Reference:

1. T. Johannsen and D. Psaltis, Astrophys. J. 716, 187 (2010).
2. T. Johannsen and D. Psaltis, Phys. Rev. D 83, 124015(2011).
3. S. E. Vazquez and E. P. Esteban, Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis. 119B, 489 (2004).
4. Atamurotov F. S., Abdujabbarov A. A., Ahmedov B. J., Phys. Rev. D 88, 064004(2013).

SPIN DOWN OF ROTATING COMPACT MAGNETIZED STARS

J. Rayimbayev[1] and B.A. Toshmatov[2]

[1]Ulugh Begh Astronomical Institute, [2]Institute of Nuclear Physics

Neutron stars provide a natural laboratory to study extremely dense matter. In the interiors of such stars, the density can reach up to several times the nuclear saturation density $n_0 \approx 0.16 fm^{-3}$. At such high densities quarks could be squeezed out of nucleons to form quark matter. It has been suggested that strange quark matter that consists of comparable numbers of u, d, and s quarks may be the stable ground state of normal quark matter.

Here we will be concerned with the possibility to distinguish neutron star from the strange star from the spin down of pulsar.

Assume that the oblique rotating magnetized star is observed as radio pulsar through magnetic dipole radiation. Then the luminosity of the relativistic star in the case of a purely dipolar radiation, and the power radiated in the form of dipolar electromagnetic radiation, is given by [1]

$$L_{em} = \frac{{}^4_R R^6 \tilde{B}_0^2}{6c^3} \sin^2 \qquad (1)$$

where tilde denotes the general relativistic value of the corresponding quantity, subscript R denotes the value of the corresponding quantity at $r = R$ and χ is the inclination angle between magnetic and rotational axes. In this report we will use the spacetime of slowly rotating relativistic star which in a coordinate system (t, r, θ, φ) has the following form:

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)} dt^2 + e^{2\Lambda(r)} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \, d\varphi^2 - 2\omega(r) r^2 \sin^2\theta dt d\varphi \qquad (2)$$

where metric functions $\Phi(r)$ and $\Lambda(r)$ are completely known for outside of the star and given as:

$$e^{2\Phi(r)} = (1 - \frac{2M}{r}) = e^{-2\Lambda(r)} \qquad (3)$$

$\omega = 2J / r^3$, $J = I(M,R)\Omega$ is the total angular momentum of the star with total mass M and moment of inertia $I(M,R)\Omega$ is the angular velocity of the star.

The equivalent Newtonian expression for the rate of electromagnetic energy loss through dipolar radiation [2]

$$(L_{em})_{Newt} = \frac{\Omega_R^4 R^6 B_0^2}{6c^3} \sin^2 \chi \qquad (4)$$

it is easy to realize that the general relativistic corrections emerging in expression (1) are due partly to the magnetic field amplification at the stellar surface

$$\frac{\tilde{B}_0}{B_0} = \frac{\tilde{B}_0 R^3}{2\mu} = f_R \quad , \qquad f_R = -\frac{3R^3}{8M^3}[\ln N_R^2 + \frac{2M}{R}(1 + \frac{M}{r})] \qquad (5)$$

and partly to the increase in the effective rotational angular velocity produced by the gravitational redshift

$$\Omega(r) = \Omega_R \frac{N_R}{R} = \Omega \sqrt{(\frac{R-2M}{r-2M})\frac{r}{R}} \qquad (6)$$

Expression (1) could be used to investigate the rotational evolution of magnetized neutron stars with predominant dipolar magnetic field anchored in the crust which converts its rotational energy into electromagnetic radiation.

Following the simple arguments proposed more than forty years ago [3], it is possible to relate the electromagnetic energy loss L_{em} directly to the loss of rotational kinetic energy E_{rot} defined as

$$E_{rot} = \frac{1}{2}\int d^3x\sqrt{\gamma}e^{-\Phi(r)}\rho(\delta\upsilon^{\hat{\varphi}})^2 \tag{7}$$

where ρ is the stellar energy density and factor γ is defined as follow

$$\gamma = [-g_{00}(1+g_{ik}\frac{\delta\upsilon^i\delta\upsilon^k}{g_{00}})]^{-1/2} \simeq e^{-\Phi(r)}$$

