



## TRANSPORT EŞDEĞER İKİ-GRUP DİFÜZYON PARAMETRELERİNİN İKİ BÖLGE BİR BOYUT GEOMETRİ İÇİN ÜRETİLMESİ

Şamil Osman Gürdal\*, Mehmet Tombakoğlu

Nükleer Enerji Mühendislik Bölümü, Hacettepe Üniversitesi, 06800, Beytepe, Ankara

Bu çalışmada, iki bölge bir boyut geometri için Monte Carlo kodu MCNP5 ve birim hücre kodu WIMSD5 kullanarak iki grup makroskobik tesir kesitleri üretildi. Difüzyon sabitlerini bulmak için, Monte Carlo ve difüzyon sonuçlarının arasındaki farkı minimize eden bir optimizasyon tekniği kullanıldı. Geliştirilen teknik, Monte Carlo çözümü ile aynı hassasiyeti sağlayacak difüzyon çözümünü elde etmemizi sağladı. İki grup difüzyon parametreleri kullanılarak oluşturulan analitik çözümlerin, iki bölge bir boyutlu benchmark problem için transport simülasyonu sonuçları ile eşdeğer olduğu gösterildi. Son olarak, üretilen iki grup difüzyon parametreleri, WIMSD5 kodu kullanarak üretilen iki grup difüzyon parametreleri ile karşılaştırıldı.

**Anahtar Kelimeler:** Monte Carlo, Makroskobik Tesir Kesiti, Difüzyon Sabiti, MCNP5, WIMSD5

## GENERATION OF TRANSPORT EQUIVALENT TWO GROUP DIFFUSION PARAMETERS FOR TWO REGION SLAB GEOMETRY

In this work, two-group macroscopic cross sections are generated for two-region slab geometry benchmark problem using Monte Carlo code MCNP5 and lattice-cell code WIMSD5. To determine diffusion coefficients, optimization technique is used by minimizing the difference between Monte Carlo and Diffusion Theory results. Hence, the algorithm used in this study allows one to obtain the diffusion solution having same accuracy as the Monte Carlo results. The power of the technique is demonstrated using the two-region slab geometry benchmark problem. The diffusion coefficients and group parameters generated using the Monte Carlo simulation results are compared with WIMSD5 results.

**Keywords:** Monte Carlo, Macroscopic Cross Section, Diffusion Coefficient, MCNP5, WIMSD5

---

\* sgurdal@hacettepe.edu.tr

## 1. GİRİŞ

Nükleer reaktör tasarımlarında, reaktör kalp parametrelerinin doğruluğu konum, enerji ve açı bağımlı nötron akısının belirlemesinde etkili bir rol oynar. Nükleer reaktör kalbinde akı dağılımının konuma bağlı olarak her heterojen bölge için üç boyutlu transport denkleminin çözümünden elde edilmesi gerekmektedir. Reaktör kalbi için üç boyutlu transport denklemini çözmek çok büyük hesaplama yükü gerektirdiği için nükleer reaktör kalp hesaplamaları genellikle iki aşamada yapılır.

Hesaplamaların ilk aşamasında, birim heterojen bölgeler için (yakıt, soğutucu, reflektör gibi bölümlerden oluşan) 60–100 enerji grup gibi veya daha fazla enerji grubu kullanarak üç boyutlu nötron transport denklemi çözülür. Çözüm sonucunda birim hücrelerden elde edilen nötronik parametreler, bu birim hücrelerden elde edilen nötron akıları kullanılarak enerji üzerinden yoğunlaştırılıp konum üzerinden homojenleştirilir. Bu işlem sonucunda, bütün reaktör kalbini oluşturan heterojen bölgeler için homojenleştirilmiş birkaç grup nötron tesir kesitlerimiz elde edilir. Hesaplamaların ikinci aşamasında birkaç grup nötron difüzyon denklemi reaktör kalbindeki homojenleştirilmiş bölgeler için çözülür. Nötron difüzyon denklemini transport denkleminin ayıran en belirgin özellik ise açısız bağımlılığın doğrusal alınmasıdır. Ayrıca, nötron difüzyon denkleminde transport denkleminin içinde direk olarak kullanılmayan,  $P_1$  yaklaşımı sonucu transport tesir kesitleri cinsinden tanımlanan difüzyon sabiti kullanılmaktadır. Hesaplamaların ikinci aşamasında görülen en büyük problemde bu difüzyon sabitinin tanımlanmasından kaynaklanmaktadır.  $P_1$  yaklaşımı sonucu elde edilen difüzyon sabiti tanımını ve transport denklemini kullanarak yapılan birim hücre hesaplamaları sonucu elde edilen tesir kesitlerini kullanarak difüzyon denklemini çözüldüğünde nötron akı dağılımının ara yüzelerde ve sınırlarda, transport denkleminin çözümü ile uyuşmadığı görülmektedir. Bu sorun, açısız bağımlılık ve doğrusallaştırmanın yanı sıra nötronik parametrelerden biri olarak tanımlanan difüzyon sabitinin  $P_1$  yaklaşımı sonucu türetilerek kullanılmasından kaynaklanmaktadır. O nedenle de literatürde farklı difüzyon sabiti tanımları yer almaktadır.

