



ELEKTRONLARIN ÇOKLU SAÇILMALARI: AÇISAL DAĞILIM VE DİFÜZYON DURUMU

Abdullah Koray^{1*}, Hüseyin Aytekin², Ahmet Cengiz³

¹Ereğli Eğitim Fakültesi, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Karadeniz Ereğli, 67300, Zonguldak

²Fizik Bölümü, Fen-Edebiyat Fakültesi, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, 67100, Zonguldak

³Fizik Bölümü, Fen-Edebiyat Fakültesi, Uludağ Üniversitesi, 16059, Bursa

Belli kalınlıktaki ortama, normal doğrultusunda gelen elektronların açısall dağılımı, Monte Carlo yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Benzetişimde elastik ve inelastik çarpışmalar ve bremsstrahlung olayı dikkate alınmıştır. Elektronların açısall dağılımlarına Gauss dağılımları önerilmiştir. Sonuçların elektronların geliş enerjisine, ortamın kalınlığına ve atom numarasına bağıllığı incelenmiştir. Difüzyonun baskın olduğu daha kalın ortamlarda, açısall dağılım şekil olarak $\text{Cos}^2\theta$ 'ye oldukça yakındır.

Anahtar Kelimeler: Elektronlar, Çoklu Saçılma, Açısall Dağılım

MULTIPLE – SCATTERING OF ELECTRONS: ANGULAR DISTRIBUTION AND DIFFUSION CONDITION

The angular distributions of electrons incident normally to medium of definite thickness are obtained using Monte Carlo method. The elastic and inelastic collisions and the bremsstrahlung event were simulated in details. The Gaussian distribution function was proposed for the angular distribution of electrons. The dependence of results on the electron initial energy, thickness and atomic number of medium was discussed. In thicker medium, where diffusion prevails, the angular distribution is closer to the $\text{Cos}^2\theta$ form than to the $\text{Cos}\theta$ from.

Keywords: Electrons, Multiple Scattering, Angular Distribution

* akoray@karaelmas.edu.tr

1. GİRİŞ

Elektronların belirli bir ortamı geçtikten sonraki açısal dağılımı ile ilgili bilgiler, beta ışını, spektrometrisi, elektron mikroskopisi ve elektron ve pozitron yüzey spektroskopisi gibi alanlardaki uygulamalarından dolayı oldukça önemlidir. Aynı şekilde, yüksek enerjili elektron ve pozitronlarla ilgili doğru bilgiler, radyasyon dozimetrisi ve radyoterapi uygulamalarında gereklidir [1].

Parçacıkların madde içinden geçiş problemi, Analog Monte Carlo Tekniği (Tesir kesiti dışında herhangi bir fiziksel bilgi veya varyans indirgemesi kullanmadan, olayları tek-tek Monte Carlo yöntemi ile incelenmesidir) kullanılarak, temel çarpışma süreçleri ile ilgili mevcut bilgiler doğrultusunda tam olarak çözülebilir. Parçacıkların madde içinden geçiş süreçlerinin Monte Carlo (MC) benzetişimi, fiziksel olayların en güvenilir benzetişimidir: Parçacıklar kaynağın belirlediği bir dağılıma göre “doğarlar”, çarpışma yerine kadar belirli bir mesafe giderler (olasılık dağılımı ile belirlenir) ve başka bir enerji ve/veya doğrultuda saçılırlar. Bu süreç, parçacık soğurulana veya incelenen geometriyi terk edene kadar devam eder. Bu yöntem elektronların madde içindeki geçişini doğru bir şekilde açıklamasına rağmen, hedeflenen doğruluk derecesine veya geometrinin karmaşıklığına ve şekline bağlı olarak bu çok uzun hesaplama süreçlerine yol açabilir [2]. Ayrıca, sürekli yavaşlama yaklaşımında, tipik bir hızlı elektron, ortamdan geçerken 10^5 - 10^6 civarında çarpışmaya maruz kaldığı düşünüldüğünde, etkileşmelerin çokluğu nedeniyle elektron geçişlerinin analog benzetişimi genellikle kullanışlı değildir.

