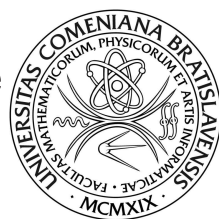




Univerzita Komenského v Bratislave

Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky



Mgr. Rastislav Dvornický

Autoreferát dizertačnej práce

Jadrá ako laboratórium k štúdiu
absolútnych hmotností a štatistík neutrín

na získanie akademického titulu philosophiae doctor

v odbore doktorandského štúdia:

4.1.5. jadrová a subjadrová fyzika

Bratislava 2012

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme na Katedre jadrovej fyziky a biofyziky

Predkladateľ: Mgr. Rastislav Dvornický
Katedra jadrovej fyziky a biofyziky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita Komenského
Mlynská dolina F1
842 48 Bratislava 4
Slovensko

Školiteľ: prof. RNDr. Fedor Šimkovic, CSc.

Oponenti: doc. RNDr. Michal Hnatič, DrSc., Katedra jadrovej a subjadrovej fyziky, Ústav fyzikálnych vied, Prírodovedecká fakulta, Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Košice, Slovensko
prof. RNDr. Jan Kvasil, DrSc., Ústav časticové a jaderné fyziky, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova, Praha, Česká Republika
Ing. Štefan Gmuca, CSc., Fyzikálny ústav, Slovenská akadémia vied, Bratislava, Slovensko

Obhajoba dizertačnej práce sa koná o h pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce v odbore doktorandského štúdia vymenovanou predsedom odborovej komisie

.....

na

Predseda odborovej komisie:

.....

Obsah

1 Úvod	2
2 Ciele práce	2
3 Štúdium hmotnosti neutrína v β premene trícia	2
3.1 Relativistické spektrum elektrónov v β premene trícia	2
3.2 Slabé interakcie za Štandardným Modelom v β premene trícia	3
4 Štúdium hmotnosti neutrína v zakázaných β premenách rénia a india	4
4.1 Teoretický popis prvej zakázanej β premeny rénia	4
4.2 Dominancia elektrónovej p vlny v β premene rénia	5
4.3 Kurieho funkcia pre prvý zakázaný β rozpad rénia	5
4.4 Druhý zakázaný β rozpad india	5
5 Hypotéza dominancie jedného stavu v $2\nu\beta\beta$ rozpade	6
6 Štatistické vlastnosti neutrín v rámci dvojitého β rozpadu	8
6.1 Bozónové neutrína v $2\nu\beta\beta$ premene	8
6.2 Prípad čiastočne bozónových neutrín v rámci $2\nu\beta\beta$ rozpadu	9
6.3 Ohraničenia na bozónovú komponentu neutrín	11
7 Záver	13
Summary	13
Publikácie	13
Literatúra	15

1 Úvod

Neutrína zohrávali dôležitú úlohu v raných fázach Vesmíru. V súčasnosti vieme, že iba 4% z hmoty vo Vesmíre tvorí obyčajná baryónová hmota. Zvyšných 96% hmoty Vesmíru, ktorá je nám neznáma, sa nazýva tzv. tmavá hmota. Zastúpenie neutrín v tejto komponente je stále otázkou špekulácií. Dôležité je poznamenať, že neutrína, ktoré sa oddelili od primordiálnej hmoty, tzv. reliktné neutrína, sú dodnes popri fotónoch druhými najpočetnejšími časticami. Navyše, experimenty s osciláciami neutrín [1, 2, 3] dokazujú, že existujú najmenej 2 hmotné neutrína. Aj dodnes sú nám mnohé základné vlastnosti neutrín stále neznáme.

2 Ciele práce

Cieľom tejto práce je skúmanie fundamentálnych vlastností neutrín: i) absolútna škála hmotností neutrín a ii) štatistické vlastnosti neutrín. Konkrétne ciele práce sú:

- Relativistický popis β premeny trícia a vplyv interakcií za Štandardným Modelom (ŠM) na koniec energetického spektra elektrónov.
- Teoretický popis zakázaných β premien rénia a india v kontexte určenia hmotností neutrín z konca energetického spektra emitovaných elektrónov.
- Analýza hypotézy dominancie jedného stavu v dvojneutrínovom dvojitém β rozpade jadra ^{150}Nd s 1^- základným stavom medzijadra ^{150}Pm .
- Skúmanie štatistických vlastností neutrín v rámci energetických rozdelení a polčasu premeny dvojneutrínového dvojitého β rozpadu.

3 Štúdium hmotnosti neutrína v β premene trícia

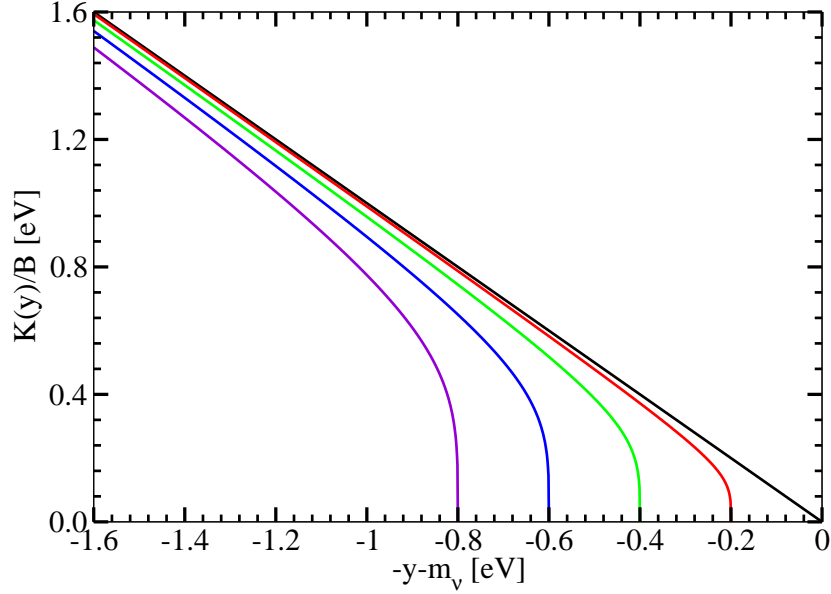
V súčasnosti je pozornosť k β spektru trícia venovaná najmä v rámci experimentu KATRIN v Karlsruhe, ktorý by mohol urobiť objav hmotnosti neutrín na úrovni ~ 0.35 eV alebo dosiahnuť horný limit hmotnosti neutrín na úrovni ~ 0.2 eV [4].

Z tohto hľadiska rezonuje požiadavka na precízny teoretický popis konca spektra elektrónov emitovaných v β premene trícia a preverenia iných vplyvov na koniec spektra než zo samotnej hmotnosti neutrín.