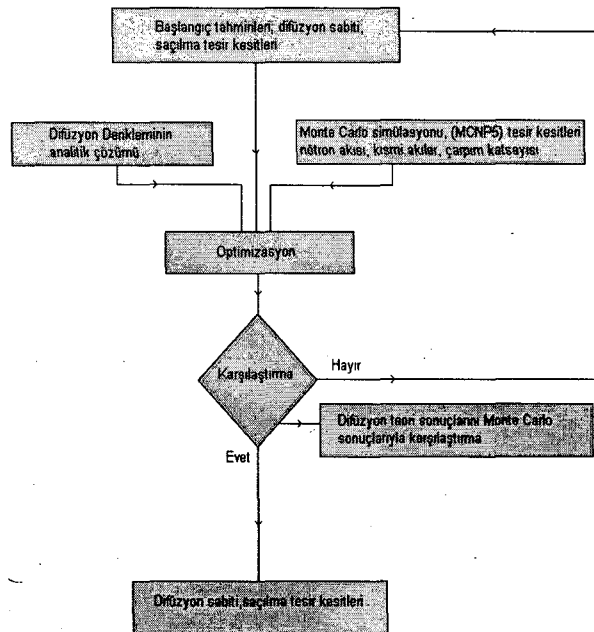
Şimdiye kadar birçok bilim adamı ilgilendikleri problemlerin tipine göre çeşitli yöntemler kullanarak nötron difüzyon sabiti tanımı yapmışlardır. Bu yöntemleri belirleyici (deterministik) ve stokastik olarak başlıca iki başlık altında düşünebiliriz. Deterministik yöntemler kullanarak difüzyon sabiti tanımlayan literatürdeki başlıca bilim adamları şunlardır; P. Beoist [1,2], R.A. Bonalumi [3], G.C. Pompraning [4], P. Köhlar [5], V. Deniz [6,7], M. Gelbard [8], W. Larsen [9] ve I. Petrovic, P. Benoist [10]'dir. Stokastik metodlar, Monte Carlo gibi, kullanarak difüzyon sabiti tanımlayan başlıca bilim adamları ise; F. Rahnema [11], J. Pounders [12], M.S. Milgram [13], J. Leppanen [14]'dir. Belirleyici veya Monte Carlo tekniği kullanarak difüzyon sabiti tanımlayan bütün çalışmaların temelindeki yöntem aynıdır; homojen bölgeler için nötron makroskobik tesir kesitleri hesaplanır, daha sonra transport denkleminde difüzyon yaklaşımı yapılarak, gerekli görüldüğünde tanımlanmış problem için ekstra varsayımlar öngörülür, ardından difüzyon sabitleri sistemin nötronik parametreleri (nötron akısı, kısmi akım ve tesir kesitleri gibi) cinsinden tanımlanır. Dahası bu yöntemlerin uygulanabilirliği, uygulanan yöntem, problemin fiziğine, geometrisine göre değişmektedir. Bununla birlikte öne sürülen yöntemler, bu yöntemleri kullanarak tanımlanan nötron tesir kesitlerini ve difüzyon sabitini kullanarak çözülen nötron difüzyon denkleminin sonucunun, nötron transport denkleminin sonucuyla aynı olacağı garantisini vermez. O zaman kilit soru, transport çözümüyle aynı sonucu verecek nötron difüzyon parametrelerinin nasıl tanımlanması gerektiğidir. Bu çalışmamızın temel amacında transport eşdeğer difüzyon parametrelerinin bulunması için

bir yöntem geliştirmektir. Amacımız, transport eşdeğer difüzyon parametreleri hesaplama modeli oluşturmaktır. Bu parametreler kullanılarak nötron difüzyon denklemi çözüldüğünde, transport denkleminin çözümü ile aynı sonuç elde edilmektedir. Eşdeğer grup difüzyon parametrelerinin türetilmesi ayrıntılı olarak metot bölümünde anlatılmıştır. Üçüncü bölümde öne sürdüğümüz modelimiz örnek değerlendirme problemi için analiz edilerek, sonuçlar birim hücre kodu WIMSD5 kullanarak elde edilen transport teori sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Son bölüm tartışma ve yoruma ayrılmıştır