Elektronlar ortamdan geçtikten sonra ortaya çıkan açısal dağılım Gaussian olduğu sürece çoklu saçılma söz konusudur. Daha kalın ortamlarda veya daha düşük elektron enerjileri için, saçılma olaylarının sayısı çok fazla ise elektron difüzyonu terimi kullanılır. Saçılma sayısı daha az ise (1 ile 25 arası) çoğul saçılma söz konusudur. Çoklu saçılma ve elektron difüzyonu teorileri ilk olarak Bothe[3] ve Bethe, Rose ve Smith [4] tarafından ve biraz farklı bir çizgide Goudsmit ve Saunderson [5], Lewis [6], Spencer[7] ve Moliere [8] tarafından geliştirilmiştir.

Etkileşme sayısının fazlalığından kaynaklanan zorluğu aşmak için Berger [9], “yoğunlaştırılmış süreç” tekniğini geliştirdi (Class I). Bu metotta çok sayıdaki geçiş ve çarpışma süreçleri tek bir elektron adımı şeklinde “yoğunlaştırılmıştır”. Her bir etkileşmenin yığılımlı etkileri, parçacığın enerjisinde ve hareket doğrultusunda uygun değişiklikler yapılarak hesaba katılır. Bu yaklaşım, parçacıkların atom ile çarpışmasında çoğu durumda, parçacığın enerjisinde ve hareket doğrultusunda çok küçük değişiklikler meydana geldiği gerçeğinden hareket eder. Class I metodu birçok yüksek enerji MC koduna adapte edildi (ETRAN, ITS 3, MCNR, GEANT 3, EGS 4, EGS_{NRC}).

Alternatif olarak, yüksek enerji benzetişimleri karma (class II) MC. benzetişim şemaları kullanılarak gerçekleştirilebilir. Bu yöntemde açısal sapmaların ve/veya kesilim değerinden daha büyük enerji kayıplarının gerçekleştiği etkileşmeler detaylı bir şekilde benzetilebilir [10]. Prensip olarak, benzer etkileşme modelleriyle birlikte Class II metodu Class I metoduna göre daha sağlam ve doğrudur. Bununla birlikte, radyoterapi uygulamalarının planlama aşamasındaki gibi, pratik uygulama alanlarında, yüksek hesaplama hızlarına ihtiyaç duyarız. Bu durumlarda Class I metodu tercih edilir ve çoklu saçılma dağılımlarının hesaplanmasında sağlıklı bir algoritma geliştirme ihtiyacı ortaya çıkar.

Bu çalışmada, elektronların ortam içindeki geçişini ve etkileşmelerini taklit eden bir Monte Carlo programı geliştirilmiştir. Yarı sonsuz ortama giren tek enerjili paralel demetteki elektronların açısal dağılımları, elektronları enerjileri belirli bir değere düşene kadar veya ortamdaki çıkana kadar takip edilerek elde edilmiştir. Elde edilen açısal dağılımlara uygun Gaussian dağılımlar önerilmiştir. Sonuçların, gelen elektronun enerjisine, ortamın kalınlığına ve atom numarasına olan bağıllığı incelenmiş ve uygun analitik ifadeler önerilmiştir. En sonunda, 1-5 MeV enerji aralığında Al, Cu, Ag ve Pb ortamları için difüzyon durumları incelenmiştir.

2. TEORİ

2.1. Tekli Saçılmalar

Bir elektronun kinetik enerjisini kaybetmesi veya geliş doğrultusundan sapması elastik çarpışma, inelastik çarpışma ve Bremsstrahlung (Frenleme Işını) Olayı ile olur. Hesapların pratik ve güvenilir olabilmesi için öncelikle uygun tesir kesitleri seçilmelidir.