3.1 Relativistické spektrum elektrónov v β premene trícia

Relativistické spektrum elektrónov je odvodené v rámci prístupu Elementary Particle Treatment (EPT), ktorým zavádzame analógiu medzi β premenou trícia ($^3\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$) a rozpadom voľného neutrónu ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$). V rámci tohto prístupu je zahrnutý spätný ráz jadier v kinematike danej reakcie, ktorý spôsobuje, že maximálna energia elektrónov,

$$E_e^{max} = \frac{1}{2M_i} (M_i^2 + m_e^2 - (M_f + m_\nu)^2), \quad (1)$$



Obr. 1: Kurieho funkcia (3) v tríciovom β rozpade znázornená pre rôzne hmotnosti neutrína: $m_\nu = 0, 0.2, 0.4, 0.6,$ and 0.8 eV.

je o 3.4 eV menšia než hodnota získaná konvenčným odvodením $E_e^{max} = (M_i - M_f - m_\nu)$. M_i a M_f je hmotnosť ${}^3\text{H}$ a ${}^3\text{He}$. m_e je hmotnosť elektrónu a m_ν je hmotnosť neutrína. Pre spektrum elektrónov emitovaných v β premene trícia po úpravách dostávame

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} \simeq \frac{1}{2\pi^3} G_\beta^2 F(Z, E_e) p_e E_e (g_V^2 + 3g_A^2) \sqrt{y(y + 2m_\nu)} (y + m_\nu). \quad (2)$$

p_e a E_e sú hybnosť a energia elektrónu. Fermiho funkcia $F(Z, E_e)$ berie do úvahy Coulombovskú interakciu medzi emitovaným elektrónom a koncovým jadrom. Ďalej definujeme relativistický tvar Kurieho funkcie nasledovne

$$K(y) = B \left(\sqrt{y(y + 2m_\nu)} (y + m_\nu) \right)^{1/2}, \quad (3)$$

kde $B = G_\beta \sqrt{g_V^2 + 3g_A^2} / \sqrt{2\pi^3}$. Tu, G_β je Fermiho konštanta slabej interakcie. g_V a g_A sú konštanty renormalizácie vektorového a axiálneho toku a nezávislá premenná je $y = E_e^{max} - E_e$. Priebeh Kurieho funkcie (3) pri konci spektra je znázornený na obr. (1) pre rôzne hmotnosti neutrín. Môžeme vidieť, že pre nulovú hmotnosť neutrína je Kurieho funkcia lineárna, kým pre nenulovú hmotnosť je linearita narušená.

3.2 Slabé interakcie za Štandardným Modelom v β premene trícia

Dôsledky efektívnych skalárnych a tenzorových slabých interakcií, ktoré majú pôvod v teóriách idúcich za rámec ŠM sú študované v β premene trícia. Existujúce ohraničenia na hodnoty väzbových konštánt skalárnej a tenzorovej interakcie (g_S a g_T [5]) sú

získané z energetického spektra koncových jadier v β premene, meraných na experimente WITCH na ISOLDE v CERNe. V rámci prístupu EPT je odvodené spektrum elektónov emitovaných v tríciovom β rozpade s prímiesami exotických interakcií v hamiltoniáne slabých interakcií nasledovne: i) štandardná $V - A$ a skalárna (S) interakcia. ii) štandardná $V - A$ a tenzorová (T) interakcia.

Výsledkom je aditívny člen v spektre elektrónov, ktorý pochádza z interferencie $V - A$ a skalárnej (tenzorovej) interakcie. Numerickou analýzou pre prípad trícia prichádzame k záveru, že efekt exotických interakcií, ktorých hodnoty väzbových konštánt uvažujeme z experimentu WITCH [5] je omnoho slabší ako štandardnej $V - A$, a preto môže byť pri analýze konca spektra zanedbaný.

4 Štúdium hmotnosti neutrína v zakázaných β premenách rénia a india

Predmetom záujmu experimentu MARE je kalorimetrické meranie energie vyletujúcich elektrónov v réniom β rozpade ($Q \sim 2.47$ keV) s presnosťou merania hmotnosti neutrína na úrovni 200 meV. Preto je dôraz kladený na precíznu znalosť teoretického priebehu spektra elektrónov vylietajúcich v réniom β rozpade. Nedávne merania hmotností izotopov pomocou Penningových pascí objavili, že energia reakcie v β rozpade ^{115}In do prvého excitovaného stavu dcérskeho jadra má najnižšiu hodnotu $Q = 155$ eV spomedzi všetkých jadrových systémov. Z tohto dôvodu je predmetom našich štúdií spektrum elektrónov emitovaných v β premene india.

4.1 Teoretický popis prvej zakázanej β premeny rénia

V prvom zakázanom β rozpade rénia, $^{187}\text{Re}(5/2^+) \rightarrow ^{187}\text{Os}(1/2^-) + e^- + \bar{\nu}$, je zmena spinu a parity medzi počiatočným a koncovým jadrom $\Delta J^\pi = 2^-$. Tá sa realizuje buď i) emitovaním elektrónu v $s_{1/2}$ vlne a neutrína v $p_{3/2}$ vlne, alebo ii) emitovaním elektrónu v $p_{3/2}$ vlne a neutrína v $s_{1/2}$ vlne. Príspevky od vyšších parciálnych vln môžu byť zanedbané kvôli nízkej hodnote Q danej reakcie.

Energetické spektrum vyletujúcich elektrónov, ktoré doposiaľ nebolo teoreticky známe je dané nasledovne

$$N(E_e) = \frac{d\Gamma}{dE_e} = \frac{1}{2\pi^3} G_\beta^2 B R^2 p_e E_e (E_0 - E_e) \sqrt{(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2} \times \frac{1}{3} \left(F_1(Z, E_e) p^2 + F_0(Z, E_e) ((E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2) \right). \quad (4)$$

E_0 je maximálna energia elektrónu v prípade nulovej hmotnosti neutrína. R je polomer jadra. Fermiho funkcie $F_0(Z, E_e)$ a $F_1(Z, E_e)$ berú do úvahy Coulombickú interakciu medzi koncovým jadrom a vyletujúcim elektrónom v s a p vlne. Počas rozpadu je určený len jedným maticovým elementom

$$B = \frac{g_A^2}{6} | \langle O_{s_{1/2}^-} | \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_n \tau_n^+ \frac{r_n}{R} \{ \sigma_1(n) \otimes Y_1(n) \}_2 | \langle R e_{5/2}^+ \rangle |^2, \quad (5)$$

ktorý je len multiplikatívnym faktorom, t.j. nemení tvar priebehu spektra. Z experimentálne známeho polčasu rozpadu ($T_{1/2}^{exp} = 4.35 \times 10^{10} y$) je potom možné určiť

hodnotu maticového elementu ($B = 3.573 \times 10^{-4}$). τ_n^+ a $\sigma_1(n)$ sú izospinový zvyšovací operátor a Pauliho spinový operátor n -tého nukleónu.

