

Експертен метод за формиране на функции на принадлежност

доц. д-р инж. Валентин Станчев, гл.ас. инж. Александър Григоров
катедра "Топло- и ядрена енергетика", ТУ – София

Резюме: Разглежда се един метод за формиране на функции на принадлежност към термините на участващите в размитото управление на енергийните обекти величини, представени като лингвистични променливи, чрез обработка на оценките на група експерти.

Въведение

При размитото управление (РУ) на енергийни обекти всички участващи в управлението величини (грешка на регулирането, регулиращо въздействие, скорост на изменение на грешката и др.) се представят като лингвистични променливи (ЛП), позволяващи качествена оценка на информационните потоци. Всяка ЛП се дефинира с пет характеристики, от които две могат да се приемат за основни: универсалното множество (УМ) – U , т.е. множеството от стойности на реално изменение на променливата в конкретния случай и терм-множеството – T , което представлява множество от лингвистични значения на променливата, при това всяко значение представлява размита променлива – X описвана чрез разрито подмножество – U_x , дефинирано над U , с функция на принадлежност (ФП) – $\mu(x) = [0, 1]$, за $x \in U_x \subset U$.

Един от важните въпроси при формализацията на качествената информация чрез ЛП е формирането (задаването) на ФП към размитите подмножества на различните термини, които ФП трябва да отразяват различните видове неопределености, характерни нелинейности и технологични особености. Важността на етапа на формализация на качествената информация се определя и от това, че от коректността на неговото изпълнение и в частност от вида, формата и конкретните стойности на ФП основно зависи и степента на достоверност на получените резултати.

Формирането на ФП към термините може да се извърши по различни начини, например:

- В редица случаи, разработващия системата може самостоятелно да зададе ФП, изхождайки от личния си опит.

- При цялостно познаване на процеса, технологичните му особености и характеристиките на управлявания обект, ФП – $\mu(x)$ за различните термини към съответните им размити подмножества дефинирани над U , могат да се зададат като функционални зависимости, спрегнати със съдържанието на съответния термин [2].

Например за термина "малко отклонение" може да се използва зависимостта:

$$(1) \quad \mu(x) = 1/(1 + k \cdot x^2), \text{ за } k > 1,$$

а за термина “нулево отклонение”:

$$(2) \quad \mu(x) = e^{-k \cdot x^2}, \text{ за } k > 0.$$

Могат да се използват и по-общии функционални зависимости от вида:

$$(3) \quad \mu(x) = [1 + A \cdot (x - C)^B],$$

където: А, В и С са коефициенти, определени от свойствата на конкретния технологичен параметър, а също и от наименованието (съдържанието) на термина.

- За формиране на ФП към даден термин може да се използва задаването на три елемента u_i , за $i = 1, 2, 3$ от U ($u_1 < u_2 < u_3$) и графически да се построи ФП по избраните точки, чрез използване на линейна апроксимация, при условие $\mu(u_2) = 1$ и $\mu(u_1) = \mu(u_3) = 0$, [3].

- В по-сложни и отговорни случаи, когато не може да се приеме, че цялостно се познава процеса и неговите особености, формирането на ФП към отделните термини най-често се извършва чрез привличане на група експерти с последваща подходяща обработка на оценките им, относно вида на ФП.

Отчитайки казаното, целта на настоящата работа е да се предложи един експертен метод за формиране на ФП, чрез обработка на оценките на група експерти, събрани посредством групова релация на предпочитане, с използване на математическия апарат на размитите множества за получаване на размити едномерни еталони, описан в [1].

I. Същност на предлагания метод.

Същността на предлагания метод се състои в следното: ФП към термините са равнинни криви, дефинирани над определено разрито подмножество от елементи, представляващи част от елементите на универсалното множество и като такива напълно съответстват по характер на функциите на принадлежност към размитите едномерни еталони, представляващи пресечните линии на хиперповърнината за оценката на един критерий с всяка входна равнина, имаща за абциса интервала на промяна на съответния входен параметър към критерия, а за ордината скалата на оценка на критерия. Размитият едномерен еталон изразява математическа формализация на обобщените знания на група експерти за промяната на оценката на един критерий при промяна на съответния му входен параметър в предварително дефиниран ограничен интервал. Такива едномерни размити еталони се използват за формализация на знанията (изкуствения интелект) на една експертна система, използваща многокритериална оценъчна структура под формата на “дърво на критериите” и се получават след обработване на мненията на група експерти, за промяната на критериалната оценка при дискретна, предварително зададена, промяна на входния параметър.

