SÜPERİZİNLİ FERMİ BETA GEÇİŞLERİ VE CKM MATRİSİNİN ÜNİTERLİĞİ

Abdullah Engin Çalık[1,*], Murat Gerçeklioğlu[1], Cevat Selam[2]

[1]Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü, 35100, Bornova, İZMİR
[2]Anadolu Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü, ESKİŞEHİR

Bu çalışmada, Cabibbo Kobayashi Maskawa (CKM) karışım matrisinin üniterliği süperizinli Fermi beta geçişleri üzerinde çalışılarak incelendi. CKM karışım matrisinin V_{ud} elemanının sayısal değeri standart prosedür izlenerek hesaplandı. Daha önceki çalışmalardan farklı bir metot kullanılarak, Coulomb kuvvetlerine bağlı izospin bozulması daha doğru bir şekilde elde edildi. Burada, izospin bozulmasından dolayı kabuk modeli Pyatov metodu ile restore edildi ve geçiş matris elemanları Rastgele Faz Yaklaşımı (RPA) aracılığıyla bulundu.

Anahtar Kelimeler: Süperizinli Fermi Beta Geçişleri, İzospin Kırılması, CKM Matrisi

SUPERALLOWED FERMI BETA DECAYS AND THE UNITARITY OF THE CKM MATRIX

In this work, the unitarity of the Cabibbo Kobayashi Maskawa (CKM) mixing matrix has been investigated by studying on the superallowed Fermi Beta decays. The numerical value of the V_{ud} element of the CKM mixing matrix has been calculated following the standard procedure. Using a different method from those of the previous studies, the effect of the isospin breaking due to the Coulomb forces have been evaluated more accurately. Here, the shell model has been modified by Pyatov's restoration because of the isospin breaking and the transition matrix elements have been found by means of the Random Phase Approximation (RPA).

Keywords: Superallowed Fermi Beta Decays, Isospin Breaking, CKM Matrix

* engin.calik@ege.edu.tr

1. GİRİŞ

Çekirdekte, süperizinli $J^{\pi}0^{+} \rightarrow 0^{+}$ Fermi beta geçişleri, elektrozayıf standart modelin sonuçlarını ve öngörülerini test eden önemli bir araçtır. Süperizinli geçişler son yıllarda bir çok önemli çalışmaların konusunu oluşturmuştur [1-14]. CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) matrisinin üniterliği, parçacık fiziğindeki en önemli problemlerden bir tanesidir. Parçacık fiziğinde standart modelin ötesi çok ilgi çeken, sıcak bir konudur [15]. Süperizinli Fermi beta geçişleri, zayıf etkileşmelerin özelliklerinin çok iyi bir şekilde açıklanmasını sağlamaktadır. Özellikle Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matrisinin, yukarı-aşağı kuarklarla ilgili olan V_{ud} elemanının hesaplanmasını sağlayan en iyi yollardan bir tanesidir.

Günümüze kadar, $W^{\pm}$ ara bozonların neden olduğu radyatif terimler iyi bir şekilde anlaşılmıştır [16,17]. V_{ud} 'nin hesaplanmasındaki araştırmaların en önemli kısmı, modele bağlı olan geçiş matris elemanının hesaplanmasındaki izospin kırılmasının etkisi veya başka bir ifadeyle nükleer uyumsuzluktur.

Bu alanda, izospin kırılmasının düzeltilmesi konusunda birkaç aktif grup çalışmalarda bulunmaktadır. Towner-Hardy, Woods-Saxon dalga fonksiyonuna sahip kabuk modeli kullanarak izospin kırılması düzeltme teriminin değeri için bir çok hesaplama yapmıştır [2, 4, 5, 14]. Ormand ve Brown, izospin kırılması için kabuk model ve Hartree-Fock hesaplamaları yapmıştır [6, 10]. Başka bir metot da Barker tarafından yapılan ve R-matris teorisine dayanan hesaplamalardır [7, 8]. Başka bir çalışma da, Hartree-Fock hesaplarına eklenerek yapılan ve yük simetrisi ile yük bağımsızlığı düzeltmelerini RPA ile hesaplayan Sagawa ve arkadaşlarının yaptığı çalışmadır [11]. Bunları, geniş shell model hesapları kullanılarak $A=10$ olan çekirdek için Navrátil ve arkadaşlarının yaptığı çalışma izlemiştir [12]. Son olarak, Wilkinson, deneysel dataya bakarak elde ettiği $Ft-Z$ grafiğinde, $Z \approx 0$ olacak şekilde ekstrapole ederek V_{ud} hesabı için gerekli saf zayıf etkileşmeyi elektromanyetik etkileşmeden ayırmaya çalışmıştır [9, 13] ve Wilkinson, CKM matrisinin üniterliğini göstermek için farklı grupların datalarını kullanarak bir çok çalışma yapmıştır [18-22].