## 2. METOT

$P_1$  yaklaşımı sonucu tanımlanan difüzyon sabiti birçok varsayım içerdiği için, giriş bölümünde de referans verilen çalışmalarda görüldüğü gibi, literatürde difüzyon sabiti tanımlayan birçok yöntem bulunmaktadır. Bu çalışmada öne sürdüğümüz yöntemimizi diğerlerinden farklı kılan yönleri ise; bu yöntemi kullanarak tanımladığımız nötron difüzyon sabitleri direk olarak sistemin nötronik parametreleri cinsinden ifade edilmemesi, problemin geometrik tanımına göre değişim göstermemesi ve transport çözümünü referans alındığı için, bu yöntemle tanımlanmış sabitleri kullanarak nötron difüzyon denklemini çözdüğümüzde transport çözümü ile aynı sonucu vermesidir. Bu çalışmada öne sürdüğümüz yöntemimiz için akım şeması Şekil 1'de görüldüğü gibi üç ana bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde, tanımlanmış sistemimizin Monte Carlo kodu MCNP5 kullanarak simülasyonu yapılır. Simülasyon sonucu sistemimiz için transport çözümü; nötron akı dağılımını, kısmi nötron akımları, nötron reaksiyon hızları, ortalama hücre akısı ve sistemimizin çoğalma katsayısı elde edilir. Nötron akı dağılımını bulmak için, MCNP5'deki F2 tally seçeneği, kısmi nötron akımını hesaplamak için F1 tally seçeneği, nötron reaksiyon hızlarını ve ortalama hücre akısını hesaplamak için sırasıyla FM4 ve F4 tally seçenekleri kullanılır. Elde ettiğimiz nötron reaksiyon hızlarını ortalama hücre akılarına oranlayarak nötron tesir kesitleri her bir grup için bulunur.

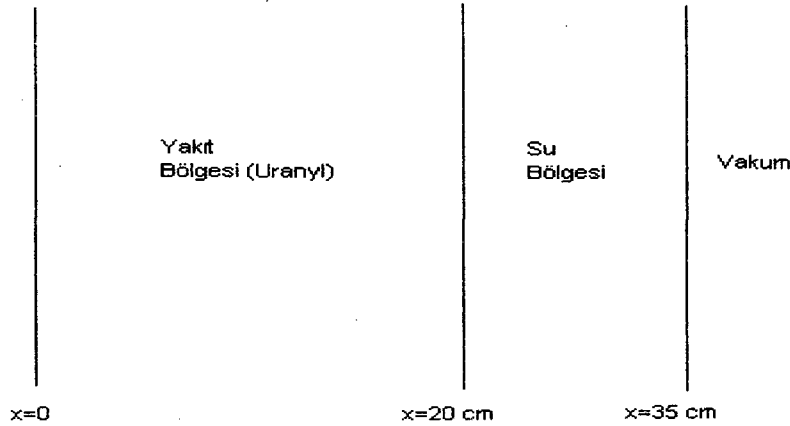


Şekil 1. Transport Eşdeğer Difüzyon Model Akış Şeması

Yöntemimiz ikinci bölümünde, tanımlanmış sistemimiz için difüzyon denklemi analitik olarak çözümlenmiş, sınır koşulları uygulanır. Difüzyon denklemimizin analitik çözümünde bilinmeyen parametrelerimiz olan difüzyon sabiti ve bir gruptan diğer gruba saçılma tesir kesitlerini bulmak için üçüncü aşama olarak bir optimizasyon tekniği kullanılır. Optimizasyon bölümünde, difüzyon sabitleri ve bir gruptan diğerine saçılma tesir kesitleri, Monte Carlo çözümü ve difüzyon denkleminin analitik çözümü arasındaki farkı minimize edecek şekilde optimize edilerek elde edilir. Hesaplama kısmında model değerlendirme problemimiz için transport eşdeğer difüzyon modelimiz ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

### 3. HESAPLAMA VE SONUÇLAR

İki bölge bir boyut değerlendirme problemi için, bu çalışmada öne sürdüğümüz, Transport Eşdeğer Difüzyon Modelimiz (TEDM) ayrıntılı olarak bu bölümde ele alınmıştır. İki bölge bir boyut değerlendirme problemimiz Şekil 2’de de görüldüğü gibi yakıt ve su kısmından olmak üzere iki bölgeden oluşmaktadır. Yakıt ve su bölgesini ait her bir izotop için atom yoğunlukları Çizelge 1’de verilmiştir. Yakıt ve su kısmına ait malzeme özellikleri oda sıcaklığında alınmıştır. İki bölge bir boyut değerlendirme probleminde  $x=0$  cm de simetri ve  $x=35$  cm de vakum sınır koşulu uygulanmıştır.