4.2 Dominancia elektrónovej p vlny v β premene rénia

Rozpadová šírka β premeny rénia sa dá napísať ako suma dvoch príspevkov, $\Gamma = \Gamma^{s_{1/2}} + \Gamma^{p_{3/2}}$. $\Gamma^{s_{1/2}}$ a $\Gamma^{p_{3/2}}$ sú jednotlivé časti rozpadovej šírky zodpovedajúce tomu, keď sú elektróny emitované v s a p vlnách. Z numerickej analýzy týchto partikulárnych rozpadových širok vyplýva, že $\sim 10^4$ viac elektrónov je emitovaných v p vlně ako v s vlně. Vysvetlenie tejto dominancie elektrónovej p vlny spočíva v dvoch príčinách:

- Veľmi nízka hodnota energie danej reakcie ($Q \sim 2.47 \text{ keV}$), ktorá spôsobuje, že elektrón je nerelativistický.
- Funkčná závislosť Fermiho funkcií $F_0(Z, E_e)$ a $F_1(Z, E_e)$ v oblasti energií pre réniový β rozpad.

Za účelom pochopenia dominancie elektrónovej p vlny z hľadiska kinematiky daného procesu prejdeme k limite rovinných vln emitovaných elektrónov, t.j. $F_k(Z, E_e) \approx 1$ ($k = 0, 1$). Príspevok elektrónovej p (s) vlny je násobený kvadrátom hybnosti elektrónu (neutrína). Hmotnosť neutrína je zanedbateľná v porovnaní s hodnotou Q a preto je maximálne dosiahnuteľná hybnosť neutrína $\sim 2.47 \text{ keV}/c$. Na druhej strane maximálne dosiahnuteľná hybnosť elektrónu je $\sim 49 \text{ keV}/c$. To znamená, že samotná kinematika procesu umocňuje vklad elektrónovej p vlny do celkovej šírky rozpadu.

Numerickej analýze ukazuje, že $F_0(Z, E_e) \ll F_1(Z, E_e)$ v oblasti energií pre réniový β rozpad.

4.3 Kurieho funkcia pre prvý zakázaný β rozpad rénia

Zanedbaním príspevku od s vlny elektrónov definujeme Kurieho funkciu v prípade prvého zakázaného β rozpadu rénia podobne ako pre prípad trícia:

$$K(y, m_\nu) = \mathcal{B}_{Re} \left((y + m_\nu) \sqrt{y(y + 2m_\nu)} \right)^{1/2}, \quad (6)$$

kde $\mathcal{B}_{Re} = G_\beta \sqrt{B} / \sqrt{2\pi^3} \sqrt{(R^2 p_e^2 / 3)(F_1(Z, E_e) / F_0(Z, E_e))}$ je s dobrou presnosťou konštanta. Dôvodom je nízka hodnota energie reakcie vzhľadom na pokojovú hmotnosť elektrónu.

4.4 Druhý zakázaný β rozpad india

Nedávne merania pomocou Penningovej pasce [6] ukázali, že druhý zakázaný β rozpad india do prvého excitovaného stavu dcérskeho jadra ($^{115}\text{In}(9/2^+) \rightarrow ^{115}\text{Sn}(3/2^+) + e^- + \bar{\nu}_e$) je β prechod z doposiaľ najnižšou známou Q hodnotou reakcie $\sim 155 \text{ eV}$. Zmena medzi základným stavom jadra $^{115}\text{In}(9/2^+)$ a prvým excitovaným stavom jadra $^{115}\text{Sn}(3/2^+)$ je $\Delta J^\pi = 3^+$. Daná zmena spinu a parity je splnená ak sú elektrón a neutríno emitované vo vlnách v tomto poradí: $d_{5/2}$ a $s_{1/2}$, $p_{3/2}$ a $p_{3/2}$, $s_{1/2}$ a $d_{5/2}$. Nízka hodnota energie danej reakcie a $F_2(Z, E_e) \gg F_1(Z, E_e) \gg F_0(Z, E_e)$ spôsobujú, že

dominantný vklad do rozpadovej šírky je z d vlny elektrónov. Zanedbaním s a p vlny tak definujeme Kurieho funkciu ako

$$K(y, m_\nu) = \mathcal{B}_{In} \left((y + m_\nu) \sqrt{y(y + 2m_\nu)} \right)^{1/2}, \quad (7)$$

kde $\mathcal{B}_{In} = G_\beta \sqrt{B_{In}} / (\sqrt{2\pi^3}) \sqrt{(1/9) p_e^4 F_2(Z, E_e) / F_0(Z, E_e)}$ je konštanta v dobrom priblížení. Maticový element je daný ako

$$B_{In} = \frac{g_A^2}{10} \left| \langle {}^{115} S_n(3/2^+) \| \sqrt{\frac{8\pi}{15}} \sum_n r_n^2 \tau_n^+ \{ \sigma_1(n) \otimes Y_2(n) \}_3 \| {}^{115} In(9/2^+) \rangle \right|^2. \quad (8)$$

Zhrnutím výsledkov dosiahnutých pre zakázané β rozpady rénia a india sme prišli k záveru, že pre ľubovoľný n -krát zakázaný β rozpad s dostatočne nízkou hodnotu energie reakcie bude závislosť Kurieho funkcie totožná s tou, ktorá je pre povolené β prechody.

5 Hypotéza dominancie jedného stavu v $2\nu\beta\beta$ rozpade

Hypotéza dominancie jedného stavu (Single State Dominance - SSD) bola navrhnutá v práci Abad, et al. [7]. SSD hypotéza postuluje pre $2\nu\beta\beta$ aktívne jadrá, ktorých základný stav medzijadra je 1^+ , že maticový element $2\nu\beta\beta$ premeny je daný maticovými elementami dvoch β prechodov: i) β prechod spájajúci základný stav (0^+) počiatočného jadra so základným stavom (1^+) medzijadra a ii) β prechod spájajúci základný stav (1^+) medzijadra so základným stavom (0^+) koncového jadra. Predmetom nášho záujmu je skúmať platnosť SSD hypotézy pre $2\nu\beta\beta$ rozpad jadra ${}^{150}Nd$ s 1^- základným stavom medzijadra ${}^{150}Sm$, nakoľko existencia nízko ležiacich 1^+ stavov jadra ${}^{150}Sm$ nie je experimentálne vylúčená. To je možné pomocou diferenciálnych charakteristík, ktoré sú merané v experimente NEMO3.

V rámci odvodenia rozpadovej šírky dvojneutrínového dvojitého β rozpadu, $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- + 2\bar{\nu}$, do 0^+ základného a 2^+ excitovaného stavu jadra sme vzali do úvahy $s_{1/2}$ a $p_{1/2}$ vlnu elektrónov a iba $s_{1/2}$ vlnu neutrín. Tým môže byť tento prechod realizovaný iba cez 0^+ , 1^+ , 0^- a 1^- stavy medzijadra.

