

電子駆動 ILC 陽電子源のための等価回路モデルを用いた Alternate Periodic Structure 空洞におけるビームローディング補償の研究

A STUDY OF BEAM LOADING COMPENSATION ON THE ALTERNATE PERIODIC STRUCTURE CAVITY OF ILC E-DRIVEN POSITRON SOURCE WITH AN EQUIVALENT CIRCUIT MODEL

金野舜^{#, A)}, 栗木雅夫^{A)}, Liptak Zachary John^{A)}, 高橋徹^{A)}, 名越久泰^{A)},
横谷馨^{B)}, 浦川順治^{B)}, 福田将史^{B)}, 清宮裕史^{B)}, 大森恒彦^{C)}, 柏木茂^{D)}

Shun Konno^{#, A)}, Masao Kuriki^{A)}, Liptak Zachary John^{A)}, Tohru Takahashi^{A)}, Hisayasu Nagoshi^{A)},
Kaoru Yokoya^{B)}, Junji Urakawa^{B)}, Masahumi Hukuda^{B)}, Yuji Seimiya^{B)}, Tunchiko Omori^{C)}, Shigeru Kashiwagi^{D)}

^{A)} Hiroshima University AdSM, ^{B)} KEK Accelerator Lab. ,

^{C)} KEK IPNS, ^{D)} Tohoku University ELPH

Abstract

The ILC is studying an e-drive method in which an electron beam of several GeV is incident on a metal target as a positron generation method. As a positron capture accelerator, we adopted a $\pi/2$ mode Alternate Periodic Structure cavity (APS cavity) that has a large diameter ($2a = 60$ mm) and can generate a high and stable acceleration gradient. In the e-driven method, electrons are generated in addition to positrons and the beam current is large, so compensation for them is a major issue. In this study, the transient state of the APS cavity was simulated by the equivalent circuit model, and the compensation of the beam loading effect was examined.

1. はじめに

現在、東北地方の北上山地に建設が予定されている国際リニアコライダー (ILC; International Linear Collider)(ILC 陽電子源の詳細については TUOB05 で説明)では、陽電子生成方法として金属標的に数 GeV の電子ビームを注入する、電子ビーム駆動方式が検討されている。また、陽電子源では陽電子捕捉加速器として、大口径($2a=60\text{mm}$)かつ高く、安定した加速勾配を発生できる $\pi/2$ モードの定在波型加速空洞である、Alternate Periodic Structure (APS) 空洞 (Fig. 1) を検討している。APS 空洞では電場が生じるセル(加速セル)を長く、電場が生じないセル(結合セル)を短くすることで、より効率的に粒子を加速させることが可能となっている。

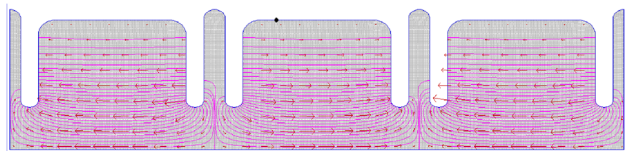


Figure 1: APS cavity.

電子ビーム駆動方式では陽電子のほかにも電子も生成されるため、ビームローディング電流が大きくなり、その補償が必要となっている。本研究では等価回路モデル[1]を用いて、APS 空洞に生じる電圧の過渡的状態を調べ、ビームローディングの効果の補償について検討した。

2. 等価回路モデル

APS 空洞を等価回路に置き換えて (Fig. 2)、回路方程式から電圧の微分方程式を求めた。

$$\frac{1}{\omega^2} \frac{d^2 \hat{v}_n}{dt^2} + \frac{1}{\omega} \frac{1 + \beta}{Q_{0n}} \frac{d \hat{v}_n}{dt} + \hat{v}_n =$$

$$\frac{1}{2} k (\hat{v}_{n-1} + \hat{v}_{n+1}) + \frac{1}{\omega} \frac{d}{dt} (\hat{i}_g - \hat{i}_n^{ind.}) \quad (1)$$

