five-hole pitot tube is an effective detector that could measure a three dimensional average flow field on a complex geometry. At the present study, have been mainly used in the field of aerodynamics and nautics, the five-hole pitot tube is extensively investigated to apply on the nuclear engineering. Five-hole pitot tube could measure the three dimensional velocity to make use of a relationship between pressure energy and kinetic energy from Bernoulli's equation; therefore, the report shortly overviewed the definition, units, and transducers of pressure and then detaily was described about the pitot tube. For five-hole pitot tube, history, kinds and fabrication methods were briefly provided. The calibration methods for the five-hole pitot tube were deeply introduced in various methods according to simple concept but complex process. Additionally, causeses of detection errors and estimation of uncertainty were included in the present report.. Optical measurement and how wire anemometers are difficult to detect the flow velocity under enviroemental such as tight lattice bundle geometry, dusty flow and high temperature fluid. One of alternatives to overcome the diffculty is the five-hole pitot tube.

Subject Keywords

Five-Hole pitot tube, Calibration methods