Zo známeho polčasu premeny β rozpadu medzijadra a hodnoty energie uvoľnenej v danej reakcii Q je možné určiť hodnotu maticového elementu tohto β prechodu nasledovne

$$|\langle 0_f^+ \| \mathcal{O}(\mathcal{J}^\pi) \| 1_i^\pm \rangle| = \sqrt{\frac{3D}{f_\beta(Z', E_i - E_f) T_{1/2}}}. \quad (9)$$

$D = (2\pi^3 \ln 2) / (G_\beta^2 m_e^5)$ je konštanta. $f_\beta(Z', E_0)$ je integrál cez fázový priestor závislý na Q hodnote danej reakcie a $T_{1/2}$ je polčas rozpadu. Operátory $\mathcal{O}(\mathcal{J}^\pi)$ sú dané ako

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}(0^+) &= \sum_m \tau_m^+, & \mathcal{O}_k(1^+) &= g_A \sum_m \tau_m^+ (\vec{\sigma}_m)_k \\
\mathcal{O}(0^-) &= -g_A \left(\frac{\alpha Z'}{2} \right) \sum_m \tau_m^+ \left(\frac{\vec{x}_m \cdot \vec{\sigma}_m}{R} \right), \\
\mathcal{O}_k(1^-) &= \left(\frac{\alpha Z'}{2} \right) \sum_m \tau_m^+ \frac{1}{R} (\vec{x}_m - g_A \vec{x}_m \times \vec{\sigma}_m)_k.
\end{aligned} \tag{10}$$

Z' je protónové číslo koncového jadra a α je konštanta jemnej štruktúry. Podobne pre elektrónový záchyt vieme určiť hodnotu β sily prechodu, $B_{EC}^{(1^\pm)} = |\langle 0_f^+ | \mathcal{O}(\mathcal{J}^\pi) | 1_i^\pm \rangle|^2$, zo známeho polčasu

$$[T_{1/2}^{EC}(1_i^\pm \rightarrow 0_f^+)]^{-1} = \frac{m_e}{2\pi^3 \ln 2} (G_\beta m_e^2)^2 \frac{1}{2J_i + 1} B_{EC}^{(1^\pm)} f_{EC-K_I, L_{II}}(Z, E_i - E_f). \tag{11}$$

Funckia $f_{EC-K_I, L_{II}}(Z, E_i - E_f)$ zodpovedá integrálu cez fázový priestor. Z týchto hodnôt maticových elementov potom vieme určiť polčas $2\nu\beta\beta$ rozpadu ako

$$\begin{aligned}
\left(T_{1/2}^{2\nu-SSD}(0_f^+) \right)^{-1} &= \frac{m_e (G_\beta m_e^2)^4}{8\pi^7 \ln 2} I^{2\nu-SSD}(0_f^+) \\
&\times |\langle 0_f^+ | \mathcal{O}(1^-) | 1^- \rangle|^2 |\langle 1^- | \mathcal{O}(1^-) | 0_i^+ \rangle|^2.
\end{aligned} \tag{12}$$

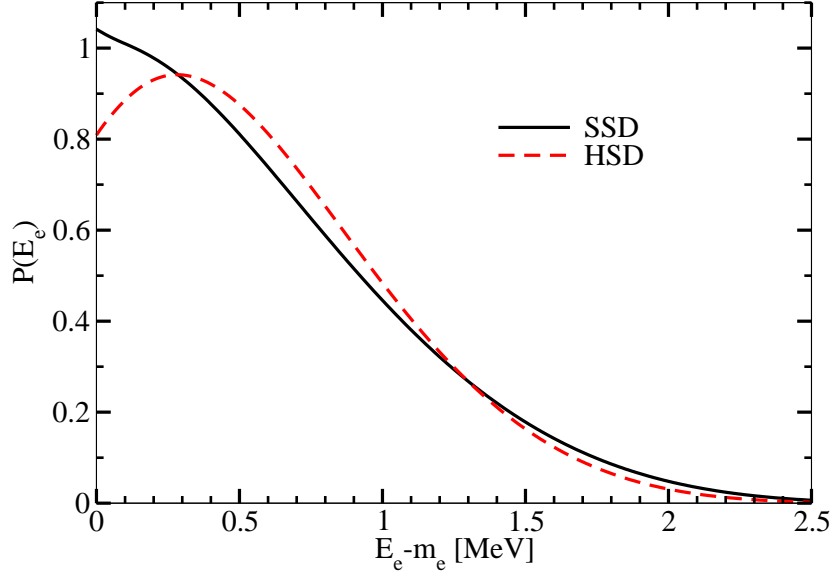
$I^{2\nu-SSD}(0_f^+)$ je integrál cez fázový priestor emitovaných leptónov. Pre jadro ^{150}Nd je hodnota polčasu $2\nu\beta\beta$ rozpadu za predpokladu realizácie SSD hypotézy $T_{1/2}^{2\nu-SSD}(0^+) = 4.02 \times 10^{24} r$, pričom experimentálna hodnota je $T_{1/2}^{2\nu-exp}(0^+) = 8.2 \times 10^{18} r$. Z ich porovania je očividné, že hypotéza SSD sa nerealizuje pre prípad $2\nu\beta\beta$ rozpadu ^{150}Nd .

V práci [8] bola vyslovená hypotéza dominancie vyšších stavov (Higher States Dominance - HSD), ktorá predpokladá, že dominantný vklad do maticového elementu pochádza z vyššie ležiacich 1^+ stavov.

Platnosť oboch hypotéz (SSD i HSD) je možné verifikovať pomocou spektra energie jedného elektrónu normalizovaného celkovou rozpadovou šírkou,

$$\mathcal{P}_{J_f^+}^{2\nu-N}(E_{e1}) = \frac{1}{\Gamma_{J_f^+}^{2\nu-N}} \frac{d\Gamma_{J_f^+}^{2\nu-N}}{dE_{e1}} \quad (N = SSD, HSD). \tag{13}$$

Výhodou tohto prístupu je, že v prípade SSD hypotézy je spektrum nezávislé na maticových elementov. V prípade hypotézy HSD zavedením aproximácie energetických menovateľov ($E_{ei} + E_{\nu j} \approx (E_i - E_f)/2$, $i, j = 1, 2$) sa stane normalizované spektrum nezávislé od jadrových maticových elementov. Pre prípad $2\nu\beta\beta$ rozpadu jadra ^{150}Nd za predpokladu SSD a HSD hypotéz je spektrum jedného elektrónu normalizované na jednotku znázornené na obr. (2).



Obr. 2: Spektrum jedného elektrónu normalizované na jednotku v dvojneutrínovom dvojtom β rozpade jadra ^{150}Nd do základného stavu 0^+ za predpokladu hypotéz SSD a HSD.

6 Štatistické vlastnosti neutrín v rámci dvojitého β rozpadu

Predpoklad možného narušenia Pauliho vylučovacieho princípu bol už diskutovaný vo viacerých článkoch [9], no zatiaľ žiaden konzistentný mechanizmus nebol navrhnutý. Je možné, že vďaka unikátnym vlastnostiam neutrín (neutralita, veľmi nízka škála hmotností) je narušenie Pauliho princípu silnejšie v neutrínovom sektore ako v sektore ostatných častíc. Možnosť bozónových neutrín bola už študovaná v rámci astrofyzikálnych a kozmologických procesov [10, 11]. Dvojneutrínový dvojitý β rozpad je unikátny proces z toho hľadiska, že sa ho zúčastňujú dve neutrína. Skúmaním charakteristík $2\nu\beta\beta$ rozpadu tak možno priamo študovať štatistické vlastnosti neutrín.