Очевидно, ако оценката на критерия се интерпретира като оценка на ФП към един термин на лингвистична променлива, а входния параметър към термина е дискретната (измеряема) промяна на променливата в обхвата на универсалното множество, то естествено е експерта да има мнение и да може

да отдели едно подмножество на универсалното множество, спрегнато със съответния термин, както и да оцени своето предпочитание за степента на принадлежност на всеки елемент от подмножеството към термина и по този начин да формира една ФП към размитото подмножество на термина, която ще отразява неговите знания и опит. В този смисъл, очевидно функциите на принадлежност, получени от всеки един от групата експерти, ще се различават в определена степен, т.к. и опита и знанията на експертите са различни. За обобщаване на резултатите от така получените различни ФП и формиране на окончателния вид на ФП към термина може да се използва, до голяма степен, методът за изчисляването на размитите едномерни еталони, но след подходяща подготовка на експертните карти за провеждане на размита групова релация на предпочитане с цел извличане на експертните знания.

II. Формиране на ФП чрез обработка на експертната информация.

Разработеният, проверен и предлаган за приложение експертен метод за формиране на ФП има няколко различни, но взаимно свързани етапа.

Първи етап - дефиниране на лингвистичните променливи, включва: задаване на имената на ЛПП; определяне на универсалните множества – U за всяка променлива и дискретизацията им на определен брой елементи – u_n ; определяне за всяко U на реперния елемент – u^0 , отговарящ на номиналното задание (нормалния или най-често използвания работен режим) на управлявания обект; задаване на терм-множествата, т.е. избор на броя, наименованието и съдържанието на всеки термин, спрегнато с вида на физическата величина и нейното участие в бъдещата размита САР.

Втори етап – подготовка на експертните карти (таблицы), при който за всяка една ЛПП се подготвя таблица, придружена с подходящи обяснения за целта на евристичния експеримент, смисъла, съдържанието и ролята на ЛПП в бъдещата размита САР, стойността на реперния елемент и защо е избрана тази негова стойност, за това какво трябва да направи експерта, скалата която да използва за оценка на предпочитанията си и как трябва да попълни таблицата. Таблиците за всяка ЛПП се раздават на всеки експерт, от предварително набелазаната група.

Един примерен вид на таблица за една ЛПП при дискретизация на универсалното ѝ множество - U на “ n ” броя елементи – u_k ($k=1,2,...,n$) и M термина е следният (табл. 1):

Експерт № Табл. 1

| Име на ЛПП Lx | Елементи на универсалното множество | | | | | | |
|----------------------|-------------------------------------|-------|------|---------|------|-----------|-------|
| | 1 | 2 | ---- | k | ---- | n-1 | n |
| Термин | u_1 | u_2 | ---- | u_k^0 | ---- | u_{n-1} | u_n |
| Термин-q1 | | | | | | | |
| Термин-q2 | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| Термин-qm | | | | | | | |

В свободните клетки на таблицата всеки експерт попълва оценката си за това "в каква степен всеки елемент от УМ - U принадлежи към описаните в таблицата термини". За оценка на предпочитанието си (мнението си) експерта трябва да използва предложената скала, която започва от нула и съдържа само цели числа (например: $0 \div 10$, или $0 \div 20$, ..., или $0 \div 100$ и т.н.). Оценка "0" означава, че съответния елемент - u_k не принадлежи към размитото подмножество на съответния термин. Оценка, равна на горната граница на скалата, означава, че елемента принадлежи с максимална степен към размитото подмножество на съответния термин, т.е. ФП за този елемент, по мнението на експерта, ще има оценка равна на $\mu(u_k) = 1$.