Bizim burada yaptığımız nükleer fizik ve parçacık fiziğinin bir arakesişim konusunu ele almaktır. Amacımız, CKM matrisinin bir elemanı olan V_{ud} 'yi bulurken süperizinli beta geçişlerini kullanmak ve bu geçişlerde kabuk modeli potansiyelinin izovektör kısmı tarafından kırılan izotopik spin simetrisini de Pyatov Yöntemini [23, 24] kullanarak restore etmektir.

2. METOT

Çok parçacıklı sistemlerin kuantum teorisi ile ilgilenirken en sık karşılaşılan problemlerden bir tanesi sistemi temsil eden Hamiltoniyenin, bazı simetrileri ihlal etmesidir. Bozulan bu simetriler belirli fiziksel büyüklüklerin korunumu ile ilgilidir. Kapalı bir sistem için;

$$[\hat{H},\hat{P}]=0 \quad , \quad [\hat{H},\hat{J}]=0,$$

$$[\hat{H},\hat{T}]=0 \quad , \quad [\hat{H},\hat{N}]=0$$

olmalıdır. Burada P çizgisel momentum, J açısal momentum, T izotopik spin ve N parçacık sayısıdır.

Eğer,

$$[\hat{H},\hat{P}] \neq 0 \quad , \quad [\hat{H},\hat{J}] \neq 0 ,$$

$$[\hat{H},\hat{T}] \neq 0 \quad , \quad [\hat{H},\hat{N}] \neq 0$$

şeklinde olursa ilgili simetride bozulma var demektir. Bu simetrilerin bozulması, nükleer modelden kaynaklanmaktadır. Yani, kullanılan model dahilinde, restore edilebilmesi gerekmektedir [25].

Bilindiği gibi tek parçacık shell model potansiyeli şu şekildedir;

$$U(r) = -U_0 f_0(r) + U_1 f_1(r) t_z + V_c(r). \tag{1}$$

(1) denkleminde, $f_0(r)$ and $f_1(r)$ izoskaler ve izovektör potansiyellerinin radyal fonksiyonlarıdır, U_0 and U_1 parametredir ve $V_c(r)$ de Coulomb potansiyelidir.

Denklem (1) ile verilen potansiyelin izospin simetrisini, izovektör ve Coulomb terimlerinin bozduğu açıktır. Burada, elektromagnetik etkileşmeler izospin simetrisini bozdukları için, Coulomb kuvvetlerinin izospin bozulmasına neden olması doğaldır. Diğer taraftan, nükleonlar arası güçlü etkileşmeleri temsil eden izoskaler ve izovektör kısımlar yükten bağımsız olmalıdırlar. İzovektör kısmın simetriyi bozan etkisi bir metot kullanılarak düzeltilmelidir. Burada kullanılan metod, Pyatov'un restorasyon yöntemidir. Pyatov metoduna göre, kullanılan model hamiltoniyeninin bozulan simetrisi, hamiltoniyene bir rezidüel kuvvet eklenerek restore edilir. Bu rezidüel etkileşme olan $\hat{h}$ şu duruma karşılık gelir;

$$\left[\hat{H} - V_c(r) + \hat{h}, \hat{T}\right] = 0. \tag{2}$$

Pyatov $\hat{h}$'nin şu formda olacağını göstermiştir;

$$\hat{h} = \frac{1}{2\gamma}\left[\hat{H} - V_c(r), \hat{T}\right]^{+}\left[\hat{H} - V_c(r), \hat{T}\right]. \tag{3}$$

Metodun detayları ve ilk uygulaması sırasıyla [23, 24]'de verilmiştir. Son uygulamaları olan izotopik invaryans [26-32]'de ve dönme invaryansı [33]'de verilmiştir.