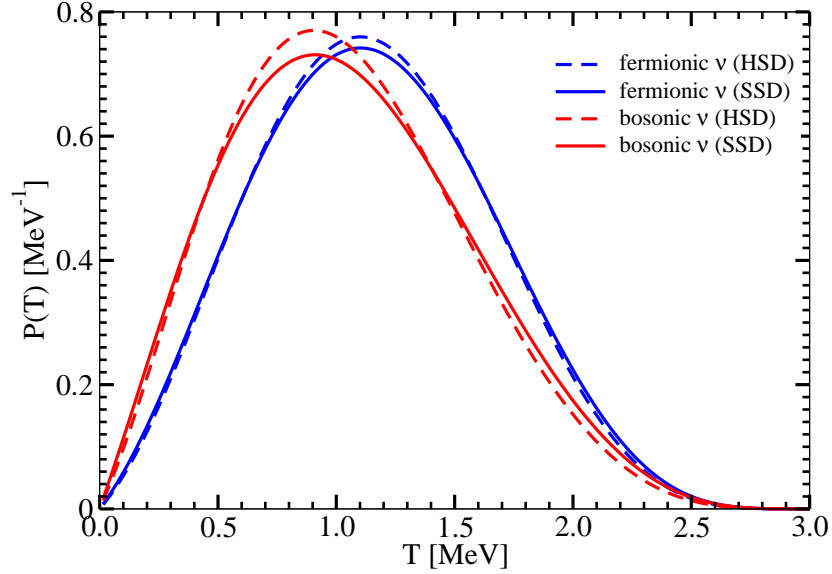
6.1 Bozónové neutrína v $2\nu\beta\beta$ premene

Pre kreačné operátory neutrín zavedieme komutačné vzťahy ($d^\dagger(k_{\nu 1})d^\dagger(k_{\nu 2}) = d^\dagger(k_{\nu 2})d^\dagger(k_{\nu 1})$), kým pre elektróny predpokladáme štandardné antikomutačné vzťahy ako pre fermióny.

Ukazuje sa, že zmena znamienka v komutačných vzťahoch sa prejaví do znamienka výrazov

$$\begin{aligned} K_m^{f,b} &= \frac{1}{E_m - E_i + E_{e1} + E_{\nu 1}} \pm \frac{1}{E_m - E_i + E_{e2} + E_{\nu 2}} \\ L_m^{f,b} &= \frac{1}{E_m - E_i + E_{e1} + E_{\nu 2}} \pm \frac{1}{E_m - E_i + E_{e2} + E_{\nu 1}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Kombinácie $\mathcal{K}_m^{f,b} + \mathcal{L}_m^{f,b}$ a $\mathcal{K}_m^{f,b} - \mathcal{L}_m^{f,b}$ vstupujú do rozpadovej šírky $2\nu\beta\beta$ premeny do základného 0^+ stavu koncového jadra. Pri $2\nu\beta\beta$ premene do excitovaného 2^+ stavu vstupuje iba kombinácia $\mathcal{K}_m^{f,b} - \mathcal{L}_m^{f,b}$ do rozpadovej šírky. Pre analýzu bozónového neutrína



Obr. 3: Spektrum emitovaných elektrónov normalizované na jednotku ako funkcia od sumárnej energie emitovaných elektrónov pre dvojneutrínový dvojitý β rozpad jadra ^{100}Mo do základného 0^+ stavu koncového jadra. Spektrá sú prezentované pre prípad čisto fermiónových a čisto bozónových neutrín. Dané diferenciálne charakteristiky boli vypočítané za predpokladu SSD a HSD hypotéz.

je vhodné zaviesť pomer rozpadových šírok pre bozónové a fermiónové neutrína $r_0(J^\pi) \equiv \Gamma_b(J^\pi)/\Gamma_f(J^\pi)$ do základného (0^+) a vzbudeného (2^+) stavu koncového jadra.

Výhodou v rámci hypotézy SSD je to, že v danom pomere r_0 sa maticové elementy β rozpadu a elektrónového záchytu medzijadra vykrátia. Preto je vhodné obrátiť pozornosť na jadro ^{100}Mo , u ktorého je realizácia SSD hypotézy už potvrdená [12]. Pre $2\nu\beta\beta$ rozpad ^{100}Mo do základného 0^+ stavu dostávame

$$\begin{aligned} T_f^{1/2}(0_{g.s.}^+) &= 6.8 \times 10^{18} \text{ r} \\ T_b^{1/2}(0_{g.s.}^+) &= 8.9 \times 10^{19} \text{ r}. \end{aligned} \quad (15)$$

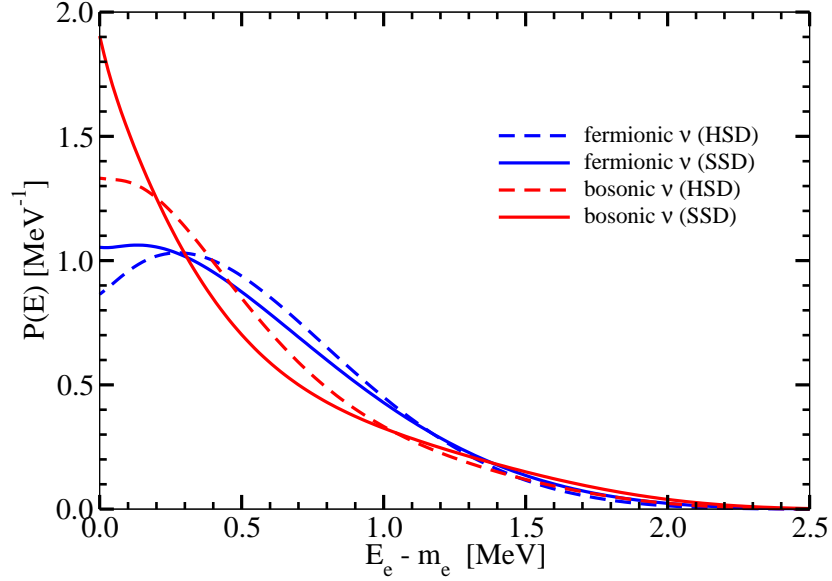
Tak máme $r_0(0_{g.s.}^+) = 0.076$. Pre prípad $2\nu\beta\beta$ rozpad ^{100}Mo do vzbudeného 2^+ stavu dostávame

$$\begin{aligned} T_f^{1/2}(2_1^+) &= 1.7 \times 10^{23} \text{ r} \\ T_b^{1/2}(2_1^+) &= 2.4 \times 10^{22} \text{ r}. \end{aligned} \quad (16)$$

Dostaneme tak $r_0(2_1^+) = 7.1$. Rozdiel medzi fermiónovými a bozónovými neutrínami je najviac evidentný pri rozpade do 2_1^+ excitovaného stavu koncového jadra.