Трети етап – подготовка на изходната база от данни (изходна матрица) за изчисляване стойностите на ФП към разглеждания термин. За всеки термин, към всяка ЛП, се подготвя по една изходна матрица. Всяка изходна матрица съдържа оценките на експертите за съответния термин и е удобно да се оформи също в таблица, имаща следния примерен вид (табл. 2):

Табл. 2

| ЛП - L_x | Елементи от универсалното множество | | | | | | | |
|------------------|-------------------------------------|-----------|-----------|-----|-----------|-----|---------------|-----------|
| Термин - T_q^x | u_{a-1} | u_a | u_{a+1} | --- | u_k | --- | u_m | u_{m+1} |
| Експерт № 1 | $(x_1)^1$ | $(x_2)^1$ | $(x_3)^1$ | ... | $(x_p)^1$ | ... | $(x_{s-1})^1$ | $(x_s)^1$ |
| Експерт № 2 | $(x_1)^2$ | $(x_2)^2$ | $(x_3)^2$ | ... | $(x_p)^2$ | ... | $(x_{s-1})^2$ | $(x_s)^2$ |
| ----- | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Експерт № v | $(x_1)^v$ | $(x_2)^v$ | $(x_3)^v$ | ... | $(x_p)^v$ | ... | $(x_{s-1})^v$ | $(x_s)^v$ |
| ----- | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Експерт № N | $(x_1)^N$ | $(x_2)^N$ | $(x_3)^N$ | ... | $(x_p)^N$ | ... | $(x_{s-1})^N$ | $(x_s)^N$ |

В таблицата $(x_p)^v$ са оценките на v-ия експерт за принадлежността на p-ия пореден елемент към подмножеството на q-ия термин - T_q^x на лингвистичната променлива X. Елемента u_a е първият по ред елемент, а u_m е последният елемент (с най-голям пореден номер) от УМ на ЛП за който експерта е дал оценка по-голяма от нула. Може да се очаква, че номерата на граничните елементи, както и броя елементи в подмножествата към термина, дефинирани от всеки експерт, ще се различават. За изравняване на размерите на експертните подмножества (броя елементи), към най-голямото, на всички елементи с поредни номера по-малки от "a" и по-големи от "m" ($m < n$), за всеки експерт, се присвоява оценка равна на нула. Така изходната матрица - M, при N броя експерти и "s" броя елементи на подмножеството на термина, ще бъде с размерност $M(N,S)$ и ще има за елементи - x_i^v само цели числа в обхвата на зададената предварително скала.

Четвърти етап – изчисляване на ФП към q-ия термин - $\mu_{T_q}(x_i)$. За целта се изпълнява следната последователност, като матрицата $M(N,S)$ първоначално се обработва по редове за да се получи оценка на индивидуалното предпочитание на всеки експерт, а след това се получава матрицата на обобщената оценка на групата експерти.

1. Матрица на индивидуалното предпочитание на "v"-ия експерт - $\|\delta(i, j)\|^v$. За всеки експерт (от всеки ред на $M(N, S)$ с елементи - x_i за $i = 1, 2, \dots, s$) се получава по една матрица или общо се получават "N" броя матрици.

Всяка матрица е квадратна от ред "s", с елементи - $\delta^v(i, j)$, представляващи бинарните оценки на размито отношението $x_i R x_j$, интерпретирано като $x_i > x_j$:

$$(4) \quad \|\delta(i, j)\|^v \Rightarrow \delta^v(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{за } x_i > x_j; \\ 0, & \text{за } x_i \leq x_j. \end{cases} \quad \begin{matrix} i, j = 1, 2, \dots, s \text{ и за} \\ v = 1, 2, \dots, N. \end{matrix}$$

2. "Сумарен масив" - матрица на груповото (общото) предпочитание:

$$(5) \quad \|n(i, j)\| = \sum_{v=1}^{v=N} \|\delta(i, j)\|^v.$$

3. "Приведен масив" - $\|T(i, j)\|$ - матрица на определено (строго, обобщено) предпочитание с елементи - $T(i, j)$, [1]:

$$(6) \quad \|T(i, j)\| \Rightarrow T(i, j) = n(i, j) - n(j, i), \text{ за } i, j = 1, 2, \dots, s.$$