Şekil 2. İki Bölge bir Boyutlu Değerlendirme Problemi

Çizelge 1. İki Bölge bir Boyutlu Değerlendirme Problemi İçin Nüklid Atom Yoğunlukları

Bölge	İzotop	İzotop Atom Yoğunlukları
		#/barn-cm
Yakıt (Uranyl)	U235	1.22884E-04
	U238	0.0010919
	N	0.0033924
	H	0.0948796
Su	H	0.066606
	O16	0.033326

Değerlendirme problemimiz, Monte Carlo kodu MCNP5 ve birim hücre kodu WIMSD5 kullanarak simülasyonu yapılmış, iki bölge için makroskobik tesir kesitleri üretilmiştir. MCNP5 ve WIMSD5 kodu kullanılarak iki bölge için üretilen makroskobik nötron tesir

kesitleri Çizelge 2’de verilmiştir. Bu çalışmada, 0.625eV-10MeV enerji aralığı birinci grup,  $10^{-5}$ eV-0.625eV enerji aralığı ise ikinci grup olarak alınmıştır.

**Çizelge 2.** İki Bölge bir Boyutlu Değerlendirme Problemi İçin İki grup Tesir Kesitleri

Kod	MCNP5		WIMSD5	
	Yakıt Bölgesi	Su Bölgesi	Yakıt Bölgesi	Su Bölgesi
$\Sigma_{a1} (cm^{-1})$	$0.006431 \pm 0.25\%$	$0.0005903 \pm 0.82\%$	0.006170	0.0005949
$\Sigma_{a2} (cm^{-1})$	$0.09992 \pm 0.12\%$	$0.01882 \pm 0.36\%$	0.09769	0.01854
$\nu\Sigma_{f1} (cm^{-1})$	$0.003258 \pm 0.11\%$	-----	0.003206	-----
$\nu\Sigma_{f2} (cm^{-1})$	$0.1387 \pm 0.07\%$	-----	0.1355	-----
$\Sigma_{s1 \rightarrow 2} (cm^{-1})$	0.059790	0.06163	0.05822	0.06284

Daha sonra transport eşdeğer difüzyon modelin ikinci aşaması olan, iki bölge için difüzyon denkleminin analitik çözümü yapılmıştır. İki bölge için difüzyon denklemini yazarken, yakıt bölgesinde bütün nötronların 1. grupta doğduğu varsayımımız ve 2. gruptan 1. gruba nötronların saçılmadığı kabul edilmiştir. Analitik olarak iki bölge nötron difüzyon denklemleri çözüldükten sonra bilinmeyen sabitleri bulmak için sınır koşulları uygulanmıştır. İki bölge difüzyon denklemleri ve analitik çözümleri aşağıda verilmiştir.

Yakıt Bölgesi için İki grup Difüzyon Denklemi ve Çözümü:

$$-D_1^F \frac{\partial^2 \phi_1^F}{\partial x^2} + \Sigma_{R1}^F \phi_1^F = \frac{1}{k} (\nu \Sigma_{f1}^F \phi_1^F + \nu \Sigma_{f2}^F \phi_2^F) \quad (1)$$

$$-D_2^F \frac{\partial^2 \phi_2^F}{\partial x^2} + \Sigma_{a2}^F \phi_2^F = \Sigma_{s1 \rightarrow 2}^F \phi_1^F \quad (2)$$

Yukarıda verilen denklem sistemi analitik olarak çözüldüğünde, yakıt bölgesinde nötron akı dağılımı aşağıdaki formda elde edilir.

$$\phi_1^F(x) = A_1 \cos(w_2 x) + A_2 \sin(w_2 x) + A_3 \cosh(w_1 x) + A_4 \sinh(w_1 x) \quad (3)$$

$$\phi_2^F(x) = \frac{\Sigma_{s1 \rightarrow 2}^F}{\Sigma_{a2}^F + w_2^2 D_2^F} (A_1 \cos(w_2 x) + A_2 \sin(w_2 x)) + \frac{\Sigma_{s1 \rightarrow 2}^F}{-\Sigma_{a2}^F + w_1^2 D_2^F} (A_3 \cosh(w_1 x) + A_4 \sinh(w_1 x)) \quad (4)$$

Burada;

$w_1, w_2$ : Yakıt bölgesi öz değerleri.

Bilinmeyen sabitleri bulabilmek için yakıt bölgesi sınır koşulları uygulanmıştır.