6.2 Prípad čiastočne bozónových neutrín v rámci $2\nu\beta\beta$ rozpadu

Pre prípad čiastočne bozónových neutrín píšeme neutrínový stav ako kombináciu fermiónového a bozónového neutrína $|\nu\rangle = \cos\delta|f\rangle + \sin\delta|b\rangle$. Amplitúda $2\nu\beta\beta$ rozpadu, $A_{2\beta} = \cos^2\chi A_f + \sin^2\chi A_b$, je daná ako lineárna kombinácia amplitúdy $2\nu\beta\beta$ rozpadu



Obr. 4: Spektrum emitovaných elektrónov normalizované na jednotku ako funkcia od energie jedného elektrónu pre dvojneutrínový dvojitý β rozpad jadra ^{100}Mo do základného 0^+ stavu koncového jadra. Spektrá sú prezentované pre prípad čisto fermiónových a čisto bozónových neutrín. Dané diferenciálne charakteristiky boli vypočítané za predpokladu SSD a HSD hypotéz.

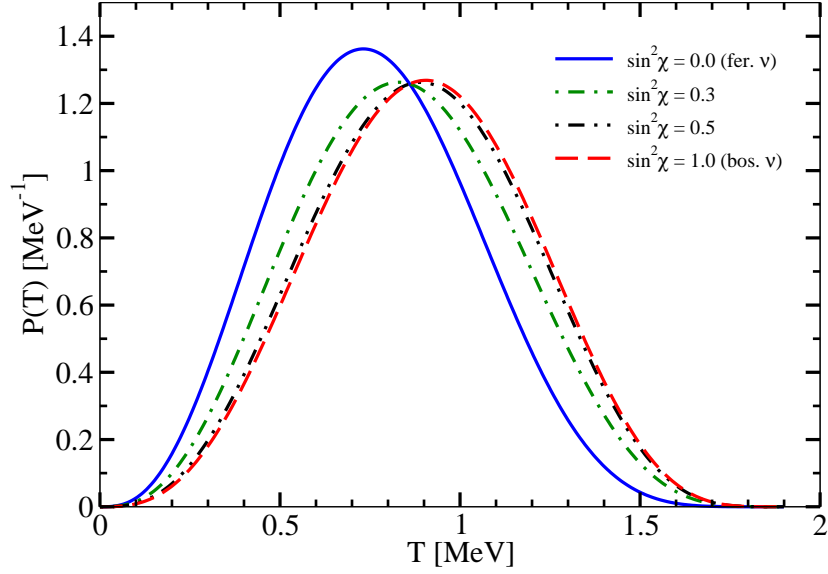
daná pre čisto fermiónové a bozónové neutrína. Parameter $\sin^2 \chi$ vyjadruje veľkosť bozónovej komponenty neutrín. Rozpadová šírka je potom daná $\Gamma_{tot} = \cos^4 \chi \Gamma_f + \sin^4 \chi \Gamma_b$. Nie je tu interferencie medzi fermiónovou a bozónovou časťou. Dôvodom je fakt, že pri zámene dvoch nerozlíšiteľných častíc fermióny dávajú znamienko mínus, kým bozóny znamienko plus v danej amplitúde. Nakoľko však integrujeme cez fázový priestor, každý antisymetrický člen voči zámene $\nu_1 \leftrightarrow \nu_2$ vymizne. Preto nie je interferencia medzi fermiónovou a bozónovou časťou amplitúdy. Pre celkovú rozpadovú šírku $2\nu\beta\beta$ premeny do základného aj vzbudeného stavu dostávame $\Gamma_{tot}(J^\pi) = \cos^4 \chi \Gamma_f(J^\pi) + \sin^4 \chi \Gamma_b(J^\pi)$.

Normalizovaná diferenciálna rozpadová šírka je daná ako

$$P_{J^\pi} = \frac{d\Gamma_{tot}(J^\pi)}{\Gamma_{tot}(J^\pi)} = \frac{\cos^4 \chi d\omega_f(J^\pi) + \sin^4 \chi r_0(J^\pi) d\omega_b(J^\pi)}{\cos^4 \chi + \sin^4 \chi r_0(J^\pi)}, \quad (17)$$

kde $d\omega_f(J^\pi) \equiv d\Gamma_f(J^\pi)/\Gamma_f(J^\pi)$ a $d\omega_b(J^\pi) \equiv d\Gamma_b(J^\pi)/\Gamma_b(J^\pi)$. Vidíme, že pomer $r_0(J^\pi)$ váhuje bozónovú komponentu neutrín v diferenciálnej rozpadovej šírke. To znamená, že pre veľké r_0 stačí aj malá komponenta bozónových neutrín na to, aby sa prejavila v spektre.

Na obrázkoch (3) a (4) sú ilustrované sumárne energetické spektrum dvoch vyletujúcich elektrónov a energetické spektrum jedného vyletujúceho elektrónu za predpokladu realizácie hypotéz SSD i HSD pre čisto fermiónové a čisto bozónové neutrína do základného stavu (0^+) koncového jadra. Ďalej, na obrázkoch (5) a (6) sú ilustrované sumárne energetické spektrum dvoch vyletujúcich elektrónov a energetické spektrum jedného vyletujúceho elektrónu za predpokladu realizácie SSD hypotézy do excitovaného stavu (2_1^+) koncového jadra pre prípad čiastočne bozónových neutrín.



Obr. 5: Spektrum emitovaných elektrónov normalizované na jednotku ako funkcia od sumárnej energie emitovaných elektrónov pre dvojneutrínový dvojitý β rozpad jadra ^{100}Mo do excitovaného 2_1^+ stavu koncového jadra. Spektrá sú prezentované pre prípad čiastočne bozónových neutrín. Dané diferenciálne charakteristiky boli vypočítané za predpokladu SSD hypotézy.

Efekt bozónového neutrína je slabo závislý na voľbe danej hypotézy (SSD/HSD) a prejavuje sa v spektre elektrónov tým, že maximum sa posúva k nižším hodnotám.