Ако:

$$(7) \quad T(i, j) = T(i, l) + T(l, j), \text{ за всяко } i, j, l = 1, 2, \dots, s,$$

то $[\mu_{Tq}(x_i) - \mu_{Tq}(x_j)] = T(i, j)$ и функцията на принадлежност към термина $Tq - \mu_{Tq}(x_i)$ се получава по зависимостта:

$$(8) \quad \mu_{Tq}(x_i) = \sum_{k=1}^{k=s} T(i, k), \text{ за } i = 1, 2, \dots, s.$$

Обикновено условието (7) не се изпълнява, т.к. "приведеният масив" отразява сумарното размито двоично отношение на всички експерти, поради което не може да се приложи формула (8) за получаване на функцията на принадлежност към термина и трябва да се извършат следните допълнителни операции, за достигане изпълнението на (7).

4. "Спомагателни матрици" (общо "s" броя), необходими за достигане на изпълнението на условие (7) - $\|z(i, j)\|^1$, за $l = 1, 2, \dots, s$. с елементи - $z(i, j) |_l$:

$$(9) \quad \|z(i, j)\|^1 \Rightarrow z(i, j) |_l = T(i, l) + T(l, j), \text{ за } i, j = 1, 2, \dots, s.$$

Изборът на "l", с отчитане на (9), означава, че от матрицата $\|T(i, j)\|$ са избрани l-ия стълб и l-ия ред, т.е. избрани са $(2n - 1)$ елемента от които се получава l-тата спомагателна матрица.

5. "Коригиран масив" - $\|\tilde{T}(i, j)\|$ с елементи - $\tilde{T}(i, j)$, за който е изпълнено условие (7):

$$(10) \quad \|\tilde{T}(i, j)\| = \sum_{l=1}^{l=s} \|z(i, j)\|^1, \text{ за } l = 1, 2, \dots, s.$$

6. Ненормирана ФП към термина $T_q - \mu_{T_q}(x_i)$:

$$(11) \quad \mu_{T_q}(x_i) = \sum_{k=1}^{k=s} \tilde{T}(i, k), \text{ за } i = 1, 2, \dots, s.$$

7. Нормирана ФП към термина $T_q - \hat{\mu}_{T_q}(x_i)$ в интервала $[0 \div 1]$:

$$(12) \quad \hat{\mu}_{P(P_i)} = A \cdot \mu_{T_q}(x_i) + B, \quad A > 0,$$

където:

$$(13) \quad A = 1 / [\max \mu_{T_q}(x_i) - \min \mu_{T_q}(x_i)];$$

$$(14) \quad B = - \min \mu_{T_q}(x_i) / [\max \mu_{T_q}(x_i) - \min \mu_{T_q}(x_i)].$$

Получената по (12) ФП е крайният резултат от разработения експертен метод и отразява обобщеното мнение и опит на групата експерти.

Заклучение

Описаната процедура се прилага поотделно за всеки термин на една ЛП, като се повтаря и за термините на всяка следваща ЛП, за която разработващия размитата САР се нуждае от експертния метод за формиране на ФП към термините.

Ако в получените ФП към термините има "плата" и термините не са крайни (например положително или отрицателно голямо, които често имат трапецовидна форма) или ако във ФП има "спадове" между два върха, то това означава, че поне част от групата експерти не са достатъчно компетентни или умишлено са давали неразумни и неверни оценки. Това е довело до силно деформиране на обобщеното мнение, което не е компенсирано с допълнителните операции и "спомагателните матрици". Най-лесният изход от това положение е да се огледа и прецени компетентността на групата експерти, да се отстранят тези които са показали лоши и нелогични предпочитания, определени по индивидуалните матрици и да се повтори процедурата с по-малък брой експерти или след допълването на групата с нови лица.

Литература:

- [1] Кафаров В., Системной анализ процессов химической технологии (Применение метода нечетких множеств), М, "Наука", 1986.
- [2] Кофман А., Введение в теорию нечетких множеств, М, "Радио и связь", 1982.
- [3] Ross, T. J. – Fuzzy logic with engineering applications, N.Y., Mc Graw – Hill, Inc., 1995.