$\delta\upsilon^i = dx^i/dt$ is the three velocity of conducting medium defined by [1], $g_{\alpha\beta}$ is the components of the spacetime metric (2), Greek indices run from 0 to 3, Latin indices from 1 to 3, and hatted quantities $(\delta\upsilon^{\hat{i}})$ are defined in the orthonormal frame carried by the static observers in the stellar interior. One can introduce the general relativistic moment of the inertia of the star as [1],[4]:

$$\tilde{I} = \quad d^3x\sqrt{\quad}\, e^{\quad(r)} \quad r^2\sin^2 \tag{8}$$

whose Newtonian limit gives the well-known expression, $I = (\tilde{I})_{Newt.} = \frac{2}{5}MR^2$ the energy budget is then readily written as

$$\dot{E}_{rot} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}\tilde{I} \quad ^2) = \quad L_{em} \tag{9}$$

Expression (9) can also be written in a more useful form in terms of the pulsar's most important observables: the period P and its time derivative $\dot{P} = dP/dt$. Using expression (1) and (9), it is not difficult to show that

$$(P\dot{P})_{SS} = (\frac{f_R^2}{N_R^4})_{SS}(\frac{f_R^2}{N_R^4})_{NS}^{-1}\frac{\tilde{I}_{NS}}{\tilde{I}_{SS}}(P\dot{P})_{NS} \tag{10}$$

Also in this case it is not difficult to realize that general relativistic corrections will be introduced through the amplification of the magnetic field and of the stellar angular velocity, as well as of the stellar moment of inertia.For a given compact star, the effects of general relativity on electromagnetic luminosity can be characterized only by the single compactness parameter M/R which is different for the neutron and strange star. Let us mention so called canonical neutron star model used by many authors. This artificial model does not imply any specific EOS, but just assumes the typical values of M and R: $M = 1.4\,M_{\odot}$, $R = 10$ km. Using the data for the mass, the radius, the moment of inertia of neutron stars and strange stars from the recent paper [5] we have calculated the ratio of spin down of neutron star to one of the strange star on the base of formula (10) for the compact stars of the different masses. Results are summarized in the Table 1 from where one can see that the strange star is spinning down approximately 5 times faster than that of the neutron star. According to the astrophysical observations the majority of pulsars have the periods of 1 s and period derivatives of 10^{-16} to 10^{-14}. Since period derivatives are in the range of about two orders one may conclude that the neutron stars have less period derivative with compare to the strange stars.

Table 1

The dependence of the ratio $(P\dot{P})_{SS}/(P\dot{P})_{NS}$ from the different parameters of the compact object: mass (in units of solar mass), radii and moment of inertia of the Strange (R_{SS}, I_{SS}) and Neutron (R_{NS}, I_{NS}) stars. Data for strange and neutron stars are obtained from the recent paper by [5].

$(P\dot{P})_{SS}/(P\dot{P})_{NS}$	4,34463	4.53723	5.1094	6.16863
$M/M_{\odot}$	1.2	1.3	1.4	1.5
R_{SS} , *km*	7.48	7.62	7.69	7.68
R_{NS} , *km*	11.75	11.72	11.7	11.68
$I_{SS}, \times 10^{45}$ *gm cm*^{2}	0.65	0.74	0.825	0.9
$I_{NS}, \times 10^{45}$ *gm cm*^{2}	1.08	1.2	1.36	1.72

Reference

1. Rezzolla, L., Ahmedov, B.J.: Mon. Not. R. Astron. Soc. **352**, 1161 (2004)
2. Landau, L.D., Lifshitz, E.M.: The Classical Theory of Fields, 4th edn..
3. Oxford, Pergamon Press (1987)

4. Pacini, F.: Nature **219**, 145 (1968)
5. Fattoyev, F.J., Piekarewicz, J.: Phys. Rev. C **82**, 025810 (2010)
6. Bagchi, M.: New Astron. **15**, 126 (2010)

СТРУКТУРА СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА И ДИСКРЕТНЫЙ СПЕКТР ОПЕРАТОРА ЭНЕРГИИ ДВУХЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ В ПРИМЕСНОЙ МОДЕЛИ ХАББАРДА В СИНГЛЕТНОМ СОСТОЯНИИ