6.3 Ohraničenia na bozónovú komponentu neutrín

Existujú tri rôzne spôsoby akými môžeme získať ohraničenie na bozónovú komponentu neutrín ($\sin^2 \chi$). Prvý spôsob je porovnanie teoreticky určeného polčasu rozpadu s experimentálne nameraným. Horné ohraničenie je

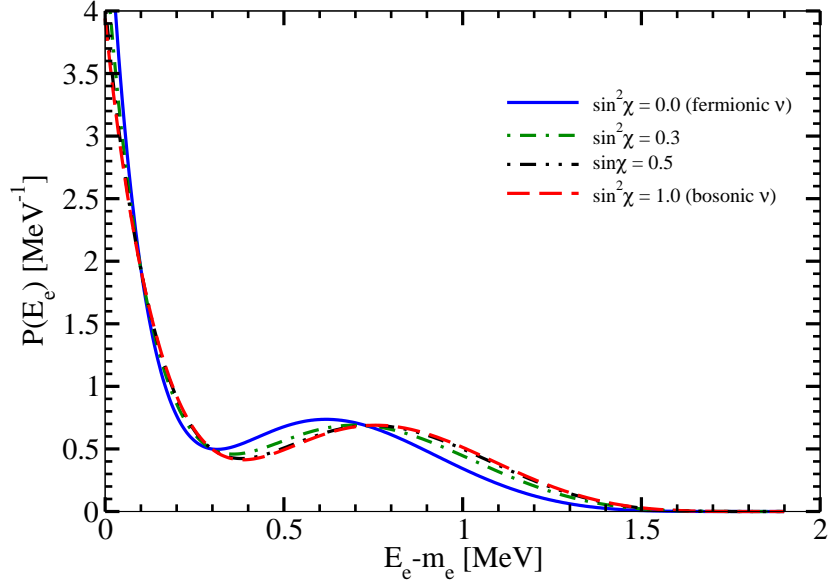
$$\sin^2 \chi < (1 - \sqrt{T_{1/2}^{f-min} / T_{1/2}^{exp-max}}). \quad (18)$$

$T_{1/2}^{f-min}$ je minimálna teoreticky určená hranica pre polčas a $T_{1/2}^{exp-max}$ je maximálna hodnota, ktorá je experimentálne nameraná. Toto ohraničenie platí za predpokladu $r_0 \ll 1$, čo je však veľmi dobre splnené pre prechody $0^+ \rightarrow 0^+$. Nevýhoda je potreba výpočtu jadrových maticových elementov.

Pre prípad ^{100}Mo a ^{116}Cd je možné určiť polčasy zo známych $\log ft$ hodnôt v rámci hypotézy SSD. Získané ohraničenia sú $\sin^2 \chi < 0.34$ (^{100}Mo) a $\sin^2 \chi < 0.06$ (^{116}Cd).

Ďalšou možnosťou je zaviesť $\sin^2 \chi$ ako fitovací parameter, t.j. určiť jeho hodnotu pomocou dostupných dát zo spektier energie jedného elektrónu a sumárnej energie oboch elektrónov. Táto metóda je vhodná pre veľké r_0 . Z dostupných dát (NEMO3) plynie ohraničenie $\sin^2 \chi < 0.7$ [13], t.j. prípad čisto bozónového neutrína je vylúčený.

Tretia možnosť je definovať pomer polčasov rozpadov do excitovaného a základného stavu



Obr. 6: Spektrum emitovaných elektrónov normalizované na jednotku ako funkcia od energie jedného elektrónu pre dvojneutrínový dvojitý β rozpad jadra ^{100}Mo do excitovaného 2_1^+ stavu koncového jadra. Spektrá sú prezentované pre prípad čiastočne bozónových neutrín. Dané diferenciálne charakteristiky boli vypočítané za predpokladu SSD hypotézy.

$$r_{f,b}^*(J^\pi) \equiv \frac{T_{1/2}^{f,b}(J^\pi)}{T_{1/2}^{f,b}(0^+)} \quad (19)$$

separátne pre fermiónové a bozónové neutrína. Za predpokladu SSD hypotézy pre ^{100}Mo máme

$$\begin{aligned} r_f^*(0_1^+) &\simeq 61 \\ r_b^*(0_1^+) &\simeq 73. \end{aligned} \quad (20)$$

Prechod do 0_1^+ bol nameraný experimentom NEMO 3 [14, 15] a teda $r_{exp}^*(0_1^+) \simeq 80$. Na prvý pohľad sa zdá, že bozónové neutrína lepšie vyhovujú experimentálnym dátam. Rozdiel môže byť zapríčinený samotným predpokladom SSD hypotézy.

Prechod do 2_1^+ stavu sa javí byť vhodnejším nástrojom na štúdium bozónových neutrín. Za predpokladu SSD hypotézy pre ^{100}Mo máme

$$\begin{aligned} r_f^*(2_1^+) &\simeq 2.5 \times 10^4 \\ r_b^*(2_1^+) &\simeq 2.7 \times 10^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Pre $2\nu\beta\beta$ rozpad jadra ^{100}Mo do 2_1^+ stavu existuje iba dolné ohraničenie na polčas rozpadu [12], s ktorým dostaneme $r_{exp}^*(2_1^+) > 2.2 \times 10^2$. Súčasná experimentálna hodnota je teda blízko prahu vylúčenia čisto bozónových neutrín. Progres v meraní $2\nu\beta\beta$ rozpadu jadra ^{100}Mo do 2_1^+ stavu koncového jadra by umožnil urobiť závery aj pre prípad čiastočne bozónového neutrína.

7 Záver

V predloženom autoreferáte sú v stručnosti prezentované ciele a výsledky dizertačnej práce. Ciele práce boli splnené a výsledky prezentované na medzinárodných konferenciách a vedeckých ústavoch a publikované v karentovaných časopisoch. Dané výsledky a zistenia sú dôležité pre tríciový experiment KATRIN, ktorý je vo fáze spúšťania a pre plánovaný experiment merajúci réniový β rozpad MARE, ako aj pre pripravované experimenty merajúce dvojitý β rozpad ako napr. SuperNEMO, EXO, SNO+ a pod.

Summary

The aims and results of thesis have been achieved and presented at conferences and published in several international journals. The results and findings presented in thesis are important for the KATRIN tritium β -decay experiment, which is under construction and for planned MARE rhenium β -decay experiment as well as for the next-generation double β -decay experiments like SuperNEMO, EXO, SNO+, etc.

Publikácie

- I. R. Dvornický, and F. Šimkovic (2012)
Second unique forbidden β -decay of ^{115}In and neutrino mass:
Workshop on Calculation of Double-Beta-Decay Matrix Elements (MEDEX'11):
American Institute of Physics Conference Proceedings, Vol. 1417, p. 33-36.
- II. R. Dvornický, K. Muto, F. Šimkovic, and A. Fässler (2011)
Absolute mass of neutrinos and the first unique forbidden β -decay of ^{187}Re :
Physical Review C, Vol. 83, No. 4, Art. No. 045502
- III. R. Dvornický, F. Šimkovic, and K. Muto (2010)
The absolute mass of neutrino and the first unique forbidden β -decay of ^{187}Re :
Particle Physics at the Year of Astronomy: Proceedings of the Fourteenth Lomonosov
Conference on Elementary Particle Physics, Singapore: World Scientific Publish-
ing, p. 166-169
- IV. R. Dvornický (2010)
Tritium and rhenium beta decay as a way for neutrino mass estimation: Proceed-
ings of Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava 2010:
Zborník príspevkov, Bratislava: Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky UK,
2010, p. 279
- V. R. Dvornický, F. Šimkovic, and A. Fässler (2010)
Beyond the standard model interactions in β -decay of tritium:
Progress in Particle and Nuclear Physics, Vol. 64, No. 2, p. 303-305
- VI. K. Muto, R. Dvornický, and F. Šimkovic (2010)
Nuclear structure aspects of single and double beta decays for neutrino mass:
Progress in Particle and Nuclear Physics, Vol. 64, No. 2, p. 228-231