\hat{v}_n は n 番目のセルの電圧、 ω は空洞の共振周波数、 Q_{0n} は各セルの Q 値であり、この値は加速セルと結合セルで異なっている。 β はカップリングベータ、 k はセル間の結合度、 \hat{i}_g は RF による電流、 $\hat{i}_n^{ind.}$ はビームローディング電流を表す。ここで、電圧と電流はそれぞれ規格化された値であり、

$$\hat{v}_n = \frac{v_n}{\sqrt{\omega (R/Q)_n}} \quad (2)$$

$$\hat{i}_n = \sqrt{\frac{(R/Q)_n}{\omega}} i_n \quad (3)$$

である。また、導波管と接続しているセルは一つだけであり、このセルをカプラーセルと呼び、導波管と接続していないセルはレギュラーセルと呼ぶ。カプラーセルの場合、 β と \hat{i}_g は有限の値をとるが、レギュラーセルの場合は $\beta = 0$ 、 $\hat{i}_g = 0$ となる。Equation (1) より、 n 番目のセルの電圧はその両隣のセルの電圧と、電流の時間微分により決まる。

ここで、Eq. (1) において、電圧と電流ともに角周波数 ω で振動しているので、

$$\hat{v}(t) = \hat{V}(t) e^{i\omega t} \quad (4)$$

$$\hat{i}(t) = \hat{I}(t) e^{i\omega t} \quad (5)$$

のように、振幅の項と振動の項に分離すると、Eq. (1) は、

$$\hat{V}_n'' + \left(2i + \frac{1 + \beta}{Q_{0n}} \right) \hat{V}_n' + \left(i \frac{1 + \beta}{Q_{0n}} - 2\delta_n \right) \hat{V}_n = \frac{1}{2} k (\hat{V}_{n-1} + \hat{V}_{n+1}) + (\hat{I}_g - \hat{I}_n^{ind.})' + i (\hat{I}_g - \hat{I}_n^{ind.}) \quad (6)$$

[#] m201277@hiroshima-u.ac.jp

となる。次に、この式を時間ステップで離散化する。時間を表すインデックスを m として、

$$\hat{V}_n = \hat{V}_n^m \quad (7)$$

$$\hat{V}_n' = \frac{\hat{V}_n^{m+1} - \hat{V}_n^{m-1}}{2\Delta\theta} \quad (8)$$

$$\hat{V}_n'' = \frac{\hat{V}_n^{m+1} + \hat{V}_n^{m-1} - 2\hat{V}_n^m}{(\Delta\theta)^2} \quad (9)$$

$$\hat{I}_g = \hat{I}_g^m \quad (10)$$

$$\hat{I}_g' = \frac{\hat{I}_g^{m+1} - \hat{I}_g^{m-1}}{2\Delta\theta} \quad (11)$$

$$\hat{I}_n^{ind.} = \hat{I}_n^{m ind.} \quad (12)$$

$$\hat{I}_n^{ind.'} = \frac{\hat{I}_n^{m+1 ind.} - \hat{I}_n^{m-1 ind.}}{2\Delta\theta} \quad (13)$$

とする。また、

$$\Delta\theta = t\Delta\omega \quad (14)$$

である。Equation (7)から Eq. (13)を Eq. (6)に代入して変形すると、

$$\hat{V}_n^{m+1} = (a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4) \begin{pmatrix} \hat{V}_n^m \\ \hat{V}_n^{m'} \\ \hat{V}_n^m \\ \hat{V}_n^{m-1} \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$+ (b_1 \ b_2 \ b_3) \begin{pmatrix} \hat{I}_g^{m-1} - \hat{I}_n^{m-1 ind.} \\ \hat{I}_g^m - \hat{I}_n^m ind. \\ \hat{I}_g^{m+1} - \hat{I}_n^{m+1 ind.} \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$a_1 = \frac{\frac{1}{2}k}{(\Delta\theta)^2 + \frac{1}{2\Delta\theta} \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right)} \quad (17)$$

$$a_2 = \frac{\frac{2}{(\Delta\theta)^2} - i \frac{1+\beta}{Q_{0n}} + 2\delta_n}{(\Delta\theta)^2 + \frac{1}{2\Delta\theta} \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right)} \quad (18)$$

$$a_3 = \frac{\frac{1}{2}k}{(\Delta\theta)^2 + \frac{1}{2\Delta\theta} \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right)} \quad (19)$$

$$a_4 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta} \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right) - \frac{1}{(\Delta\theta)^2}}{(\Delta\theta)^2 + \frac{1}{2\Delta\theta} \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right)} \quad (20)$$

$$b_1 = \frac{-\frac{1}{2\Delta\theta}}{(\Delta\theta)^2 + \frac{1}{2\Delta\theta} \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right)} \quad (21)$$

$$b_2 = \frac{i}{(\Delta\theta)^2 + \frac{1}{2\Delta\theta} \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right)} \quad (22)$$

$$b_3 = \frac{\frac{1}{2\Delta\theta}}{(\Delta\theta)^2 + \frac{1}{2\Delta\theta} \left(2i + \frac{1+\beta}{Q_{0n}}\right)} \quad (23)$$