Pratikte, uygun bir elastik tesir kesiti perdeleme parametresi düzeltilmesi yapılmış Rutherford tesir kesiti ile spin ve rölativistik etkileri hesaba katan perdelenmemiş Mott tesir kesiti ile Rutherford tesir kesitinin oranının çarpımı ile elde edilir [11]. İnelastik saçılmalarda, atomik kabuklar için klasik (Rutherford) inelastik saçılma tesir kesiti kullanılmıştır [12].

Klasik teoriye göre gelen elektron büyük olasılıkla inelastik saçılma yapar; fakat her bir saçılmada enerjisinin çok az bir kısmını kaybeder. Kuantum mekaniksel teoride ise, inelastik saçılma olma olasılığı klasik teoriden daha düşük; fakat her bir saçılmada elektronun kaybettiği enerji klasik teoriden daha büyüktür. Yani klasik teori, küçük enerji kayıplarının büyük sayısı; kuantum mekaniksel teori ise, büyük enerji kayıplarının küçük sayısını içerir. Bundan dolayı art arda etkileşmeler sonucunda elektronun kaybettiği ortalama enerji her iki teoride de hemen hemen aynıdır. Bunun için tesir kesiti ifadelerinin basit olması bakımından, klasik diferansiyel inelastik saçılma tesir kesiti kullanılmıştır [13].

Gelen elektronun atomik elektron ve çekirdek alanında bir bremsstrahlung fotonu yayınlaması için, Al-Beteri ve Raeside [14] tarafından önerilen diferansiyel bremsstrahlung tesir kesiti kullanılmıştır.

2.2. Çoklu saçılmalar

Elektronların açısal dağılımı, seçilen ortamın kalınlığı elektron içinden geçerken bir çok (elastik) etkileşmeye maruz kalacak kadar kalın ise ve etkileşmelerin birbirinden bağımsız oldukları kabul edilirse çoklu saçılma teorisi ile incelenebilir. Çoklu saçılma alt limiti genellikle 20 elastik saçılma olarak kabul edilmektedir, üst sınır ise difüzyon koşulları ile zor bulunur.

Büyük açılı tekli saçılmaları ve enerji kaybını ihmal eden Bothe'nin istatistiksel teorisine göre [3], belirli bir kalınlığı geçen elektronların açısal dağılımları, iki boyutlu Gauss olmalı. Yani, θ doğrultusundaki birim katı açıyla saçılan elektronların oranı

$$N(\theta) = \frac{I(\theta)}{I_0 d\Omega} = (2\pi\lambda_B^2)^{-1} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\lambda_B^2}\right) \quad (2.1)$$

ile verilir. Burada I_0 , gelen elektron şiddeti, $I(\theta)$, $d\Omega$ katı açısına yönelen elektronların şiddetidir. Geliş doğrultusu merkezli, θ yarım-açılı koniye toplanmış olan demetin oranının integralini alırsak

$$\eta_\theta = \int_0^\theta N(\theta) 2\pi\theta d\theta = 1 - \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\lambda_B^2}\right) \quad (2.2)$$

elde edilir. Burada $2\lambda_B^2$, Gauss dağılımının saçılma açısının ortalama karesi ve λ_B , Bothe'nin teorisine göre toplam sapmanın en olası değeridir. Bu değer tekli saçılmanın ortalama değeri ile ilişkilidir ve Coslett'e göre Rutherford tesir kesitindeki Z_e/E_0 terimi ile orantılıdır. Crowther'in ölçümlerine göre, metal kalınlığı geçen hızlı beta parçacıklarının yönelimi Denk.(2.2) ile verilen eğrinin formundadır. Bothe, bu eğriye uygun λ_B^2 değerini

$$\lambda_B^2 = \left(\frac{4Z}{E_0}\right)^2 \frac{\rho x}{A} 10^{10} \quad (2.3)$$

şeklinde fit etmiştir [15]. Burada E_0 , eV ve λ_B ise rad birimindedir.