- VII. R. Dvornický, and F. Šimkovic (2009)
Measuring mass of neutrinos with β -decays of tritium and rhenium:
Workshop on Calculation of Double-Beta-Decay Matrix Elements (MEDEX'09):
American Institute of Physics Conference Proceedings, Vol. 1180, p. 125-129
- VIII. F. Šimkovic, R. Dvornický, and A. Fässler (2008)
Exact relativistic tritium β -decay endpoint spectrum in a hadron model:
Physical Review C, Vol. 77, No. 5, Art. No. 055502
- IX. S.V. Semenov, F. Šimkovic, R. Dvornický, and V.A. Bednyakov (2008)
Calculation of $2\nu 2\beta$ -transition intensities in ^{48}Ca :
Proceedings of the 2-nd International Conference: Current Problems in Nuclear
Physics and Atomic Energy, Kyiv: Institute for Nuclear Research of National
Academy of Sciences of Ukraine, p. 422-424
- X. A.S. Barabash, A.D. Dolgov, R. Dvornický, F. Šimkovic, and A.Yu. Smirnov
(2007):
Statistics of neutrinos and the double beta decay:
Nuclear Physics B, Vol. 783, No. 1-2, p. 90-111
- XI. R. Dvornický, F. Šimkovic, and A. Fässler (2007)
Nuclear and particle physics aspects of the $2\nu\beta\beta$ -decay of ^{150}Nd :
Workshop on Calculation of Double-Beta-Decay Matrix Elements (MEDEX'07):
American Institute of Physics Conference Proceedings, Vol. 942, p. 28-32
- XII. S. Semenov, F. Šimkovic, A.Yu. Gaponov, and R. Dvornický (2007)
Contribution of the excited $1+$ states to the ^{116}Cd $2\nu 2\beta$ -transition amplitude:
Proceedings of the International Conference: Current Problems in Nuclear Physics
and Atomic Energy, Part II, Kyiv: Institute for Nuclear Research of National
Academy of Sciences of Ukraine, p. 473-478

Ohlasy na autorove práce

- S.N. Gninenko, A.Yu. Ignatiev, and V.A. Matveev, Int.J.Mod.Phys. A **26**, 4367 (2011).
- Werner Rodejohann, Int.J.Mod.Phys. E **20**, 1833 (2011).
- Benjamin Monreal, and Joseph A. Formaggio, Phys.Rev. D **80**, 051301 (2009).
- W. Tornow, Nucl. Phys. A **844**, 57 (2010).

Konferencie a workshopy

- Nuclear and particle physics aspects of the $2\nu\beta\beta$ decay of ^{150}Nd (20 min), workshop "MEDEX'07 - Matrix Elements for Double Beta Decay Experiments", Praha, Česká Republika, Jún 11-14, 2007.
- $2\nu\beta\beta$ decay of ^{150}Nd : SSD hypothesis and bosonic neutrinos (20 min), letná škola "19-th Indian-Summer School, Few-Body Techniques and EFT", Řež u Prahy, Česká Republika, September 3-7, 2007.

- Neutrino mass from tritium and rhenium β decay (25 min), workshop "10-th Small Triangle Meeting", Medzilaborce, Slovensko, September 21-24, 2008.
- Double beta decay and neutrino mass from single beta decay (40 min), katedrový seminár na "Department of Physics, Tokyo Institute of Technology", November 2008.
- Beyond the Standard Model interactions in β decay of tritium (20 min), prednes na medzinárodnej škole Int. School on Nuclear Physics, 31-st Course, Neutrinos in Astro-, Particle- and Nuclear Physics", Erice, Taliansko, September 16-24, 2009.
- Measuring mass of neutrinos with beta decays of tritium and rhenium (20 min), workshop "MEDEX'09- Workshop Matrix Elements for Double Beta Decay Experiments", Praha, Česká Republika, 15-19 Jún, 2009.
- Endpoint spectra of tritium and rhenium β decays for massive neutrinos (20 min), príspevok na konferencii "14-th Lomonosov conference on Elementary Particle Physics", Moskva, Ruská Federácia, August 19-25, 2009.
- Massive neutrinos and nuclear β decays of tritium and rhenium (40 min), seminár na "Bogolyubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR", Dubna, Ruská Federácia, November 2, 2009.
- Neutrino mass estimation from tritium and rhenium single beta decays (40 min), seminár na letnej škole ECT* Doctoral Training Program, Neutrinos in Nuclear-, Particle- and Astrophysics, Máj 2011.
- Measuring neutrino mass with tritium, rhenium and indium single beta decays (20 min), workshop "MEDEX'11- Workshop Matrix Elements for Double Beta Decay Experiments", Praha, Česká Republika Jún 13-16, 2011.

Literatúra

- [1] A. Gando et al. (KamLAND Collaboration), Phys. Rev. D, **83**, 052002 (2011).
- [2] K. Abe et al. (T2K Collaboration). Phys. Rev. Lett., **107**, 041801 (2011).
- [3] H.D. Kerret (Double Chooz Collaboration), LowNu11, November 9-12, 2011, Seoul National University, Seoul, Korea.
- [4] A. Osipowicz et al., hep-ex/0109033;
L. Bornschein *et al.*, Nucl. Phys. A **752**, 14 (2005).
- [5] N. Severijns et al., Rev. Mod. Phys. **78** (2006) 991.
- [6] B.J. Mount, M. Redshaw and E.G. Myers, Phys. Rev. Lett. **103**, 122502 (2009);
J.S.E. Wieslander et al., Phys. Rev. Lett. **103**, 122501 (2009).
- [7] J. Abad, A. Morales, R. Nunez-Lagos, and A. Pacheco, Ann. Fis. A, **80**, (1984) No. 9
- [8] F. Šimkovic, P. Domin, and S.V. Semenov, J. Phys. G, **27** (2001) No. 2233
- [9] A.Yu. Ignatiev, V.A. Kuzmin, Yad. Fiz. **46** (1987) 786 [Sov. J. Nucl. Phys. **46** (1987) 786]; JETP Lett. **47** (1988) 4;
L.B. Okun, Pis'ma ZhETF, **46** (1987) 420 [JETP Lett. **46** (1987) 529]; Yad. Fiz. **47** (1988) 1192;
O.W. Greenberg, R.N. Mohapatra, Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 2507
- [10] L. Cucurull, J.A. Grifols, R. Toldra, Astropart. Phys. **4**, (1996) 391.
- [11] A.D. Dolgov, A.Yu. Smirnov, Phys. Lett. B **621** (2005) 1.
- [12] A.S. Barabash, AIP Conf.Proc. **942** (2007) 8.
- [13] A.S. Barabash, A.D. Dolgov, R. Dvornicky, F. Simkovic, A.Yu. Smirnov, Nucl. Phys. B **783** (2007) 90.
- [14] The NEMO Collaboration (R. Arnold et al.) Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 182302.
- [15] R. Arnold et al., Nucl. Phys. A **781** (2007) 209.