Yakıt Bölgesi Sınır Koşulları:

$$x=0 \text{ cm simetri sınır koşulu } \frac{\partial \phi_{1,2}^F}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \rightarrow A_2 = A_4 = 0 \quad (5)$$

$x=0$  cm de simetri sınır koşulu uygulandığında, yakıt bölgesi için nötron akısı aşağıdaki forma dönüşmüştür.

$$\phi_1^F(x) = A_1 \cos(w_2 x) + A_3 \cosh(w_1 x) \quad (6)$$

$$\phi_2^F(x) = \frac{\Sigma_{s1 \rightarrow 2}^F}{\Sigma_{a2}^F + w_2^2 D_2^F} A_1 \cos(w_2 x) + \frac{\Sigma_{s1 \rightarrow 2}^F}{-\Sigma_{a2}^F + w_1^2 D_2^F} A_3 \cosh(w_1 x) \quad (7)$$

Su Bölgesi için İki grup Difüzyon Denklemi ve Çözümü:

$$-D_1^W \frac{\partial^2 \phi_1^W}{\partial x^2} + \Sigma_{R1}^W \phi_1^W = \Sigma_{s2 \rightarrow 1}^W \phi_2^W \quad (8)$$

$$-D_2^W \frac{\partial^2 \phi_2^W}{\partial x^2} + \Sigma_{R2}^W \phi_2^W = \Sigma_{s1 \rightarrow 2}^W \phi_1^W \quad (9)$$

Yukarıda verilen denklem sistemimizi analitik olarak çözdüğümüzde, su bölgesinde nötron akı dağılımı aşağıdaki formda elde edilmiştir.

$$\phi_1^W(x) = B_1 \cosh(w_2 x) + B_2 \sinh(w_2 x) + B_3 \cosh(w_1 x) + B_4 \sinh(w_1 x) \quad (10)$$

$$\phi_2^W(x) = \frac{\Sigma_{s1 \rightarrow 2}^W}{-\Sigma_{R2}^W + w_2^2 D_2^W} (B_1 \cosh(w_2 x) + B_2 \sinh(w_2 x)) + \frac{\Sigma_{s1 \rightarrow 2}^W}{-\Sigma_{R2}^W + w_1^2 D_2^W} (B_3 \cosh(w_1 x) + B_4 \sinh(w_1 x)) \quad (11)$$

Burada;

$w_1, w_2$  : Su bölgesi öz değerleri.

Bilinmeyen sabitleri bulabilmek için su bölgesi sınır koşulları uygulanmıştır.

Su Bölgesi Sınır Koşulları:

$x=35$  cm birinci grup için vakum sınır koşulu;

$$\frac{1}{4} [\phi_1^W \Big|_{x=35} + 2D_1^W \frac{\partial \phi_1^W}{\partial x} \Big|_{x=35}] = 0 \quad (12)$$

Birinci grup için vakum sınır koşulu uygulandıktan sonra, bilinmeyen  $B_1$  sabiti,  $B_2, D_1^W$  fonksiyonu olarak elde edilmiştir. Daha sonra ikinci grup için vakum sınır koşulu uygulanmıştır.

$x=35$  cm ikinci grup için vakum sınır koşulu;

$$\frac{1}{4}[\phi_2^W|_{x=35} + 2D_2^W \frac{\partial \phi_2^W}{\partial x}|_{x=35}] = 0 \quad (13)$$

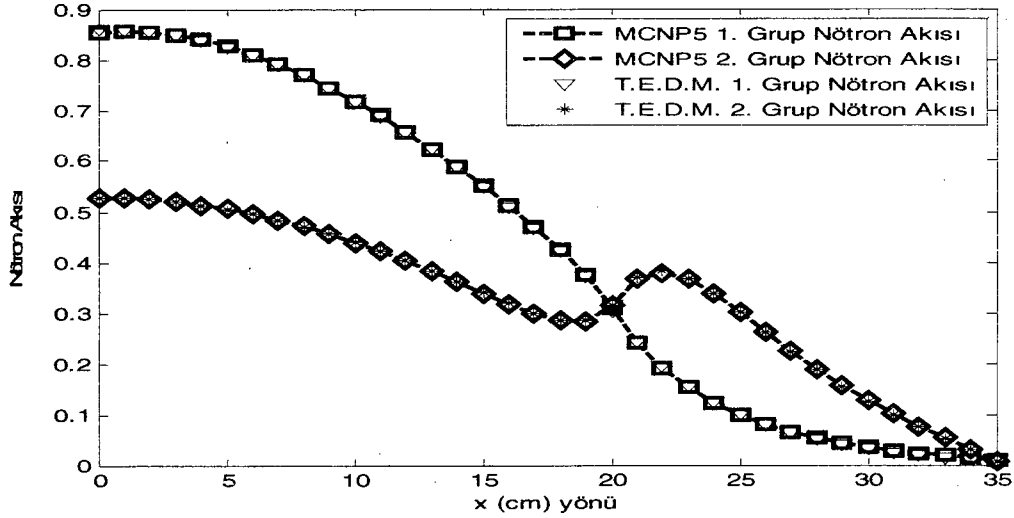
İkinci grup için vakum sınır koşulu uygulandıktan sonra, bilinmeyen  $B_3$  sabiti,  $B_2, B_4, D_1^W, D_2^W$  fonksiyonu olarak elde edilmiştir.