Moliere, Bethe'nin yaklaşımını Thomas Fermi'nin atomik potansiyel için uyguladığı analitik ifadeyi kullanarak ve Born yaklaşımını da dikkate alarak geliştirilmiştir ve

$$N(\theta) = \frac{1}{\pi\chi_c^2 B} \exp\left(-\frac{\theta^2}{\pi\chi_c^2 B}\right) \quad (2.4)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada χ_c^2 ,

$$\chi_c^2 = 1.23\pi \left(\frac{Z}{E_0}\right)^2 \frac{\rho x}{A} 10^{10} \quad (2.5)$$

ifadesi ile verilmiştir. B parametresi biçim itibariyle daha karışıktır. Fakat $3 < B < 6$ sınırları içinde

$$B = C \left\{ 8.215 + \log_{10} \frac{\rho x 12.1 Z^{4/3}}{A E_0 (1 + 3.34 \alpha^2)} \right\} \quad (2.6)$$

şeklinde verilebilir [15]. Burada $C=3.25$ ve α_B , Born yaklaşımını dikkate alarak

$$\alpha_B = \frac{Z}{137\beta} = 3.69 \frac{Z}{E_0^{1/2}} \quad (2.7)$$

şeklindedir.

Cosslett ve Thomas 5-30keV enerjili elektronlarla yaptıkları deneysel çalışmalarda toplam sapmaların en olası değerini

$$\lambda_x^2 = 0.44 \times 10^{10} \left(\frac{Z}{E_0} \right)^{3/2} \frac{\rho x}{A} \quad (2.8)$$

şeklinde bulmuşlardır.

2.3 Difüzyon

Çok sayıda saçılma olayından sonra, toplam saçılmanın en olası saçılma açısı sabit bir maksimum değere ulaşır. Bothe buna “ tam difüzyon” durumu demiştir, bundan sonra her bir elektronun hareketi muhtemelen rasgele olacaktır. Elektronların saçılma yüzeyine her doğrultuda geldiği fiziksel modeli temel alarak, Bothe problemi transport teorisi ile ele aldı ve kendi çoklu saçılma teorisindeki λ_b parametresi ile ilgili olan soğurulma katsayısı μ_B 'yi içeren üstel geçiş kuralını elde etti. Eğer η_D , x kalınlığını geçenlerin oranı ise, bu durumda

$$\eta_D = \exp(-\mu_B x) \quad (2.9)$$

şeklindedir. Burada

$$\mu_B = 1.3 \frac{\lambda_B^2}{x} = 2.0 \frac{\rho Z^2}{A E_0^2} 10^{11} \quad (2.10)$$

dir. Denk.2.9 difizyonun başlangıç sınırı için bir ölçüt niteliğindedir: $(\log \eta_T, x)$ eğrisinin doğrusal olduğu kalınlıktır ve x_D difizyon kalınlığı olarak bilinir.

Bethe, Rose ve Smith [4] kalın filmlerde difizyon'a ulaşan bir geçiş teorisi tanımlamışlardır, fakat enerji kaybını da hesaba katmışlardır. Elektron demetinin belirli bir x_{av} kalınlığına kadar düz bir yolu takip ettiğini ve sonra da tüm yönlere gelişigüzel ilerlediğini varsayarak problemi radikal bir biçimde basitleştirmişlerdir. Bu model, çok yüksek enerjili elektronlar için geçerli olup, düşük enerjilerde geçerliliğini yitirmektedir.

Bethe'nin difizyon teorisi tarafından öngörülen açısal dağılım $\text{Cos}^2\theta$ formundadır ve Bethe, Rose ve Smith teorisindeki $\text{Cos}\theta$ 'nın geliştirilmiş hali olmalıdır. Nispeten kalın filmler için elde edilen deneysel sonuçlar $\text{Cos}\theta$ 'dan çok $\text{Cos}^2\theta$ ile uyumludur. Daha fazla test, en olası saçılma açısı değerleri ile yapılmıştır ve bunların sonucunda $\text{Cos}^2\theta$ ve $\text{Cos}\theta$ dağılımları için sırasıyla 35° ve 45° limit açı değerlerine ulaşılmıştır.