3. CKM MATRİSİ VE V_{ud}'NİN HESAPLANMASI

Standart modelde karşılaşılan bir özellik, farklı ailelerde aynı yerde olan kuarkların birbirlerine karışmalarıdır. Bu karışım matematiksel olarak 3x3 bir üniter matrisle ifade edilir. 2 aileli durum için ilk defa Nicola Cabibbo [34] tarafından yazılan bu matris, 3 aileli duruma Makoto Kobayashi ve Toshihide Maskawa [35] tarafından genelleştirdiği için onların isimlerinin baş harfleri ile anılır: "CKM matrisi".

CKM kuark karışım matrisi, güçlü etkileşmeli kuark özdurumları ile zayıf etkileşmeli kuark özdurumları arasındaki dönüşümü temsil eder ve şu şekli alır;

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \tag{4}$$

CKM matrisinin üniterliğinin test edilmesi şu an ki standart modelin temel parçacıklarının da doğruluğunun test edilmesidir. Bu matrisin dokuz elemanı arasında birçok değişik ilişki vardır ve bunlar deneylerle test edilmektedir. Burada V_{ud} sadece birinci jenerasyondaki kuarklara bağlıdır ve büyük doğrulukla belirlenebilmektedir. Beta geçişlerinde aşağı ve yukarı kuark arasındaki geçiş incelendiği için yukarı-aşağı kuark geçişlerini temsil eden matris elemanı V_{ud} 'dir. Bu matrisin üniterliğini test etmek için en üst satırdaki elemanların karelerinin toplamını almak yeterlidir. Üniterlik koşulu [34,35];

$$V_{ud}^2 + V_{us}^2 + V_{ub}^2 = 1 \tag{5}$$

şeklindedir. Eğer sonuç bu şekildeyse matris üniterdir. Bu sonucun sağlanmasında bu üç terim içinden en büyük katkı V_{ud} 'den gelmektedir. Dolayısıyla V_{ud} ne kadar doğru hesaplanırsa, yukarıdaki matrisin de üniterlik şartını şağlayıp sağlamadığı o kadar doğru bir şekilde yapılabilir. V_{ud} 'nin değeri üç yolla bulunabilir: birincisi nükleer süperizinli Fermi beta geçişleri; ikincisi serbest nötron geçişi ve üçüncüsü de pion beta geçişidir.

Süperizinli Fermi beta geçişleri için ($G_A = 0$ olur) ft ifadesi yazılacak olursa;

$$ft = \frac{K}{G_V^2 |M_F|^2} \tag{6}$$

şeklindedir. Burada,

$$K/(\hbar c)^6 = 2\pi^3 \hbar \ln 2/(m_e c^2)^5 = (8120.271 \pm 0.012) \times 10^{-10} \quad GeV^{-4} s,$$

değerini alır. Bu denklem, düzeltme terimleri gözönüne alınarak ve yukarıdaki halinden farklı olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir [36]. Çekirdeğe bağlı düzeltmeler deneysel ft değerinden elde edilmelidir. Düzeltme terimlerinin eklenmesiyle modifiye edilen ft değerleri;

$$Ft \equiv ft(1 + \delta_R)(1 - \delta_C) = \frac{K}{2G_V^2(1 + \Delta_R^V)} \tag{7}$$

şeklindedir. Burada, Ft düzeltilmiş ft, f istatistiksel oran fonksiyonu ve t de geçişin yarı ömrüdür. δ_C, δ_R ve Δ_R^V sırasıyla, izospin simetrisindeki kırılma düzeltmesi, radyatif düzeltme ve çekirdekten bağımsız radyatif düzeltmedir. Radyatif düzeltme iki kısma ayrılabilir;

$$\delta_R = \delta'_R + \delta_{NS}. \tag{8}$$

Buradaki birinci terim δ'_R, elektronun maksimum enerjisinin bir fonksiyonu olup nükleer yapıdan bağımsızdır. İkinci terim, δ_{NS}, nükleer yapıya bağlıdır. Bu terimler kullanılarak (7) denkleminin sol tarafı şu şekilde yazılabilir;