Son olarak, transport eşdeğer difüzyon modelimizin üçüncü aşamasında, Monte Carlo kodu MCNP5 kullanarak elde ettiğimiz transport çözümü ile analitik olarak çözdüğümüz difüzyon denkleminin çözümü arasındaki farkı minimize edecek difüzyon sabitleri ve gruptan gruba saçılma tesir kesitleri hesaplanmıştır. Yakıt ve su bölgesine ait üst gruba saçılma nötron tesir kesitleri sırasıyla  $9.61E-6 \text{ cm}^{-1}$ ,  $3.6312E-4 \text{ cm}^{-1}$  olarak elde edilmiştir. Yakıt bölgesine ait üst gruba saçılma nötron tesir kesiti, yakıt kısmındaki diğer nötron tesir kesitleri ile karşılaştırdığımızda sonuçları değiştirmedeği görülmüştür. Bu yüzden hesaplamalarımızda yakıt kısmında ki üst saçılma nötron tesir kesiti ihmal edilmiştir. Son olarak, iki bölge bir boyut değerlendirme problemi için, transport eşdeğer difüzyon modelini, ve literatürde var olan B1 metoduna [10] ve Fick's Law' a dayanan G. İlas, F. Rahnama'nın öne sürdüğü metodları [11] kullanarak elde ettiğimiz iki grup difüzyon sabitleri Çizelge 3'de verilmiştir.

**Çizelge 3.** İki Bölge bir Boyutlu Değerlendirme Problemi İçin Difüzyon Sabitleri

Model	T.E.D.M		Transport-B1 (WIMSD5)		G. İlas & F.Rahnama	
	Yakıt	Su	Yakıt	Su	Yakıt	Su
Sabiti	Bölgesi	Bölgesi	Bölgesi	Bölgesi	Bölgesi	Bölgesi
$D_1(\text{cm})$	1.3314	1.2291	1.3671	1.2116	0.8917	0.8663
$D_2(\text{cm})$	0.2042	0.1588	0.1205	0.1587	0.2736	0.2468

Hesaplamalarımız sonucunda iki bölge bir boyutlu değerlendirme problemi için elde ettiğimiz nötron akı dağılımı Şekil 3'de verilmiştir.



Şekil 3. İki Bölge bir Boyutlu Değerlendirme Problemi İki Grup Nötron Akı Dağılımı

Şekil 3’de görüldüğü gibi Monte Carlo ve transport eşdeğer difüzyon modeli kullanarak elde ettiğimiz nötron akı dağılımlarının birbiri ile uyduğu açıkça görülüyor. Daha sonra sistem nötronik parametreleri, kısmi akımlar ve çoğalma katsayısı, Monte Carlo ve transport eşdeğer difüzyon modeli kullanarak hesaplanmıştır. Difüzyon teori kullanılarak tanımlan, kısmi nötron akım tanımları aşağıdaki denklemlerde verilmiştir.

Ara yüzeyde ki birinci ve ikinci grup kısmi nötron akım tanımları:

$$J_1^{F+}(20) = \frac{1}{4} [\phi_1^F |_{x=20} - 2D_1^F \frac{\partial \phi_1^F}{\partial x} |_{x=20}] = J_1^{W-}(20) = \frac{1}{4} [\phi_1^W |_{x=20} - 2D_1^W \frac{\partial \phi_1^W}{\partial x} |_{x=20}] \quad (14)$$

$$J_1^{F-}(20) = \frac{1}{4} [\phi_1^F |_{x=20} + 2D_1^F \frac{\partial \phi_1^F}{\partial x} |_{x=20}] = J_1^{W+}(20) = \frac{1}{4} [\phi_1^W |_{x=20} + 2D_1^W \frac{\partial \phi_1^W}{\partial x} |_{x=20}] \quad (15)$$

$$J_2^{F+}(20) = \frac{1}{4} [\phi_2^F |_{x=20} - 2D_2^F \frac{\partial \phi_2^F}{\partial x} |_{x=20}] = J_2^{W-}(20) = \frac{1}{4} [\phi_2^W |_{x=20} - 2D_2^W \frac{\partial \phi_2^W}{\partial x} |_{x=20}] \quad (16)$$

$$J_2^{F-}(20) = \frac{1}{4} [\phi_2^F |_{x=20} + 2D_2^F \frac{\partial \phi_2^F}{\partial x} |_{x=20}] = J_2^{W+}(20) = \frac{1}{4} [\phi_2^W |_{x=20} + 2D_2^W \frac{\partial \phi_2^W}{\partial x} |_{x=20}] \quad (17)$$