3. HESAPLAMALAR

3.1. Elektronların Açısal Dağılımların Elde Edilmesi

Elektronlar, bir önceki kısımda bahsi geçen tesir kesitleri ve Cengiz ve Özmutlu tarafından daha önce tanımlanan elektron geçiş koordinat sistemi algoritması kullanılarak takip edilmiştir. Ortam kalınlığı z_0 olmak üzere, her etkileşmeden sonra elektronun z koordinatı, $z \leq 0$ ve $z \geq z_0$ şartları ile kıyaslanmıştır. $z \leq 0$ ise elektron geri saçılmış olduğundan, yeni bir elektron takibine geçilmiştir. $z \geq z_0$ ise elektron ortamdan dışarı kaçmış olduğundan, elektronun geçme sayısı bir artırılmış elektronun saçılma doğrultusunun kutup açısı θ kaydedilerek yeni bir elektron takibine geçilmiştir. Bu şartlar sağlanmazsa elektron, enerjisi atomik elektronun bağlanma enerjisine düşene kadar takip edilmiş, bu değer altına düştüğünde yeni bir elektronun takibine geçilmiştir. Böylece, z_0 kalınlığını geçen elektronların açısal dağılımı elde edilmiştir.

3.2. Açısal Dağılımların Bağlı Olduğu Faktörlerin İncelenmesi

Yukarıda bahsedilen elektron takip yöntemi kullanılarak, farklı geliş enerjilerine sahip elektronların farklı atom numarası ve kalınlıktaki ortamları geçtikten sonraki açısal dağılımları elde edilmiştir. Açısal dağılımların Gaussian dağılım olarak kabul edilmesi birçok araştırmacı tarafından kabul gören bir yaklaşımdır. Buna göre elde edilen açısal dağılımlara açığa bağlı aşağıdaki Gauss fonksiyonu fit edilmiştir:

$$F(\theta) = F(0) \exp\left[-\frac{\theta^2}{\theta_{1/e}^2}\right] \quad (2.11)$$

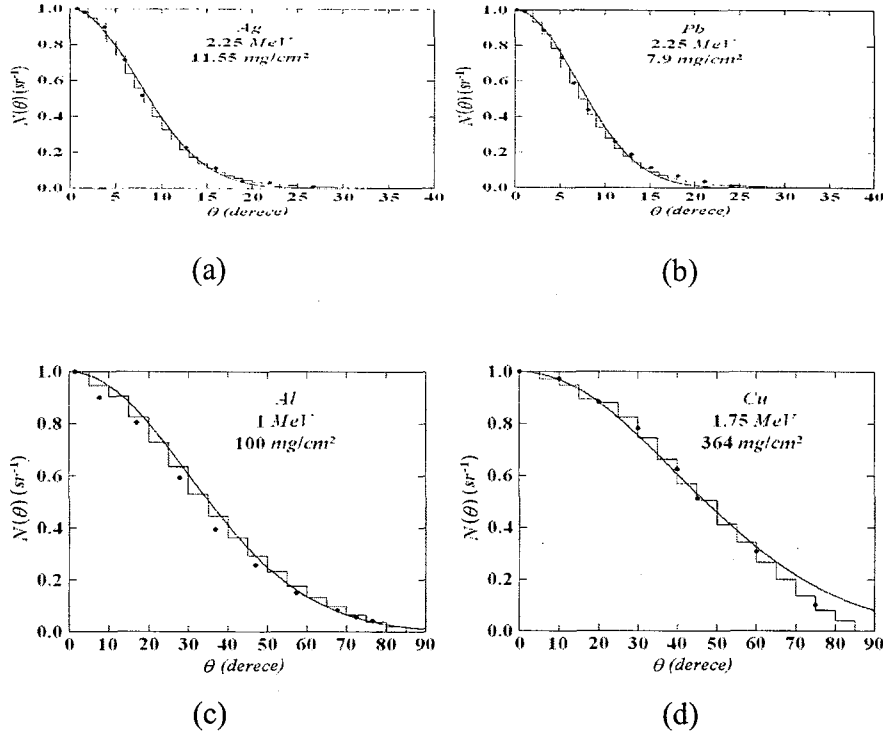
Burada $F(0)$, $\theta = 0$ için açısal dağılımın maksimum değeri ve $\theta_{1/e}$, açısal dağılımın $1/e$ değerine düştüğü açı değeridir. $\theta_{1/e}$ aynı zamanda

$$\theta_{1/e}^2 = 2\lambda_B^2 \quad (2.12)$$

şeklinde tanımlanabilir. Elde edilen fit fonksiyonlarının $\theta_{1/e}$ değerleri tablo haline getirilmiş ve enerji, kalınlık ve atom numarası ile değişimi incelenmiştir.

4. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Geliştirmiş olduğumuz bu Monte Carlo Programını kullanarak, normal doğrultusunda gelen 1 ila 5MeV arasındakiler geliş enerjili elektronların açısal dağılımları, farklı kalınlıktaki Al, Cu, Ag ve Pb ortamları için elde edilmiştir. Takip edilen elektron sayısı, elektronun enerjisine ve hedefin kalınlığına bağlı olarak 10000 ile 200000 arasında değişmektedir. Farklı kalınlıklar, ortamlar ve elektron enerjileri için elde edilen açısal dağılımlar deneysel [16-18] sonuçlar kıyaslanmıştır.



Şekil 4.1 (a) 1MeV 'lik elektronların 100mg/cm^2 kalınlığındaki Al ortamını geçtikten sonraki açısal dağılımları. (b) 1.75MeV 'lik elektronların 364mg/cm^2 kalınlığındaki Cu ortamını geçtikten sonraki açısal dağılımları. (c) 2.25MeV 'lik elektronların 11.55mg/cm^2 kalınlığındaki Ag ortamını geçtikten sonraki açısal dağılımları. (d) 2.25MeV 'lik elektronların 7.9mg/cm^2 kalınlığındaki Pb ortamını geçtikten sonraki açısal dağılımları. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar histogram ile, deneysel sonuçlar noktaları ile ve önerilen Gauss dağılımı çizgi ile gösterilmiştir.

Şekil 4.1'de dağılımlar en yüksek değere göre normalize edilmiştir. Dağılımlar oldukça keskin olduğu durumlarda bile elde edilen sonuçlarla deneysel sonuçlar arasındaki uyum oldukça iyidir. Şekil 4.1'de, açısal dağılımlara aynı zamanda uygun Gauss dağılımları da önerilmiştir. Bazı kalınlık ve enerji değerleri için kuyruk kısımlarındaki uyumsuzluk dışında (Difüzyon bölgesi için geçerlidir, Şekil 4.1-b), Gauss dağılımları hesaplanan değerlere oldukça yakındır.

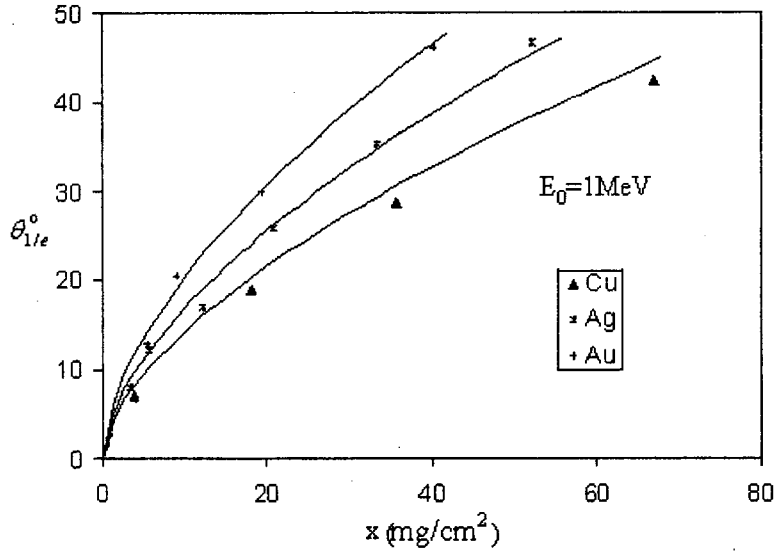
Çalışmanın ikinci aşamasında elde edilen fit fonksiyonlarının $\theta_{1/e}$ değerleri tablo haline getirilmiştir ve enerji, kalınlık ve atom numarası ile değişimi incelenmiştir. Bunun sonucunda $\theta_{1/e}$ değerlerinin