$$Ft \equiv ft(1+\delta'_R)(1+\delta_{NS}-\delta_C). \tag{9}$$

(9) denkleminin birinci kısmı nükleer yapıdan bağımsız, ikinci kısmı ise nükleer yapıya bağlıdır. İzospin simetrisindeki kırılma düzeltmesi şu şekilde yazılabilir [37];

$$\delta_C = \delta_{C1} + \delta_{C2}. \tag{10}$$

Burada, δ_{C1}, Coulomb ve diğer yüke bağlı nükleer kuvvetlerin etkisini temsil eder ki bu da ana ve geçişin yapıldığı çekirdeğin 0^+ durumlarının dalga fonksiyonlarının karışımına sebep olur. δ_{C2} ise Coulomb etkileşmesinin diğer etkisini içerir yani, nötron ve protonun uyarılma enerjileri arasındaki farka karşılık gelir.

Elektrozayıf teoride, Fermi ve vektör çiftlenim sabitleri arasında

$$G_V = G_F V_{ud} \tag{11}$$

şeklinde bir ilişki vardır. Fermi çiftlenim sabiti, G_F, müon beta geçişinden elde edilir ve değeri;

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} = 1.16639\times 10^{-5}\, GeV^{-2}$$

şeklindedir. (7) ve (9) denklemlerinden V_{ud} matris elemanının karesi şu şekilde elde edilir;

$$V_{ud}^2 = \frac{K}{2G_F^2 Ft} = \frac{2984.38(6)}{Ft}. \tag{12}$$

4. HESAPLAMALAR

Bu çalışmadaki amacımız, Pyatov Yöntemini kullanarak geçiş matris elemanı olan M_F'yi hesaplamak ve $|M_F|^2 = 2(1-\delta_C)$ bağıntısından hareketle "izospin simetrisinin kırılma düzeltmesi" olan δ_C'yi bulmaktır. Bulduğumuz bu sonucu önce (9) denkleminde yerine koyarak Ft'yi bulmak ve bulduğumuz bu sonucu da (12) denkleminde yerine yazarak V_{ud}'yi elde etmektir. Daha sonra elde ettiğimiz sonucu (5) denkleminde yerine koyarak CKM matrisinin üniterliğini incelemektir.

Hesaplamalarda Woods-Saxon potansiyeli için Chepurnov parametizasyonu [38] kullanılmıştır. Radyal kuantum numarası n'nin $\Delta n = 0,1,2,3$ durumları için bütün nötron-proton geçişlerini içeren hesaplamalar baz alınmıştır. Hesaplamalar bilinen onbir süperizinli beta geçişi için yapılmıştır.

Yukarıda da belirtildiği gibi izovektör teriminin neden olduğu izospin simetrisinin kırılmasının etkisi yok edilmelidir. Şu ana kadar daha önceki çalışmalarda bu konuya değinilmemiştir. İzospin simetrisinin kırılmasının etkisi olan δ_{C1} şu şekilde hesaplanır;

$$|M_F|^2 = 2(1-\delta_{C1}). \tag{13}$$

Bu hesapta izovektör teriminin neden olduğu izospin kırılmasının etkisi mevcut değildir. Bu nedenle bu hesapla elde edilen sonuçlar güvenilir değerler olmayabilir. Güvenilir sonuçlar elde etmek için, nükleer potansiyelin izovektör bileşeninin etkisinin arındırılması gerekmektedir.

Bahsedilen problemi çözmek için, bu çalışmada, Pyatov metodu kullanılmıştır. Matris elemanları, restore edilen hamiltoniyen kullanılarak hesaplanmıştır. Böylece, denklem (13)'de verilen δ_{C1}, sadece Coulomb etkileşmelerini içerecek şekilde elde edilmiştir.