となる。この Eq. (15)が空洞に生じる電圧となっている。

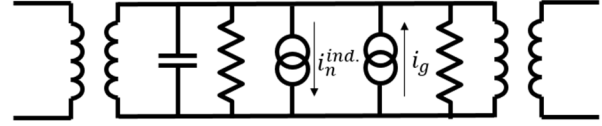


Figure 2: Equivalent circuit.

3. ビームローディング補償

空洞内をビームが通過するとき、そのビームにより減速場が生じる。これをビームローディングという。この効果により空洞内の電場が均一にならないため、ビームの加速が不均一になる。これを防ぐためにビームローディング補償が必要になる。以下にビームローディング補償の方法について示す。

$t = 0$ で RF の入力を開始し、 $t = t_b$ で RF と異なる位相を持つビームの入力を開始したとする。すると、空洞に生じる電圧の位相関係は次のようになる。

$$t < t_b$$

$$t \geq t_b$$

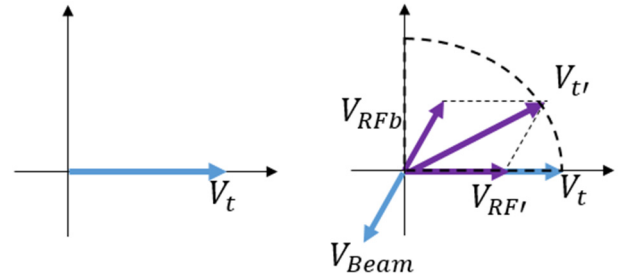


Figure 3: The phase relationship about voltage.

Figure 3 において、 $t < t_b$ では RF により生じる電圧 V_t のみが存在し、 $t_b \leq t$ ではある位相を持ったビームローディングによる電圧 V_{Beam} が発生する。空洞に生じる電圧はこの二つの電圧の和になるが、その和が時間によらず常に一定でないとビームローディングの補償ができていないことになる。本研究で考えた補償の方法としては、RF による電圧に位相を持たせ、 $t_b \leq t$ で V_t を

$$V_t' = V_{RFb} + V_{RF'} \quad (23)$$

という電圧に変化させるという方法である。しかしこの時、条件があり、

1. V_{Beam} と逆の位相で同じ大きさの電圧 V_{RFb}
2. RF のパワーは変化させないため、 $|V_t| = |V_t'|$ となるように $V_{RF'}$ を定める。

このような二つの条件を満たせばよい。1 の条件よりビームによる減速場を打ち消す加速場を作り出すことができる。空洞全体で電圧が一定になるためには $V_{RF'}$ による電圧の増加量が 0 となればよい。これについてはビームを入力し始める時間を調整すればよい。Figure 4 について、(a)は定常状態の電圧が V_t となるように RF の電流を定めた場合、(b)は V_t' となるように電流を定めた場合の図である。この二つの図から(a)の図で電圧が V_t' となるときの時間を求め、その時間を t_b とし、 $0 \leq t < t_b$ では(a)と同じ電流とし、 $t_b \leq t$ で(b)と同じ電流に切り替えれば、(c)のように $t_b \leq t$ で電圧の増加量を 0 にすることができる。

このような方法で RF とビームの位相が異なる場合のビームローディング補償を行った。

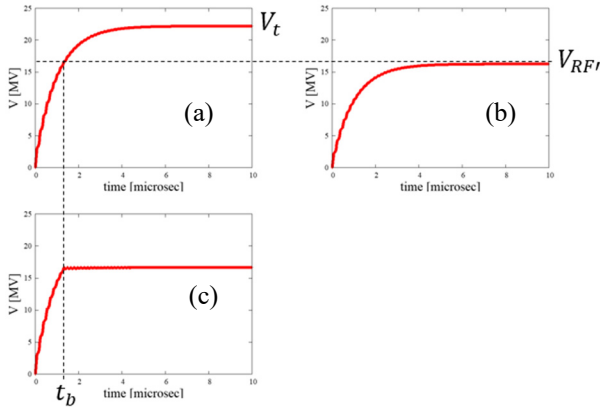


Figure 4: Beam loading compensation.