Vakum yüzeyde ki birinci ve ikinci grup kısmi nötron akım tanımları:

$$J_1^{W+}(35) = \frac{1}{4} [\phi_1^W |_{x=35} - 2D_1^W \frac{\partial \phi_1^W}{\partial x} |_{x=35}] \quad (18)$$

$$J_2^{W+}(35) = \frac{1}{4} [\phi_2^W |_{x=35} - 2D_2^W \frac{\partial \phi_2^W}{\partial x} |_{x=35}] \quad (19)$$



Monte Carlo ve transport eşdeğer difüzyon modeli kullanarak elde ettiğimiz nötron kısmi akıları karşılaştırılmış ve Çizelge 4 ve 5’de verilmiştir.

**Çizelge 4.** Ara Yüzey Kısmi Nötron Akısı

Kısmi Nötron Akımı	MCNP5	Kısmi Nötron Akımı	MCNP5	T.E.D.M.
$J_1^{F+}(20)$	$0.1173 \pm 0.15\%$	$J_1^{W-}(20)$	$0.1173 \pm 0.15\%$	0.1171
$J_1^{F-}(20)$	$0.03851 \pm 0.27\%$	$J_1^{W+}(20)$	$0.03851 \pm 0.27\%$	0.03842
$J_2^{F+}(20)$	$0.07367 \pm 0.25\%$	$J_2^{W-}(20)$	$0.07367 \pm 0.25\%$	0.07345
$J_2^{F-}(20)$	$0.08365 \pm 0.23\%$	$J_2^{W+}(20)$	$0.08365 \pm 0.23\%$	0.08392

**Çizelge 5.** Vakum Yüzeyi Kısmi Nötron Akısı

Kısmi Nötron Akımı	MCNP5	T.E.D.M.
$J_1^{W+}(35)$	$0.005803 \pm 0.65\%$	0.005788
$J_2^{W+}(35)$	$0.003354 \pm 0.65\%$	0.003344

Son olarak sistem denklem (20)’deki tanım kullanılarak hesaplanmıştır. Monte Carlo kodu MCNP5, birim hücre kodu WIMSD5 ve transport eşdeğer difüzyon modeli kullanarak elde ettiğimiz çoğalma katsayısı Çizelge 6’de verilmiştir.

$$k_{eff} = \frac{\int_0^{20} (v\Sigma_{f1}^F \phi_1^F(x) + v\Sigma_{f2}^F \phi_2^F(x)) dx}{[J^F(20) + \int_0^{20} (\Sigma_{a1}^F \phi_1^F(x) + \Sigma_{a2}^F \phi_2^F(x)) dx]} \quad (20)$$

$$\text{Burada; } J^F(20) = J_1^{F+}(20) + J_2^{F+}(20) - J_1^{F-}(20) - J_2^{F-}(20) \quad (21)$$

**Çizelge 6.** Sistem Çoğalma Katsayısı

Çoğalma Katsayısı	MCNP5	T.E.D.M.	WIMSD5
$k_{eff}$	$1.21226 \pm 0.0002$	1.21226	1.21233