Çizelge 1. Süperizinli Fermi beta geçişi yapan onbir çekirdeğin Ft değerleri. ft, $\delta'_R(\%)$, $\delta_{NS}(\%)$, $\delta_{C2}(\%)$ ve $\Delta^V_R = (2.361 \mp 0.038)\%$ değerleri [37]'den alınmıştır. Δ^V_R'nin değeri, Ft'yi ifade eden (9) denklemine eklenmiştir.

Ana Çekirdek	ft (s)	$\delta'_R(\%)$	$\delta_{NS}(\%)$	$\delta_{C1}(\%)$	$\delta_{C2}(\%)$	Ft (s)
^{10}C	3039.5(47)	1.679(4)	-0.345(35)	1.399	0.165(15)	3103.0(51)
^{14}O	3042.5(27)	1.543(8)	-0.245(50)	0.578	0.275(15)	3127.7(34)
^{26m}Al	3037.0(11)	1.478(20)	0.005(20)	0.168	0.280(15)	3140.7(19)
^{34}Cl	3050.0(11)	1.443(32)	-0.085(15)	0.017	0.550(45)	3146.4(24)
^{38m}K	3051.1(10)	1.440(39)	-0.100(15)	-0.150	0.550(55)	3152.3(27)
^{42}Sc	3046.4(14)	1.453(47)	0.035(20)	-0.142	0.645(55)	3148.8(30)
^{46}V	3049.6(16)	1.445(54)	-0.035(10)	-0.219	0.545(55)	3155.3(32)
^{50}Mn	3044.4(12)	1.445(62)	-0.040(10)	-0.449	0.610(50)	3155.0(30)
^{54}Co	3047.6(15)	1.443(71)	-0.035(10)	-0.245	0.720(60)	3148.4(35)
^{62}Ga	3075.5(14)	1.459(87)	-0.045(20)	0.716	1.20(20)	3131.4(72)
^{74}Rb	3084.3(80)	1.50(12)	-0.075(30)	0.516	1.50(25)	3137.5(132)
					Ortalama Ft	3140.6(9)

Deneysel ft değerleri, δ'_R, δ_{NS}, δ_{C1}, δ_{C2} ve Ft değerleri Çizelge 1'de listelenmiştir. Ft değerleri denklem (9) kullanılarak hesaplanmıştır.

Çizelge 1'deki onbir datanın ortalama $\overline{Ft}$ değeri,

$$\overline{Ft} = 3140.6(9) \text{ s},$$

olarak elde edilir . Bu sonucu (12) denkleminde yerine yazarsak,

$$V_{ud}^2 = 0.9502(8)$$

olur ve bunun da karakökü alınırsa

$$V_{ud} = 0.9748(4)$$

olarak elde edilir.

Çizelge 2. CKM matrisinin $(V_{ud}^2 + V_{us}^2 + V_{ub}^2)$ üniterliği.

(V_{ud})	(V_{us})	(V_{ub})	Elde Edilen Üniterlik $(V_{ud}^2 + V_{us}^2 + V_{ub}^2)$
0.9748(4)	0.2234(18)	0.00361(47)	1.0001(11)

CKM matrisinin $(V_{ud}^2 + V_{us}^2 + V_{ub}^2)$ üniterliği Çizelge 2'de gösterilmiştir. Üniterlik için, V_{ub} ve V_{us}'nin sayısal değerleri [21]'den alınmıştır. Bu sonuç [37]'deki sonuçla ve literatürdeki diğer sonuçlarla uyum içindedir.

Burada önemli olan bir nokta vardır; bu matris elemanları üzerinde parçacık fiziğinde kabul edilmiş ortak bir fikir yoktur. Farklı gruplar farklı dataları kullanmaktadır. Parçacık fiziğindeki bu datalar üzerindeki uyumsuzluk, üniterlik problemini doğrudan etkilemektedir. Denklem (5)'in en büyük parçası V_{ud}'dir, yani, üniterlik durumu daha çok V_{ud}'nin hassaslığına bağlıdır.

5. TARTIŞMA VE YORUM

Sonuç olarak, nükleer uyumsuzluk düzeltmesi için farklı bir metot kullanılarak farklı sayısal değerler elde edilmiştir. Böylece, nükleer kabuk potansiyelin izovektör kısmının etkisinin izolasyonunun Pyatov metotu ile yapılmasının ne kadar önemli olduğu nükleer uyumsuzluk düzeltmesi hesaplarında görülmüştür.