4. 等価回路モデルによるシミュレーション

等価回路モデルから求めた Eq. (15)を用いて、3 で説明したビームローディング補償を行った。この時、シミュレーション条件として、APS 空洞は加速セル 11 セル、結合セル 10 セルを交互に並べた計 21 セルで一本の加速管とした。また、カプラーセルは加速管の中央のセル(11セル目)とした。また、入力した電流のパラメーターは以下の様になっている。

Table 1: Simulation Parameter

Parameter	value
$0 \leq t < t_b$	
I_t	5.00×10^{-3}
$t_b \leq t$	
I_{Beam}	0.13×10^{-3}
I_{RFI}	3.66×10^{-3}
I_{RFb}	1.48×10^{-3}
$I_{t'}$	5.00×10^{-3}

Table 1 の電流は全て Eq. (3) で規格化した値となっている。実電流としてはビームは 1A を仮定した。 I_t と $I_{t'}$ が同じ値となっているため RF の入力パワーは変化していないことが分かる。また、RF とビームの位相差は $\pi/6$ rad であり、ビームの入力を開始した時間は Fig. 4 の方法で求め、 $1.32 \mu\text{sec}$ となった。Figure 5 は空洞全体の電圧の時間発展を表す。 $t_b \leq t$ では電圧がほぼ一定の値となっている。 $t_b \leq t \leq 4\mu\text{sec}$ での電圧の平均値で規格化された標準偏差は、

$$\frac{\sigma}{\bar{V}} = \frac{0.05}{16.59} = 3.01 \times 10^{-3} \text{ MV} \quad (24)$$

となり、十分ビームローディング補償が行われていると言える。

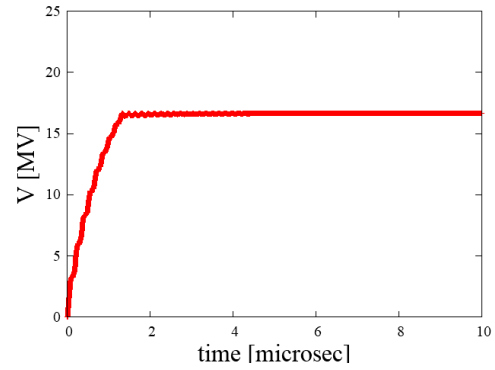


Figure 5: The time dependency of voltage.

5. まとめ

本研究では ILC 陽電子源における陽電子加速に APS 空洞を仮定し、その空洞に生じる電圧の過渡的状态を等価回路モデルを用いて計算した。さらに、このモデルでビームローディング補償のシミュレーションを行った。また、シミュレーション結果よりビーム通過後の空洞の電圧の、平均値で規格化した標準偏差は $3.01 \times 10^{-3} \text{ MV}$ となり、RF とビームの位相が異なる場合は RF のパワーは変えず、位相のみを変化させ、ビームを通過させる時間を調整することで補償が可能であるということが分かった。

謝辞

本研究を進めるにあたって、栗木雅夫教授や Liptak Zachary John 助教にはミーティングのほかにも様々な場面でアドバイスをいただきました。また、ILC 陽電子源のメンバーの方々には毎週のミーティングで、多くのコメントやアドバイスをいただきました。学生であり、まだまだ至らぬ点も多い筆者の研究に関して問題点や改善点を熱心に考えてくださり、研究の手助けになっていると強く感じています。この場を借りて皆様に感謝の意を表したいと思います。

参考文献

- [1] T. Shintake, "ANALYSIS OF THE TRANSIENT RESPONSE IN PERIODIC STRUCTURES BASED ON A COUPLED-RESONATOR MODEL", in *Frontiers of accelerator technology* (Proceedings, Joint US-CERN-Japan International School, Hayama and Tsukuba, Japan, September 9-18, 1996), pp. 435-454.