#### 4. TARTIŞMA VE YORUM

Difüzyon teoride literatürde var olan metotlarla tanımlanan difüzyon sabitlerini kullanarak hesaplanan nötron akı dağılımlarının, ara yüzey ve vakum gibi sınırlarda transport çözümü ile uyummadığı bilinmektedir. Öte yandan bu çalışmada, öne sürdüğümüz transport eşdeğer difüzyon modeli kullanarak iki bölge bir boyutlu problem için elde ettiğimiz sonuçlara baktığımızda, Monte Carlo kodu MCNP5 kullanarak elde ettiğimiz transport çözümü ile aynı sonuçları elde ettiğimizi gördük. Elde edilen sonuçlar ışığında, transport çözümüyle aynı hassasiyeti sağlayacak difüzyon parametrelerinin transport eşdeğer difüzyon modelini ve en az iki enerji grubu kullanarak tanımlanabileceği gösterilmektedir. Bu yönü ile transport eşdeğer difüzyon modeli, literatürde var olan difüzyon parametrelerini hesaplayan birim hücre nötronik kodlarından (WIMSD5, PSG gibi.) ayrılır. Çünkü literatürdeki birim hücre kodları transport çözümüyle aynı hassasiyeti verecek difüzyon parametrelerini üretme garantisini vermemektedir. Çizelge 3'e baktığımızda, birim hücre kodu WIMSD5'in opsiyonu olan B<sub>1</sub> metodunu kullanarak hesaplanan difüzyon sabitlerinin transport eşdeğer difüzyon modeliyle hesaplanan difüzyon sabitleriyle kısmen örtüştüğü görülmektedir. Sonuçların kısmen örtüşmesiyle birlikte, bu sabitler hesaplanırken doğru geometrik büküm değerinin WIMSD5'e girilmesi ve bunun içinde değer daha önceden bilinmesi gerekir. Buda ancak aynı model problemin daha önceden benzeşimi veya deneyi yapıldıysa mümkündür. Bu çalışmada, değerlendirme problemimizin birim hücre kodu WIMSD5'i kullanarak analizi yapılırken, MCNP5 analizi sonucu elde edilen sistem çoğalma katsayısını sağlayacak geometrik büküm değeri WIMSD5'e girilmiştir. Buna rağmen birim hücre kodu WIMSD5 yakıt kısımandaki 2.grup difüzyon sabiti transport eşdeğer difüzyon sabitinden farklıdır. Bunun sebebi nötron sızıntısının 1. grupta daha baskın olmasıdır. Buna bağlı olarak birim hücre kodu WIMSD5 2. gruptaki nötron sızıntısının etkisini yakalayamamakta ve bunun paralelinde de 2. gruptaki difüzyon sabitini doğru olarak hesaplayamamaktadır. Diğer bir metot olan, Fick's Law' a dayalı G. Ilas ve F. Rahnemanın öne sürdüğü metodu kullanarak hesapladığımız ve Çizelge 3'te de verdiğimiz iki grup difüzyon sabit değerlerinin, transport eşdeğer difüzyon modeli kullanarak bulduğumuz difüzyon sabitleriyle uyummadığı görülmektedir. Çünkü bu metot giriş bölümünde de vurguladığımız gibi nötronların doğrusal saçılım yaptığını ve saçılım yaptıktan sonra enerjilerinin değişmediği varsayımını içermektedir. Transport eşdeğer difüzyon modelini farklı kılan diğer bir yönü ise, literatürdeki var olan birim hücre nötronik kodları çözüm yaparken deterministik yöntemler kullandığı için, simülasyonunu yapabileceğimiz problem tipi sınırlanmış olmaktadır.

#### 5. KAYNAKLAR

- [1] Benoist P. , "Theorie Coefficient de Diffusion des Neutrons dans un resau comportant des cavities " , Rapport CEA-R-2278, Commissariat a l'Energie Atomique, Saclay, 1964
- [2] Benoist P. , "Streaming Effects and Collision Probabilities in Lattice", Nuclear Science and Engineering, 34, 285-307, 1968
- [3] Bonalumi R.A., "Unified Theory of Cell Diffusion Coefficients", Energ. Nucl. (Milan), 393-407, 1971
- [4] Pomraning G. C., "Flux-Limited Diffusion Theory with Anisotropic Scattering " , Nuclear Science and Engineering, 86, 335-343, 1983
- [5] Köhler P., 1975, "A New Definition of the Cell Diffusion Coefficient " , Nuclear Science and Engineering, 57, 333-344, 1975
- [6] Deniz V., "Study of the Kinetics of Thermalized Neutron Populations in Multiplying or Nonmultiplying Heterogeneous Media", Nuclear Science and Engineering, 28, 397-403, 1967
- [7] Deniz V., "Study of Lattices of Graphite with Empty Channels by Means of the Pulsed Source Technique " , Nuclear Science and Engineering, 32, 201-224, 1968
- [8] Gelbard E. M., "Anisotropic Neutron Diffusion in Lattices of the Zero-Power Plutonium Reactor Experiments "Nuclear Science and Engineering, 54, 327-340, 1974

- 
- [9] Larsen E.W., "A Homogenized Multigroup Diffusion Theory for the Neutron Transport Equation", Los Alamos Scientific Laboratory, New Mexico, 1975
- [10] I. Petrovic, P. Benoist, "BN Theory: Advances and New Models for Neutron Leakage Calculation", Advances in Nuclear Science and Technology, 24, 223-282, 1996
- [11] Ilas G., Rahnema F., "A Monte Carlo based nodal diffusion model for critically analysis of spent fuel storage lattices ", Annals of Nuclear Energy 30, 1089-1108, 2003
- [12] Ponders J. M., "Stochastically Generated Multigroup Diffusion Coefficients", Georgia Institute of Technology, 2006
- [13] Milgram M.S., "Estimation of Axial Diffusion Processes by Analog Monte-Carlo; Theory, Tests and Examples ", Annals of Nuclear Energy, 24, 671-704, 1997
- [14] Leppönen J., "A New Assembly-Level Monte Carlo Neutron Transport Code for Reactor Physics Calculations", Mathematics and Computation, Supercomputing, Reactor Physics and Nuclear and Biological Applications, 2005
- [15] Duderstadt J. J., Hamilton J. J., JOHN WILEY & SONS. Inc., Canada, 1976