$$\theta_{1/e} = 1.1 \frac{Z^{7/20}}{E_0^{4/5}} x^{3/5}$$

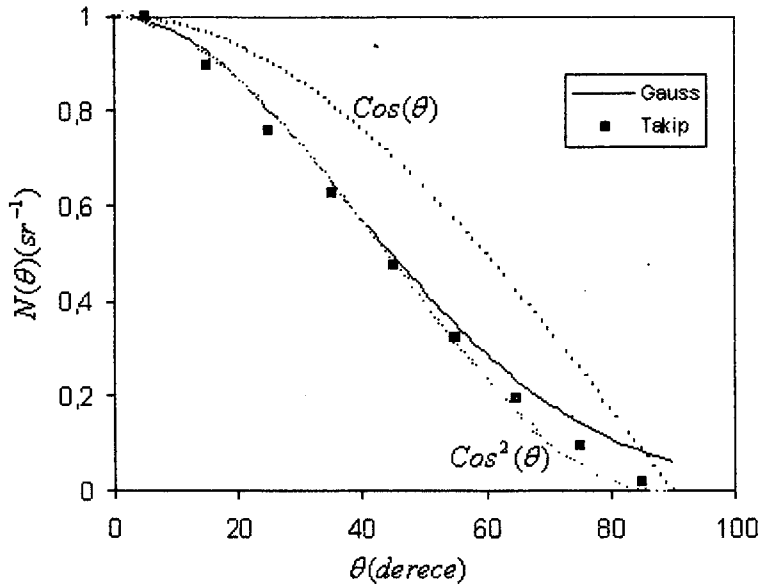
şeklinde değiştiği tespit edilmiştir. Burada E_0 , elektronların ortama giriş enerjisi MeV ve x , ortamın kalınlığı mg/cm^2 birimindedir.

Elde edilen bu sonuç, Bothe'nin ve Cosslett ve Tomas'ın 5-30 keV enerjili elektronlar için elde ettiği deneysel sonuçlara oldukça yakındır. Öyle ki, Bothe enerjiye ve atom numarasına olan bağıllığı $(Z/E_0)^{-1}$ ile, kalınlığa olan bağıllığı $x^{1/2}$ ile ifade etmiştir. Cosslett ve Tomas ise bu bağıllığı $(Z/E_0)^{3/4}$ ve $x^{1/2}$ şeklinde bulmuşlardır.

Şekil 4.2'de 1 MeV enerjili elektronlar için Cu, Ag ve Au ortamlarında, $\theta_{1/e}$ değerlerinin kalınlığa göre değişimi deneysel verilerle [19]. Deneysel verilerle hesaplanan sonuçlar arasında oldukça iyi bir uyum söz konusudur.



Şekil 4.2. 1 MeV enerjili elektronlarda, Cu, Ag ve Au ortamları için $\theta_{1/e}$ değerinin kalınlığa göre değişimi.



Şekil 4.3 Difüzyon durumunda, elektronların açisal dağılımlarının, Gauss, $\text{Cos}^2\theta$ ve $\text{Cos}\theta$ eğrileriyle kıyaslanması

Belirlenen bir E_0 için, difizyon durumunun ortaya çıkabilecek kadar kalın filmler alındığında, elektronların açısall dağılımı sabit bir şekilde kavuşur, bir başka deyişle $\theta_{1/e}$ sabit kalır. Bu değer yaklaşık olarak $52^\circ - 53^\circ$ civarındadır. Şekil 4.3'te $E_0= 2\text{MeV}$ ve $x = 272 \text{ mg/cm}^2$ kalınlığındaki Cu ortamı için elde edilen açısall dağılım gösterilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi açısall dağılımlar, Bethe, Rose ve Smith'in öngördüğü $\text{Cos}\theta'$ 'dan çok Bothe'nin teorisindeki gibi $\text{Cos}^2\theta$ formundadır.