6. KAYNAKLAR

[1] Blin-Stoyle, R. J., Isospin in Nuclear Physics, ed. D. H. Wilkinson, North-Holland, Amsterdam, 1969.
[2] Towner, I. S., Hardy, J. C., Nucl. Phys. A, 205, 33, 1973.
[3] Wilkinson, D. H., Phys. Lett. B, 65, 9, 1976.
[4] Hardy, J. C., Towner, I. S., Nucl. Phys. A, 254, 221, 1975.
[5] Towner, I. S., Hardy, J. C., Harvey, M., Nucl. Phys. A, 284, 269, 1977.
[6] Ormand, W. E., Brown, B. A., Phys. Rev. Lett., 62, 866, 1989.
[7] Barker, F. C., Nucl. Phys. A, 537, 134, 1992.

[8] Barker, F. C., Nucl. Phys. A, 579, 62, 1994.
[9] Wilkinson, D. H., Nucl. Instr. and Meth. A, 335, 201, 1993.
[10] Ormand, W. E., Brown, B.A., Phys. Rev. C, 52, 2455, 1995.
[11] Sagawa, H., Van Giai, N., Suzuki, T., Phys. Rev. C, 53, 2163, 1996.
[12] Navrátil, P., Barrett, B.R., and Ormand, W. E., Phys. Rev. C, 56, 2542, 1997.
[13] Wilkinson, D. H., Nucl. Instr. and Meth. A, 488, 654, 2002.
[14] Towner, I.S., Hardy, J.C., Phys. Rev. C, 66, 035501, 2002.
[15] Gilman, F.J., Nucl. Instr. and Meth. A, 462, 301, 2001.
[16] Sirlin, A., Rev. Mod. Phys., 50, 573, 1978.
[17] Marciano, W. J., Sirlin, A., Phys. Rev. Lett., 56, 22, 1986.
[18] Wilkinson, D.H., Nucl. Instr. and Meth. A, 495, 65, 2002.
[19] Wilkinson, D.H., J. Phys. G, 29, 189, 2003.
[20] Wilkinson, D.H., Nucl. Instr. and Meth. A, 526, 386, 2004.
[21] Wilkinson, D.H., Nucl. Instr. and Meth. A, 543, 497, 2005.
[22] Wilkinson, D.H., Nucl. Instr. and Meth. A, 555, 457, 2005.
[23] Pyatov, N.I., Salamov, D.I., Nukleonika, 22, 127, 1977.
[24] Pyatov, N.I., et al., Sov. J. Nucl. Phys., 29, 10, 1979.
[25] Ring, P., Schuck, P., The Nuclear Many-Body Problem, Springer-Verlag, NY, 1980.
[26] Babacan, T., et al., J. Phys. G, 30, 759, 2004.
[27] Küçükbursa, A., et al., Pramana, 63, 947, 2004.
[28] Babacan, T., Salamov, D. I., Kucukbursa, A., Phys. Rev. C, 71, 037303, 2005.
[29] Babacan, T., Salamov, D. I., Kucukbursa, A., Phys. Rev. C, 71, 037303, 2005.
[30] Salamov, D. I., et al.,Pramana, 66, 1105, 2006.
[31] Salamov, D. I., Ünlü, S., Çakmak, N., Pramana, 69, 369, 2007.
[32] Babacan, T., et al., Nucl. Phys. A, 788, 279, 2007.
[33] Kuliev, A.A., Guliyev, E., Gerçeklioglu, M., J. Phys. G, 28, 407, 2002.
[34] Cabibbo, N., Phys. Rev. Lett., 10, 531, 1963.
[35] Kobayashi, M., Maskawa, T., Prog. Theor. Phys., 49, 652, 1973.
[36] Towner, I.S., Hardy, J.C., In Proceedings of V International WEIN Symposium: Pyhsics Beyond the Standart Model, Santa Fe, NM, 1998.
[37] Towner, I.S., Hardy, J.C., Phys. Rev. C, 77, 025501, 2008.
[38] Soloviev, V.G., Theory of Complex Nuclei, Pergamon, New York, 1976.