С. М. Ташпулатов,

ИЯФ АН РУз., Ташкент, Узбекистан,
E-mail: sadullatashpulatov@yandex.ru, toshpul@inp.uz

В настоящее время модель Хаббарда является одной из наиболее интенсивно изучаемых многоэлектронных моделей металла [1]. Однако до сих пор получено очень мало точных результатов для спектра и волновых функций кристалла, описываемого моделью Хаббарда. В настоящее время представляет большой интерес получение точных результатов для этой модели. В работе [1] была изучена спектр и волновые функции системы двух электронов в кристалле, описываемом гамильтонианом Хаббарда.

В настоящей работе рассматривается вопросы о возмущении спектра оператора синглета H^s модели, в которой на решетке появляется примесь. Исследуется оператор энергии двухэлектронных систем в примесной модели Хаббарда синглетному состоянию и описывается структура существенного спектра и получается нижняя и верхняя оценка для количества точек дискретного спектра этой системы. Насколько нам известно, такие задачи ранее не исследовались.

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$H = A\sum_{m,\gamma} a^+_{m,\gamma} a_{m,\gamma} + B\sum_{m,\gamma,\tau} a^+_{m,\gamma} a_{m+\tau,\gamma} + U\sum_{m} a^+_{m,\uparrow} a_{m,\uparrow} a^+_{m,\downarrow} a_{m,\downarrow} + (A_0 - A)\sum_{\gamma} a^+_{0,\gamma} a_{0,\gamma} + (B_0 - B)\sum_{\gamma,\tau} (a^+_{0,\gamma} a_{\tau,\gamma} + a^+_{\tau,\gamma} a_{0,\gamma}) + (U_0 - U) a^+_{0,\uparrow} a_{0,\uparrow} a^+_{0,\downarrow} a_{0,\downarrow} \qquad (1)$$

где A $(A_0)-$ энергия электрона в регулярном (примесном) узле решетке, B $(B_0)-$ интеграл переноса электрона с регулярного (примесного) узла на соседними узлами; для удобства считаем, что $B>0$, $\tau-$ вектор ближайшего соседа, т. е. по τ ведется суммирование по ближайшим соседям; U $(U_0)-$ параметр кулоновского взаимодействия двух электронов на регулярном (примесном) узле, $\gamma-$ спиновый индекс ($\uparrow$ или $\downarrow$), а $a^+_{m,\gamma}$ и $a_{m,\gamma}$ соответственно, оператор рождения и уничтожения электрона в узле $m \in Z^{\nu}$, через $\uparrow$ и $\downarrow$ обозначены соответственно, значения спина $\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$.

Гамильтониан (1) действует в антисимметрическом Фоковском пространстве $E^{as.}$.

Пусть φ_0 вакуумный вектор в пространстве $E^{as.}$. Синглетному состоянию двухэлектронов соответствует свободному движению двух электронов на решетке и взаимодействие между ними, которое приводят образование связанных состояний двух электронов, и базисной функции [1]:

$$s_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a^+_{m\uparrow} a^+_{n\downarrow} - a^+_{m\downarrow} a^+_{n\uparrow})\varphi_0 .$$

Подпространство $\widetilde{E}^s_2$, соответствующему синглетному состоянию, состоит из множества всех векторов ψ вида $\psi = \sum_{m,n\in Z^{\nu}} \widetilde{f}(m,n) s_{m,n}$, $\widetilde{f} \in l_2^{summ.}$, где $l_2^{summ.}$ - пространство симметричных функций из $l_2(Z^{\nu} \times Z^{\nu})$.

Теорема 1. *Пространство $\widetilde{E}^s_2$ инвариантно относительно оператора (1). Оператор $\widetilde{H}^s_2 = H /_{E^s_{2_s}}$ является ограниченным самосопряженным оператором. Он порождает ограниченный самосопряженный оператор $\overline{H}^s_2$, действующий в пространстве $l_2^{summ.}$ по формуле*

$$(\overline{H}^s_2 f)(p;q) = 2A\sum_{p,q} f(p;q) + B\sum_{p,q,\tau}[f(p+\tau;q) + f(p;q+\tau)] + U\sum_{p,q}\delta_{p,q} f(p;q) +$$