5. KAYNAKLAR

- [1] Baró, J., Sempau, J., Fernández-Varea, J. M. and Salvat, F. PENELOPE: An algorithm for Monte Carlo simulation of the penetration and energy loss of electrons and positrons in matter, Nucl. Instr. and Meth. B, 100, 31-46 (1995).
- [2] Kawrakow, I., Bielajew, Alex F., On the condensed history technique for electron transport, Nucl. Instr. and Meth. B 100, 31-46, (1995).
- [3] Bothe, W., Handb. d. Phys., 22/2, 1, Springer, Berlin, 1933
- [4] Bethe, H. A., Rose, M. E. and Smith, L. P., The Multiple Scattering of Elektrons, Proc. Amer. Phil. Soc., 78, 573, 1938.
- [5] Goudsmit, S., Saunderson, J. L., Multiple Scattering of Elektrons, Phys. Rev., 57, 24-29, 1940
- [6] Lewis, H. W., Multiple Scattering in an Infinite Medium, Phys. Rev., 78, 526, 1950
- [7] Spencer, L. V., Theory of Electron Penetration, Phys. Rev., 98, 1597, 1955
- [8] Moliere, G, Theorie der streung schneller geladener teilchen I: Einzelstreuung am abgeschirmten Coulomb-field, Z. Naturf. 2a, 133-145, 1948
- [9] Berger, M.J., Montr Carlo Calculation of the Penetration and Diffusion of Fast Charged Particles, in: B. Alder, S. Fernbach, M. Rotenberg (eds.), Methods in Comput. Phys., vol 1, Academic Pres, New York, p. 135, 1963.
- [10] Salvat, F., Fernandez-Varea, J.M., Sempau, J., PENELOPE. A code system for Monte Carlo simulation of Electron and Photon Transport. OECD/NEA Data Bank, Issy-lcs-Moulincaux, France, 2003.
- [11] Seltzer, S.M., An overview of the ETRAN Monte Carlo method. In: Jenkins, T.M., Nelson, W.R., Rindi, A. (eds), Monte Carlo Transport of Elektrons and Photons. Plenum Pres, New York, pp. 153-181, 1988.
- [12] Cengiz, A.; Approximate inelasticscattering cross sections of elektrons, Rad. Phy. And Chem. 65, 33-44, 2002.
- [13] Cengiz, A., Özmütlu, C., Range distribution of elektrons, Nucl. Instr. and Meth. B 84, 310-318, (1994)
- [14] Al – Beteri, A.A., Raiside, D. E., An Impruved Electron Bremsstrahlung Cross-Section Formula For Monte Carlo Transport Simulation, Nucl. Inst. and Meth., B44, 149-157,1989.
- [15] Cosslett, V. E. and Thomas, R. N., Multiple Scattering of 5-30 keV Elektrons in Evaporated Metal Films: I. Total Transmission and Angular Distribution, Brit. J. Phys., vol. 15, 883-907, 1964.
- [16] D.H. Rester and J.H. Derrickson, Electron Transmission Measurements for Al, Sn, and Au Targets at Electron Bombarding Energies of 1.0 and 2.5 MeV, J. Appl. Phys. 42 (1971) 714.
- [17] H. Frank, Zur Vielfachstrheung and Rückddiffusion schneller Elektronen nach Durchgang durch dicke Schichten, Z. Naturforsch 14a (1959) 247.
- [18] Kulchitsky, L. A. and Latyshev, G. D., The Multiple Scattering of Elektrons, Phys. Rev., Vol. 61, 254-265, 1942.
- [19] Soum, G., Mousselli, A., Arnal, F., Verdier, P., Etude de la transmission et de la retrodiffusion deelektrons d'energie 0,05 a 3MeV dans le domaine de la diffusion multiple. Rev. Phys. Appl. 22, 1189–1209, 1987.